关于基本电荷和精细结构常数的讨论

摘要

为揭示基本电荷 e 与精细结构常数 α 的深层物理本质及电磁 - 引力作用的内在关联，本文以描述时空特性的 ψ 场为核心，通过电磁场张量方程的求解与对称性破缺机制分析，构建了 ψ 场与质量密度、电磁参数的定量关系，推导了关键比例系数 k_3 与特征量A_0 的表达式，并阐明基本电荷的量子化源于时空对称性的自发破缺。研究表明：ψ 场的无量纲形式与精细结构常数等价 $\psi_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = α$；特征量 A_0 不仅与 α 数值一致，还可通过引力常数 G 建立电磁作用与引力作用的耦合关系。本文从场论视角为理解基本电荷的量子化本质及精细结构常数的物理意义提供了一些新的建议。

关键词：基本电荷；精细结构常数；ψ 为波函数；对称性破缺；电磁场张量；引力耦合

引言

基本电荷（e）是电荷量的最小量子单元，其存在性与量子化特性由密立根油滴实验首次直接验证 [1]；精细结构常数 α ≈ $\frac{1}{137}$ 作为无量纲常数，串联起量子力学（约化普朗克常数 $\hbar$）、相对论（光速 c）与电磁学（基本电荷 e、真空介电常数ε_0），是描述电磁相互作用耦合强度的核心物理量 [2]。然而，传统研究多聚焦于二者的实验测量与现象层面的应用，对其深层物理本质（如与时空结构、引力作用的关联）的理论探究仍显不足。

本文重定义波函数 $\psi_{(r,t)}$的意义，将其与质量密度、电磁场张量直接关联，通过求解含角向与球对称条件下的电磁场张量方程，结合对称性破缺机制，推导基本电荷与精细结构常数的内在联系，揭示电荷产生的时空几何根源，并建立精细结构常数与引力常数 G 的定量耦合关系，为电磁作用与引力作用的统一研究提供理论支撑。

1 理论基础与基本假设

1.1 波函数 $\psi_{(r,t)}$ 与单位体积内的质量定义： $\rho_{(r,t)}$ 的关系定义为：

$$\rho_{(r,t)} = \left(\frac{\psi_{(r,t)}}{c}\right)^2 D_0$$

D_0 为量纲匹配数：$D_0 = \mathrm{k}_g\mathrm{m}^2 / \mathrm{s}^2$

1.2 类电磁场张量 $F^{\mu\nu}$ 是描述电磁场的反对称张量，其矩阵形式为 [4]:

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -\psi_x/c & -\psi_y/c & -\psi_z/c \\ \psi_x/c & 0 & -\mathrm{B}_z & \mathrm{B}_y \\ \psi_y/c & \mathrm{B}_z & 0 & -\mathrm{B}_x \\ \psi_z/c & -\mathrm{B}_y & \mathrm{B}_x & 0 \end{pmatrix}$$

介电常数，和磁导率：$\varepsilon = \frac{1}{C}\frac{\psi}{B}$ ，$\mu = -\frac{1}{c}\frac{B}{\psi}$

1.3 基本方程：

$$\nabla_\mu\left(\frac{1}{\mu_{(r)}}F^{\mu\nu}\right) = 0$$

1.4 在球坐标系下，4 维度展开：

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}}F^{0r}\right) + 角向项 = 0 \qquad (1)$$

1.3 核心物理常数的定义与取值

本文涉及的关键物理常数如下:

- 基本电荷: e = $1.602176634 \times 10^{-19}$C（2019 年国际单位制改革后，e 被定义为固定常数 [5]）;
- 真空介电常数: ε_0= 8.8541878128 $\times$ 10^{-12} F/m;
- 约化普朗克常数: $\hbar$ = $\frac{h}{2\pi}$ = 1.054571817 $\times$ 10^{-34} J·s（h 为普朗克常数）;
- 引力常数: G = 6.67430 $\times$ 10^{-11} $kg^{-1}.m^3\, s^{-2}$;
- 耦合常数: k= 2.226×10^{-19} s $kg^{-1}.m^2$（源于引力与电磁作用的耦合特性 [3]）。

2. ψ 场与电磁场张量方程的求解

"类电场"ψ 与电磁场张量的时间 - 径向分量 F^{0r}满足:

$F^{0r} = \frac{\psi}{c}$

2.1 含角向项的 ψ 场解

在方程中: $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}} F^{0r}\right) + 角向项 = 0$

如果 角向项 ≠ 0 ，最简单的解是: $\boldsymbol{\psi}_{(r,\emptyset)} = \frac{\boldsymbol{A\,sin(n\phi)}}{\boldsymbol{r}}$

