

# 目录

第一篇 数学运算方法篇.....	1
第一章 方程法.....	1
第二章 特值法.....	4
第三章 比例法.....	7
第四章 盈亏法.....	10
第五章 整除与代入排除.....	13
第二篇 数学运算题型篇.....	17
第一章 计算问题.....	17
第二章 行程问题.....	21
第三章 工程问题.....	25
第四章 利润问题.....	28
第五章 排列组合问题.....	31
第六章 概率问题.....	34
第七章 极值问题.....	38
第八章 几何问题.....	42
第九章 容斥问题.....	46
强化练习-数学篇.....	49
第一节 行程问题.....	49
第二节 工程问题.....	58
第三节 利润问题.....	61
第四节 排列组合.....	63
第五节 概率问题.....	65
第六节 极值问题.....	66
第七节 容斥问题.....	69
第八节 几何问题.....	73
第九节 统筹问题.....	84

---

# 第一篇 数学运算方法篇

## 第一章 方程法

### 一、知识要点

#### ◆ 常考考点

普通方程：

不定方程：

### 二、经典例题

例 1：某小区物业公司要招聘保安与园林保护人员共 10 人，保安人员每月的工资为 1000 元，园林保护人员每月工资 2000 元。若园林保护人员的工资总支出是保安人员工资总额的一半，则保安人员的招聘人数比园林保护人员多（ ）人。

A.6                      B.5                      C.4                      D.2

例 2：甲乙两名同学负责将本专业同学的成绩单装到信封中，已知甲乙两人每小时装入的成绩单数量为 29 个，同时甲 2 小时装入的数量比乙 5 小时装入的数量还多 2 个，则乙每小时装入的数量为（ ）。

A.7                      B.8                      C.9                      D.21

例 3：某单位向希望工程捐款，其中部门领导每人捐 50 元，普通员工每人捐 20 元，某部门所有人员共捐款 320 元，已知该部门总人数超过 10 人，问该部门可能有几名部门领导？

A.1                      B.2                      C.3                      D.4

---

### 三、实战演练

1.某公司为了增加员工凝聚力,将 276 名员工分成三个组搞活动,第一组与第二组的人数之比是 4:5,第二组比第三组多 4 人。第三组有( )人。

- A.96                      B.93                      C.92                      D.91

2.一名工人加工一批产品,假设每加工出一件正品,获得报酬 8 元,每加工出一件次品,扣除罚款 15 元。如果这天他加工的正品是次品的 6 倍,获得报酬 165 元,那么他这天加工出的次品有( )件。

- A.3                      B.4                      C.5                      D.6

3.在高架桥上用绳子测量高架桥的高度,把绳子对折垂到地面时尚余 10 米,把绳子三折垂到地面时尚余 2 米,则高架桥高度和绳长分别是:

- A.13 米和 46 米                      B.14 米和 48 米  
C.15 米和 50 米                      D.16 米和 52 米

4.一瓶 5%的氯化钾溶液敞开盛放后若干天,变成了 12%的溶液,现往瓶内加 300 克 6%的溶液,混合后变成了 8%的氯化钾溶液,原 5%的溶液重( )克。

- A.360                      B.480                      C.600                      D.720

5.小李 2007 年买的一套房子现在价格上涨了 80%。因工作调动到另一城市,小李把房子按现价九折卖掉。扣除成交价 5%的交易费用后,比买房时赚了 26.95 万元。那么,小李买房子花了( )万元。

- A. 53.9                      B. 42.95                      C.50                      D.100

6.某养鸡场出售每千克鸡蛋毛利 0.8 元时,每日能卖出 1620 千克,每千克毛利 1.2 元时,每日能卖出 1000 千克。如果两种情况的销售收入比为 3:2,则每千克鸡蛋的成本是多少?

- A. 4.2 元                      B. 4.4 元                      C. 4.6 元                      D. 4.8 元

7.培训学校为吸引更多学生暑假来本校学习,规定 10 次课程以下每次收费 60 元,超出 10 次课部分每次课收费略低一些。已知小强和小林两个人分别缴费 1095 元、780 元,小强学习次数比小林多了 50%,那么,超出 10 次课部分每次收费比 10 次课以内的低( )元。

- A. 15                      B.25                      C.35                      D.45

---

8.桌上有甲乙两个水果篮，甲篮里有苹果 40 个，梨 10 个，乙篮里有苹果 33 个，梨 47 个，从乙篮里去取出一些水果放入甲篮，发现甲篮里的苹果和梨的数量之比变为 7 : 3，乙篮变为 2 : 3，则从乙篮中共取出了（ ）个水果放入甲篮。

- A. 15                      B. 20                      C. 25                      D. 30

9.A、B 两桶中共装有 108 公斤水。从 A 桶中取出  $\frac{1}{4}$  的水倒入 B 桶，再从 B 桶中取出  $\frac{1}{4}$  的水倒入 A 桶，此时两桶中水的重量刚好相等。问 B 桶中原来有多少公斤水？

- A. 42                      B. 48                      C. 50                      D. 60

10. 受原材料降价影响，某品牌汽车生产商今年每辆车的成本比去年降低 10%，虽然售价也比去年下降 5%，但利润却上涨 10%，则去年每辆车的成本和售价之比是：

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{5}$

11.小明 100 元买 100 只鸡，已知母鸡 5 元 1 只，公鸡 3 元 1 只，雏鸡 1 元 3 只，问小明最多能买多少只母鸡？

- A. 14                      B. 12                      C. 8                      D. 4

12.某超市售货员要将 100 个苹果进行二种包装，大包装盒每个装 10 个，小包装盒每个装 6 个，共用了 10 多个包装盒，且刚好装完，那么这二种包装盒最多相差（ ）个。

- A. 6                      B. 10                      C. 14                      D. 18

13.一个班有 50 名学生，他们的名字都是由 2 个或 3 个字组成的。将他们平均分为两组之后，两组的学生名字字数之差为 10。此时两组学生中名字字数为 2 的学生数量之差为：

- A. 5                      B. 8                      C. 10                      D. 12

## 第二章 特值法

### 一、知识要点

#### ◆ 常考考点

什么是特值思想

特值思想的本质

特值思想的应用环境

### 二、经典例题

例 1：已知  $x-y=1$ ，则  $x^3-3xy-y^3=(\quad)$ 。

A.1

B.2

C.3

D.5

例 2：一个容器盘有一定量盐水，第一次加入适量水后，容器内盐水浓度为 3%，第二次再加入同样多水后，容器内盐水浓度为 2%，则第三次加入同样多的水后盐水浓度为：

A.0.5%

B.1%

C.1.2%

D.1.5%

例 3：有两种蚊香，长短一样，第一种 4 小时燃完，第二种 3 小时燃完。如果同时点燃两种蚊香，要使一种蚊香的剩余长度是另一种蚊香剩余长度的 3 倍，则需要同时点燃蚊香后多少小时？

A.  $\frac{8}{3}$

B.  $\frac{12}{5}$

C.  $\frac{16}{7}$

D.2

### 三、实战演练

1. 已知  $a>b>1$ ，下面哪个数最大？

A.  $a^2+b^2$

B.ab

C.a+b

D.  $a^2+b$

---

2.将一个正方形的相邻两边的中点截去一个等腰直角三角形，剩余部分面积是原正方形面积的（ ）倍。

A.  $\frac{7}{8}$

B.  $\frac{3}{4}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{1}{2}$

3.小张的母亲买了一袋米，若只有小张和母亲在家 18 天吃完，若母亲和父亲在家 15 天吃完，若三人同时在家 10 天吃完。则小张一人在家时，吃完整袋大米需（ ）天。

A.32

B.30

C.28

D.25

4.小华用同样多的人民币只能购买去年同样商品的 80%，请问小华所购商品的价格（ ）。

A.上涨了20%

B.上涨了25%

C.下降了20%

D.下降了25%

5.某商品 2 月份价格较 1 月份上涨了 20%，由于政府调控政策的出台，3 月份该商品价格又降了 20%，问该商品 3 月份的价格与 1 月份的价格相比：

A.涨高了

B.持平

C.降低了

D.不能确定

6.某公司下属甲、乙、丙三个部门，其职员的平均年龄分别为 34 岁、28 岁、40 岁，甲、乙、丙三部门的人数比分别为 1：2：3。则该公司职员的平均年龄为（ ）岁。

A.34

B.35

C.36

D.37

7.单独完成了某项工程，甲、乙、丙三人分别需 10 小时、15 小时、20 小时，开始三人一起干，后因工作需要，甲中途调走了，结果共用了 6 小时完成了这项工作。那么，甲实际工作了（ ）小时。

A.2

B.4

C.5

D.3

8.有一工程 50 人计划 65 天完成，开工 5 天后，工程单位要求提前 10 天完工，如果每人工作效率不变，则需要增加的施工人员（ ）名。

A.7

B.8

C.9

D.10

9.汽车从甲地到乙地用了 4 小时，从乙地返回甲地用了 3 小时，返回时的速度比去时快百分之几？

A.20%

B.18.2%

C.33.3%

D.36.4%

---

10.动物园的饲养员给三群猴子分花生。如果只分给第一群，则每只猴子可得 12 粒；如果只分给第二群，则每只猴子可得 15 粒；如果只分给第三群，则每只猴子可得 20 粒；那么平均分给这三群猴子，每只猴子可得几粒？

A.8

B.7

C.6

D.5

11.榨汁机均匀地向一只大桶注入果汁，同时有 24 根相同的过滤管排出果汁，若不计杂质，6 小时即可把桶中的果汁排干；若改用 21 根过滤管，8 小时可将桶中的果汁排干。现用 16 根过滤管，（ ）小时可将桶中的果汁排干。

A.17

B.19

C.18

D.20

---

## 第三章 比例法

### 一、知识要点

#### ◆ 常考考点

什么是比例

比例的核心

比例的应用环境

比例的应用

### 二、经典例题

例 1：一公司有甲、乙、丙三个分公司，共有员工 500 人，三个公司员工人数的比例为 2 : 3 : 5，问员工人数最多的分公司有多少人？

A.100人

B.150人

C.200人

D.250人

例 2：一个袋子里放着各种颜色的小球，其中红球占  $\frac{1}{4}$ ，后来又往袋子里放了 10 个红球，这时红球占总数的  $\frac{2}{3}$ ，问原来袋子里有多少个球？

A.8

B.12

C.16

D.20

例 3：建筑队计划 150 天建好大楼，按此效率工作 30 天后由于购买新型设备，工作效率提高 20%，则大楼可以提前（ ）天完工。

A.20

B.25

C.30

D.45



### 三、实战演练

1.一笔经费，上级要求按  $1:2:3$  的比例分配到 3 类项目中，已知第 3 类项目分得 180 万元，那么这笔经费总共为多少？

- A.600万元                      B.500万元                      C.450万元                      D.360万元

2.甲、乙、丙三人的工作任务共计 46 项，已知甲、乙工作量之比是  $\frac{4}{3}$ ，乙、丙工作量之比为  $\frac{2}{3}$ ，则乙的工作任务是（      ）。

- A.12项                      B.16项                      C.18项                      D.22项

3.甲乙丙三人共同取得一笔收入 30 万，根据各自的贡献大小进行分配，若仅在甲乙之间分配，则甲将分得  $\frac{3}{5}$  的份额；若仅在乙、丙之间分配，则丙将分得  $\frac{1}{3}$  的份额。问，若在甲乙丙三人之间分配，则甲能获得（      ）万元的收入。

- A.10                      B.15                      C.18                      D.20

4.某天，林伯的水果摊三种水果的价格分别为：苹果 6 元/斤，芒果 5 元/斤，香蕉 3 元/斤。当天，苹果与芒果的销售量之比为  $4:3$ ，芒果与香蕉的销售量之比为  $2:11$ ，卖香蕉比卖苹果多收入 102 元。林伯这天共销售三种水果（      ）斤。

- A.75                      B.94                      C.141                      D.165

5.某街道常住人口与外来人口之比为  $1:2$ ，已知该街道下辖的甲、乙、丙三个社区人口比为  $12:8:7$ 。其中，甲社区常住人口与外来人口比为  $1:3$ ，乙社区为  $3:5$ ，则丙社区常住人口与外来人口比为（      ）。

- A.1: 2                      B.1: 3                      C.2: 3                      D.3: 4

6.中午 12 点，甲驾驶汽车从 A 地到 B 地办事，行驶 1 小时，走了总路程的 15%。此后甲的速度增加了 15 公里/小时，又行驶了 30 分钟后，距离 B 地还有  $\frac{3}{4}$  的路程。此后甲的速度如果再增加 15 公里/小时，问几点能到 B 地？

- A.16:00                      B.16:30                      C.17:00                      D.17:30

---

7.某人以前走路上班，但是油价下跌后改为开车上班，速度较以前增长 25%，那么其路上花费的时间减少了（ ）。

- A.15%                      B.20%                      C.25%                      D.30%

8.某汽艇在湘江上顺流时每小时航行 60 千米，逆流时每小时航行 40 千米。假设该汽艇从衡阳某码头沿湘江顺流而下往长沙方向开去，假设汽艇上所携带汽油只能维持 3 个小时而沿途没有水面加油站，该汽艇驶出（ ）千米后必须返回码头。

- A.80                      B.72                      C.60                      D.40

9.飞行员前 8 分钟用半速飞行，后 8 分钟用全速飞行，在 16 分钟内一共飞行了 144 千米，则飞机全速飞行的时速是（ ）千米。

- A.360                      B.540                      C.720                      D.840

10.某单位组织一次登山，分男女两组沿同一条路同时上山。已知两组走前半段路所用时间之比为 2：3，走后半段路所用时间之比为 1：2，男子组走前、后半段路所用时间之比为 3：4，当男子组到达山顶时，女子组走到距山顶 1.1 千米处，若男子组和女子组走前、后半段路分别都是匀速，则山脚到山顶的路程是（ ）。

- A.2千米                      B.3.2千米                      C.3.6千米                      D.4千米

11.甲乙两人分别录字数相同的稿件，甲的打字速度是乙的打字速度的 2.5 倍，乙从早上 8:00 上班就开始录入，而甲需要看 A 设备，从 10:00 开始录。甲每录半小时就要看 A 设备半小时，问甲何时能与乙同时完成？

- A.11: 30                      B.13: 10                      C.15: 30                      D.17: 10

## 第四章 盈亏法

### 一、知识要点

#### ◆ 常考考点

##### 盈亏概述

(一) 什么是盈亏

(二) 盈亏的核心

(三) 盈亏的常见应用

### 二、经典例题

#### (一) 平均数

#### ★ 例题 ★

某年级组织数学竞赛，甲、乙两人的分数依次为 83 分、75 分，问：

问题一：此次数学竞赛甲和乙的总分是\_\_\_\_\_，平均分是\_\_\_\_\_。

问题二：甲比平均分多\_\_\_\_\_，乙比平均分少\_\_\_\_\_，两者\_\_\_\_\_（相等、不相等）。

问题三：已知丙的分数为 76 分，则甲、乙、丙三人的平均分为\_\_\_\_\_，甲比平均分多\_\_\_\_\_，乙比平均分少\_\_\_\_\_，丙比平均分少\_\_\_\_\_，乙和丙比平均分共少\_\_\_\_\_，由此可知多的分\_\_\_\_\_（多于、少于、等于）少的分。

问题四：已知丙的分数为 76 分，丁的分数为 86 分，由问题三，可知甲、乙、丙的平均分为 78，丁比此分数多\_\_\_\_\_，则甲、乙、丙、丁比此分数共多\_\_\_\_\_，平均每人多\_\_\_\_\_，因此甲、乙、丁的平均分为\_\_\_\_\_。

