《数学 1》试卷勘误说明

第一套

14 题题干更正为：$\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$=（　　）。

23 题题干更正为：已知函数$z=e^{xy}$，$\Delta x=0.1,\Delta y=0.15$，则当$x=1,y=1$时的全微分为（　　）。

25 题解析更正为：空间曲线$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=6\\z=x^2+y^2\end{cases}$在点$(-1,1,2)$处的法平面的法向量为

$\begin{vmatrix}i & j & k\\-1 & 1 & 2\\2 & -2 & 1\end{vmatrix}=(5,5,0)$，在点$(-1,1,2)$处的法平面方程$x+1+y-1=0,x+y=0$，所以选 B。

30 题更换为：

已知D是直线y=x与y=x^{2}所围成的区域，则$\iint_D xydxdy=$（　　）。

A. $\frac{1}{12}$　　　　B. $-\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{24}$　　　　D. $-\frac{1}{24}$

答案：C。**解析：**$\iint_D xydxdy=\int_0^1 xdx\int_{x^2}^{x}ydy=\frac{1}{2}\int_0^1(x^3-x^5)dx=\frac{1}{24}$，所以选 C。

31 题选项更正为：

A. $\int_0^2 dx\int_x^{x-4}f(x,y)dy$　　　　B. $\int_0^2 dx\int_x^{4-x}f(x,y)dy$

C. $\int_0^2 dx\int_{4-x}^{x}f(x,y)dy$　　　　D. $\int_0^1 dx\int_{x-4}^{x}f(x,y)dy$

31 题解析更正为：由题目Y型区域，转化为X型区域，得 $\int_0^2 dx\int_x^{4-x}f(x,y)dy$，所以选 B。

32 题题干更正为：由坐标面及c为$x=2,y=3,x+y+z=4$所围成的角柱体的体积是（　　）。

32 题解析更正为：本题考查二重积分的应用，由坐标面及c为$x=2,y=3,x+y+z=4$所围成的角柱体的体积$V=\iint_D(4-x-y)d\sigma=\int_0^1 dx\int_0^3(4-x-y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{4-x}(4-x-y)dy=\frac{55}{6}$，所以选 D。

41 题题干更正为：设$A=\begin{vmatrix}1 & -1 & 3\\0 & -1 & 2\\1 & -1 & 1\end{vmatrix}$，则$A_{21}-A_{22}+A_{23}$=（　　）。

58 题答案更正为：B，解析正确。

62 题解析更正为：由 $E(X)=\lambda, D(X)=\lambda, (\lambda>0)$，得$E(X^2)=D(X)+E^2(X)=\lambda+\lambda^2,$

故$E[(X-1)(X+3)]=E(X^2+2X-3)=E(X^2)+2\mathrm{E}(X)-3=\lambda^2+3\lambda-3=1,$

即 $\lambda^2+3\lambda-4=0,$得 $\lambda=1$。

第二套

5 题解析更正为：因为 $f(x)=\begin{cases} x, & x\le 0, \\ \frac{1}{n}, & \frac{1}{n+1}<x\le\frac{1}{n} \end{cases}$，$f'_-(0)=1,$ $f'_+(0)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{n}}{x}$，而

$\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}\le\frac{\frac{1}{n}}{x}\le\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}}\to 1$，因此 $f'_+(0)=1$，$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，所以选 C。

9 题解析更正为：令 $f(x)=x^5+2ax^3+3bx+4c,\ f'(x)=5x^4+6ax^2+3b$，由 $3a^2-5b<0$ 得

$\Delta=36a^2-60b=12(3a^2-5b)<0$，所以 $f'(x)>0, f(x)$在R上单调递增。而且

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)<0, \lim\limits_{x\to-\infty}f(x)>0$。由零点定理知，$f(x)=0$，只有唯一实根。所以选 B。

11 题解析更正为：因为 $f(x)$ 的一个原函数为 $x^2\ln x$

则 $(x^2\ln x)'=f(x)=2\ln x+x$，所以，$\int f'(x)dx=2x\ln x+x+C$，所以选 B。

21 题解析更正为：$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=50 \\ x+2y+3z=4 \end{cases}$，两端同时对 x 求偏导，则 $\begin{cases} 2x+2y\frac{\partial y}{\partial x}+2z\frac{\partial z}{\partial x}=0 \\ 1+2\frac{\partial y}{\partial x}+3\frac{\partial z}{\partial x}=0 \end{cases}$，

