第四篇

机械波、波动光学

第一章 振动

振动:任何物理量随时间做周期性变化都叫做振动。例如,位矢、电流、电压、电场、磁场、密度等。

机械振动:物体在某位置附近来回运动叫机械振动。

简谐振动:物理量按余(正)弦规律随时间变化,叫简谐振动。

说明:最简单的振动是简谐振动,任何振动都可由简谐振动合成得到。

一、弹簧振子的运动特征

弹性力 $F=-kx=ma$,另 $\omega^2=k/m$,

得到简谐振动微分方程:$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$ 此微分方程可用来判断简谐振动。

其解为简谐振动运动函数:$x=A\cos(\omega t+\varphi)$,其中 A,φ为待定系数。

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)\ ;\ a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)$$

二、特征量

1)振幅 A:表征振动的强度。振幅 A 决定于振动的能量(E = kA2/2 = m ω2A2/2)。

2)角频率ω:表征振动的快慢。单位 rad / s 或 s—1。角频率是振子的固有物理属性。

$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$ 其中 T 为周期,单位为 s;v 为频率,单位为 s—1 或 Hz。

3)初相 φ:t = 0 时刻的相位。相位指 ωt + φ。φ取[0—2 π]或[—π—π]

说明:在一个周期中,x 和 v 不是一一对应的,而相位和运动状态是一一对应的

三、确定特征量的方法

1) $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$, $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, $T=\frac{1}{\nu}$

2)A,φ由初始条件确定,或由任意时刻的位移、速度确定。已知 t = 0 时,x = x0, v = v0，得到

$$x_0 = A\cos\varphi\ ;\ v_0 = -\omega A\sin\varphi\ 。所以：A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}\ ;\ \tan\varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0}$$

利用第二个公式求 φ得出两个值，而利用两个公式 $\cos\varphi = \frac{x_0}{A}$， $\sin\varphi = -\frac{v_0}{\omega A}$ 则求出唯一正确的值。

四、简谐振动的能量

本节以弹簧振子为例来计算简谐振动的能量。任意时刻振子的位移和速度分别为：

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)\ ;\ v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)\ 。$$

弹性势能和动能分别为：

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\ \sin^2(\omega t + \varphi)\ ;\ E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\ \cos^2(\omega t + \varphi)$$

利用ω2=k/m，得：$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2 \propto A^2$。

可见振子机械能守恒.另外，振动能量与振幅的平方成正比。这个结论适用于所有简谐振动，不限于弹簧振子。

五、同一直线上的简谐振动的合成

实际上经常遇到质点同时参与两个振动的问题。例如两列声波同时到达某一点，或者水面上的一个飘浮物同时参与从两个不同地点传来的波动。这就是振动的合成或叠加问题。现只讨论最简单的情况：同一直线上两个或多个同频率的振动的合成。

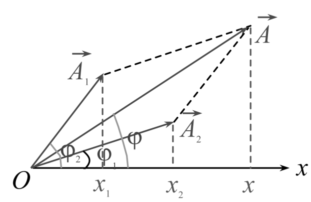
(一)两个振动的合成

设质点同时参与沿 x 方向的两个振动：

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)\ ;\ x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

任意时刻质点的坐标等于它们之和：

$$x = x_1 + x_2$$



可用旋转矢量法来求这一合振动：

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\tan\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

下面讨论几种特殊情况：

1) $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ ，(k=0，±1，±2，…)

即两个振动同位相，这时合振幅最大：A＝A1＋A2。相互加强

2）$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$，（k＝0，±1，±2，…）

即两个振动反相，这时合振幅最小：A＝|A1－A2|。相互消弱

特别是当A1＝A2时，A＝0，两个振动叠加的结果是质点不动。

3）一般情况：$A_1 + A_2 > A > |A_1 - A_2|$

（二）多个振动的合成

多个同方向同频率简谐运动合成仍为简谐运动

（三）两个同方向不同频率简谐运动的合成 拍现象

频率较大而频率之差很小的两个同方向简谐运动的合成，其合振动的振幅时而加强时而减弱的现象叫拍。

六、阻尼振动

由于阻力作用而不断损失能量的振动叫阻尼振动。

当振子速度较小时，介质阻力为 $F_r = -Cv$，$-kx - Cv = ma$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + C\frac{dx}{dt} + kx = 0 \text{ 即：} \frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

