

24点计算题讲义

班级_____姓名_____学号_____

小学四年级数学《24点计算题》

翔文数学 © kumath@outlook.com

属于棋牌类益智游戏，要求结果等于二十四。

这个游戏用扑克牌更容易来开展。拿一副牌，抽去大小王后(初练也可以把J/Q/K也拿去)，剩下1~10这40张牌(以下用1代替A)。

任意抽取4张牌(称为牌组)，用加、减、乘、除(可加括号)把牌面上的数算成24。每张牌必须且只能用一次。

24点的技巧

1、利用 $3 \times 8 = 24$ 、 $4 \times 6 = 24$ 求解

把牌面上的四个数想办法凑成3和8、4和6，再相乘求解。

如3、3、6、10可组成 $(10 - 6 \div 3) \times 3 = 24$ 等，

又如2、3、3、7可组成 $(7 + 3 - 2) \times 3 = 24$ 等，

实践证明，这种方法是利用率最大、命中率最高的一种方法。

2、利用0、11的运算特性求解

如3、4、4、8可组成 $3 \times 8 + 4 - 4 = 24$ 等，

又如4、5、J、K可组成 $11 \times (5 - 4) + 13 = 24$ 等。

3、在有解的牌组中，用得最为广泛的是以下六种解法

我们用 a 、 b 、 c 、 d 表示牌面上的四个数。

① $(a - b) \times (c + d)$, $(10 - 4) \times (2 + 2) = 24$ 等;

② $(a + b) \div c \times d$, $(10 + 2) \div 2 \times 4 = 24$ 等;

③ $(a - b \div c) \times d$, $(3 - 2 \div 2) \times 12 = 24$ 等;

④ $(a + b - c) \times d$, $(9 + 5 - 2) \times 2 = 24$ 等;

⑤ $a \times b + c - d$, $11 \times 3 + 1 - 10 = 24$ 等;

⑥ $(a - b) \times c + d$, $(4 - 1) \times 6 + 6 = 24$ 等。

如何解决运算优先级问题

设四张牌为 a 、 b 、 c 、 d ，代表4个数，运算符为①、②、③，代表3个数学运算符号。

代数表达式为 $a①b②c③d$ 。

这3个运算符的运算顺序有 $3! = 6$ 种，分别是：

1. ①②③ 2. ①③② 3. ②①③ 4. ②③① 5. ③①② 6. ③②①

等价的表达式分别是：

1. $((a①b)②c)③d$ 2. $(a①b)②(c③d)$ 3. $(a①(b②c))③d$

4. $a①((b②c)③d)$ 5. $(a①b)②(c③d)$ 6. $a①(b②(c③d))$

24点的概率

需要说明的是：经计算机准确计算，随机的4个1—13的整数(数字可重复)中，能够算得24的概率约为79.1814%。

24点计算量估算

对一个给定的四个不同数，有：

(1) 4个数的全排列为 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(2) 4个运算符号，可重复取3个的取法，用乘法原理可得有 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ 种

(3) 考虑优先级，每种运算式中，有 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 种不同的运算优先级