得 $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{2x-y}{3y-2z}$，所以选 C。

23 题题干更正为：$(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$ 在整个平面内的一个原函数 $u=u(x,y)$ 为（　　）。

32 题干更正为：设曲线积分 $I=\int_C xy^2dy-x^2ydx$，C：圆周 $x^2+y^2=a^2$ 在第一象限部分，取逆时针方向，则 $I=$（　　）。

32 题解析更正为：本题考查格林公式的应用，补充直线 $l_1: y=0, l_2: x=0,$ 与圆周 $x^2+y^2=a^2$ 构成封闭逆时针曲线，则应用格林公式

$$I=\int_C xy^2dy-x^2ydx=\iint_{D_{xy}}(x^2+y^2)d\sigma-\int_{l_1} xy^2dy-x^2ydx-\int_{l_2} xy^2dy-x^2yd$$

$I = \frac{\pi a^4}{8}$，所以选 C。

37 题题干更正为：方程 $y'' = (y')^3 + y'$ 的通解为（　　）。

37 题解析更正为：$y'' = (y')^3 + y'$ ，$y'' = 1 + (y')^2$，，不显含 x，令 $y' = p(y)$，则

$p\frac{dp}{dy} = p^3 + p$，得 $\arctan p = y + C_1$，因此 $\frac{dy}{dx} = \tan(y + C_1)$，两端同时积分，得

$\sin(y + C_1) = Ce^x$，所以选 C。

40 题解析更正为：令 $f_x(x,y)=0, f_y(x,y)=0,$ 可知 $(0,0)$ 为函数 $f(x, y)$ 的驻点，且在该点处，

$AC - B^2 > 0$，且 $A > 0$，因此 $f(x,y) = x^2 + y^2 - 3x^2 y$ 在 $(0,0)$ 点为极小值点，所以选 C。

44 题题干更正为： 已知方阵 A 为三阶方阵，第 1 行元素分别为 $a_{11} = 1$，$a_{12} = 2$，$a_{13} = -1$，且

$\boldsymbol{A}^* = \begin{bmatrix} -7 & -4 & 9 \\ 5 & 3 & -7 \\ 4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$，则 $|A|$ =（　　）。

65 题解析更正为：这是一个几何概型，由于 $-1 \le a \le 1, -1 \le b \le 1,$ 所以 $S_\Omega = 4,$

又因为方程有实根，即 $\Delta = a^2 - 4b^2 \ge 0 \Rightarrow (a-2b)(a+2b) \ge 0,$ 设 A=“方程有实根”，则

$S_A = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 1,$ 故方程有实根的概率为 $P = \frac{1}{4}$。

第三套

17 题解析更正为：因为 $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x} dx$ 的原函数在区间（-1,0）及（0，1）均发散，所以选 A。

30 题解析更正为：由 $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x,y) dy$ 的两对上下限，恢复区域，再交换积分次序则，

$\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x,y) dy = \int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^{y} f(x,y) dx + \int_2^4 dy \int_{\frac{y}{2}}^{2} f(x,y) dx$ ，所以选 A。

32 题题干更正为：由平面 $x=0, y=0, x+y=2$ 所围成的柱体被平面 $z=0$ 及抛物面 $x^2+y^2=6-z$ 所截得立体体积为（　　）。

32 题解析更正为：本题考查二重积分的应用，平面 $x=0, y=0, x+y=2$ 所围成的柱体被平面 $z=0$ 及抛物面 $x^2+y^2=6-z$ 所截得立体体积为 $V = \iint\limits_{D_{xy}} (6 - x^2 - y^2) d\sigma = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} (6 - x^2 - y^2) dy = \frac{28}{3}$，

所以选 B。

33 题题干更正为：设曲线积分 $I = \oint_C (x + y)ds$，其中 C：圆周 $x^2 + y^2 = ax(a > 0)$，则 $I =$（　　）。