1. 某次期中考试，小刘五门科目中四门的分数分别是 94 分、91 分、85 分和 80 分，平均分为 89 分，则小刘第五门科目的分数是（ ）。

A.88

B.90

C.92

D.95

2. 小李所在的科室共有 5 人，在年终测评中，小李的四位同事得分分别为 68、92、81 和 79，小李的得分比 5 个人的平均分高 10 分。则小李的得分是（ ）。

- A.81                      B.88                      C.92.5                      D.90

3. 五个人平均身高是 170 厘米，从矮到高排成一列，前三个人平均身高是 167 厘米，后三个人平均身高是 172 厘米，中间那个人身高是多少厘米？

- A.167                      B.168                      C.169                      D.170

4. 六个自然数的平均数是 7，其中前四个数的平均数是 8，第四个数是 11，那么后三个数的平均数是（ ）。

- A.5                      B.6                      C.7                      D.8

## （二）比值混合

某班级组织了一次模考，班级总平均分为 91 分，男同学的平均分为 87 分，女同学的平均分为 97 分，已知该班级男生有 27 名。

	部分比值	总体比值	交叉作差	最简比	实际量
男	( )	( )	( )	( )	( )
女	( )		( )	( )	( )

1. 某单位 A、B 两个部门分别有 6 人和 18 人。两部门所有人员平均年龄为 28 岁，A 部门人员的平均年龄为 34 岁。该单位 B 部门人员的平均年龄为多少岁？

- A.23                      B.24                      C.25                      D.26

2. 要将浓度分别为 20% 和 5% 的 A、B 两种食盐水混合配成浓度为 15% 的食盐水 900 克。问 5% 的食盐水需要多少克？

- A.250                      B.285                      C.300                      D.325

3. 某公司面试员工，其中五分之二的应聘者获得了职位。最终录取者的平均分比录取线高 7 分，落选者的平均分比录取线低 13 分，所有应聘者的平均分为 58 分，则该公司的招聘录取线是多少分？

- A.60                      B.63                      C.65                      D.69

---

4.某商店购进玩具 1000 个,运输途中破损了一些。未破损的好玩具卖完后,利润为 50%,破损的玩具降价销售,亏损了 10%。最后结算,商店总的利润为 39.2%,则商店卖出的好玩具的个数是( )。

- A.600个                      B.750个                      C.800个                      D.820个

### 三、实战演练

1.钟老师与四名老师一起参加学校举办的教师技能大赛。这四名老师的成绩分别是 78 分、81 分、82 分、79 分,而钟老师的成绩比五人的平均成绩多 6 分。那么,在五人中,第二名成绩比第四名多( )分。

- A.2                              B.3                              C.4                              D.5

2.有 50 个学生,一次考试中,排名前十名的学生平均分比其余的平均分高 12 分,问其他 40 个学生的平均分比全班的平均分低几分?

- A.3                              B.2.4                              C.5                              D.6

3.面包房购买一包售价为 15 元/千克的白糖,取其中的一部分加水溶解形成浓度为 20% 的糖水 12 千克,然后将剩余的白糖全部加入后溶解,糖水浓度变为 25%,问购买白糖花了多少元钱?

- A.45                              B.48                              C.36                              D.42

4.一批商品,期望获得 50% 的利润来定价,结果只销掉 70% 的商品,为尽早销售掉剩下的商品,商店决定按定价打折出售,这样所获得的全部利润是原来所期望利润的 82%,问打了多少折扣?

- A.4折                              B.6折                              C.7折                              D.8折

5.某高校 2006 年度毕业学生 7650 名,比上年度增长 2%,其中本科生毕业数量比上年度减少 2%,而研究生毕业数量比上年度增加 10%,那么,这所高校 2006 年毕业的本科生有( )。

- A.3920人                      B.4410人                      C.4900人                      D.5490人

## 第五章 整除与代入排除

### 整除

#### 一、知识要点

##### ◆ 常考考点

整除的核心

常见数的整除判定：

1.局部看

2.整体看

3.其他合数

整除的应用：

#### 二、经典例题

例 1：在 724 后面补上三个数字组成一个六位数，使其能被 3、4、5 整除，则下列合乎条件且最小的是（ ）。

A.724320

B.724200

C.724100

D.724020

例 2：一次摸底考试，张红做对的题占题目总数的 $\frac{4}{5}$ ，胡月做错了 6 题，两人都做错的题目数量占题目总数的 $\frac{1}{6}$ ，张红做对了几道题？

A.15

B.18

C.24

D.28

例 3：请计算  $99999 \times 22222 + 33333 \times 33334$  的值（ ）。

A.3333400000

B.3333300000

C.3333200000

D.3333100000

### 三、实战演练

1. 为帮助果农解决销路，某企业年底买了一批水果，平均发给各部门若干筐之后还多了 12 筐，如果再买进 8 筐则每个部门可分得 10 筐，则这批水果共有（ ）筐。

A.192

B.198

C.200

D.212

2. 55 个苹果分给甲、乙、丙三人，甲的苹果个数是乙的 2 倍，丙最少但也多于 10 个，丙得到了多少个苹果？

A.11

B.12

C.13

D.16

3. 某单位组织参加理论学习的党员和入党积极分子进行分组讨论，如果每组分配 7 名党员和 3 名入党积极分子，则还剩下 4 名党员未安排；如果每组分配 5 名党员和 2 名入党积极分子，则还剩下 2 名党员未安排。问参加理论学习的党员比入党积极分子多多少人？

A.16

B.20

C.24

D.28

4. 今年儿子的年龄既是妈妈年龄的  $\frac{1}{6}$ ，也是父母年龄之差。两年后儿子的年龄将是父亲年龄的  $\frac{1}{5}$ 。则父亲今年是（ ）岁。

A.24

B.26

C.36

D.39

5. 某校参加数学竞赛的同学有 100 多人，考试成绩在 90~100 分的恰好占参赛总人数的  $\frac{1}{5}$ ，得 80~89 分的占参赛总人数的  $\frac{1}{7}$ ，得 70~79 分的恰好占参赛总人数的  $\frac{1}{3}$ ，那么 70 分以下的有（ ）。

A.28

B.34

C.36

D.39

6. 甲、乙各有书若干本，若甲给乙 8 本，则乙比甲所剩的书多 3 倍，若乙给甲 7 本，则甲、乙两人书的数量相等，那么甲、乙各有多少本书？

A.甲18 本，乙32 本

B.甲20 本，乙34本

C.甲23 本，乙37 本

D.甲24 本，乙38本

7. 农民张三为专心养鸡，将自己养的猪交于李四合养，已知张三、李四共养猪 260 头，其中张三养的猪有 13%是黑毛猪，李四养的猪有 12.5%是黑毛猪，问李四养了多少头非黑毛猪？

A.125头

B.130头

C.140头

D.150头

---

8. 甲乙两个工厂的平均技术人员比例为 45%，其中甲厂的人数比乙厂多 12.5%，技术人员的人数比乙厂的多 25%，非技术人员人数比乙厂多 6 人。甲乙两厂共有多少人？

- A.680                      B.840                      C.960                      D.1020

9. 学校有足球和篮球的数量比为 8 : 7，先买进若干个足球，这时足球与篮球的比变为 3 : 2，接着又买进一些篮球，这时足球与篮球数量比为 7 : 6。已知买进的足球比买进的篮球多 3 个，原来有足球多少个？

- A.48                      B.42                      C.36                      D.3

10. 小雪和小敏的藏书册数比是 7 : 5，如果小雪送 65 本给小敏，那么他们之间的藏书册数比是 3 : 4，则小敏原来的藏书是多少册？

- A.175                      B.245                      C.420                      D.180

11. 年终某单位分沙田柚，若每人分 9 个，则多 10 个，每人分 10 个，又少 9 个，柚子共有（     ）个。

- A.118                      B.164                      C.128                      D.103

12. 商店里有六箱货物，分别重 15、16、18、19、20、31 千克，两个顾客买走了其中的五箱，已知一个顾客买的货物重量是另一个顾客的 2 倍，商店剩下的一箱货物重多少千克？

- A.16                      B.18                      C.19                      D.20

13. 假如 X 是 1 到 9 之间的任意整数，y 是 0，那么我们可以由 X 和 y 组合成其他数字，如 XXyy。下列选项中一定能被 5、6、10 三个数连续整除的是（     ）。

- A.XyXyXy                      B.XXyXyy  
C.XXyyyy                      D.XyyXyy



## 一、知识要点

代入排除:

### 什么时候用？——看题型

特定题型：年龄、余数、多位数、不定方程

什么时候用？——看选项

选型信息充分：选型为一组数（问法：分别/各）

1、一家三口，妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁。1995 年，一家三口的年龄之和为 62。那么，2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是：

- 2、某食品厂速冻饺子的包装有大盒和小盒两种规格，现生产了 11000 只饺子，恰好装满 100 个大盒和 200 个小盒。若 3 个大盒与 5 个小盒装的饺子数量相等，则每个小盒与每个大盒装入的饺子数量分别是

- 3、某高校组织新生军训。已知学生的总人数是能被 5 整除的 4 位数，千位和个位相同，百位和十位相同，已知学生将被分成人数相同且小于 150 人的 35 个组，那么每组有多少学生？

- 16

## 第二篇 数学运算题型篇

### 第一章 计算问题

#### 知识要点

##### ◆ 常考考点

##### 1. 等差数列

通项公式：

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \qquad a_n = a_m + (n-m) \times d$$

求和公式：

$$s_n = a_1 n + \frac{n(n-1)}{2} \times d = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n = na_{\frac{n}{2}}$$

##### 2. 最小公倍数

若干个自然数的公倍数中最小的一个，一般用短除法求解。

##### 3. 分段计算

确定分段点

##### 4. 周期循环

解题关键：确定循环周期

#### 知识点一：等差数列

##### ◆ 经典例题 I ◆

某学校组织活动进行队列训练，学生们组成一个 25 排的队列，后一排均比前一排多 4 个学生，最后一排有 125 个学生。则这个队列一共有（ ）个学生。

A. 1925

B. 1875

C. 2010

D. 1765

---

通过类似“公差”的表述来判断此题属于等差数列，在解题时结合相应的公式进行求解，若项数为奇数项，可优先考虑中项求和公式的运用。

### 知识点二：最小公倍数

#### ◆经典例题 II◆

某政府机关内甲、乙两部门通过门户网站定期向社会发布消息，甲部门每 3 天、乙部门每隔 3 天有一个发布日，节假日无休。问甲、乙两部门在一个自然月内最多有几天同时为发布日？

- A. 5                                  B. 2                                  C. 6                                  D. 3

关键：

区分“过”、“隔”、“每”、“第”

### 知识点三：分段计算

#### ◆经典例题◆

某企业将利润提成作为奖金发放，利润低于或等于 10 万元时按 5% 提成；低于或等于 20 万元时，高于 10 万元的部分按 7.5% 提成；高于 20 万元时，高于 20 万元的部分按 10% 提成。问当利润为 40 万元时，应发放奖金多少万元？

- A. 2.5                                  B. 2.75                                  C. 3                                  D. 3.25

1. 确定分段点
2. 确定所求量跨越的段数
3. 确定每段上的计算要求

### 知识点四：周期循环

#### ◆经典例题◆

五名工人按甲-乙-丙-丁-戊的顺序轮流值夜班，每人值班 1 天休息 4 天。某日乙值夜班，问再过 789 天该谁值班？

- A. 甲                                  B. 乙                                  C. 丙                                  D. 戊

题干中描述的事物有规律性时，寻找循环周期求解。

### 巩固提升

---

1. 甲和乙两个公司 2014 年的营业额相同, 2015 年乙公司受店铺改造工程影响, 营业额比上年下降 300 万元。而甲公司则引入电商业务, 营业额比上年增长 600 万元, 正好是乙公司 2015 年营业额的 3 倍。则 2014 年两家公司的营业额之和为多少万元?

- A. 900                      B. 1200                      C. 1500                      D. 1800

2. 有一堆钢管, 最下面一层有 30 根, 逐层向上递减一根, 这堆钢管最多有多少根?

- A. 450                                      B. 455  
C. 460                                      D. 465

3. 老张 7 月份出差回来后, 将办公室的日历连续翻了 10 张, 这些日历的日期之和为 265, 老张几号上班:

- A. 20                                      B. 4  
C. 2                                      D. 1

4. 某单位举办围棋联赛, 所有参赛选手的排名都没有出现并列名次。小周发现除自己以外, 其他所有人的排名数字之和正好是 70。问小周排名第几?

- A. 7                                      B. 8  
C. 9                                      D. 10

5. 甲、乙、丙、丁四个人去图书馆借书, 甲每隔 5 天去一次, 乙每隔 11 天去一次, 丙每隔 17 天去一次, 丁每隔 29 天去一次。如果 5 月 18 日他们四个人在图书馆相遇, 问下一次四个人在图书馆相遇是几月几号?

- A. 10 月 18 日                      B. 10 月 14 日  
C. 11 月 18 日                      D. 11 月 14 日

6. 某地居民用水价格分二级阶梯, 户年用水量在 0~180 (含) 吨的水价 5 元/吨; 180 吨以上的水价 7 元/吨。户内人口在 5 人以上的, 每多 1 人, 阶梯水量标准增加 30 吨。老张家 5 人, 老李家 6 人, 去年用水量都是 210 吨。问老李家的人均水费比老张家少约多少元?