(4) 故4个数，运用4种运算符号的四则运算，最多有 $4! \times 4^3 \times 3! = 9216$ 种。

这点计算量，对于计算机来说微不足道，很快能够算出来。

24点的例题

例题1： 3、3、8、8

解法 $8/(3 - 8/3) = 24$

按第一种方法来算，我们有 8 就先找 3，你可能会问这里面并没有 3，其实除以 $1/3$ ，就是乘3。

例题2： 5、5、5、1

解法 $5 \times (5 - 1/5)$

这道题型比较特殊， $5 \times 4.8 = 5 \times \frac{24}{5}$ 算是比较少见，

一般的简便算法都是 3×8 ， 2×12 ， 4×6 ， $15 + 9$ ， $25 - 1$ ，但 5×4.8 也是其中一种。

24点的习题

(1) 2 3 5 6 (2) 2 7 9 10 (3) 2 7 10 10 (4) 2 8 8 8

(5) 2 8 10 10 (6) 2 9 10 10 (7) 2 8 8 9 (8) 2 8 8 10

(9) 2 8 9 9 (10) 2 8 9 10 (11) 3 3 3 9 (12) 3 3 3 10

(13) 3 3 3 3 (14) 3 3 3 4 (15) 3 3 3 5 (16) 3 3 3 6

(17) 3 3 3 7 (18) 3 3 3 8 (19) 5 5 5 1 (20) 4 4 10 10

24点习题答案

$$(1) [2-(3-5)] \times 6 = 24$$

$$(4) ((2 \times (8+8)) - 8) = 24$$

$$(7) ((2-(8-9)) \times 8) = 24$$

$$(10) ((2 \times (8+9)) - 10) = 24$$

$$(13) ((3 \times (3 \times 3)) - 3) = 24$$

$$(16) ((3 \times (3+3)) + 6) = 24$$

$$(19) 5(5-1/5) = 24$$

$$(2) ((7-(2-9)) + 10) = 24$$

$$(5) ((2+(10/10)) \times 8) = 24$$

$$(8) ((8-(2-8)) + 10) = 24$$

$$(11) ((9-(3/3)) \times 3) = 24$$

$$(14) ((3 \times (3+4)) + 3) = 24$$

$$(17) ((7+(3/3)) \times 3) = 24$$

$$(20) (10 \times 10 - 4) \div 4 = 24$$

$$(3) ((2 \times (7+10)) - 10) = 24$$

$$(6) ((9+(10/2)) + 10) = 24$$

$$(9) ((2+(9/9)) \times 8) = 24$$

$$(12) ((3 \times (10-3)) + 3) = 24$$

$$(15) ((3 \times 3) + (3 \times 5)) = 24$$

$$(18) ((3+(3-3)) \times 8) = 24$$

多解: 2, 3, 5, 6

$$2 \times 3 \times 5 - 6 = 24$$

$$(3+5) \div (2 \div 6) = 24$$

$$6 \div [2 \div (3+5)] = 24$$

$$[(2-3)+5] \times 6 = 24$$

$$2 \times 6 \times (5-3) = 24$$

$$(3+5) \div 2 \times 6 = 24$$

$$6 \div 2 \times (3+5) = 24$$

$$3 \times (6 \div 2 + 5) = 24$$

$$(2+5-3) \times 6 = 24$$

$$(3+5) \times 6 \div 2 = 24$$

$$6 \times [(5-3)+2] = 24$$

很多解: 3, 4, 4, 8

$(4/4) \times (3 \times 8) = 24,$	$8 + ((4 \times 3) + 4) = 24,$	$(4 \times (3 \times 8))/4 = 24,$	$(4 \times 8)/(4/3) = 24,$
$(8/4) \times (4 \times 3) = 24,$	$(8 - (4 - 4)) \times 3 = 24,$	$(3 \times 4) + (8 + 4) = 24,$	$4 - ((3 - 8) \times 4) = 24,$
$3 \times ((8/4) \times 4) = 24,$	$(3/(4/8)) \times 4 = 24,$	$(8 + 4) + (4 \times 3) = 24,$	$(3 \times 4)/(4/8) = 24,$
$3/((4/4)/8) = 24,$	$((3 \times 8) - 4) + 4 = 24,$	$((4 \times 8)/4) \times 3 = 24,$	$8 + ((3 \times 4) + 4) = 24,$
$(4 + (3 \times 4)) + 8 = 24,$	$(8/(4/3)) \times 4 = 24,$	$(4 - (4 - 8)) \times 3 = 24,$	$(8 \times 3)/(4/4) = 24,$
$(8 \times 4)/(4/3) = 24,$	$((8 \times 3) - 4) + 4 = 24,$	$(3 \times 8) - (4 - 4) = 24,$	$3 \times ((8 - 4) + 4) = 24,$
$4/((4/3)/8) = 24,$	$4/((4/8)/3) = 24,$	$3 \times ((4/4) \times 8) = 24,$	$3 \times ((8 \times 4)/4) = 24,$
$(4 + 8) + (4 \times 3) = 24,$	$(4 + (4 \times 3)) + 8 = 24,$	$3 \times ((4 - 4) + 8) = 24,$	$((3 \times 4)/4) \times 8 = 24,$
$(4 + 8) + (3 \times 4) = 24,$	$4 + ((3 \times 4) + 8) = 24,$	$3 \times ((8 + 4) - 4) = 24,$	$(8 + (4 - 4)) \times 3 = 24,$
$8/((4/4)/3) = 24,$	$(4 + (8 \times 3)) - 4 = 24,$	$((4 \times 8) \times 3)/4 = 24,$	$(4 \times 3) + (4 + 8) = 24,$
