# 关于基本电荷和精细结构常数

## 我们前文提到：

"定态、球对称"和$\varepsilon$、$\mu$的定义后，可自洽推导出：

具体是这样计算$\psi(r)$：

$$\nabla_\mu\left(\frac{1}{\mu_{(r)}}F^{\mu v}\right)=0$$

在**球对称时空**（仅与径向 r 有关）中，将其展开为径向分量的守恒（以 ν = r）为例，描述径向"类电磁流"的守恒）：

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\cdot\frac{1}{\mu_{(r)}}F^{0r}\right)+角向项=0$$

由于球对称，角向项为 0，因此核心方程为：

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\cdot\frac{1}{\mu_{(r)}}F^{0r}\right)=0$$

"类电场"$\psi$ 与电磁场张量的时间 - 径向分量 $F^{0r}$满足：

$$F^{0r}=\frac{\psi}{c}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\cdot\frac{1}{\mu_{(r)}}\frac{\psi}{c}\right)=0$$

由于导数为 0，括号内的项为**常数**（设为 K）：

$$\psi(r)=\frac{kC\mu_{(r)}}{r^2}\qquad(4.1)$$

由$\mu=-\frac{1}{c}\frac{B}{\psi}$，知 $\mu_{(r)}=-\frac{1}{C}\frac{B_{(r)}}{\psi(r)}$， $B_{(r)}=-c\psi(r)\mu_{(r)}=\frac{kC^2}{r^2}\mu_{(r)}{}^2$

由：$\lambda=-\frac{1}{2\mu_{(r)}}(B^2-\frac{\psi^2}{C^2})=k_3\frac{G}{C^4}$ （$k_3$为比例系数）

知：$-\frac{1}{2\mu_{(r)}}\left(\left(\frac{kC^2}{r^2}\mu_{(r)}{}^2\right)^2-\frac{1}{C^2}\left(\frac{kC\mu_{(r)}}{r^2}\right)^2\right)=k_3\frac{G}{C^4}$

$$-\frac{1}{2\mu_{(r)}}\left(\frac{k^2C^4}{r^4}\mu_{(r)}^4-\frac{1}{C^2}\frac{k^2C^4\mu_{(r)}^2}{r^4}\right)=k_3\frac{G}{C^4}\qquad(4.1)$$

$$\mu_{(r)}\approx\frac{1}{C}$$

把(4.1)式变形写成：$\psi(r)=\frac{kC\mu_0}{r^2}=\frac{k}{r^2\varepsilon_0 c}=\frac{4\pi\hbar k/r^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$

令$k_1$= $4\pi\hbar k$得：$\psi(r)=\frac{k_1/r^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$

我们把基本电荷 e 的看作是"单位时间内、单位立体角上穿过的空间位移矢量条数"，数学表达式为

q =$k'\frac{dm}{dt}=-k'k\frac{d\Omega}{d\tau}/\Omega^2$ （$\Omega$)为空间旋转的立体角)。

积分一下：$Q=\int q d_t=\frac{k'k}{\Omega}$ 则$Q$是（$t_0,t$）内的电荷

（$\Omega$)为空间旋转的立体角）,$\psi=\psi_{(r,\theta,\phi,t)}$，设球面面积为 S,则$\Omega$= $\frac{S}{r^2}$

$$\psi(r)=\frac{k_1/r^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}=\frac{k_1\frac{1}{S}Q}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$$

这个$k_1\frac{1}{S}Q = 4\pi\hbar k\frac{1}{S}Q$ 是单位面积上的电荷数，我们把这个东西定义为$e^2$:

$e^2 = 4\pi\hbar k\frac{1}{S}Q$

即：$\psi(r) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$

这里的“立体角（$\Omega$）”和“旋转角速度$\frac{d\Omega}{d\tau}$”，本质就是空间几何结构（螺旋运动的角度分布）的量化描述 —— 也就是说，e 的大小直接由空间螺旋运动的结构参数决定。“电荷”也不再作为基本量纲。

则 $\psi(r) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ = α 这就是精细结构常数

现在我要具体计算一下：$\mu_{(r)} \approx \frac{1}{c}$

由方程(4.1)有：$-\frac{k^2C^4}{2r^4}\mu_{(r)}\left(\mu_{(r)}^2 - \frac{1}{C^2}\right) = k_3\frac{G}{C^4}$

令：$A = \frac{1}{C^2}$　　B=$-\frac{2k_3Gr^4}{k^2c^8}$

得：$\mu_{(r)}^3 - A\mu_{(r)} - B = 0$

得：$\mu_{(r)} = \sqrt[3]{-\frac{k_3Gr^4}{k^2c^8} + \sqrt{\left(\frac{k_3Gr^4}{k^2c^8}\right)^2 - \frac{1}{27c^6}}} + \sqrt[3]{-\frac{k_3Gr^4}{k^2c^8} - \sqrt{\left(\frac{k_3Gr^4}{k^2c^8}\right)^2 - \frac{1}{27c^6}}}$

**步骤 1：分析参数量级（以太阳物理场景为例）**

在天体物理中，考虑与引力相关的情况，G（万有引力常数）量级为$10^{-11}$，c（光速）量级为$10^8$，r（天体半径等）量级为$6.69\times10^8\,m$，$k$（与物质相关的常数，若关联能量动量张量，可近似为与密度相关，量级可视为 1 左右），$k_3$为常数（量级可视为 1）

$\frac{k_3Gr^4}{k^2c^8} \approx 10^{-35}$

**步骤 2：对三次方程进行近似**

三次方程为$\mu_{(r)}^3 - \frac{1}{c^2}\mu_{(r)} = -\frac{2k_3Gr^4}{k^2c^8}$，由于$-\frac{2k_3Gr^4}{k^2c^8}$量级极小，可假设$\mu_{(r)}$近似为某个与$\frac{1}{c}$相关的量，设$\mu_{(r)} = \frac{a}{c} + \delta$，其中$\delta$是远小于$\frac{a}{c}$的小量。

将$\frac{a}{c} + \delta$代入方程:

$\left(\frac{a}{c} + \delta\right)^3$- $\frac{1}{c^2}\left(\frac{a}{c} + \delta\right) \approx \frac{2k_3Gr^4}{k^2c^8}$

为了使$\frac{a^3-a}{c^3}$这一项平衡更高阶的小量，令$a^3 - a$，解得 a = 0 或 a = 1 或 a=-1。由于物理上$\mu_{(r)}$应为正，取 a = 1，则：$\delta\times\frac{2}{c^2} \approx -\frac{2k_3Gr^4}{k^2c^8}$

**步骤 3：得到近似结果**

$\mu_{(r)} \approx \frac{1}{c} - \frac{2k_3Gr^4}{k^2c^6} \approx \frac{1}{c}$

现在，我们得到：令 $e^2 = k_0^2 / r^2$

则 $\psi(r) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \alpha$ 这就是精细结构常数

本文论述给出了电荷和精细结构常数的来源，有可能是对的。因为它符合广义的规范性：

1. 协变性
2. 可重整化