- A. 12                      B. 35                      C. 47                      D. 60

7. 王先生购买的医疗保险报销规定为: 当年花费 1300 元 (含) 以内的部分全部自付, 超出 1300 元部分自付 10%, 其余部分由保险支付。王先生在 2018 年第一次到医院看病时, 自己支付了 960 元, 第二次看病自付了 520 元, 则王先生第二次看病时医院共收费:

- A. 1800 元                      B. 1960 元                      C. 2140 元                      D. 2600 元

---

8. 把黑桃、红桃、方片、梅花四种花色的扑克牌按黑桃 10 张、红桃 9 张、方片 7 张、梅花 5 张的顺序循环排列。问第 2015 张扑克牌是什么花色？

- A. 黑桃                      B. 红桃                      C. 梅花                      D. 方片

9. 某工厂有甲、乙两个车间，其中甲车间有 15 名、乙车间有 12 名工人。每个车间都安排工人轮流值班，其中周一到周五每天安排一人、周六和周日每天安排两人。某个星期一甲车间的小张和乙车间的小赵一起值班，则他们下一次一起值班是星期几？

- A. 周一、周二或周三中的一天                      B. 周四或周五中的一天  
C. 周六    D. 周日

## 第二章 行程问题

### 知识要点

#### ◆ 基本公式

$$S = vt$$

#### ◆ 常考考点

1.普通行程

2.相遇追及

3.多次相遇

### 知识点一：普通行程

#### ◆经典例题 I ◆

甲早上从某地出发匀速前进，一段时间后，乙从同一地点出发以同样的速度同向前进，在上午 10 点时，乙走了 6 千米，他们继续前进，在乙走到甲在上午 10 时到达的位置时，甲共走了 16.8 千米，问此时乙走了多少千米？

A.11.4

B.14.4

C.10.8

D.5.4

行程问题在求解时，往往需从所求量出发，可根据题干描述画出行程图，并结合  $S=vt$  来寻找相关量求解。

#### ◆经典例题 II ◆

甲乙两辆车从 A 地驶往 90 公里外的 B 地，两车的速度比为 5：6。甲车于上午 10 点半出发，乙车于 10 点 40 分出发，最终乙车比甲车早 2 分钟到达 B 地。问两车的时速相差多少千米/小时？

A.10

B.12

C.12.5

D.15

#### ◆经典例题 III ◆

小赵骑车去医院看病，父亲在发现小赵忘带医保卡时以 60 千米/小时的速度开车追上小赵，把医保卡交给他并立即返回。小赵拿到医保卡后又骑了 10 分钟到达医院，小赵父亲也

---

同时到家。假如小赵从家到医院共用时 50 分钟，则小赵的速度为多少千米/小时？（假定小赵及其父亲全程都匀速行驶，忽略父子二人交接卡的时间）

- A.10                      B.12                      C.15                      D.20

题干中出现速度/时间增长/减少某个百分数或者某个比例时，如速度提高 20%，往往考虑利用正反比求解。

某些题目需要借助行程图寻找相同路程下的时间关系来确定速度比，或者寻找相同速度下的路程关系，来确定时间比。

### 知识点二：相遇追及

#### ◆经典例题 I ◆

已知 A、B 两地相距 600 千米。甲、乙两车同时从 A、B 两地出发相向而行，3 小时相遇。若甲的速度是乙的 1.5 倍，则甲的速度是（      ）千米/小时？

- A.60                      B.80                      C.90                      D.120

#### ◆经典例题 II ◆

一只猎豹锁定了距离自己 200 米远的一只羚羊，以 108 千米/小时的速度发起进攻，2 秒钟后，羚羊意识到危险，以 72 千米/小时的速度快速逃命。问猎豹捕捉到羚羊时，羚羊跑了多少路程？

- A.520 米                      B.360 米                      C.280 米                      D.240 米

相遇：路程和=速度和 $\times$ 时间，追及：路程差=速度差 $\times$ 时间

判断是相遇还是追及，关键是寻找相同时间下，不同主体走的路程关系。

#### ◆经典例题 III ◆

甲乙两人在一条椭圆型田径跑道上练习快跑和慢跑，甲的速度为 3m/s，乙的速度为 7m/s，他们在同一点同向跑步，经过 100s 第一次相遇，若他们反向跑，多少秒后第一次相遇？

- A.30                      B.40                      C.50                      D.70

在环形上同时同地出发的两个主体，每相遇一次二者的路程和是一圈，每追上一次二者的路程差也是一圈。

### 知识点三：多次相遇

#### ◆经典例题 I ◆

---

某高校两校区相距 2760 米，甲、乙两同学从各自校区同时出发到对方校区，甲的速度为 70 米/分钟，乙的速度为 110 米/分钟，在路上二人第一次相遇后继续行进，到达对方校区后马上回返，那么两人从出发到第二次相遇需用多少分钟？

- A.32                      B.46                      C.61                      D.64

◆经典例题 II ◆

甲从 A 地、乙从 B 地同时以均匀的速度相向而行，第一次相遇离 A 地 6 千米，继续前进，到达对方起点后立即返回，在离 B 地 3 千米处第二次相遇，则 A、B 两地相距多少千米？

- A.10                      B.12                      C.18                      D.15

直线同时异地相向出发多次相遇结论：

从出发到第  $n$  次相遇时，路程和、时间、甲路程、乙路程均为第一次相遇的路程和、时间、甲路程、乙路程的  $(2n-1)$  倍。

巩固提升

1.某公路铁路两用桥，一列动车和一辆轿车均保持匀速行驶，动车过桥只需 35 秒，而轿车过桥的时间是动车的 3 倍，已知该动车的速度是每秒 70 米，轿车的速度是每秒 21 米，这列动车的车身长是（轿车车身长忽略不计）：

- A.120 米                      B.122.5 米                      C.240 米                      D.245 米

2.某部队从驻地乘车赶往训练基地，如果车速为 54 公里/小时，正好准点到达；如果将车速提高  $\frac{1}{9}$ ，就可比预定的时间提前 20 分钟赶到；如果将车速提高  $\frac{1}{3}$ ，可比预定的时间提前多少分钟赶到？

- A.30                      B.40                      C.50                      D.60

3.小刘早上 8 点整出发匀速开车从 A 地前往 B 地，预计 10 点整到达。但出发不到 1 小时后汽车就发生了故障，小刘骑折叠自行车以汽车行驶速度的  $\frac{1}{4}$  前往 A、B 两地中点位置的维修站借来工具，并用 30 分钟修好了汽车，抵达 B 地时间为 11 点 50 分。则小刘汽车发生故障的时间是早上：

- A.8 点 40 分                      B.8 点 45 分



---

C.8 点 50 分

D.8 点 55 分

4.小王和小张分别于早上 8:00 和 8:30 从甲地出发,匀速骑摩托车前往乙地。10:00 小王到达两地的中点丙地,此时小张距丙地尚有 5 千米。11:00 时小张追上小王。则甲、乙两地相距多少千米?

A.50

B.75

C.90

D.100

5.一辆动车组列车和一辆快速列车相向而行,动车组列车的车长是 260 米,快速列车的车长是 455 米。坐在动车组列车上的人看快速列车驶过的时间是 7 秒,那么坐在快速列车上的人看动车组列车驶过的时间是:

A.3 秒

B.4 秒

C.5 秒

D.6 秒

6.小王乘坐匀速行驶的公交车,和人行道上与公交车相对而行、匀速行走的小李相遇,30 秒后公交车到站,小王立即下车与小李同一方向匀速快步行走。已知他行走的速度比小李的速度快一倍但比公交车的速度慢一半,则他多久之后追上小李?

A.3 分钟

B.2 分钟 30 秒

C.2 分钟

D.1 分钟 30 秒

7.甲和乙在长 400 米的环形跑道上匀速跑步,如两人同时从同一点出发反向而行,则第一次相遇的位置距离出发点有 150 米的路程;如两人同时从同一点出发同向而行,问跑得快的人第一次追上另一人时跑了多少米?

A.600

B.800

C.1000

D.1200

8.甲车从 A 地,乙车从 B 地同时出发匀速相向行驶,第一次相遇距 A 地 100 千米。两车继续前进到达对方起点后立即以原速度返回,在距离 A 地 80 千米的位置第二次相遇。则 AB 两地相距( )千米。

A.170

B.180

C.190

D.200

9.甲和乙走完 AB 两地之间的距离分别需要 120 分钟和 X 分钟。某日甲从 A 地出发前往 B 地,1 小时后乙从 B 地出发前往 A 地,两人到达目的地后立即折返。如甲和乙前两次相遇都是迎面相遇,则 X 的取值范围为:

A. $30 < X < 150$

B. $30 < X < 180$

C. $40 < X < 150$

D. $40 < X < 180$

## 第三章 工程问题

### 知识要点

#### ◆ 基本公式

$$I = pt$$

#### ◆ 常考考点

1.普通行程

2.多者合作

### 知识点一：普通工程

#### ◆经典例题 I ◆

某工厂生产一批零件，原计划每天生产 100 个，因技术改进，实际每天生产 120 个。结果提前 4 天完成，还多生产了 80 个。则工厂原计划生产零件（ ）个。

A.2520

B.2600

C.2800

D.2880

#### ◆经典例题 II ◆

建筑队计划 150 天建好大楼，按此效率工作 30 天后由于购买新型设备，工作效率提高 20%，则大楼可以提前（ ）天完工。

A.20

B.25

C.30

D.45

基本公式：工作量=工作效率×工作时间

比例关系：工作量一定时，工作效率与工作时间成反比。工作效率/时间一定时，工作量与工作时间/效率成正比。

### 知识点二：多者合作

#### ◆经典例题 I ◆

一项工程，甲一人做完需 30 天，甲、乙合作完成需 18 天，乙、丙合作完成需 15 天。甲、乙、丙三人共同完成该工程需：

A.8 天

B.9 天

C.10 天

D.12 天

◆经典例题Ⅱ◆

甲、乙、丙三人共同完成一项工作需要 6 小时。若甲、乙、丙的工作效率比为 3:6:8, 则乙单独完成这项工作需要多少小时?

- A.10                      B.17                      C.24                      D.31

◆经典例题Ⅲ◆

修一条公路, 假设每人每天的工作效率相同, 计划 180 名工人 1 年完成, 工作 4 个月后, 因特殊情况, 要求提前 2 个月完成任务, 则需要增加工人多少名?

- A.50                      B.65                      C.70                      D.60

已知多个工作时间时, 一般设工作量为特值, 进而表示出工作效率。

已知多个效率的比例关系时, 一般直接将比例设为工作效率。

当工作的人或物有具体数量时, 往往将每人/每物单位时间内的工作量设为 1, 即直接用人或物的数量代表工作效率。

巩固提升

1.甲、乙两人生产零件, 甲的任务量是乙的 2 倍, 甲每天生产 200 个零件, 乙每天生产 150 个零件, 甲完成任务的时间比乙多 2 天, 则甲、乙任务量总共为多少个零件?

- A.1200                      B.1800                      C.2400                      D.3600

2.某计算机厂要在规定的时间内生产一批计算机, 如果每天生产 140 台, 可以提前 3 天完成; 如果每天生产 120 台, 就要再生产 3 天才能完成, 问规定完成的时间是多少天?

- A.30                      B.33                      C.36                      D.39

3.一项工程如果交给甲乙两队共同施工, 8 天能完成; 如果交给甲丙两队共同施工, 10 天能完成; 如果交给甲丁两队共同施工, 15 天能完成; 如果交给乙丙丁三队共同施工, 6 天就可以完成。如果甲队独立施工, 需要多少天完成?

- A.16                      B.20                      C.24                      D.28

4.录入员小张和小李需要合作完成一项录入任务, 这项任务小李一人需要 8 小时, 小张一人需要 10 小时。两人在共同工作了 3 个小时后, 小李因故回了趟家, 期间小张一直在工作, 小李返回后两个人又用了 1 个小时就完成了任务。在完成这项任务的过程中, 小张比小李多工作了几个小时?

- A.1                      B.1.5                      C.2                      D.2.5

---

5.甲、乙两工厂接到一批成衣订单，如一起生产，需要 20 天时间完成任务，如乙工厂单独生产，需要 50 天时间才能完成任务。已知甲工厂比乙工厂每天多生产 100 件成衣，则订单总量是多少件成衣？

- A.8000                      B.10000                      C.12000                      D.15000

6.某检修工作由李和王二人负责，两人如一同工作 4 天，剩下工作量李需要 6 天，或王需要 3 天完成。现李和王共同工作了 5 天，则剩下的工作李单独检修还需几天完成？

- A.2                              B.3                              C.4                              D.5

7.某市有甲、乙、丙三个工程队，工作效率比为 3 : 4 : 5。甲队单独完成 A 工程需要 25 天，丙队单独完成 B 工程需要 9 天。现由甲队负责 B 工程，乙队负责 A 工程，而丙队先帮甲队工作若干天后转去帮助乙队工作。如希望两个工程同时开工同时竣工，则丙队要帮乙队工作多少天？

- A.6                              B.7                              C.8                              D.9

8.池中原有一定量的水，如果用一台抽水机向池内灌水，6 小时可灌至半满；如用 3 台抽水机灌水，8 小时可灌满。如将池中水排空，用 4 台抽水机灌水几小时能灌满？

- A.6                              B.7                              C.8                              D.9

---

## 第四章 利润问题

### 知识要点

#### ◆ 基本公式

1. 利润
2. 利润率
3. 折扣

#### ◆ 常考考点

1. 方程法
2. 特值法

### 知识点一：基本公式

#### ◆ 经典例题 I ◆

某种汉堡包每个成本 4.5 元，售价 10.5 元。当天卖不完的汉堡包即不再出售。在过去十天里，餐厅每天都会准备 200 个汉堡包，其中有六天正好卖完，四天各剩余 25 个。问这十天该餐厅卖汉堡包共赚了多少钱？

- A.10850                      B.10950                      C.11050                      D.11350

#### ◆ 经典例题 II ◆

某种商品原价 25 元，每半天可销售 20 个。现知道每降价 1 元，半天的销量即增加 5 个。某日上午将该商品打八折，下午在上午价格的基础上再打八折出售，问其全天销售额为多少元？

- A.1760                      B.1940                      C.2160                      D.2560

### 知识点二：常用方法

#### ◆ 经典例题 I ◆

某市针对虚假促销的专项检查中，发现某商场将一套茶具加价 4 成再以 8 折出售，实际售价比原价还高 24 元。问这套茶具的原价是多少元？

- A.100                      B.150                      C.200                      D.250

◆经典例题 II◆

某商店的两件商品成本价相同，一件按成本价多 25% 出售，一件按成本价少 13% 出售，则两件商品各售出一件时盈利为多少？

- A.6%                      B.8%                      C.10%                      D.12%

方程法：最常用方法，需根据题干结合利润基本公式找寻等量关系。

特值法：一般设成本为 1 或 100。

巩固提升

1. 某水果批发商从果农那里以 10 元/千克的价格购买了一批芒果，运送到某地区售出，在长途运输过程中有 5% 的芒果磕碰受损和另外 5% 的芒果过度成熟，因此无法卖出，其余部分以 25 元/公斤的价格售出后，如果不计运输等其他费用，这批芒果赚得利润 12000 元。则该批发商从果农那里购买了多少公斤芒果？

- A.480                      B.800                      C.960                      D.1000

2. 一台全自动咖啡机打八折销售，利润为进价的 60%，如打七折出售，利润为 50 元。则这台咖啡机的原价是多少元？

- A.250                      B.240                      C.210                      D.200

3. 某商店进了 5 件工艺品甲和 4 件工艺品乙。如将甲加价 110%，乙加价 90% 出售，利润为 302 元；如将乙加价 110%，甲加价 90% 出售，利润为 298 元。则甲的进价为每件多少元？

- A.14                      B.32                      C.35                      D.62.5

4. 有一本畅销书，今年每册书的成本比去年增加了 10%，因此每册书的利润下降了 20%，但是今年的销售量比去年增加了 70%，则今年销售该畅销书的总利润比去年增加了：

- A.36%                      B.25%                      C.20%                      D.15%

5. 小王收购了一台旧电视机，然后转手卖出，赚取了 30% 的利润，1 个月后，客户要求退货，小王和客户达成协议，以当时交易价格的 90% 回收了这台电视机。后来小王又以最初的收购价将其卖出。问小王在这台电视机交易中的利润率为：

- A.13%                      B.17%                      C.20%                      D.27%

6. 某商品今年的成本比去年减少 15%，由于售价不变，利润率比去年增加了 24 个百分点，则该商品去年的利润率为：

- A.24%                      B.30%                      C.36%                      D.42%

---

## 第五章 排列组合问题

### 知识要点

#### ◆ 计数原理

1. 分类

2. 分步

#### ◆ 排列组合

1. 排列

2. 组合

#### ◆ 排列组合

1. 优限法

2. 捆绑法

3. 插空法

### 知识点一：计数原理

#### ◆ 经典例题 ◆

从甲地去乙地有 3 班火车，从乙地去丙地有 2 班轮船，从甲地直接去丙地有 4 次航班，问从甲地去丙地可选择的旅行方式有（ ）。

A. 6 种

B. 7 种

C. 9 种

D. 10 种

### 知识点二：排列和组合

#### ◆ 经典例题 I ◆

有颜色不同的五盏灯，每次使用一盏、两盏、三盏、四盏和五盏，并按一定次序挂在灯杆上表示不同的信号，这些颜色不同的灯共可以表示多少种不同的信号？

A. 240

B. 300

C. 320

D. 325

#### ◆ 经典例题 II ◆

林辉在自助餐店就餐，他准备挑选三种肉类中的一种肉类，四种蔬菜中的两种不同蔬菜，以及四种点心中的一种点心。若不考虑食物的挑选次序，则他可以有多少不同选择方法？

A. 4

B. 24

C. 72

D. 144



---

### 知识点三：常用方法

#### ◆经典例题 I ◆

某单位安排五位工作人员在星期一至星期五值班，每人一天且不重复。若甲、乙两人都不能安排星期五值班，则不同的安排法有（ ）种。

- A.6                      B.36                      C.72                      D.120

#### ◆经典例题 II ◆

现有 2 本艺术类、3 本教育类和 4 本医药类书籍需要并排放到同一层书架上，要求同类书籍必须放在一起。问共有多少种可能的放置方式？

- A.24                      B.288                      C.1728                      D.6912

#### ◆经典例题 III ◆

将三盆同样的红花和四盆同样的黄花摆放成一排，要求三盆红花互不相邻，共有多少种不同的方法？

- A.8                      B.10                      C.15                      D.20

优限法：有元素有限制条件

捆绑法：有元素要求相邻

插空法：有元素要求不相邻

### 巩固提升

1.在一排 10 个花盆中种植 3 种不同的花，要求每 3 个相邻的花盆中花的种类各不相同，问有多少种不同的种植方法？

- A.6                      B.12                      C.18                      D.24

2.某单位组织职工参加周末培训，其中英语培训和财务培训均在周六，公文写作培训和法律培训均在周日。同一天举办的两场培训每人只能报名参加一场，但不在同一天的培训可以都参加。则职工小刘有多少种不同的报名方式？