其中固有角频率：$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$；阻尼系数：$\delta = C/2m$

$$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\,t + \varphi)$$

1）欠阻尼：当阻尼较小时，$\omega_0^2 > \delta^2$，阻尼使振动频率小于固有频率 ω0，使振幅不断减小。

2）过阻尼：当阻尼过大时，$\omega_0^2 < \delta^2$，振子以非周期运动回到平衡位置。

3）临界阻尼：当阻尼使 $\omega_0^2 = \delta^2$ 时，振子刚好能做非周期运动，回到平衡位置时间最短。电流表指针止振需要这种阻尼。

七、受迫振动

对阻尼振子施加周期性外力（驱动力），补充振子损失能量，使振子恢复等幅振动。

$m\dfrac{d^2x}{dt^2} + C\dfrac{dx}{dt} + kx = F\cos\omega_p t$，等式右边为驱动力

另固有角频率：$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$；阻尼系数：$\delta = C/2m$；$f = F/m$，得：

$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\,t + \varphi) + A\cos(\omega_p t + \psi)$；$A = \dfrac{f}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_p^2) + 4\delta^2\omega_p^2}}$；$tg\psi =$

$\frac{-2\delta\omega_p}{\omega_0^2-\omega_p^2}$。

1)包含两个振动,前者逐渐减弱消失,后者为振子达稳定状态的终解(等幅振动)。

2)$\omega_0=\omega_p$ 时,A 达极大值(共振)。

第二章　机械波

一定扰动的传播称为波动，简称波。例如，

机械波：机械扰动在介质中的传播。声波、超声波、次声、水波、地震波等。

电磁波：变化电场和变化磁场在空间的传播。无线电波、光波、X 射线、γ射线等。

行波：扰动的传播。例如脉冲波、简谐波。这里是扰动在传播，介质并没有沿传播方向迁移。

简谐振动的传播叫做简谐波，它是最简单的波。

一、机械波的形成

机械波 ：机械振动在弹性介质中的传播。产生条件：1)波源；2)弹性介质。

二、横波与纵波

横波：质元的运动方向与传播方向垂直（仅在固体中传播 ）。特征：具有交替出现的波峰和波谷。

纵波：质元的运动方向与传播方向在一条直线上（可在固体、液体和气体中传播）。特征：具有交替出现的密部和疏部.

三、波长、波的周期和频率、波速

波形图：当 t 固定，波函数就给出 y 与 x 的函数关系，它表示的是该时刻的波形。

波长：沿波的传播方向，两个相邻的、相位差为 2π 的振动质点之间的距离，即一个完整波形的长度。

周期：波前进一个波长的距离所需要的时间。

频率：周期的倒数，即单位时间内波动所传播的完整波的数目。

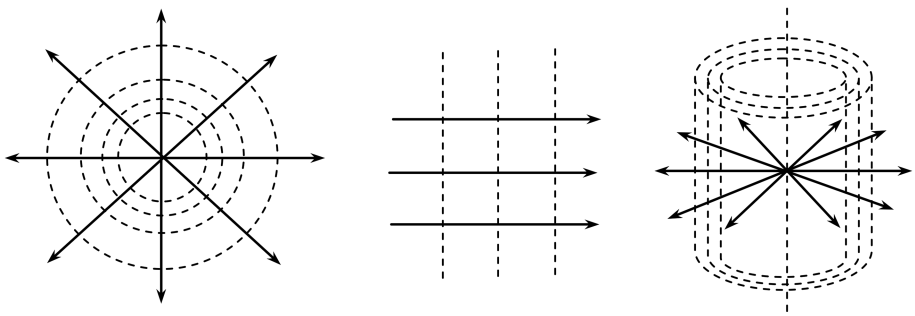
波速：波动过程中，某一振动状态（即振动相位）单位时间内所传播的距离（相速）。$u=\dfrac{\lambda}{T}=\lambda\nu$

周期或频率只决定于波源的振动！波速只决定于媒质的性质！

四、波线、波面、波前

如果波源是一个点，波均匀地相四面八方传播，就形成球面波，如图。由对称性可知，与波源等距离的各点振动的相位都相同。相位相同的点构成的面叫波面。球面波的波面是一系列同心圆。传播方向最前方的波面称为波阵面。从波源发出沿传播方向的射线称为波线。

除了球面波外，还有平面波，柱面波等，它们的波面和波线如图所示。



五、平面简谐波的波函数

简谐波：在均匀的、无吸收的介质中，波源作简谐运动时，在介质中所形成的波。

平面简谐波：波面为平面的简谐波。

介质中任一质点（坐标为 x）相对其平衡位置的位移（坐标为 y）随时间的变化关系，即 y=y(x，t) 称为波函数。波函数的一般形式为：$y=A\cos(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi)$

