**2011中环杯八年级模拟试题三**

**参考答案**

1. **填空题**
2. 化简=（ ）
3. 已知X1和X2是方程2x2-4mx+2m2+3m-2=0的两个根，X12+X22的最小值是（  ）

[解]由一元二次方程根与系数的关系(韦达定理)得到:

X1+X2=2m (1)

X1·X2=(2m2+3m-2)/2 (2)

X12+X22 = (X1+X2)2－2 X1X2=4m2－(2m2+3m-2)= 2m2-3m+2=2(m-)2-+2

当 m=时，X12+X22的最小值是2-=

1. 已知关于X的方程x2+(a-2)x+a=0 的两个根都是整数，求a=（ 0或8 ）

【解】设一元二次方程的两个整数根分别是m和n，由韦达定理得到：

m+n=2-a （1）

mn=a （2）

（1）+（2）得：

m+n+mn=2

（m+1）（n+1）=3

因为m+1,n+1都是整数，而3是质数，只有1和3这两个整数因子，

所以

m+1=1 m+1=-1 m+1=3 m+1=-3

n+1=3 n+1=-3 n+1=1 n+1=-1

分别得到：

1)m=0, n=2, a=mn=0, 2)m=-2, n=-4, a=mn=8,

3)m=2,n=0, a=mn=0, 4)m=-4,n=-2,a=mn=8

故a有两个值0或8

1. 整数x、y满足，0.9，求x-y=（ -3 ）

【解】尝试,从第二个不等式得到: x<y, 故x-y<0, 且x，y是整数

1) 如果x-y=-1, 验证

2) 如果x-y=-2，验证

3）如果x-y=-3，验证

1. 因式分解x4+7x3+14x2+7x+1=（ (x2+3x+1)(x2+4x+1) ）

【解】x4+7x3+14x2+7x+1= （x4+7x3+12x2）+2x2+7x+1

=(x2+3x)(x2+4x)+(x2+3x)+(x2+4x)+1

=(x2+3x+1)(x2+4x+1)

1. \*四位数abcd是一个完全平方数，且ab=2cd+1，则这个四位数是（ 5929 ）

[解]颇有难度。不妨设ab=A，cd=B，

又因为ab=2cd+1，故 A=2B+1， (1)

四位数abcd可化成100A+B=201B+100 (2)

abcd是一个四位数 ，即1000<AB<10000,

所以其平方根(不妨设为xy)是两位数，故31<xy<100， (3)

故abcd=(xy)2 (4)

**由（2）和（4）得到**

**(xy-10)(xy+10)=201B = 3\*67\*B**  (5)

**据此可以分析：左边是两个相差20的整数的乘积，则右边也必是两个相差20的整数的乘积。**

与67相差20的整数是47和87，且能被3整除，则只有87=3\*29

从而B=29，A就是2\*29+1=59

故abcd=5929=772 .

1. 2100是（ 31 ）位数

【解】设x=2100，两边取对数得到：

lgx=100lg2=30.102999566398119…

所以 x=10^30.102999566398119…

故 10^30<x<10^31

因为1030是一个31位数，1031是32位数，

所以x=2100是一个31位数。

或者2100=（210）10=102410>1030  ，还要判断上限小于1032

1. 正整数n小于100，[n]表示不超过n的最大整数，满足等式[]+[]+[]=n，满足这样的n有（ 16 ）个。

[解]分析得知，当n是6的倍数时，即n=6k （k=1,2，…，16）时，

[]+[]+[]=3k+2k+k=6k=n

故这样的n共有16个。

**或者：利用不等式 x-1<[x]≤x，不难得到：**

[n/2]≤n/2，[n/3]≤n/3， [n/6]≤n/6

相加得到：[n/2]+[n/3]+[n/6]≤n/2+n/3+n/6=n

由题意知道：[n/2]+[n/3]+[n/6]=n

所以不等式[n/2]≤n/2，[n/3]≤n/3， [n/6]≤n/6 都取等号。

显然，满足这样条件的n必须是6的倍数，所以n=6,12，…，96. 共16个。

函数图像如下：



1. **动手动脑**
2. 已知一次函数f(x)=kx+b
   1. 若f(x+1)=9x+12，求f(x)的表达式
   2. 若f[f(x)]=9x+12，求f(x)的表达式
   3. 若f(x)=9x+12，求所有满足f[f(x)]-8f(x)=69的所有x的值