- A.4                      B.8                      C.9                      D.16

3.某次专业技能大赛有来自 A 科室的 4 名职工和来自 B 科室的 2 名职工参加，结果有 3 人获奖且每人的成绩均不相同。如果获奖者中最多只有 1 人来自 B 科室，那么获奖者的名单和名次顺序有多少种不同的可能性？

- A.48                      B.72                      C.96                      D.120

---

4.有 8 人要在某学术报告会上作报告，其中张和李希望被安排在前三个作报告，王希望最后一个作报告，赵不希望在前三个作报告，其余 4 人没有要求。如果安排作报告顺序时要满足所有人的要求，则共有多少种可能的报告序列？

- A.441                      B.484                      C.529                      D.576

5.为加强机关文化建设，某市直机关在系统内举办演讲比赛，3 个部门分别派出 3、2、4 名选手参加比赛，要求每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连，问不同参赛顺序的种数在以下哪个范围之内？

- A.小于 1000                      B.1000~5000  
C.5001~20000                      D.大于 20000

6.某论坛邀请了六位嘉宾，安排其中三人进行单独演讲，另三人参加圆桌对话节目。如每位嘉宾都可以参加演讲或圆桌对话，演讲顺序分先后且圆桌对话必须安排在任意两场演讲之间，问一共有多少种不同的安排方式？

- A.120                      B.240                      C.480                      D.1440

## 第六章 概率问题

### 知识要点

#### ◆ 古典概率

1. 概念
2. 常用方法
  - ① 枚举法
  - ② 借助排列和组合

#### ◆ 多次独立重复试验

1. 概念
2. 公式

### 知识点一：古典概率

#### ◆ 经典例题 I ◆

某人将 10 盒蔬菜的标签全部撕掉了。现在每一个盒子看上去都一样，但是她知道有三盒玉米、两盒菠菜、四盒豆角、一盒土豆，她随机地拿出一盒打开它。求：

- (1) 盒子里是玉米的概率是多少？
- (2) 盒子里不是菠菜的概率是多少？
- (3) 盒子里是豆角或土豆的概率是多少？

#### ◆ 经典例题 II ◆

掷两个骰子，掷出的点数之和为奇数的概率为  $P_1$ ，掷出的点数之和为偶数的概率为  $P_2$ ，

问  $P_1$  和  $P_2$  的大小关系？

A.  $P_1 = P_2$

B.  $P_1 > P_2$

C.  $P_1 < P_2$

D.  $P_1$ 、 $P_2$  的大小关系无法确定

#### ◆ 经典例题 III ◆

某班级有男生 6 名，女生 4 名，现以随机抽签的形式选取三人参加演讲比赛，问抽到一名男生两名女生的概率在以下哪个范围之内？

A. 25%~35%

B. 高于 35%

C. 低于 15%

D. 15%~25%



- A. 低于 15%                      B. 15%到 20%之间  
C. 20%到 25%之间            D. 高于 25%

4. 在小李等车期间，将有豪华型、舒适型、标准型三辆旅游车随机开过。小李不知道豪华型的标准，只能通过前后两辆车进行对比。为此，小李采取的策略是：不乘坐第一辆，如果发现第二辆比第一辆车更豪华就乘坐；如果不是，就乘坐最后一辆。那么，他能乘坐豪华型旅游车的概率是：

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{5}$

5. 某乒乓球男子单打决赛在甲乙两选手间进行，赛制 7 局 4 胜。已知每局比赛甲选手战胜乙选手的概率为 0.7，则甲选手以 4:1 战胜乙的概率为：

- A.  $C_5^4 \times 0.7^4 \times 0.3$   
B.  $C_4^3 \times 0.7^3 \times 0.3 \times 0.7$   
C.  $0.7^4 \times 0.3$   
D.  $0.7^3 \times 0.3$

6.某单位原有几十名职员，其中有 14 名女性。当两名女职员调出该单位后，女职员比重下降了 3 个百分点。现在该单位需要随机选派两名职员参加培训，问选派的两人都是女职员的概率在以下哪个范围内？

- A.小于 1%  
B.1%~4%  
C.4%~7%  
D.7%~10%

7. 把 10 本书任意地放在书架上, 求其中指定的三本书放在一起的概率是多少?

- A.  $\frac{1}{120}$  B.  $\frac{1}{90}$   
C.  $\frac{1}{60}$  D.  $\frac{1}{15}$

8.袋内放有两个伍分、三个贰分和五个壹分的硬币，从中任取五个，求钱额总和超过一角的概率？

- |       |        |
|-------|--------|
| A.0.7 | B.0.6  |
| C.0.5 | D.0.45 |

9.某单位有 3 项业务要招标,共有 5 家公司前来投标,且每家公司都对 3 项业务发出了投标申请,最终发现每项业务都有且只有 1 家公司中标。如 5 家公司在各项业务中中标的概率均相等,问这 3 项业务由同一家公司中标的概率为多少?

- A.  $\frac{1}{25}$                       B.  $\frac{1}{81}$

---

C.  $\frac{1}{125}$

D.  $\frac{1}{243}$

10.有 5 对夫妇参加一场婚宴，他们被安排在一张 10 个座位的圆桌就餐，但是婚礼操办者并不知道他们彼此之间的关系，只是随机安排座位。问 5 对夫妇恰好都被安排在一起相邻而坐的概率是多少？

A.不超过 1%

B.超过 1%

C.在 5%到 1%之间

D.在 1%到 5%之间

11.甲和乙进行打靶比赛，各打两发子弹，中靶数量多的人获胜。甲每发子弹中靶的概率是 60%，而乙每发子弹中靶的概率是 30%。则比赛中乙战胜甲的可能性：

A.小于 5%

B.在 5%~10%之间

C.在 10%~15%之间

D.大于 15%

## 第七章 极值问题

### 知识要点

#### ◆ 和定最值

1. 正向极值
2. 逆向极值
3. 混合极值

#### ◆ 最不利原则

### 知识点一：和定最值

#### ◆经典例题 I ◆

5 名工人加工了 120 个零件，且每人加工的零件数量互不相同。若效率最高的工人加工了 28 个，则效率最低的工人最少加工了（ ）个零件。

- A.14                      B.18                      C.20                      D.24

#### ◆经典例题 II ◆

5 个人的平均年龄是 29，5 个人中没有小于 24 的，那么年龄最大的人最大可能是多少岁？

- A.46                      B.48                      C.50                      D.49

和定最值问题的核心：均、等、接近

解题原则：几个量的和一定，求其中某个量的最大/最小，则让其他量尽可能小/大。解题时需格外注意题干对多个数的要求，是各不相同还是未指明各数是否不同，各不相同的一般用“接近”思路，未指明则几个量可“等”。

#### ◆经典例题 III ◆

某高校软件设计专业共招录新生若干人，拟分 7 个班级，且每个班级的人数互不相等。问：

- (1) 若新生总数是 350 人，人数最多的班级最少有多少人？

---

(2) 若新生总数是 351 人，人数最多的班级最少有多少人？

(3) 若新生总数是 354 人，人数最多的班级最少有多少人？

◆经典例题IV◆

李明期中考试考了六门课程，已知六门课程的成绩是互不相同的整数。

(1) 若 6 门课程的总分是 543 分，求分数最高的最低得了多少分？

(2) 若 6 门课程的平均分是 85 分，求分数最高的最低得了多少分？

(3) 若 6 门课程的总分是 541 分，成绩最低的课程考了 86 分。求分数最高的最低得了多少分？

几个不同量的和一定，求最大（小）量的最小（大）值，可让各个量尽可能的“均等”，且保持大的量仍大、小的量仍小。

◆经典例题V◆

95 人参加 6 项活动，已知每个人只参加一项活动，而且每项活动参加的人数都不一样。那么，参加人数第四多的活动最多有几人参加？

A.22

B.21

C.24

D.23

几个不同量的和一定，求中间某个量的极值时，往往先确定能确定的量，再按和定最值的解题原则求解。

知识点二：最不利原则

◆经典例题I◆

在一个口袋中有 10 个黑球、6 个白球、4 个红球，至少从中取出多少个球才能保证其中有白球？



---

A.14

B.15

C.17

D.18

◆经典例题 II ◆

箱子里有大小相同的 3 种颜色玻璃珠各若干颗，每次从中摸出 3 颗为一组，问至少要摸出多少组，才能保证至少有 2 组玻璃珠的颜色组合是一样的？

A.11

B.15

C.18

D.21

解题原则：考虑与成功一线之差的情况。

巩固提升

1.假设 7 个相异正整数的和是 98，中位数是 18，则此 7 个正整数中最大的数最大是多少？

A.58

B.44

C.35

D.26

2.要把 21 棵桃树栽到街心公园里 5 处面积不同的草坪上，如果要求每块草坪必须有树且所栽棵数要依据面积大小各不相同，面积最大的草坪上至少要栽几棵？

A.7

B.8

C.10

D.11

3.某贸易公司有三个销售部门，全年分别销售某种重型机械 38 台、49 台和 35 台，问该公司当年销售该重型机械数量最多的月份，至少卖出了多少台？

A.10

B.11

C.12

D.13

4.某日，商场举办“购物抽奖”活动，购物满 2000 元可抽奖一次，每人最多参加一次。共设立 7 个奖项，每个奖项的获奖人数互不相等。若参加此次活动的总人数为 350 人，获奖人数最多的奖项有 58 人，则获奖人数第三多的最少有（ ）人。

A.51

B.49

C.48

D.45

5.有软件设计专业学生 90 人、市场营销专业学生 80 人、财务管理专业学生 20 人及人力资源管理专业学生 16 人参加求职招聘会，问至少有多少人找到工作就一定保证有 30 名找到工作的人专业相同？

A.59

B.75

C.79

D.95

6.某单位五个处室分别有职工 5、8、18、21 和 22 人，现有一项工作要从该单位随机抽调若干人，问至少要抽调多少人，才能保证抽调的人中一定有两个处室的人数和超过 15 人？

A.34

B.35

C.36

D.37

---

7.某区要从 10 位候选人中投票选举人大代表，现规定每位选举人必须从这 10 位中任选两位投票，问至少要有多少位选举人参加投票，才能保证有不少于 10 位选举人投了相同两位候选人的票？

A.382 位

B.406 位

C.451 位

D.516 位

## 第八章 几何问题

### 知识要点

#### ◆ 常见公式

1. 平面几何

2. 立体几何

#### ◆ 相似

#### ◆ 三角函数

### ◆ 几何问题平面图形基本公式 ◆

	三角形	正方形	长方形	梯形	圆
周长	$a+b+c$	$4a$	$2(a+b)$		$2\pi r$
面积	$\frac{1}{2}ah$	$a^2$	$ab$	$\frac{\text{上底}+\text{下底}}{2} \times \text{高}$	$\pi r^2$

### 知识点一：常见公式应用

#### ◆ 经典例题 I ◆

某单位准备扩建一矩形花圃，若将矩形花圃的长和宽各增加 4 米，则新矩形花圃的面积比原来的面积增加了 40 平方米。那么，原矩形花圃的周长是多少？

A. 12 米

B. 24 米

C. 32 米

D. 40 米

#### ◆ 经典例题 II ◆

把一个周长为 16 厘米的铁丝框拉成两个同样大小的圆形铁丝框，则每个圆形铁丝框的面积为：

A.  $8\pi$

B.  $\frac{8}{\pi}$

C.  $16\pi$

D.  $\frac{16}{\pi}$

### ◆ 几何问题立体图形基本公式 ◆

	正方体	长方体	圆柱	圆锥	球
表面积	$6a^2$	$2(ab+ac+bc)$			$4\pi r^2$
体积	$a^3$	$abc$	$\pi r^2 h$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$\frac{4}{3}\pi r^3$

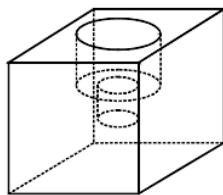
◆经典例题III◆

有一个长方体容器，长 40 厘米，宽 30 厘米，高 10 厘米，里面的水深 6 厘米（最大面为底面）。如果把这个容器盖紧，再竖起来（最小面为底面），里面的水深是多少厘米？

- A.15 厘米                      B.18 厘米                      C.24 厘米                      D.30 厘米

◆经典例题IV◆

小庄要制作一个工业模具。他在一个边长 4 厘米的正方体上表面正中心位置向下挖掉一个直径 2 厘米、高 2 厘米的圆柱体，接着再向下挖掉一个直径 1 厘米、高 1 厘米的小圆柱体（如图所示）。那么，该模具的表面积约为多少平方厘米？

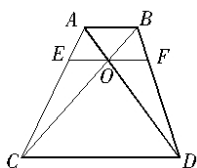


- A.82.8                      B.108.6                      C.111.7                      D.114.8

知识点二：相似性质应用

◆经典例题◆

如图所示，梯形 ABCD 的两条对角线 AD、BC 相交于 O，EF 平行于两条边且过 O 点。现已知 AB=6，CD=18。问 EF 的长度为多少？



- A.8.5                      B.9                      C.9.5                      D.10

相似图形中对应边之比等于相似比，面积比为相似比的平方。

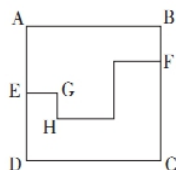
知识点三：三角函数应用

放出的风筝线长分别为 60 米、50 米、40 米，风筝线与地平面所成的角分别为  $\frac{\pi}{6}$ 、 $\frac{\pi}{4}$ 、 $\frac{\pi}{3}$ ，

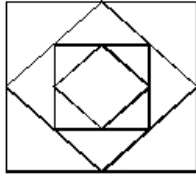
A.老黄  
B.老侯  
C.老王  
D.不能确定

$\sin 30^\circ =$	$\sin 60^\circ =$	$\sin 45^\circ =$
$\cos 30^\circ =$	$\cos 60^\circ =$	$\cos 45^\circ =$

1.下图中 ABCD 为边长 10 米的正方形路线, E 为 AD 中点, F 为与 B 相距 3 米的 BC 上一点, 从 E 点到 F 点有小路 EGHF, 小路的每一段都与 AB 垂直或平行, 且 GH 相距 2 米。甲经 EABF 从 E 点匀速运动到 F 点用时 9 秒, 则其以相同速度经 EGHF 从 E 点匀速运动到 F 点用时多少秒?