35 题解析更正为：当 C 为不通过原点且不包含原点的光滑且逆时针方向的闭曲线时，则由格林公式 $I = \oint_C \frac{xdy - ydx}{x^2 + 4y^2} = 0$，当 C 不通过原点但包含原点时，做一个包含原点的顺时针方向的椭圆 L_1：$x^2 + 4y^2 = r^2$，因此由格林公式，$I = \oint_{C+C_1} \frac{xdy - ydx}{x^2 + 4y^2} - \oint_{C_1} \frac{xdy - ydx}{x^2 + 4y^2} = 0 + \pi = \pi$，所以选 C。

39 题更换为：

方程 $y'' = 1 + (y')^2$ 的通解为（　　）。

A. $-\ln\left|\cos(x + C_1)\right| + C_2$　　　　B. $\ln\left|\cos(x + C_1)\right| + C_2$

C. $-\ln\left|\sin(x + C_1)\right| + C_2$　　　　D. $\ln\left|\sin(x + C_1)\right| + C_2$

答案：A。**解析：**令 $y' = p(x)$，则 $\frac{dp}{dx} = 1 + p^2$，$\frac{dp}{1+p^2} = dx$，两端同时积分，$\arctan p = x + C_1$，$p = \tan(x + C_1)$，因此 $y = \int \tan(x + C_1) = -\ln\left|\cos(x + C_1)\right| + C_2$，所以选 A。

53 题解析更正为：由 $|A+E| = 0, |A+2E| = 0, |A+3E| = 0,$ 可知，A 的特征值为 $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -3,$ 相似矩阵具有相同的特征值，所以 B 的特征值为 $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -3,$ 故 B 的相似对角形为 $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$(形式不唯一，只要是主对角线上为-1，-2，-3 就可以。)

第四套

9 题解析更正为：因为 $a_n > 0, (n = 1,2,3\cdots)$，$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$，因此数列 $\{S_n\}$ 单调递增，若数列 $\{S_n\}$ 有界，因此 $\{S_n\}$ 极限存在，因此 $\lim\limits_{x\to 0} a_n = 0$，因此数列 $\{a_n\}$ 收敛，反之不是，如 $a_n = 1$，则 $S_n = n$ 无界，所以选 B。

19 题解析更正为：若 $\sum_{n=1}^{\infty}(|u_n| + |v_n|)$ 收敛，则由正项比较审敛法，$\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}|v_n|$ 都收敛，因此 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 都绝对收敛，与已知矛盾，所以选 D。

22 题解析更正为： 对方程 $x-\int_1^{x+y}e^{-t^2}dt$ 两端同时对 $x=0$ 求导，且当 $x=0$时，$y=1$代入，则 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}=e-1$，所以选 A。

37 题解析更正为： $\overrightarrow{div}A=div(xy-x^2,yz-z^2,xz-z^2)=P_x+Q_y+R_z=-x-y-z$，所以选 B。

70 题解析更正为： 由于 $f_X(x)=\begin{cases}\int_0^x 4.8y(2-x)dy=2.4x^2(2-x), 0\le x\le 2\\ 0, \quad else\end{cases}$, 故 $f_X(1)=2.4$。

第五套

4 题解析更正为： 由导数在一点的定义，则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a-h)}{h}$=$3f'(a)$，所以选 B。

16 题解析更正为： 曲线 $x=t, y=-t^2, z=t^3$ 在切点处的切向量为 $(1,-2t_0,3t_0{}^2)$，且 $(1,-2t_0,3t_0{}^2)\cdot(1,2,1)=0$ ，得 $t_0=1$或$\frac{1}{3}$，当 $t_0=1$时，切线方程为 $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{3}$；当 $t_0=\frac{1}{3}$ 时，切线方程为 $\frac{x-\frac{1}{3}}{1}=\frac{y+\frac{1}{9}}{-\frac{2}{3}}=\frac{z-\frac{1}{27}}{\frac{1}{3}}$，所以选 B。

23 题解析更正为： $e^{x+y+z}=x^2+y^2+z^2$，两端对 z 求偏导得，则 $e^{x+y+z}(1+\frac{\partial y}{\partial z})=2y\frac{\partial y}{\partial z}+2z$，整理得 $\frac{\partial y}{\partial z}=\frac{2z-e^{x+y+z}}{e^{x+y+z}-2y}$，则所以选 D。