六、波函数的物理意义

1）当 x 固定时，波函数表示该点的简谐运动方程，并给出该点与点 O 振动的相位差。

2）当 t 一定时，波函数表示该时刻波线上各点相对其平衡位置的位移，即此刻的波形。

3）相位差和波程差。

七、波动能量的传播

当机械波在媒质中传播时，媒质中各质点均在其平衡位置附近振动，因而具有振动动能。

同时，介质发生弹性形变，因而具有弹性势能，以一列绳线上的横波为例分析波动能量的传播。

体积元在平衡位置时，动能、势能和总机械能均最大。

体积元在位移最大处时，三者均为零。

波动是能量传递的一种方式。

八、波的能流和能流密度

1)由计算可见,质元弹性势能最大的时刻,也是其动能最大的时刻,两者总是同时达到最大,同时等于0。这一点与一排独立的振子不同,对每个独立振子来说,势能最大时,动能为0,动能最大时,势能为0。

2)质元动能和势能最大的时刻,位移等于0,即正好通过平衡位置,而在正负最大位移,动能和势能都等于0。

3)动能与势能之和,即机械能为:$\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_p=\rho\Delta VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$;

单位体积内的能量,即能量密度为:$w=\frac{\Delta E}{\Delta V}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$;

一个波长范围内有两处能量密度的极大值,分别位于最密和最疏处。

4)能量密度极大值的移动速度可由ω($t-x/u$)=(2k+1)·$\frac{\pi}{2}$求微分得到:$\frac{dx}{dt}=\frac{\omega}{\omega/u}=u$,这就是说对简谐波来说,能量的传输速率等于相速。

)能量密度在一个周期内的平均值叫平均能量密度,用$\bar{w}$表示:$\bar{w}=\frac{1}{T}\int_0^T wdt=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$

6)单位时间内通过单位垂直面的能量叫能流密度,用I表示:$I=\bar{w}u=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$,它反映了波的强度。

九、声强级、超声波和次声波

在弹性介质中传播的机械纵波,一般统称为声波。

可闻声波:20 ～ 20000 Hz;次声波:低于 20 Hz;超声波:高于 20000 Hz。

声强:声波的能流密度。

声强级:人们规定声强 I0 相当于频率为 1000 Hz 的声波能引起听觉的最弱的声强为测定声强的标准。如某声波的声强为 I,则比值 I/I0 的对数,叫做相应于 I 的声强级 LI。

十、惠更斯原理

介质中波动传播到的各点都可以看作是发射子波的波源,而在其后的任意时刻,这些子波的包络就是新的波前,这就是惠更斯原理。

波的衍射:波在传播过程中遇到障碍物时,能绕过障碍物的边缘,在障碍物的阴影区内继续传播。

十一、波的衍射

波在传播过程中遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘，在障碍物的阴影区内继续传播。

十二、波的干涉

1)波的叠加原理：

几列波相遇之后，仍然保持它们各自原有的特征(频率、波长、振幅、振动方向等)不变， 并按照原来的方向继续前进，好象没有遇到过其他波一样。(独立性)

在相遇区域内任一点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和。(叠加性)

2)波的干涉：

频率相同、振动方向平行、相位相同或相位差恒定的两列波相遇时，使某些地方振动始终加强，而使另一些地方振动始终减弱的现象，称为波的干涉现象。

十三、驻波

振幅、频率、传播速度都相同的两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时叠加而形成的一种特殊的干涉现象.

当波从波疏介质垂直入射到波密介质，被反射到波疏介质时形成波节. 入射波与反射波在此处的相位时时相反，即反射波在分界处产生 pi 的相位跃变，相当于出现了半个波长的波程差，称半波损失。

十四、多普勒效应

波源或观察者相对于介质运动，使观察者接受到的波的频率发生变化的现象称为多普勒效应。

第三章　波动光学

第一节　光波的干涉

一、相干光

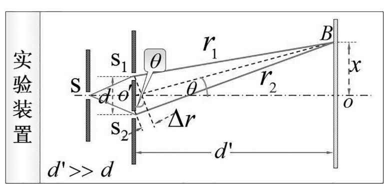
普通光源发光特点：原子发光是断续的，每次发光形成一长度有限的波列，各原子各次发光相互独立，各波列互不相干。