- 4.小王近期正在装修新房,他计划将长8米、宽6米的客厅如图所示分别在各边中点连线形成的四边形内铺设不同花色的瓷砖,则需要为最里侧的四边形铺设多少平方米的瓷砖?



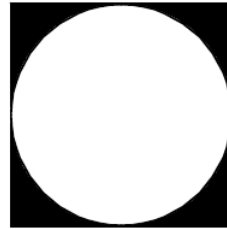
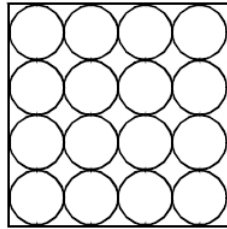
A.3

B.6

C.12

D.24

5.本题图中，左边的图形每个小圆的面积为  $\pi$ ，那么右边图形中阴影部分面积为：



A. $8\pi$

B. $64-16\pi$

C. $4\pi+8$

D.20

6.某蓄水池为长方体，其长是宽的 2 倍，高为 3 米。如果用每分钟可抽水 1 立方米的抽水机抽水，10 小时可以将满池水抽空。则该蓄水池的宽是多少米？

A.10

B.15

C.20

D.25

7.一个圆柱形木料，如果沿着底面直径劈成两半，表面积增加 120 平方厘米。如果拦腰截成两个小圆柱，表面积则增加 157 平方厘米。问原圆柱形木料的体积是多少立方厘米？（ $\pi=3.14$ ）

A.371

B.400

C.471

D.529

## 第九章 容斥问题

### 知识要点

#### ◆ 两者容斥

$$I = A \cup B + x = A + B - A \cap B + x$$

#### ◆ 三者容斥

$$I = A \cup B \cup C + x = A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C + x$$

$$= A + B + C - \text{只包含于两个集合的元素} - 2 \times \text{包含于 3 个集合的元素} + x$$

#### ◆ 容斥极值

利用公式求解

$$(A \cap B)_{\min} = A + B - I$$

$$(A \cap B \cap C)_{\min} = A + B + C - 2I$$

.....

### 知识点一：容斥计数

#### ◆ 经典例题 I ◆

某科研单位共有 68 名科研人员，其中 45 人具有硕士以上学历，30 人具有高级职称，12 人兼而有之。既没有高级职称也没有硕士以上学历的科研人员有多少人？

A.13

B.10

C.8

D.5

#### ◆ 经典例题 II ◆

对 39 种食物中是否含有甲、乙、丙三种维生素进行调查，结果如下：含甲的有 17 种，含乙的有 18 种，含丙的有 15 种，含甲、乙的有 7 种，含甲、丙的有 6 种，含乙、丙的有 9 种，三种维生素都不含的有 7 种，则三种维生素都含的有多少种？

A.4

B.6

C.7

D.9

◆经典例题III◆

某乡镇对集贸市场 36 种食品进行检查，发现超过保质期的 7 种，防腐添加剂不合格的 9 种，产品外包装标识不规范的 6 种。其中，两项同时不合格的 5 种，三项同时不合格的 2 种。问三项全部合格的食品有多少种？

- A.14  
C.23  
B.21  
D.32

三者容斥两个不同公式应用区分：

需要看题干中给出的两者的交集中是否包含三者交集。

知识点二：容斥极值问题

◆经典例题 I ◆

某班共有 48 人，喜欢打乒乓球的有 30 人，喜欢打羽毛球的有 25 人，既喜欢打乒乓球又喜欢打羽毛球的至少有多少人？

- A.5  
C.10  
B.7  
D.18

求公共部分最小值，可直接利用公式求解

巩固提升

1.某高校大学生数学建模竞赛协会共有 240 名会员。今调查参加过国家级竞赛和省级竞赛的会员的人数，发现每个会员至少参加过一个级别的竞赛。调查结果显示，有  $\frac{7}{12}$  的会员参加过国家级竞赛，有  $\frac{1}{4}$  的会员两个级别的竞赛都参加过。则参加过省级竞赛的会员人数是：

- A.160  
B.120  
C.100  
D.140

2.联欢会上，有 24 人吃冰激凌、30 人吃蛋糕、38 人吃水果，其中既吃冰激凌又吃蛋糕的有 12 人，既吃冰激凌又吃水果的有 16 人，既吃蛋糕又吃水果的有 18 人，三样都吃的有 6 人。假设所有人都吃了东西，那么只吃一样东西的人数是多少？

- A.12  
B.18  
C.24  
D.32



---

3.某高校对一些学生进行问卷调查。在接受调查的学生中,准备参加注册会计师考试的有 63 人,准备参加英语六级考试的有 89 人,准备参加计算机考试的有 47 人,三种考试都准备参加的有 24 人,准备选择两种考试参加的有 46 人,不参加其中任何一种考试的有 15 人。问接受调查的学生共有多少人?

- A.120                      B.144                      C.177                      D.192

4.某社团共有 46 人,其中 35 人爱好戏剧,30 人爱好体育,38 人爱好写作,40 人爱好收藏,问这个社团至少有多少人以上四项活动都喜欢?

- A.5                          B.6                          C.7                          D.8

5.某小学开设了航模、美术、书法 3 个兴趣小组。已知四年级有 43 人报名参加航模小组,62 人报名参加美术小组,90 人报名参加书法小组,三个小组都报名的有 20 人,报名参加两个小组的有 48 人,不报名参加其中任何一个小组的有 21 人。问四年级共有多少名学生?

- A. 107                      B. 128                      C. 148                      D. 176

6.100 位医务人员中,有 75 人懂法语,83 人懂英语,65 人懂日语,懂三种语言的有 50 人,三种语言都不懂的有 10 人。那么懂两种语言的有( )人。

- A. 88                      B. 86                      C. 38                      D. 33                      E. 90

7.某学院组织学生进行体育文化活动,有 80% 的学生报名参加,其中报名参加体育活动的人数与报名参加文化活动的人数比是 2 : 1,两个活动都报名参加的人数为只报名参加文化活动人数的 50%,则报名参加体育活动的人数是未报名参加活动人数的( )倍。

- A. 2                          B. 3                          C. 4                          D. 5

8.某旅行社对 100 名导游进行外语培训,有英语、德语、法语三种外语培训班可供选择。其中 58 人报了英语班,38 人报了德语班,52 人报了法语班,既报英语班又报德语班的有 18 人,既报德语班又报法语班的有 16 人,三种培训班都报了的有 12 人,则只报法语班的有多少人?( )

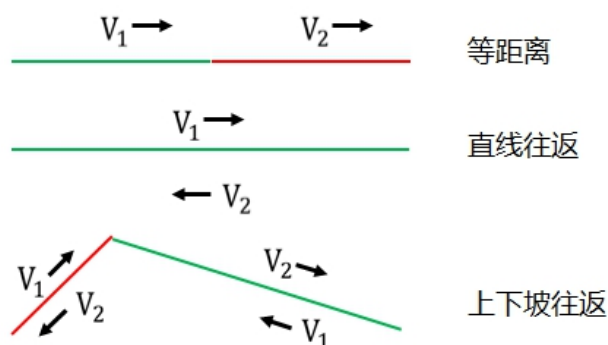
- A.22 人                      B.28 人  
C.30 人                      D.36 人

# 强化练习-数学篇

## 第一节 行程问题

### 等距离平均速度

公式：等距离平均速度  $= \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$



1. 小明每天从家中出发骑自行车经过一段平路，再经过一道斜坡后到达学校上课。某天早上，小明从家中骑车出发，一到校门口就发现忘带课本，马上返回，从离家到赶回家中共用了1个小时，假设小明当天平路骑行速度为9千米/小时，上坡速度为6千米/小时，下坡速度为18千米/小时，那么小明的家距离学校多远？

- A. 3.5 千米
- B. 4.5 千米
- C. 5.5 千米
- D. 6.5 千米



从甲地到乙地 111 千米，其中有  $\frac{1}{4}$  是平路， $\frac{1}{2}$  是上坡路， $\frac{1}{4}$  是下坡路。假定一辆车在平路的速度是 20 千米/小时，上坡的速度是 15 千米/小时，下坡的速度是 30 千米/小时。则该车由甲地到乙地往返一趟的平均速度是多少？

- A. 19 千米/小时
- B. 20 千米/小时
- C. 21 千米/小时
- D. 22 千米/小时

火车过桥（本质为普通行程，特殊点在于 S）

火车过桥模型： $S_{\text{路程}} = S_{\text{桥长度}} + S_{\text{车长度}}$



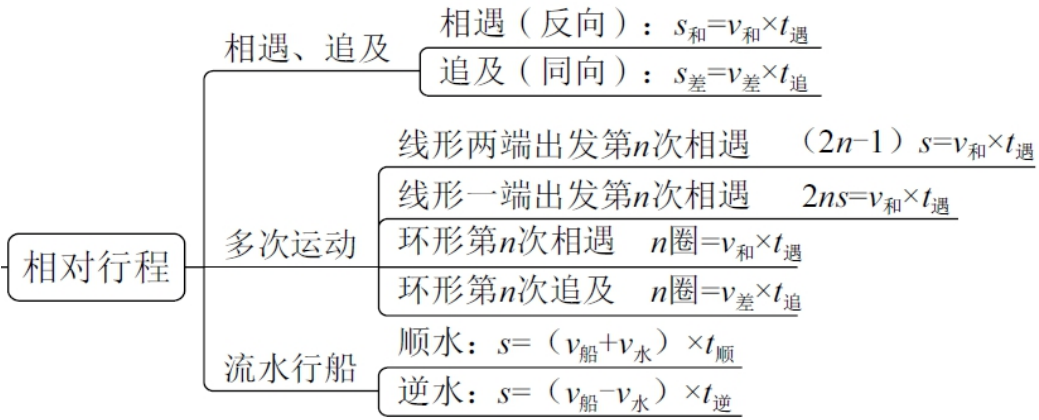
火车完全在桥上模型： $S_{\text{路程}} = S_{\text{桥长度}} - S_{\text{车长度}}$



2.某隧道长 1500 米，有一列长 150 米的火车通过这条隧道，从车头进入隧道到完全通过隧道花费的时间为 50 秒，则整列火车完全在隧道中的时间是多少秒？

- A.43.2
- B.40.9
- C.38.3
- D.37.5

相对行程的做题思维：判题型、甩公式、填已知、求未知

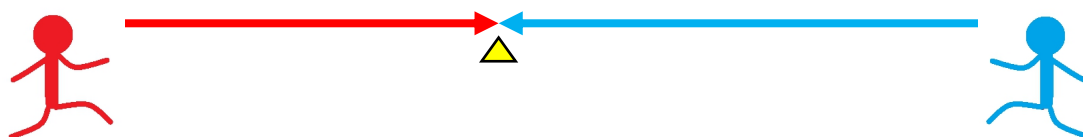


---

**直线相遇：同时相向而行**

公式：  $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times T_{\text{遇}}$

$S_{\text{和}}$ ：就是两人走的路程之和

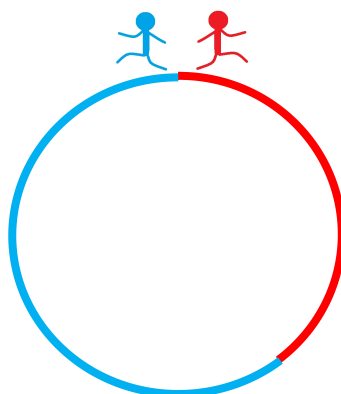


**环形相遇（同点反向出发）**

公式：  $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times T_{\text{遇}}$

相遇 1 次，  $S_{\text{和}}=1$  圈

相遇 N 次，  $S_{\text{和}}=N$  圈

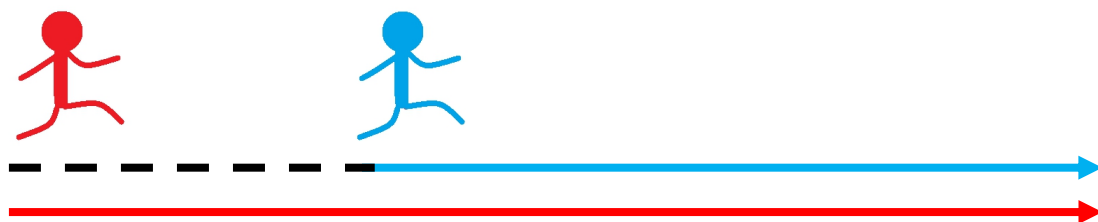


---

### 直线追及：同时同向而行

公式：  $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} \times T_{\text{追}}$

$S_{\text{差}}$ ：追及刚开始时两人相差的距离（起点的距离）

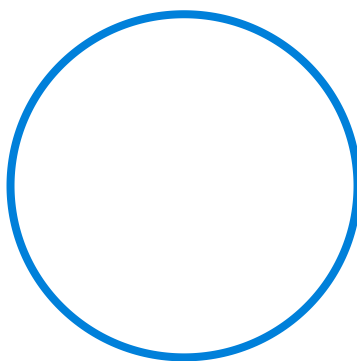


### 环形追及（同点同向出发）

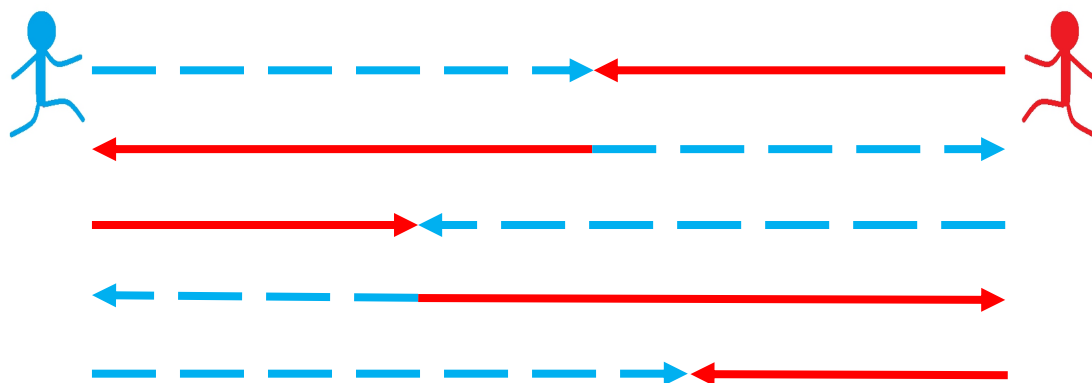
公式：  $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} \times T_{\text{追}}$

追上 1 次，  $S_{\text{差}}=1$  圈

追上 N 次，  $S_{\text{差}}=N$  圈



### 多次相遇（两端出发）



两端出发相遇

第一次相遇，共走  $1S$

第二次相遇，共走  $3S$

第三次相遇，共走  $5S$

第  $n$  次相遇，共走  $(2n-1)S$

$S$ : 两人出发点的距离

### 公式多，总结一下

相遇本质公式:  $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times t$

直线相遇:  $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times t$

环形相遇:  $n \text{ 圈} = S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times t$

线形两端出发多次相遇:  $(2n-1)S = S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times t$

追及本质公式:  $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} \times t$

直线追及:  $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} \times t$

环形追及:  $n \text{ 圈} = S_{\text{差}} = V_{\text{差}} \times t$

3. 小车和客车从甲地开往乙地，货车从乙地开往甲地，它们同时出发，货车与小车相遇 20 分钟后又遇客车。已知小车、货车和客车的速度分别为 75 千米/小时、60 千米/小时和 50 千米/小时，则甲、乙两地的距离是：

- 
- A.205 千米  
B.203 千米  
C.201 千米  
D.198 千米

4.甲车上午 8 点从 A 地出发匀速开往 B 地，出发 30 分钟后乙车从 A 地出发以甲车 2 倍的速度前往 B 地，并在距离 B 地 10 千米时追上甲车。如乙车 9 点 10 分到达 B 地，问甲车的速度为多少千米/小时？