26 题 B 项更正为：2。

34 题题干更正为： 设 $I=\oint_L(x^2+4y^2)ds$，其中 L 为 $x^2+y^2=R^2$，则 $I=$（　　）。

46 题解析更正为： 设将矩阵分块后得，$A_1=\begin{pmatrix}-4 & -3\\ 3 & 2\end{pmatrix}, A_2=\begin{pmatrix}-\frac{1}{5} & 0\\ 0 & 10\end{pmatrix}$, 则 $A=\begin{pmatrix}A_1 & 0\\ 0 & A_2\end{pmatrix}$, 而

$|A_1|=1, |A_2|=-2,\ A_1^{-1}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -3 & -4\end{pmatrix}, A_2{}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 0\\ 0 & \frac{1}{10}\end{pmatrix}$; 又因为

$A^{-1}=\begin{pmatrix}A_1^{-1} & 0\\ 0 & A_2{}^{-1}\end{pmatrix}, |A|=|A_1||A_2|=-2,$，所以 $A^{-1}=\begin{pmatrix}2 & 3 & 0 & 0\\ -3 & -4 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -5 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{10}\end{pmatrix}, |A^6|=|A|^6=64,$ 故选 D。

48 题题干更正为： 当 k=（　　）时，向量 $\beta=(1,k,5)$ 能由 $\alpha_1=(1,-3,2), \alpha_2=(2,-1,1)$ 线性表示。

62 题题干更正为：设事件 A,B 仅发生一个的概率为 0．3，且 $P(A)+P(B)=0.5$,则至少有一个不发生的概率为（　　）。

第六套

3 题解析更正为： f(x)=$\begin{cases} \dfrac{\sin x}{|x|} & x\neq 0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$，$f(0)=1$，$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sin x}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to 0^-}(-\dfrac{\sin x}{x})=-1$，

因此 $x=0$ 为函数 f(x)=$\begin{cases} \dfrac{\sin x}{|x|} & x\neq 0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$ 的跳跃间断点，所以选 C。

9 题解析更正为：B 选项是将 $y=f(-x)$ 的图像与 $y=f(x)$ 的图像关于 y 轴对称，因此 $-x_0$ 为 $f(-x)$ 的极大值点，从而 $-x_0$ 为 $-f(-x)$ 的极小值点，所以选 B。

11 题 D 项更正为：$\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$。

13 题题干更正为： 设 $\int f(x)dx = x^2+C$, 则 $\int xf(1-x^2)dx=$（　　）。

17 题解析更正为：设 $f(x)=\int_1^x e^{-t^2}dt$，则

$$g(x)=\int_0^1 x^2 f(x)dt=\frac{1}{3}\int_0^1 f(x)dx^3=\frac{1}{3}x^3 f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{3}\int_0^1 x^3 f'(x)dx=-\frac{1}{3}\int_0^1 x^3 e^{-x^2}dx=\frac{1}{6}(\frac{2}{e}-1)$$，所以选 C。

32 题解析更正为：恢复区域并改变积分次序得，

$$\int_0^{2a}dx\int_{-\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x,y)dy=\int_{-a}^{0}dy\int_{a-\sqrt{a^2-y^2}}^{a+\sqrt{a^2-y^2}} f(x,y)dx+\int_0^{2a}dy\int_{\frac{y^2}{2a}}^{2a} f(x,y)dx$$，所以选 B。

38 题解析更正为： $y''-y'-2y=e^{2x}$ 对应的齐次方程的特征方程为 $\lambda^2-\lambda-2=0$，特征根为 $\lambda_1=2,\lambda_2=-1$，令特解为 $y_0=Axe^{2x}$，则 $A=\dfrac{1}{3}$，因此 $y''-y'-2y=e^{2x}$ 的通解为

$y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}+\dfrac{1}{3}xe^{2x}$，所以选 A。

40 题解析更正为：显然 $C_1C_2xe^{2x}$ 是 $y''-4y'+4y=0$ 的解，又因为 C_1C_2 本质上只是一个任意常数，因此 $C_1C_2xe^{2x}$ 是 $y''-4y'+4y=0$ 的解，但不是方程的通解也不是特解，所以选 D。