$((4 \times 3) + 4) + 8 = 24,$	$(8 \times (4 \times 3))/4 = 24,$	$((4 - 4) + 8) \times 3 = 24,$	$4 + ((4 \times 3) + 8) = 24,$
$(3 \times 8) \times (4/4) = 24,$	$3 \times ((4 + 8) - 4) = 24,$	$(3 \times (8 \times 4))/4 = 24,$	$(4 \times 3)/(4/8) = 24,$
$(3 \times 4) \times (8/4) = 24,$	$(4 \times (8/4)) \times 3 = 24,$	$3/((4/8)/4) = 24,$	$((8/4) \times 4) \times 3 = 24,$
$((8/4) \times 3) \times 4 = 24,$	$(4 \times (8 \times 3))/4 = 24,$	$(4 \times 3) \times (8/4) = 24,$	$(3 \times (8/4)) \times 4 = 24,$
$4 + ((3 \times 8) - 4) = 24,$	$(3/4) \times (8 \times 4) = 24,$	$(3 \times (4 \times 8))/4 = 24,$	$((4 \times 3)/4) \times 8 = 24,$
$((4 + 8) - 4) \times 3 = 24,$	$((4 - 4) + 3) \times 8 = 24,$	$((3/4) \times 8) \times 4 = 24,$	$8 \times ((3 \times 4)/4) = 24,$
$((3/4) \times 4) \times 8 = 24,$	$((3 \times 8)/4) \times 4 = 24,$	$((3 \times 8) \times 4)/4 = 24,$	$((4/4) \times 3) \times 8 = 24,$
$4 + ((8 - 3) \times 4) = 24,$	$4 + ((8 \times 3) - 4) = 24,$	$((4/4) \times 8) \times 3 = 24,$	$((3 \times 4) + 4) + 8 = 24,$
$(4 - (4 - 3)) \times 8 = 24,$	$(4/(4/3)) \times 8 = 24,$	$(3 \times (4/4)) \times 8 = 24,$	$(4 - 4) + (8 \times 3) = 24,$
$(8 + 4) + (3 \times 4) = 24,$	$((8 \times 4)/4) \times 3 = 24,$	$((8 - 4) + 4) \times 3 = 24,$	$(3/4) \times (4 \times 8) = 24,$
$(3 \times 8)/(4/4) = 24,$	$((8 \times 3) \times 4)/4 = 24,$	$3 \times ((4 \times 8)/4) = 24,$	$8 \times ((3 + 4) - 4) = 24,$
$(3/(4/4)) \times 8 = 24,$	$4 \times ((3/4) \times 8) = 24,$	$(8 \times (3/4)) \times 4 = 24,$	$3 \times ((4 \times 4) - 8) = 24,$
$(4/(4/8)) \times 3 = 24,$	$((3 \times 8) + 4) - 4 = 24,$	$(4/4) \times (8 \times 3) = 24,$	$((3 \times 4) + 8) + 4 = 24,$
$(4 + (8 - 4)) \times 3 = 24,$	$((4 \times 4) - 8) \times 3 = 24,$	$((8 \times 4) \times 3)/4 = 24,$	$(4 \times 3) + (8 + 4) = 24,$
$4 \times ((3 \times 8)/4) = 24,$	$((3 \times 4) \times 8)/4 = 24,$	$((8 - 3) \times 4) + 4 = 24,$	$(8 \times 4) \times (3/4) = 24,$
$(8 \times 3) \times (4/4) = 24,$	$((4 \times 3) \times 8)/4 = 24,$	$(8/4) \times (3 \times 4) = 24,$	$8 \times ((3/4) \times 4) = 24,$
$(4 \times (8 - 3)) + 4 = 24,$	$((3 + 4) - 4) \times 8 = 24,$	$8 \times ((4/4) \times 3) = 24,$	$(8 + (3 \times 4)) + 4 = 24,$
$4 \times ((8 \times 3)/4) = 24,$	$(3 + (4 - 4)) \times 8 = 24,$	$(8/(4/4)) \times 3 = 24,$	$((8 + 4) - 4) \times 3 = 24,$
$(3 - (4 - 4)) \times 8 = 24,$	$(4 - 4) + (3 \times 8) = 24,$	$((8 \times 3) + 4) - 4 = 24,$	$8 \times ((4 - 4) + 3) = 24,$
$(8 + (4 \times 3)) + 4 = 24,$	$8 \times ((4 + 3) - 4) = 24,$	$(8 \times (4/4)) \times 3 = 24,$	$((4 + 3) - 4) \times 8 = 24,$
$(8 \times 3) - (4 - 4) = 24,$	$(4 \times 8) \times (3/4) = 24,$	$((8 \times 3)/4) \times 4 = 24,$	$(4 \times (3/4)) \times 8 = 24,$
$(8 \times (3 \times 4))/4 = 24,$	$8 \times ((4 \times 3)/4) = 24,$	$(4 + (3 \times 8)) - 4 = 24,$	$(3 \times 4) + (4 + 8) = 24,$
$4 \times ((8/4) \times 3) = 24,$	$((3 - 4) + 4) \times 8 = 24,$	$8/((4/3)/4) = 24,$	$(3 \times 8) + (4 - 4) = 24,$
$(8 \times 3) + (4 - 4) = 24,$	$8 \times ((3 - 4) + 4) = 24,$	$((4 \times 3) + 8) + 4 = 24,$	$(4 + (3 - 4)) \times 8 = 24$