【解】

1)因为f(x)=kx+b, 所以 f(x+1)=k(x+1)+b （1）

且已知f(x+1)=9x+12, （2）

对比（1）（2）得到 k=9，b=12-9=3，故f(x)=9x+3

2) 因为f(x)=kx+b, 所以 f[f(x)]=kf(x)+b=k(kx+b)+b=k2x+kb+b (3)

又已知f[f(x)]=9x+12, (4)

对比（3）和（4）得到 k2=9, (k+1)b=12

解得：k1=3, b1=3, 或者 k2=-3, b2=6

这时f1(x)=3x+3, f2(x)=-3x+6

3) 已知f(x)=9x+12, 所以

f[f(x)]-8f(x)=9f(x)+12-8f(x)=f(x)+12=9x+24=69

故 x=5

1. 如图正方形ABCD被两条与边平行的线段EF、GH分割成四个小矩形，EF、GH交与点P。若矩形PFCH的面积恰好是矩形AGPE的2倍，求∠HAF的度数。

【解】

设正方形边长为1，

矩形AGPE的边长分别为AG=a，AE=b，

则面积SAGPE=ab

矩形PFCH的边长分别为PF=1-a，FC=1-b

则面积SPFCH=（1-a）（1-b）

由题意知：

（1-a）（1-b）=2ab

即 a+b+ab=1

设α=∠BAF，β=∠DAH

则tgα=b，tgβ=a，

所以tg（α+β）=（tgα+tgβ）/(1-tgαtgβ)=(a+b)/(1-ab)=1

而 0<α+β<90, 所以α+β=45°，故角HAF=90°-45°=45°。

证明二、不利用三角函数，用纯几何方法。通过观察发现，F向B移动，则H向C移动，（因为角HAF不变），大致可以估算角HAF为45°。

将三角形HAD绕A点顺时针旋转90°到ABH’(AD与AB重合)，

所以 AH=AH’，BH’=DH，AH’⊥AH

设AG=a，GB=b，AE=c，ED=d，则

a+b=c+d （1）

bd=2ac （2）

由（1）得 b-d=c-a，平方得到 b2+d2-2bd=c2-2ac+a2,

即 b2+d2= c2-2ac+a2+2bd (3)

将（2）代入（3）得到： b2+d2 = （c+a）2  （4）

由勾股定理得到：

FH2=FC2+HC2=d2+b2  （5）

由（4）和（5）得到 ： FH=a+c=DH+BF=BH’+BF=H’F

在△FAH’和△FAH中：

AH’=AH，FH’=FH，AF=AF

所以△FAH’≌△FAH

故 ∠H’AF=∠HAF=90°/2=45°

1. 甲容器盛有6升纯酒精，乙容器盛有10升纯清水，两个容器均未装满，**还可以盛下同样体积的溶液**。现在从乙中倒水给甲直至加满；混合后再从甲中倒混合液给乙，直至加满。此时乙容器中酒精的体积含量为25%，问此时甲中酒精的体积含量为百分之几？

【解】

如何理解：，**还可以盛下同样体积的溶液？**

逆向思维，甲容器总容量为12升，乙容器总容量为20升；

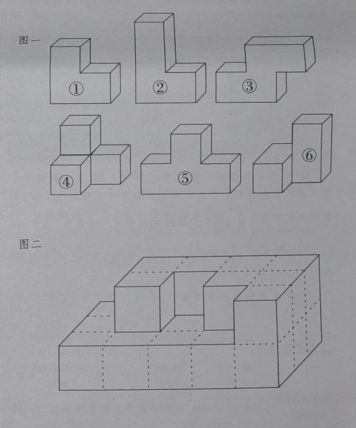
最终状态是乙容器中有酒精为：25%x20=5升，

原来只有甲容器中有酒精6升，

所以甲容器最后只剩下6-5=1升酒精，

题目不清。

1. 利用下图1-6的立体图形，分别使用3个到4个棱长为1的小正方体组成的，用它们如何可以拼出图二中的长方体，每个正方体用且只可用一次，可翻折拼接。在图二中用粗线条画出你的拼法，并标出立体图形的编号。



翔文学习 数学频道



QQ: 2254 2374 33

Email: [xiangwenjy@gmail.com](mailto:xiangwenjy@gmail.com)