相干光的产生：

分波阵面法：(杨氏双缝干涉实验、菲涅尔双棱镜实验、菲涅尔双面镜实验、劳埃德镜实验)

分振幅法：(薄膜干涉、劈尖干涉、牛顿环、迈克尔逊干涉仪)

二、杨氏双缝干涉实验



明纹条件：$d\sin\theta=\pm k\lambda, k=0, 1, 2, \ldots$

暗纹条件：$d\sin\theta=\pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2}, k=1, 2, \ldots$

条纹间距：$\Delta x=\dfrac{d'\lambda}{d}$

三、光程和光程差

光程：媒质折射率与光的几何路程之积：nr

物理意义：光程就是光在媒质中通过的几何路程，按波数相等折合到真空中的路程。

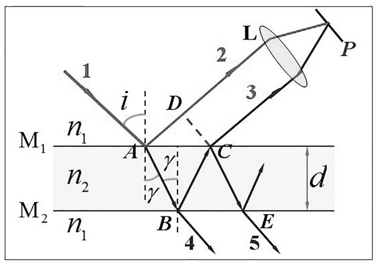
光程差：两光程之差。

注意透镜不引起附加的光程差。

四、劳埃德镜

半波损失：光从光速较大的介质射向光速较小的介质时反射光的相位较之入射光的相位跃变了 π，相当于反射光与入射光之间附加了半个波长的波程差，称为半波损失

五、等倾干涉



反射光的光程差 $\Delta_r = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$

此式表明，光程差决定于倾角 i。凡是入射角 i 相等的光线分成的两条相干光，都有相同的光程差，因而有相同的明暗。

明环条件：$2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ ， $k = 1,2,\cdots$

暗环条件：$2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ， $k = 0,1,2,\cdots$

等倾干涉条纹是一组内疏外密的圆环，薄膜厚度越薄，条纹间距越大。可用于增透膜和增反膜。

六、等厚干涉

(一)劈尖

例如竖直放置的肥皂膜，由于重力的作用，形成上薄下厚的劈形膜，其截面如图所示，用两块玻璃还可以形成劈形空气膜。经计算：$\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$；如果 $\Delta = k\lambda$，$k = 1,2,\cdots$ 明纹，$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$，$k = 0,1,\cdots$ 暗纹。

1)d=0 时，为暗条纹。

2)相邻明纹(暗纹)间的厚度差：$d_{i+1} - d_i = \frac{\lambda}{2n} = \frac{\lambda_n}{2}$ 。

3)条纹间距(明纹或暗纹)：$b=\dfrac{\lambda}{2n\theta}$。

4)劈尖干涉的应用:侧波长、测折射率、测微小角度、测薄膜厚度、测工件表面平整度。

(二) 牛顿环

一平凸透镜反放在一平板玻璃上,形成空气劈.用单色光垂直照射,产生的等厚条纹为同心圆环,中央为一黑斑(对于反射光),光程差：$\delta=2e+\dfrac{\lambda}{2}$。明纹条件：$2e+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda$，$k=1,2,\ldots$;暗纹条件：$2e+\dfrac{\lambda}{2}=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$，　$k=0,1,2,\ldots$

特征:1.外面的环级次高;

2.外面的环密,里面的环疏,这是因为外面对应于大的劈角,里面对应于小的劈角;

3.从反面可看到透射光形成的牛顿环,与反射光的牛顿环正好明暗相反。

七、迈克耳孙干涉仪

1)原理;2)应用。

第二节　光波的衍射

一、衍射现象

1)衍射又称绕射,即光绕到障碍物的几何阴影中去的现象.例如单缝,小孔,不透光圆屏(几何阴影周围有条纹,屏较远时,阴影中心出现亮斑—泊松亮斑).

2)菲涅耳衍射 (近场衍射):光源、障碍物、屏相距有限远,或三者中有两者相距有限远。

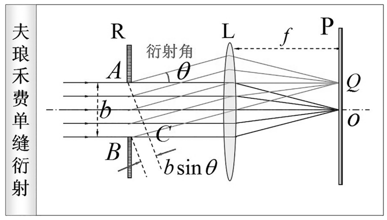
夫琅禾费衍射 (远场衍射):三者相距无限远。

利用凸透镜把平行光聚焦,等效于光源和屏无限远。夫琅禾费衍射是菲涅耳衍射的极限情况。

3)惠—费原理

惠更斯原理只说明了光的传播方向问题,没有涉及光强,惠更斯原理进一步说明了光的强度分布:衍射时波场中各点的强度,由各子波在该点的相干叠加决定.