- A.30  
B.36  
C.45  
D.60

5.老林和小陈绕着周长为 720 米的小花园匀速散步，小陈比老林速度快。若两人同时从某一起点同向出发，则每隔 18 分钟相遇一次；若两人同时从某一起点相反方向出发，则每隔 6 分钟相遇一次。由此可知，小陈绕小花园散步一圈需要多少分钟？

- A.6  
B.9  
C.15  
D.18

### 流水行船

核心公式： $V_{\text{顺}} = V_{\text{船}} + V_{\text{水}}$

$$V_{\text{船}} = \frac{V_{\text{顺}} + V_{\text{逆}}}{2}$$

$$V_{\text{逆}} = V_{\text{船}} - V_{\text{水}}$$

$$V_{\text{水}} = \frac{V_{\text{顺}} - V_{\text{逆}}}{2}$$

常考概念：

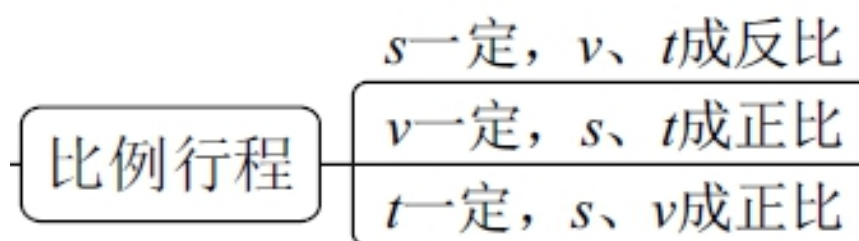
静水速度= $V_{\text{船}}$

漂流速度= $V_{\text{水}}$

---

6. 有一条自西向东流向的河流，甲、乙两艘轮船分别从河流的上游和下游两点开始相对航行，在相遇于某地时，甲船航行的路程为乙船的 2 倍。已知乙船的速度为甲船的 2 倍，水流速度为 1 千米/分，则甲船的航行速度为：

- A. 4 千米/分
- B. 3 千米/分
- C. 2 千米/分
- D. 1 千米/分



抓住不变量，找正反比

7. 甲、乙两人在一条 400 米的环形跑道上从相距 200 米的位置出发，同向匀速跑步。当甲第三次追上乙的时候，乙跑了 2000 米。问甲的速度是乙的多少倍？

- A. 1.2
- B. 1.5
- C. 1.6
- D. 2.0



---

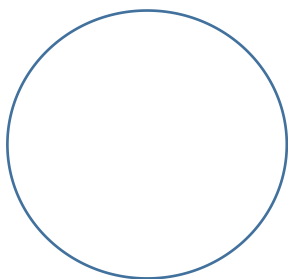
### 时钟问题:

可以看做是特殊的行程问题，是在圆形轨道上两人追及相遇问题，不过这里的两个“人”分别是时钟的时针和分针。

### 差角度问题:

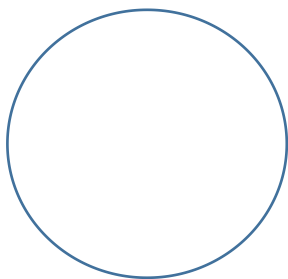
(1) 整点开始，经  $t$  时间后，重合/同一直线/垂直

例 1: 下午 3 点多钟，当钟表的时针和分针重合时，钟表表示的时间是 3 点几分？



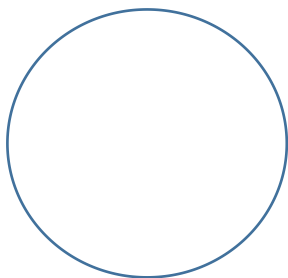
(2) 从开始状态经  $t$  到结束状态，求  $t$ 。

例 2: 小红下午 2 点多钟开始做作业时，时针与分针呈直角。下午 5 点多钟做完时，时针与分针正好又重合在一起。小红作业用了多长时间？



(3) 问任意一个时间点时，分针与时针的夹角。

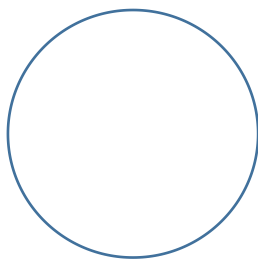
例 3: 15 点 28 分，时钟的分针与时针的夹角是多少度？



**和角度问题：**

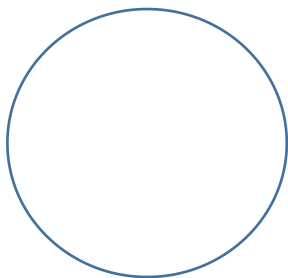
(1) 路程和=整点时顺时针的角度

例 1：9 点过几分时，时针和分针离“9”的距离相等。并且分别在“9”的两边？



(2) 1 小时内，交换分针与时针的位置：路程和=360°

例 2：小明在 1 点多钟时开始做作业，当他做完作业时，发现时针和分针与开始做作业时正好交换了位置，已知小明做作业的时间不超过 1 小时，那么小明做作业用了多长时间？



---

## 第二节 工程问题

### 完工时间型（只、多个、完工）

方法：第一步，赋总量→赋值完工时间的公倍数

第二步，求效率→ $\text{效率} = \frac{\text{总量}}{\text{时间}}$

第三步，在做题→

示例：搬一车砖，明明需要 3 天，双双需要 2 天，现俩人合作，需要多少天？

### 效率比例型（出现效率的比例）

方法：第一步，赋效率→赋值效率的对应比值

第二步，求总量→ $\text{总量} = \text{效率} \times \text{时间}$

第三步，再做题→无休息，看本质。有休息，按人头

示例：搬一堆砖，老王和老张的效率比为 2:1，合作 3 天完成，现在，老王先干 2 天，然后再交给老张做，问老张需要做多少天？

### 给效率比例的几种不同形式：

#### 1.直接型——给效率关系

- ①甲:乙=3:2
- ②甲的效率是乙的 2.5 倍
- ③甲的效率是乙的 60%

#### 2.间接型——给工作量关系

- ①相同时间内，甲可完成整项工程的 10%，乙可完成 30%
- ②甲 2 天的工作量是乙 3 天工作量的一半

#### 3.特殊型——给工作人数、机器数等数量（单位效率相同）

---

①有 30 个工人参加修路……

②建筑公司安排 15 台挖掘机施工……

### 具体单位型（出现具体量→带单位）

方法：直接列式、列方程

1.一项工程由甲、乙工程队单独完成，分别需 50 天和 80 天。若甲、乙工程队合作 20 天后，剩余工程量由乙、丙工程队合作需 12 天完成，则丙工程队单独完成此项工程所需的时间是

A.40 天

B.45 天

C.50 天

D.60 天

2.甲、乙两队单独完成某项工程分别需要 10 天、17 天。甲队与乙队按天轮流做这项工程，甲队先做，最后是哪队第几天完工？

A.甲队第 11 天

B.甲队第 13 天

C.乙队第 12 天

D.乙队第 14 天

### 同时开始同时结束

方法：第一步，先整体看时间→ $t_{\text{总}} = \frac{\text{工作量之和}}{\text{效率之和}}$

例：两堆砖分别有 60 块，甲、乙、丙的效率分别为 3、4、5，甲、乙各负责一堆砖，丙先帮甲，再帮乙，他们同时开始同时结束，问丙帮甲干了多久？

---

3.某市有甲、乙、丙三个工程队，工作效率比为3：4：5。甲队单独完成A工程需要25天，丙队单独完成B工程需要9天。现由甲队负责B工程，乙队负责A工程，而丙队先帮甲队工作若干天后转去帮助乙队工作。如希望两个工程同时开工同时竣工，则丙队要帮乙队工作多少天？

A.6                      B.7                      C.8                      D.9

4.某浇水装置可根据天气阴晴调节浇水量，晴天浇水量为阴雨天的2.5倍。灌满该装置的水箱后，在连续晴天的情况下可为植物自动浇水18天。小李6月1日0：00灌满水箱后，7月1日0：00正好用完。问6月有多少个阴雨天？

A.10                      B.16                      C.18                      D.20

5.一场大雪过后，某单位需安排员工清理包干区的道路积雪。清理时必须3人一组，其中2人铲雪，1人扫雪。如果安排10人铲雪，3.5小时才能完成。假设每组工作效率相同，若要在100分钟内完成，则需安排的员工人数最少是

A.21                      B.24                      C.30                      D.33

6.某商铺甲、乙两组员工利用包装礼品的边角料制作一批花朵装饰门店。甲组单独制作需要10小时，乙组单独制作需要15小时，现两组一起做，期间乙组休息了1小时40分，完成时甲组比乙组多做300朵。问这批花有多少朵？

A.600                      B.900                      C.1350                      D.1500

---

## 第三节 利润问题

### 一、基础经济

1.记一些公式：

①利润=售价-进价

②利润率=利润÷进价

③售价=进价×(1+利润率)

④折扣=折后售价÷折前原价

⑤总价=单价×数量

总利润=单个利润×数量=总售价-总成本

2.做题的方法：

公式法—给具体价格求具体价格

赋值法—给比例求比例，三量关系只知一量

### 二、分段计费

识别：生活中水电费、出租车计费，不同标准，收费不同给出总用量，求总花费

方法：Ⅰ找分段点Ⅱ分段计算Ⅲ汇总求和

示例：某地出租车收费标准为：3公里内起步价8元；超出3公里的部分，每公里2元。老陈打车坐了12公里，共花费多少钱？

1.某种商品原价25元，每半天可销售20个。现知道每降价1元，销量即增加5个。某日上午将该商品打八折，下午在上午价格的基础上再打八折出售，问其全天销售额为多少元？

A.1760

B.1940

C.2160

D.2560

---

2.甲商店购入 400 件同款夏装。7 月以进价的 1.6 倍出售，共售出 200 件；8 月以进价的 1.3 倍出售，共售出 100 件；9 月以进价的 0.7 倍将剩余的 100 件全部售出，总共获利 15000 元。问这批夏装的单件进价为多少元？

- A.125                      B.144                      C.100                      D.120

3.某水果批发商从果农那里以 10 元/公斤的价格购买了一批芒果，运送到某地区售出。在长途运输过程中有 5%的芒果磕碰受损和另外 5%的芒果过度成熟，因此无法卖出，其余部分以 25 元/公斤的价格售出后，如果不计运输等其他费用，这批芒果赚得利润 12000 元。则该批发商从果农那里购买了多少公斤芒果？

- A.480                      B.800                      C.960                      D.1000

4.商场里某商品成本上涨了 20%，售价只上涨了 10%，毛利率（利润/进货价）比以前下降了 10 个百分点。问原来的毛利率是多少？

- A.10%                      B.20%                      C.30%                      D.40%

5.某书店从图书批发商那里以图书定价的四折购进一批图书，又以定价的八折售出这批图书的 60%，剩下 40%的图书以六折的价格售完。那么这批图书的利润率是多少？

- A.68%                      B.70%                      C.72%                      D.80%

6.某市出租车运营方案调整如下：起步价由过去的 5 元 2 公里调整为 8 元 3 公里，运价由每公里 1.2 元上调至每公里 1.6 元。调整前后行程超过 10 公里则超出部分均需加收半价返程费。现在王先生打车由甲地去乙地，两地相距 12 公里，王先生所付出租车费比调整前多付多少元？（不计候车计费）

- A.4.6                      B.5.8                      C.6.6                      D.7.2

---

## 第四节 排列组合

### 分类与分步

分类相加（事有无完成）→完成用加法

地铁：1 号线、2 号线

家  公司

公交：101、715、708



分步相乘（只完成了其中的一部分）→都发生才行（且）

公交：101、715、708      地铁：1 号线、2 号线

家  地铁  公司

【判定标准】从已选的主体中任意挑出两个，调换顺序

有差别，与顺序有关（A）；无差别，与顺序无关（C）

例 1：皇上从七个最喜欢的妃子里选两个侍寝，有多少种选法？

例 2：皇上从七个最喜欢的妃子里选两个侍寝，有多少种选法？

（第一个捏肩，第二个去捶腿）

### A 与 C 如何计算：

1. 一次会议某单位邀请了 10 名专家，该单位预定了 10 个房间，其中一层 5 间、二层 5 间。已知邀请专家中 4 人要求住二层，3 人要求住一层，其余 3 人住任一层均可，那么要满足他们的住房要求且每人 1 间，有多少种不同的安排方案？

A.43200

B.7200

C.450

D.75



2.单位 3 个科室分别有 7 名、9 名和 6 名职工。现抽调 2 名来自不同科室的职工参加调研活动，问有多少种不同的挑选方式？

A.146

B.159

C.179

D.286

经典  
题型

必须相邻 捆绑法 先捆再排

不能相邻 插空法 先排再插

凑数字/情况少 枚举法 不重不漏、按序枚举

环形排列  $n$  个元素环形排列有  $(n-1)!$  种

3.小王去超市购物，带现金 245 元，其中 1 元 6 张、2 元 2 张、5 元 3 张、10 元 2 张、50 元 2 张、100 元 1 张，选购的物品总计 167 元，若用现金结账且不需要找零，则不同的面值组合方式有：

A.6 种

B.7 种

C.8 种

D.9 种

4.为加强机关文化建设，某市直属机关在系统内举办演讲比赛，3 个部门分别派出 3、2、4 名选手参加比赛，要求每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连，问不同参赛顺序的种数在以下哪个范围之内？

A.小于 1000

B.1000~5000

C.5001~20000

D.大于 20000

---

## 第五节 概率问题

### ①古典概率

例：3 个绿球、2 个黄球、5 个红球，球都一样，随便摸一个

问：摸到绿球的概率？

公式：

概率=A 的等可能事件数/等可能事件总数

注：正难则反，满足概率=1-不满足概率

### ②给概率求概率

方法：分类加法、分步乘法

例：某抽奖活动：

一等奖（小汽车），中奖概率为 5%

二等奖（摩托车），中奖概率为 10%

三等奖（自行车），中奖概率为 30%

甲中奖的概率为多少？

甲和乙同时中 2 等奖的概率为多少？

1.某商场搞抽奖促销，限每人只能参与一次，活动规则是：一个纸箱里装有 5 个大小相同的乒乓球，其中 3 个是白色 2 个是红色，参与者从中任意抽出 2 个球，如果两个都是白色可得抵用券 100 元，一白一红可得抵用券 200 元，两个都是红色可得抵用券 400 元。若小李和小林两人分别参加抽奖，那么两人获得抵用券之和不少于 600 元的概率是多少？

A.0.12

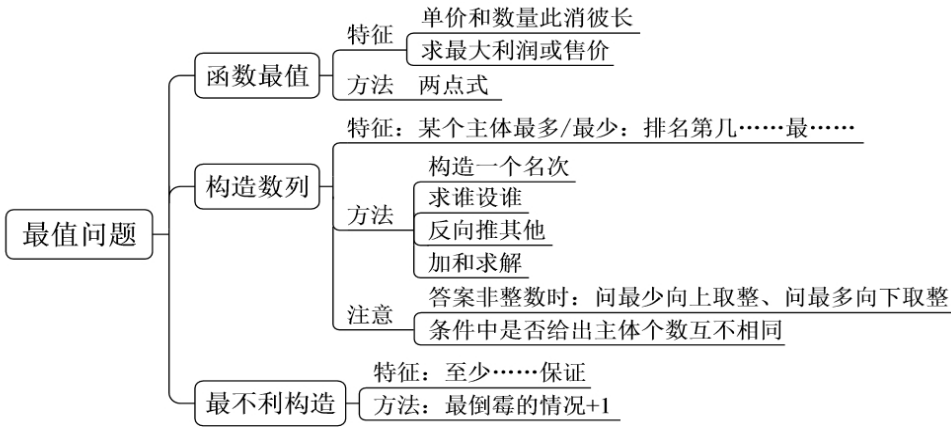
B.0.22

C.0.13

D.0.30

- 2.甲、乙、丙、丁四人开展羽毛球比赛，首轮每人需和另外3人各比1场，获胜2场及以上者进入下一轮，否则淘汰。甲胜乙、丙、丁的概率分别为70%、50%、40%，问甲首轮遭淘汰的概率是多少？
- A.42.5%                      B.45%                      C.47.5%                      D.48%