式中 A 为振幅常数，n 为正整数（表征角向模式数），$\boldsymbol{\phi}$ ∈ [0, 2π) 为角向坐标。

2.1.1 角向坐标 $\boldsymbol{\psi}_{(r,\emptyset)}$ 的取值

由于 $\boldsymbol{A\,sin(n\phi)}$是周期性函数，其取值范围为 [-1, 1]。

此时角向坐标满足:

$\phi = \frac{\pi}{2n} + \frac{k_8\pi}{n}$ $(k_8 \in z, \phi \in [0,2\pi))$

在以前的文章中，我们已经给出:

$\mu = -\frac{1}{c}\frac{B}{\psi}$ ，知 $\mu_{(r)} = -\frac{1}{C}\frac{B_{(r)}}{\psi(r)}$ ， $B_{(r)} = -c\psi(r)\mu_{(r)} = \frac{kC^2}{r^2}\ \mu_{(r)}{}^2$

由: $\lambda = -\frac{1}{2\mu_{(r)}}(B^2 - \frac{\psi^2}{C^2}) = k_3\,\frac{G_A}{C^4}$ （k_3为比例系数）

$-\frac{1}{2\mu_{(r)}}(B^2 - \frac{\psi^2}{C^2}) = \frac{\psi^2(1-\varepsilon^2)}{2\varepsilon} = k_3\,\frac{G_A}{C^4}$

$k_3 = \frac{\psi^2(1-\varepsilon^2)}{2\varepsilon} \cdot \frac{c^4}{G_A} = \left(\frac{A\,sin(n\phi)}{r}\right)^2 \frac{(1-\varepsilon^2)}{2\varepsilon} \cdot \frac{c^4}{G_A}$

$k_5 = \frac{(1-\varepsilon^2)}{2\varepsilon} \cdot \frac{c^4}{G_A}$

$k_3 = \left(\frac{A\,sin(n\phi)}{r}\right)^2 k_5$

现在k_3 和k_5都是常数，为使$\left(\frac{A\sin(n\phi)}{r}\right)^2$与常数 k_3/k_5 匹配，$\boldsymbol{\sin(n\phi)}$ 需取极值（即 $\sin(n\phi) = \pm 1$）。即 $\sin(n\phi)$的值被锁定。此时：$\phi = \frac{\pi}{2n} + \frac{k_8\pi}{n}$ （$k_8 \in z, \phi \in [0,2\pi)$）

$$k_3 = \left(\frac{A}{r}\right)^2 k_5 = \left(\frac{A}{r}\right)^2 \frac{(1-\varepsilon^2)}{2\varepsilon} \cdot \frac{c^4}{G_A} \approx \left(\frac{A}{r}\right)^2 \frac{1}{2\varepsilon} \cdot \frac{c^4}{G_A}$$

而且必须 A = $A_0 r$，才能保证上式始终恒等 $k_3 = \frac{{A_0}^2}{2\varepsilon} \cdot \frac{c^4}{G_A}$

2.2 球对称时空下的 ψ 场解

当 $\phi \neq \frac{\pi}{2n} + \frac{k_8\pi}{n}$ （$k_8 \in z, \phi \in [0,2\pi)$）时，已经不满足方程：$\boldsymbol{\psi}_{(r,\emptyset)} = \frac{\boldsymbol{A\sin(n\phi)}}{\boldsymbol{r}}$，最简假设为球对称时空：

在球对称时空（仅与径向 r 有关）中，将其展开为径向分量的守恒（以 ν = r）为例，描述径向“类电磁流”的守恒）：

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}} F^{0r}\right) + \text{角向项} = 0$$

由于球对称，角向项为 0，因此核心方程为：

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}} F^{0r}\right) = 0$$

为了与前面的 ψ 区别，我们将 ψ 改写为ψ_2

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}} \frac{\psi_2}{c}\right) = 0$$

由于导数为 0，括号内的项为常数（设为 k则 $k = r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}} \frac{\psi_2}{c}$）,式中$\mu_{(r)}$ 磁导率 ：

$$\psi_2(r) = \frac{kC\mu_{(r)}}{r^2} \qquad (4.1)$$

知：$-\frac{1}{2\mu_{(r)}}\left(\left(\frac{kC^2}{r^2}\mu_{(r)}{}^2\right)^2 - \frac{1}{C^2}\left(\frac{kC\mu_{(r)}}{r^2}\right)^2\right) = k_3 \frac{G_A}{C^4}$ （其中 k_3 是常数）

$$-\frac{1}{2\mu_{(r)}}\left(\frac{k^2C^4}{r^4}\mu_{(r)}^4 - \frac{1}{C^2}\frac{k^2C^4\mu_{(r)}^2}{r^4}\right) = k_3 \frac{G_A}{C^4} \qquad (4.1)$$