二、夫琅禾费单缝衍射



定性讨论明暗条纹分布可采用费涅耳半波带法 $BC=b\sin\theta=\pm k\dfrac{\lambda}{2}(k=1,2,3\cdots)$

$b\sin\theta=\pm 2k\dfrac{\lambda}{2}=\pm k\lambda$ 干涉相消(暗纹).

$b\sin\theta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 干涉加强(明纹).

条纹特点

1)中央明纹（主极大）最亮,绝大部分光度都集中于此；其它亮纹（次极大）级次越高亮度越暗

2)暗纹等间距;亮纹不等间距,但随着级次升高趋近于等间距。

3)中央明纹宽度是其它明纹宽度的 2 倍。

4)k 级明纹宽度 $\Delta x_k=\dfrac{\lambda f}{b}$

三、圆孔衍射和光学仪器的分辨本领

圆孔衍射条纹的特点:中央是一个圆亮斑,称为爱里斑,约 98% 的光强集中于此。随后的亮环越来越暗,间隔不等。

瑞利判据:一个物点衍射图样的 1 级极小与另一个物点爱里斑的中心重合,这时两个物点恰能分辨。

根据这一判据,在这一临界情况下两个物点对透镜光心的张角叫做最小分辨角,最小分辨角的倒数叫做分辨本领。$\theta_0=1.22\dfrac{\lambda}{D}$

第三节　光波的偏振

一、光的偏振状态

自然光：一般光源发出的光中，包含着各个方向的光矢量在所有可能的方向上的振幅都相等(轴对称)这样的光叫自然光.自然光以两互相垂直的互为独立的(无确定的相位关系)振幅相等的光振动表示，并各具有一半的振动能量.

偏振光(线偏振光)：光振动只沿某一固定方向的光.

部分偏振光：某一方向的光振动比与之垂直方向上的光振动占优势的光为部分偏振光.

二、偏振光的获得与检验

由非偏振光（自然光）获得偏振光的过程叫起偏。

起偏的方法

1)利用偏振片；

2)利用反射和折射。

偏振片：某些有机晶体让某一方向的光振动通过，对与它垂直方向的光振动强烈吸收而不通过。通过的光振动的方向叫偏振化方向。

检验光的偏振化状态的过程叫检偏。

三、检偏的特点

1)如果光是自然光，则转动偏振片时，透过光的光强不变。

2)如果光是线偏振光，则转动偏振片时，有一个方向透过的光强最强，与这个方向垂直的方向上，光强为零，透光最强的方向就是入射光的偏振方向。

3)如果光是部分偏振光，则转动偏振片时，光强也有变化，但没有光强为零的方向。

4)偏振片不能区分自然光和圆偏振光，也不能区分部分偏振光和椭圆偏振光。

四、马吕斯定律

线偏振光，透过检偏片后，透射光的强度(不考虑吸收)为 $I = I_0 \cos^2\alpha$ 。(θ 是入射线偏振光的光振动方向和偏振片偏振化方向之间的夹角。)

五、反射光和折射光的偏振

当光在两种媒质的分界面上发生反射和折射时，光的偏振状态要发生变化。

1)当入射光为自然光时,反射光和折射光一般都是部分偏振光。反射光中垂直于入射面的成分较强,折射光中平行于入射面的成分较弱。

2)当入射角等于布儒斯特角i0时,反射光成为线偏振光,折射光仍是部分偏振光。布儒斯特角也叫起偏角,当入射角等于i0时,反射光⊥折射光。

六、双折射现象

双折射现象:一束光线通过折射后分为两束的现象。

寻常光线(o光):服从折射定律的光线.

非常光线(e光):不服从折射定律的光线(一般情况,非常光线不在入射面内).

光轴:当光在晶体内沿某个特殊方向传播时不发生双折射,该方向称为晶体的光轴。

单轴晶体:只有一个光轴的晶体

双轴晶体:有两个光轴的晶体

主截面:晶体中光的传播方向与晶体光轴构成的平面

实验表明:

1)o光和e光都是线偏振光,但光矢量的振动方向不同,o光的振动方向垂直于自己的主截面,而e光的振动平行于自己的主截面。

2)当光轴在入射面内时,o光与e光的主截面相重合,o光与e光的振动方向相互垂直。

在一般情况下,o光与e光的振动方向并不完全垂直。

第五篇

狭义相对论和量子力学部分