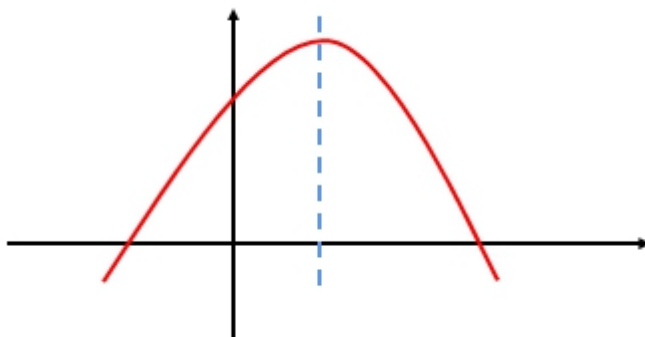
## 第六节 极值问题



套路题→套方法

方法的原理

$$\text{总额} = (3000 + 300x) \times (16 - x)$$



1.某汽车坐垫加工厂生产一种汽车坐垫，每套成本是 144 元，售价是 200 元。一个经销商订购了 120 套这种汽车坐垫，并提出：如果每套坐垫的售价每降低 2 元，就多订购 6 套。按经销商的要求，该加工厂获得最大利润需售出的套数是：

- A.144                      B.136                      C.128                      D.142

### 最不利构造

特征：至少……保证……

方法：最坏的情况+1

例题：袋子中有 5 个红球，8 个白球，10 个黄球，问：

- 1.至少取出多少个，才能保证有红球。
- 2.至少取出多少个，才能保证有三个同色球。
- 3.至少取出多少个，才能保证有八个同色球。

方法：要保证同种情况至少  $n$  个，应每种情况各取  $n-1$  个，（如果不够  $n-1$  个，有多少取多少），最后再加 1。

2.某公司有 200 名员工报名参加年会的竞赛活动，其中销售部、生产部、财务部、人力资源部分别有 100、70、20、10 人，问至少有多少人进入竞赛活动才能保证一定有 30 名员工工作部门相同？

- A.88                      B.78                      C.90                      D.89

---

### 构造数列（和定最值思想）

识别：最…最…，排名第几…最…

方法：第一步，构造一个名次→弄清最大值/最小值

第二步，求谁设谁→设  $x$

第三步，反推其他→看清是否有“各不相同”

第四步，加和求解→若不整，反向取整

3. 现有 26 颗糖果，要分给 5 位小朋友，假设要使得每位小朋友分到的糖果数量各不相同，那么分得糖果数量最多的小朋友至少可以分到多少颗糖果？

A.5                      B.6                      C.7                      D.8

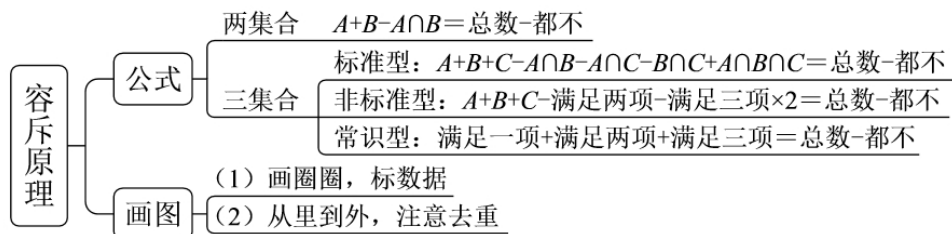
4. 某市体育中考满分 40 分。某班得分后五名同学的平均分是 30 分，排名倒数第五名的同学得了 35 分。假如这五位同学的得分是互不相同的整数，那么排名倒数第三名的同学最少得多少分？

A.27                      B.28                      C.29                      D.30

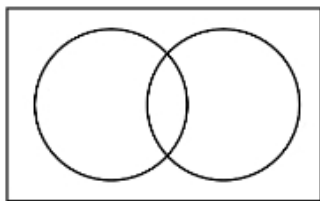
5. 某新能源汽车企业计划在 A、B、C、D 四个城市建设 72 个充电站，其中在 B 市建设的充电站数量占总数的  $\frac{1}{3}$ ，在 C 市建设的充电站数量比 A 市多 6 个，在 D 市建设的充电站数量少于其他任一城市。问至少要在 C 市建设多少个充电站？

A.20                      B.18                      C.22                      D.21

## 第七节 容斥问题

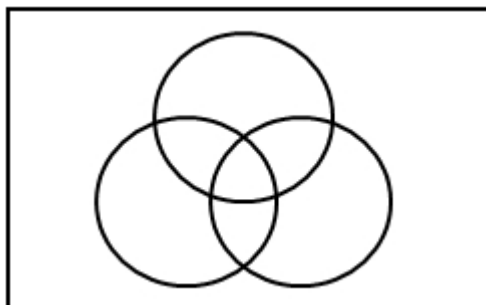


### ①两集合



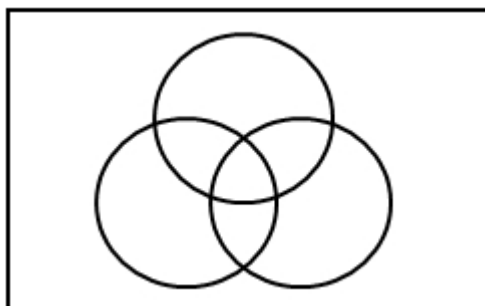
公式:  $A+B-A\cap B = \text{总数}-\text{都不}$

### ②三集合标准型 (分别给出两两交集)



公式:  $A+B+C-A\cap B-A\cap C-B\cap C+A\cap B\cap C = \text{总数}-\text{都不}$

### ③三集合非标准型 (统一给出满足两者)



公式： $A+B+C-\text{满足两项}-2\times\text{满足三项}=\text{总数}-\text{都不}$

### 三集合标准型与非标准型的区分

**标准型判定：既…又…**

往往分别给出两两集合的交集（既 A 又 B，既 B 又 C，既 A 又 C）

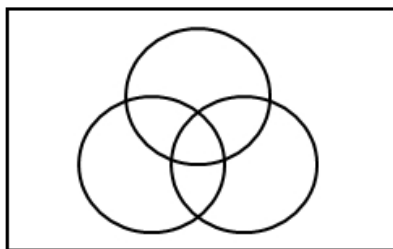
针对 100 名旅游爱好者进行调查发现，28 人喜欢泰山，30 人喜欢华山，42 人喜欢黄山，8 人既喜欢黄山又喜欢华山，10 人既喜欢泰山又喜欢黄山，5 人既喜欢华山又喜欢泰山，3 人喜欢这三个景点，则不喜欢这三个景点中任何一个的有多少人：

**非标准型判定：无既…又…**

往往统一给出或求解满足两种（只满足两种）

某班参加学科竞赛人数 40 人，其中参加数学竞赛的有 22 人，参加物理竞赛的有 27 人，参加化学竞赛的有 25 人，只参加两科竞赛的有 24 人，参加三科竞赛的有多少人？

④三集合常识公式（给出只满足一项）



公式：满足一项+满足两项+满足三项=总数-都不

---

1.某公司组织歌舞比赛，共 68 人参赛。其中，参加舞蹈比赛的有 12 人，参加歌唱比赛的有 18 人，45 个人什么比赛都没有参加。问其中参加歌唱比赛但不参加舞蹈比赛的有多少人？

- A.9                      B.11                      C.15                      D.17

2.某旅行团共有 48 名游客，都报名参观了三个景点中的至少一个。其中，只参观了一个景点的人数与至少参观了两个景点的人数相同，是参观了三个景点的人数的 4 倍。则需要为这些游客购买多少张景点门票？

- A.48                      B.72                      C.78                      D.84

### 容斥问题的方法选择

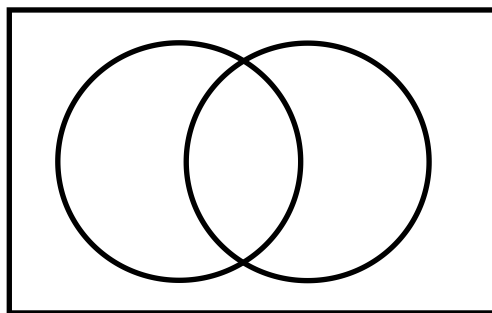
公式法：题目中所给、所求都是公式中的一部分

画图法：出现“只 A”

具体操作：

①画图

②标数字（从交集标、注意去重）



3.在一项课题研究中，数据搜集方式有问卷调研、当面访谈与电话访谈三种。参加问卷调研的有 27 人，参加电话访谈的有 21 人。参加了三种数据搜集方式的有 5 人，既参加问卷调研又参加当面访谈的有 9 人，既参加问卷调研又参加电话访谈的有 12 人，



---

既参加当面访谈又参加电话访谈的有 7 人。已知只参加当面访谈的人数占数据搜集人员总数的 20%，则数据搜集人员共有多少人？

- A.45                      B.50                      C.55                      D.60

4.某高校做有关碎片化学习的问卷调查，问卷回收率为 90%，在调查对象中有 180 人会利用网络课程进行学习，200 人利用书本进行学习，100 人利用移动设备进行碎片化学习，同时使用三种方式学习的有 50 人，同时使用两种方式学习的有 20 人，不存在三种方式学习都不用的人。那么，这次共发放了多少份问卷？

- A.370                      B.380                      C.390                      D.400

### 特殊题型：容斥最值

方法：根据公式列式，分析最值情况

5.某班在筹备联欢会时发现很多同学都会唱歌和乐器演奏，但有部分同学这 2 种才艺都不会。具体有 4 种情况：只会唱歌，只会乐器演奏，唱歌和乐器演奏都会，唱歌和乐器演奏都不会。现知会唱歌的有 22 人，会乐器演奏的有 15 人，两种都会的人数是两种都不会的 5 倍。这个班至多有多少人？

- A.27                      B.30                      C.33                      D.36

6.某软件公司对旗下甲、乙、丙、丁四款手机软件进行使用情况调查，在接受调查的 1000 人中，有 68%的人使用过甲软件，有 87%的人使用过乙软件，有 75%的人使用过丙软件，有 82%的人使用过丁软件。那么，在这 1000 人中，使用过全部四款手机软件的至少有（    ）人。

- A.120                      B.250                      C.380                      D.430

---

## 第八节 几何问题

### 几何问题

(一) 公式：长度、面积、体积

(二) 结论：比例关系、最短路径、面积周长性质

### 周长公式：

长方形周长  $C = 2(a + b)$

正方形周长  $C = 4a$

圆的周长  $C = 2\pi r$

弧长  $= \frac{n}{180} \pi r$

### 面积公式：

三角形面积  $S = \frac{1}{2}ah$

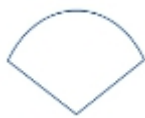
长方形面积  $S = ab$

正方形面积  $S = a^2$

梯形面积  $S = \frac{(a+b)h}{2}$

圆的面积  $S = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$

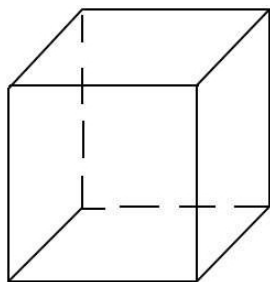
菱形面积  $S = \frac{ab}{2}$



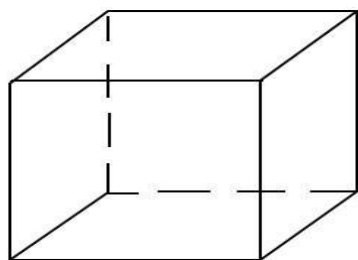
$$S_{\text{扇}} = \frac{n^\circ}{360^\circ} \pi r^2$$

---

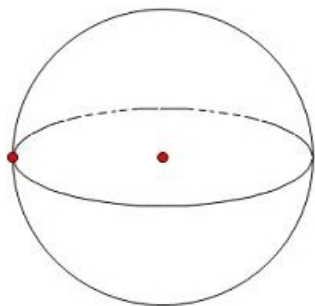
### 表面积相关公式



正方体表面积= $6a^2$



长方体表面积= $2ab+2bc+2ac$

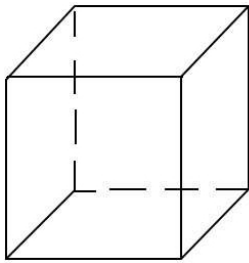


$S_{\text{球}} = 4\pi r^2$

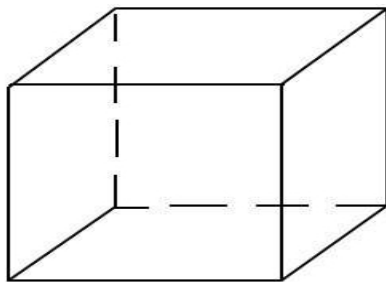


$$S_{\text{圆柱}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

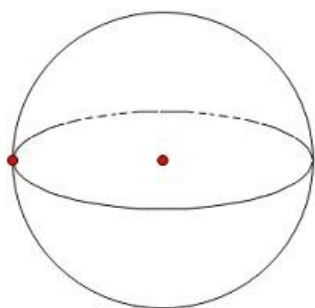
体积相关公式



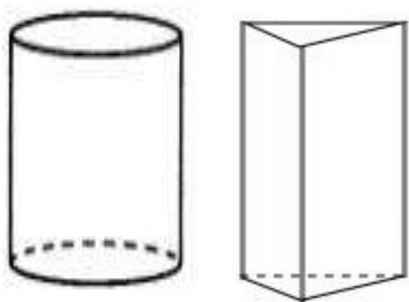
$$\text{正方形的体积} = a^3$$



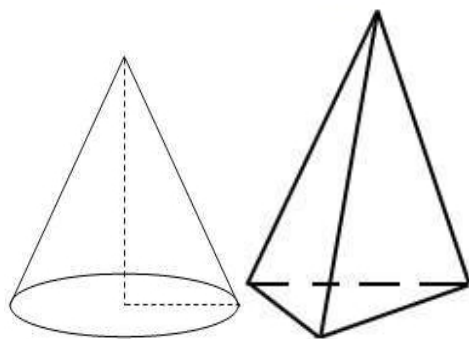
$$\text{长方体的体积} = abc$$



$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$



$$\text{圆柱体的体积} = \pi R^2 h$$



$$\text{圆锥体的体积} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

$$\text{锥体的体积} = \frac{1}{3}Sh$$

## 一、公式类

【例 1】将一个表面积为 72 平方米的正方体平分为两个长方体，再将这两个长方体拼成一个大长方体，则大长方体的表面积是多少平方米：

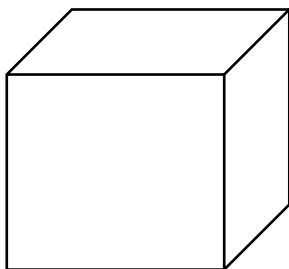
A.56

B.64

C.72

D.84

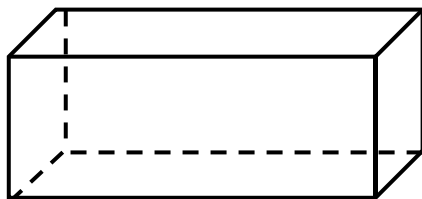
## 切分相关结论



若将一个正方体切分成两块：

①表面积增加多少？——两个切面面积

②表面积最多增加多少？—— $2 \times a \times \sqrt{2}a$



若将一个长方体切分成两块：

表面积最多增加多少？——最长边  $\times \sqrt{\text{两短边平方和}}$

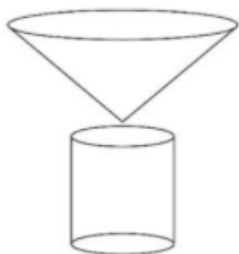
【例 2】野外生存需要用一个简易的圆锥型过滤器（如下图所示），装满溪水进行过滤。过滤器的底面直径为 20 厘米，高为 6 厘米。问全部过滤完毕后，在不考虑损耗的情况下，可使底面半径为 5 厘米，高为 15 厘米圆柱型容器的水面高度达到：