把(4.1)式变形写成：$\psi_2(r) = \frac{kC\mu_0}{r^2} = \frac{k}{r^2\varepsilon_0 c} = \frac{4\pi\hbar k/r^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$

令$k_1 = 4\pi\hbar k$得：$\psi_2(r) = \frac{k_1/r^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$

我们把“电荷”看作是“单位时间内、单位立体角上穿过的空间位移矢量条数”，数学表达式为

$q = -k_2\frac{d\Omega}{d\tau}/\Omega^2$（$\Omega$为空间旋转的立体角）。

积分一下：$Q = \int q\, d\tau = \frac{k_2}{\Omega}$ 则Q是（t_0, t）内的电荷

（Ω为空间旋转的立体角）,$\psi_2 = \psi_{2(r,\theta,\phi,t)}$，设球面面积为 S,则$\Omega = \frac{S}{r^2}$

$$\psi_2(r) = \frac{k_1/r^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \frac{k_1\frac{1}{S}Q}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$$

这个$k_1\frac{1}{S}Q = 4\pi\hbar k\frac{1}{S}Q$ 是单位面积上的电荷数，我们把这个东西应该是一个与电荷有关的东西，我们暂时把他定义为${e_a}^2$：

$e_a{}^2 = 4\pi\hbar k\frac{1}{S}Q$　此时 $\psi_2(r)$可重写为

$\psi_2(r) = \frac{e_a{}^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$

2.2 两种情况比较：

现在我们来看看，比较ψ和ψ_2：

由于$\psi_{(r,\emptyset)} = \frac{A\sin(n\phi)}{r}$ 当 n=1 时， 在（$0,2\pi$）周期内，只变换 1 次，方程从：

$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}}F^{0r}\right) + 角向项 = 0$　（有角向项）

到：$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}}F^{0r}\right) = 0$　（无角向项）

而变换前后$\psi_{(r,\emptyset)}$的值相等的原因是：用ψ来描述时空中的点，单位体积内的质量定义： $\rho_{(r,t)} = \left(\frac{\psi_{(r,t)}}{c}\right)^2$

变换后：$\rho_{(r,t)} = \left(\frac{\psi_{2(r,t)}}{c}\right)^2$

所以在数值上：$|\psi_{(r,t)}| = |\psi_{2(r,t)}|$，以下在单是讨论数值的情况下，就不区别 ψ 和 ψ_2 了。

我们可以认为：单位时间内、单位立体角上穿过的空间位移矢量条数，此时：

$$位移矢量条数 = \mathrm{n} = 1$$

所以我们猜想这个电荷，应该是最小的电荷，如果没有这种切换，就不会产生电荷，通常的说法是“对称性破缺”。

所以我们可以把这个e_a的值定义为：$e_a = 1$

在球对称，角向项为 0，不随时间变化的情况下，$\psi(r)$与 r 无关，

即：$\psi = \frac{e_a{}^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$

也就是说：当系统发生对称性破缺，从具有角向结构的状态跃迁至球对称状态时，φ 被冻结在使得 $\sin(n\varphi) = \pm 1$ 的离散方向上，此时角向自由度消失，有效电荷出现。

3. 关于基本电荷e的说明

但是，我们说了，这种最小的电荷，在物理上早有定义，叫基本电荷，他的数值由安培定律确定，他是为了与已有物理量相协调，在数值上做出了规定：

2019 年后的改革：为了让单位定义更稳定（摆脱实物标准），国际单位制将安培重新定义为 “基于基本电荷（e）和普朗克常数（h）”。具体来说，1 安培被定义为 “1 秒内通过导体横截面的电荷量为 1/e 时的电流”（即 1 A = 1 $\frac{C}{s}$，，而 1 C = 1/e × 10^{19} 个基本电荷的电量）

这种关联的本质是：人类利用安培定律描述的 “电流 - 电荷关系”，重新定义了电流单位（安培），使其与基本电荷的固定数值挂钩。整个过程中，基本电荷的物理数值始终不变，变化的只是人类量化宏观电磁量的 “标准”，从而让两者的数值产生了直接且固定的联系。即这个值不是计算的而是规定的，所以我们可以直接利用这个值。

而且，密立根油滴实验，说明了基本电荷的物理意义，也暗示着电荷的数值应该可数的。

4. 联接上述条件得到结果：

所以上面的 $e_a=1$改为：$e_a=\mathrm{e}$

设 ψ_0 = $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ = α (这里 ψ_0 是一个无量纲数 α 是精细结构常数），n = $kg^{\frac{1}{2}}m^{-\frac{1}{2}}s^{-1}$ （这里 n 是量纲匹配数）

得：$\psi=$ $\frac{{e_a}^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ n = $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ n = ψ_0 n

这里的"立体角（Ω)"和"旋转角速度 $\frac{d\Omega}{d\tau}$"，本质就是空间几何结构（螺旋运动的角度分布）的量化描述 —— 也就是说，e 的物理意义直接由空间螺旋运动的结构参数决定。

则 $\psi_0=$ $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ = α 这就是精细结构常数。

现在我们终于可以在：$e_a=\mathrm{e}$ 的基础上重写一下：

电荷对应"单位时间、单位立体角穿过的位移矢量条数"：$N=\frac{d^2\sigma}{d_t\,d\Omega}$

单位面积 S 上的电荷 Q: $\frac{Q}{S}=e\cdot\frac{N}{N_0}$

比较：

$G_{\mu\nu}=\frac{8\pi G}{C^4}T_{\mu\nu}$

把常数统一起来：

$G\ =\ kG_A\ =\ kc$ （k是常数）$k=\ 2.226\times\ 10^{-19}$ s $kg^{-1}.m^2$

现在由：$\frac{\psi^2(1-\varepsilon^2)}{2\varepsilon}\ =\ k_3\ \frac{G_A}{C^4}$ 得到：

$$k_3=\frac{\mathrm{e}^4c\left(1-{\varepsilon_0}^2\right)}{32\pi^2{\varepsilon_0}^3\hbar^2}\approx\frac{\mathrm{e}^4c}{32\pi^2{\varepsilon_0}^3\hbar^2}\approx\ 8.12\times\ 10^{31}\quad(k_gm^6\,/\,(c^2\cdot s^5))$$

$\frac{k_3}{c^3}=\frac{\alpha^2}{2\varepsilon}$

$\frac{k_3}{c^3}=\frac{A_0^2}{2\varepsilon}$

得到：$\alpha=\ A_0\,n_0=\ \left(2\varepsilon_0k_3\frac{G}{C^4k}\right)^{\frac{1}{2}}$ 这个公式的样子人们有点陌生，我们可以代入 k 和 k_3值去计算一下：

分子：$2\varepsilon_0k_3G\ =\ 9.61\times\ 10^{10}$

分母：$C^4k\ =\ 1.803\times\ 10^{15}$

$A_0=\ 7.3\times\ 10^{-3}$

n_0 是量纲匹配数：$n_0=\ m^{-1}$

$\psi_{(r,\emptyset)}=\frac{A\sin(n\phi)}{r}\ =\ \alpha\sin(n\phi)$ $\quad\phi=\frac{\pi}{2n}+\frac{k_8\pi}{n}\ \ (k_8\in z,\phi\in[0,2\pi))$

$\psi(r)=\frac{kC\mu_{(r)}}{r^2}$ $\quad\phi\neq\frac{\pi}{2n}+\frac{k_8\pi}{n}\ \ (k_8\in z,\phi\in[0,2\pi))$

4.1 叙述一下**基本电荷的对称性破缺产生机制**

基本电荷的量子化源于时空场从“非球对称”到“球对称”的**自发对称性破缺**，具体过程为：

1. **非球对称阶段**：ψ为$\psi_{(r,\emptyset)} = \frac{A\,sin(n\phi)}{r}$，角向自由度存在，电荷关联量 e_a未实现量子化；

2. 对称性破缺触发：当 $\phi = \frac{\pi}{2n} + \frac{k_8\pi}{n}$ $(k_8 \in z, \phi \in [0,2\pi))$时，$sin(n\phi) = \pm 1$，角向自由度冻结，时空转为球对称，$\psi$ 场固定为 $\psi = A_0 =$ α)；
3. 电荷量子化：球对称阶段 $\psi_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ = α，电荷关联量 e_a 退化为基本电荷 e，且满足“电荷量为 e 的整数倍”的量子化特性，与密立根油滴实验的观测结果一致 [1]。

结论：

电荷的产生是由：$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}} F^{0r}\right) +$ 角向项 $= 0$ （有角向项）

和：$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{1}{\mu_{(r)}} F^{0r}\right) = 0$ （无角向项）

$\psi_0 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ = α 着重体现了精细结构常数和(e，ε_0，$\hbar$，c)的关联。

$A_0 = \alpha = \left(2\varepsilon_0 k_3 \frac{G}{C^4 k}\right)^{\frac{1}{2}}$ 着重体现了精细结构常数和引力常数 G 的关联。

基本电荷的量子化源于时空从非球对称到球对称的自发对称性破缺，角向自由度的冻结是电荷量子化的直接诱因，其数值的“固定化”是宏观电磁单位与微观量子量协调的结果，不改变其物理本质。