A.4 厘米

B.6 厘米

C.8 厘米

D.12 厘米



## 二、结论类

【例 3】某健身馆准备将一块周长为 100 米的长方形区域划为瑜伽场地，将一块周长为 160 米的长方形区域划为游泳场馆。若瑜伽场地和游泳场馆均是满足周长条件下的最大面积，问两块场地面积之差为多少平方米？

A.625

B.845

C.975

D.1150

### 积累几何小结论：

①四边形面积一定时，正方形周长最小

②四边形周长一定时，正方形面积最大

平面几何中，若周长一定，越接近于圆，面积越大；若面积一定，越接近于圆，周长越小。

常考：长方形——求面积最大（和定差小积大）；求周长最小（积定差小和小）

立体几何中，若表面积一定，越接近于球，体积越大；若体积一定，越接近于球，表面积越小。

### 最短路径

1.立体图形：

2.平面图形：

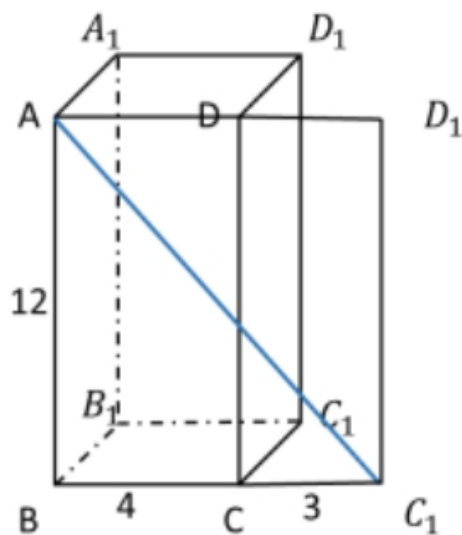
【例 4】长、宽、高分别为 12cm、4cm、3cm 的长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  上，有一个蚂蚁从 A 出发沿长方体表面爬行到  $C_1$  获取食物，其路程最小值是多少 cm？

A.13

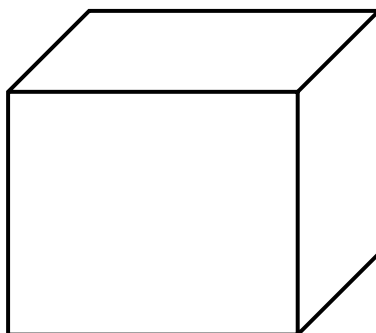
B. $\sqrt{193}$

C. $\sqrt{241}$

D.17



立体：展开成平面在连线



正方体：两顶点最短距离 $\sqrt{5}a$

长方体：两顶点最短距离 $\sqrt{\text{最长边}^2 + \text{两短边和}^2}$

**【例 5】**如图所示，A 村和 B 村都在 205 国道的同侧，到国道的距离分别为 800 米和 2 公里。为了建设干净美丽的新农村，在国道边新建了一个垃圾站，使得两个村庄到此处垃圾站的距离之和最短。某日，小新和小龙同时从 B 村和 A 村出发前往垃圾站倒垃圾，已知小新骑车的速度是 5 米/秒，小龙跑步的速度是 3 米/秒，则谁会先到达垃圾站？

- A.同时到达                      B.小新先到                      C.小龙先到                      D.不能确定





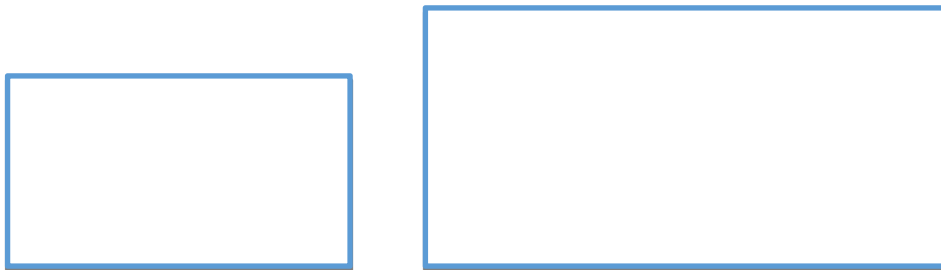
平面：做对称点在连线



### 相似图形

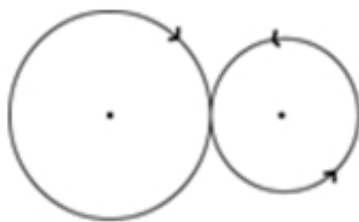
判定：形状相同，但大小不同的图形

结论：对应边之比等于相似比，面积比等于相似比的平方



【例 6】某公园雇佣一名小丑表演骑独轮车。独轮车车轮直径为 50 厘米，小丑沿如图所示 8 字形轨迹骑行。轨迹为相切的两个圆，两个圆面积比是 16: 9，小圆直径为 15 米。问小丑沿 8 字形轨迹骑行一圈，车轮转动了多少圈？

- A.50                      B.60                      C.70                      D.90



【例 7】某甜品店出售一种规则球形的甜品，该甜品由内部中空的球形面皮（每立方厘米成本 0.4 元）和实心的芝士球（每立方厘米成本 1 元）组成。无论甜品大小规格如何，其中的芝士球半径始终为甜品半径的四分之三。已知制作半径为 1 厘米的该甜品成本约为 2.73 元，那么要制作半径为 2 厘米的该甜品，成本约为：

- A.5.46 元                      B.7.45 元                      C.14.92 元                      D.21.88 元

### 三角形

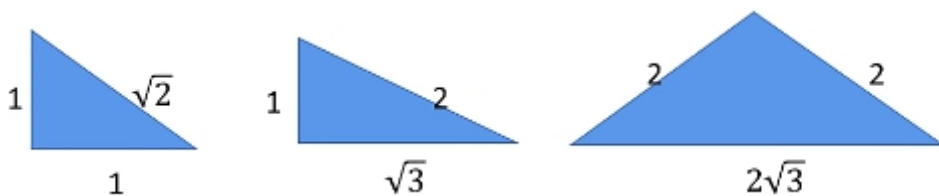
边长关系：两边之和>第三边，两边之差<第三边

### 直角三角形

勾股定理  $a^2 + b^2 + c^2$

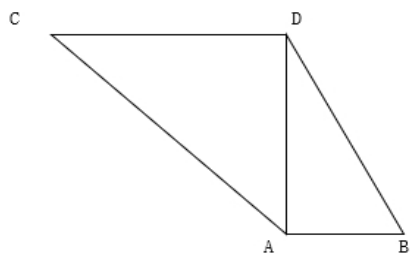
常见勾股数 (3,4,5) n;    5、12、13

特殊角



【例 8】如图，小明在一处平地的 A 处放风筝，当小明注意到风筝在他后方仰角  $45^\circ$  位置时，一边收线一边沿直线向 B 跑，跑了 10 米到达 B 点后发现，风筝在他后方仰角  $60^\circ$  位置。若此时风筝恰好小明跑动的初始位置 A 正上方 D 处，且风筝的高度始终没有变化，则这个过程中小明大约收了多少米的风筝线？

- A.3.5                      B.4                      C.5                      D.4.5



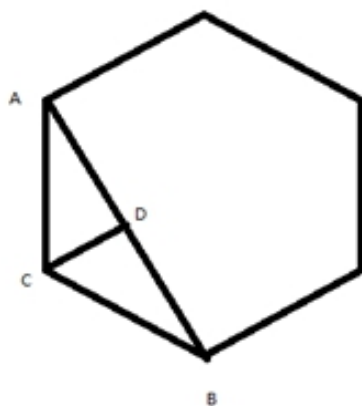
【例 9】老王围着边长为 50 米的正六边形的草地跑步，他从某个角点出发，跑了 500 米之后，与出发点相距有多远？

A.  $50(\sqrt{3} - 1)$

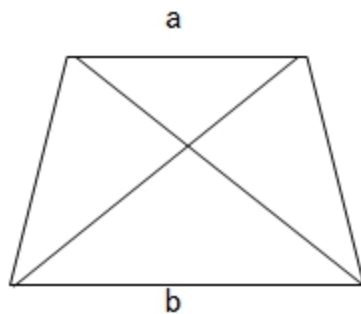
B.  $50\sqrt{3}$

C.  $25(\sqrt{2} + 1)$

D.  $25\sqrt{2}$



蝴蝶定理



梯形蝴蝶定理：上底为  $a$ 、下底为  $b$ ，

则  $S_{\text{上}} : S_{\text{左}} : S_{\text{右}} = a^2 : b^2 : ab : ab$

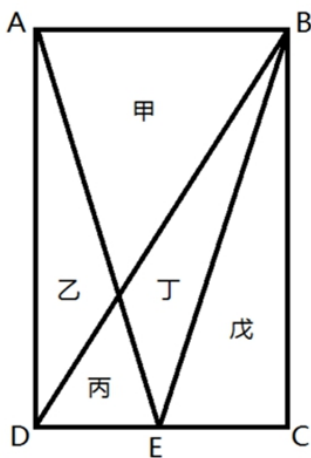
【例 10】一块种植花卉的矩形土地如图所示，AD 边长是 AB 的 2 倍，E 是 CD 的中点，甲、乙、丙、丁、戊区域分别种植白花、红花、黄花、紫花、白花。则种植白花的面积占矩形土地面积的：

A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{2}{3}$

C.  $\frac{7}{12}$

D.  $\frac{1}{2}$



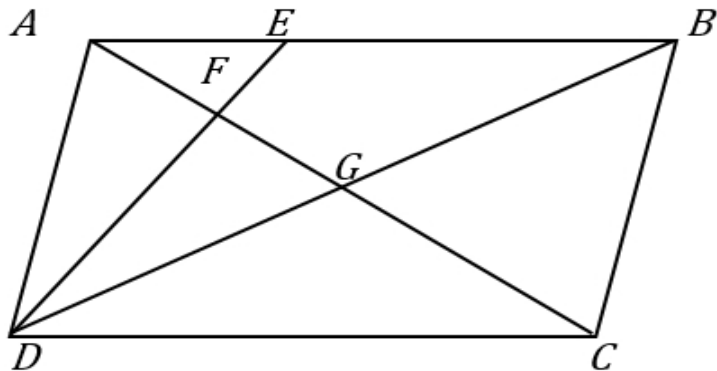
【例 11】平行四边形 ABCD 如右图所示，E 为 AB 上的一点，F、G 分别为 AC 与 DE、DB 的交点。若  $AB=3AE$ ，则四边形 BEFG 与 ABCD 的面积之比是

A. 2 : 7

B. 3 : 13

C. 4 : 19

D. 5 : 24



## 第九节 统筹问题

统筹问题——①最快完工、产量最大→统筹工程

识别：怎样干活最快、怎样实现产量最大

**思路：列表分析**

①优秀先选擅长

②较慢者做另一项任务

③快者做完，再帮慢者

④算剩余用时

**【例 1】**某产品的生产须经历 A、B、C、D 四道工序，由甲、乙、丙、丁每人负责其中一道工序，四人单独完成每道工序所需的时间（单位：分钟）如下表所示，则他们完成四道工序所需的总时间最少是（ ）。

A.18 分钟

B.22 分钟

C.24 分钟

D.26 分钟

时间 人员	工序	A	B	C	D
甲		3	16	14	5
乙		7	3	13	14
丙		5	10	12	9
丁		7	8	11	9

---

【例 2】有甲、乙两项工作需要完成，若小王单独完成甲工作需要 12 天，单独完成乙工作需要 20 天；小孙单独完成甲工作需要 10 天，完成乙工作需要 30 天。如果每项工作都可以由两人合作，那么这两项工作都完成最少需要多少天？

- A.12                      B.14                      C.16                      D.18

统筹问题——②成本最低、耗时最短、获利最大→最优方案  
识别：

问总耗时最短、总费用最低、总获利最大

思路：

- 1.看谁最省（比较效率）
- 2.谁省用谁（优先用效率高的）
- 3.避免浪费

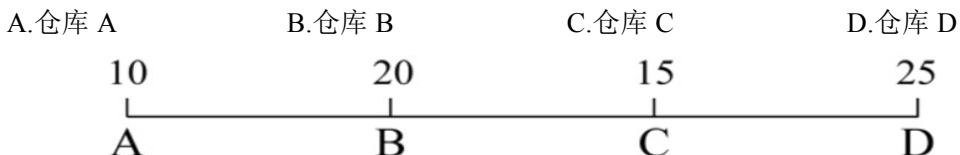
【例 3】甲地有一批 100 吨的装修材料需运到乙地，大卡车载重量为 13 吨，小货车载重量为 5 吨，大卡车一次运费为 1000 元，小货车一次运费为 500 元。如要求所有货物正好装满整数车，则运费最低为多少元？

- A.8500                      B.9000                      C.9500                      D.10000

【例 4】某个公司在甲乙丙丁四个地方各有一个仓库，四个地方依次排列，大致都在一条直线上，分别相距 6 千米、10 千米、18 千米，甲仓库有货物 4 吨，乙仓库有货物 6 吨，丙仓库有货物 9 吨，丁仓库有货物 3 吨。如果把所有的货物集中到一个仓库，每吨货物每千米运费为 100 元，请问把货物放在哪个仓库最省钱：

- A.甲                      B.乙                      C.丙                      D.丁
-

【例 5】某电商平台每隔 5 千米有一座仓库，共有 A、B、C、D 四座仓库，图中数字表示各仓库库存货物的吨数。现需要把所有的货物集中存放在其中某一个仓库中，如果每吨货物运输 1 千米需要运费 3 元，要使运费最少，则需将货物集中到哪座仓库？



### 统筹问题——空瓶换水问题

【例 6】若有 12 个矿泉水空瓶可以免费换 1 瓶矿泉水，现有 101 个矿泉水空瓶，最多可以免费喝到几瓶矿泉水？

- A.8 瓶                      B.9 瓶                      C.10 瓶                      D.11 瓶

【例 7】若有 6 个空瓶可以换 1 瓶汽水，某班同学喝了 213 瓶汽水，其中一些是用喝后的空瓶换来的，那么他们至少要买多少瓶汽水？

- A.176 瓶                      B.177 瓶                      C.178 瓶                      D.179 瓶

### 统筹问题——真假币问题

在若干外观相同的硬币中，混有一枚质量不同的假币，其余均为真币，若用天平去称，求一定找出假币所需最少次数的问题

【思考】若有三枚银元其中一枚是轻一些的假银元，用天平至少称几次，就一定能找到假银元？

结论：若有  $M$  枚硬币，其中一枚是轻一些的假币，则可利用限定条件，即  $N$  的最小值为所求。

【例 8】某人有 10 枚银元，其中一枚是轻一些的假银元，用天平至少称几次，就一定能找到假银元？

- A.3                      B.4                      C.5                      D.6