

基于高斯扩散模型的垃圾焚烧废气排放可视化

郑红波 吴 斌 徐 菲 张美玉 秦绪佳

(浙江工业大学计算机科学与技术学院 杭州 310023)

摘 要 为了预测垃圾焚烧厂排放的废气量并了解废气污染情况的指标特征,文中设计和实现了垃圾焚烧厂废气排放的可视化分析系统。文中在分析废气扩散的主要影响因素的基础上建立了基于高斯点源扩散的垃圾焚烧厂废气的扩散模型,并基于该扩散模型设计并实现了废气浓度等值线图绘制方法。在百度地图上绘制全国垃圾焚烧厂的分布图、垃圾焚烧厂废气浓度扩散等值线图,并通过动态柱状图、时间轮与柱状图相结合的方法显示垃圾焚烧厂的实时排放情况,实现了垃圾焚烧厂排放数据的可视化。可视化系统将废气的各项指标数据进行图形化展示,达到了实时监控废气污染物的目的。

关键词 扩散模型,废气排放,浓度等值线,时间轮,数据可视化

中图分类号 TP391 文献标识码 A

Visualization of Solid Waste Incineration Exhaust Emissions Based on Gaussian Diffusion Model

ZHENG Hong-bo WU Bin XU Fei ZHANG Mei-yu QIN Xu-jia

(School of Computer Science and Technology, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract In order to predict the amount of waste gas emitted from solid waste incineration plants and understand the characteristics of the indicators of the pollution of the exhaust gases, a visualization system for waste gas emitted from solid waste incineration plants was designed and implemented. Based on the analysis of the main factors affecting the diffusion of waste gas, the diffusion model of waste gas in solid waste incineration plant based on Gaussian point source diffusion was established, and the method of drawing the concentration contour map of waste gas was realized based on the diffusion model. The distribution map of the solid waste incineration plant in China and the contour map of the emission concentration of solid waste incineration plant were plotted on Baidu map. Through the combination of dynamic histogram, time wheel and histogram, the real time emission of solid waste incineration plant is displayed, and the visualization of exhaust emission data of solid waste incineration plant is realized. The visualization system displays the waste gas data graphically, so as to achieve real-time monitoring of exhaust pollutants.

Keywords Diffusion model, Exhaust emission, Concentration contour, Time wheel, Data visualization

1 引言

虽然垃圾焚烧厂的出现可以快速处理堆积成山的垃圾,并且解决垃圾填埋带来的占地、污染等问题,实现能源的再生。但是大量垃圾焚烧厂的出现,也带来了一系列的环境问题,而且垃圾焚烧产生的各种污染气体还会影响人们的生活和社会的稳定^[1]。因此,怎样对焚烧产生的污染进行实时监控,使得环境不遭受二次污染,这对于我国现阶段的社会稳定和环境发展是非常必要的。

现有的监控设备的确可以监控周边污染,但却无法了解废气的扩散情况。因此,对废气污染的扩散进行模拟和分析,有利于减小事故的危害,减轻环境污染,减少人员损伤。随着焚烧产生的检测数据的增多,我们完全可以对这些数据进行分析探索,并运用可视化的方法把分析的结果展示出来,让废气监控变得更为便捷。因此,有必要建立合适的预测模型和

高效的污染物数据指标可视化界面供用户监查污染物扩散污染情况。

预测模型中常见的有欧拉、高斯、拉格朗日等,他们分别用于不同的情形下,比如高斯扩散模型用于模拟大气中有害气体传输、扩散等情况,被运用到许多场景中并且取得了不错成绩,如李洪奇等^[2]使用基于高斯模型的大气污染评价模型对某地污染气体的浓度进行了预测和评价,并且提出合理的赔偿方案。还有李云云等^[3]运用高斯扩散模型模拟毒气体泄漏后的浓度分布来制定应急预案。

完成预测模型之后将进行可视化表达,可视化^[4]不仅能从大量复杂的数据中得到有价值的信息,而且通过可视化界面及其交互技术能够帮助我们直观地分析复杂的数据集。现如今,完全可以根据不同数据和不同目的产生不同的可视化样式。比如,赵桢^[6]针对城市空气质量的可视化分析,采用了动态曲折图和 Echarts 可视化工具,数据伴随着时间而变化,

本文受国家自然科学基金项目(617024555,61672462,61672463)资助。

郑红波(1977—),女,博士,讲师,主要研究方向为图像处理、地理信息系统;吴 斌(1993—),男,硕士生,主要研究方向为计算机图形学;徐 菲(1992—),女,硕士生,主要研究方向为计算机图形学;张美玉(1965—),女,硕士,教授,主要研究方向为图像处理;秦绪佳(1968—),男,博士,教授,CCF 会员,主要研究方向为计算机图形学,E-mail:qxj@zjut.edu.cn(通信作者)。

可以通过分析时变数据发现其潜在规律以及分析变化趋势。董重等^[7]提出了基于平行坐标系的多变元时序数据可视化方法,平行坐标能够直观简单地表达数据间的关系。

在本文中,我们采用了高斯点源扩散模型模拟垃圾焚烧厂废气的扩散情况,并基于动态柱状图^[8]、时间轮(Time-Wheel)结合柱状图的可视化方式,实时显示垃圾焚烧产生的各种污染物数据。这样不但可以准确模拟废气排放和清晰展示污染物各项指标数据,而且还具有一定的理论和实践意义。

2 垃圾场焚烧废气扩散模型

扩散模型的建立首先需要利用高斯点源扩散模型以其原点作为排放点,根据其在下风向的任意一点(用 X, Y, Z 表示)来计算污染物浓度,然后计算污染的扩散系数(垂直和横向),并且用帕斯奎尔稳定度分类法确定大气稳定度,最后确定烟气抬升高度。

2.1 污染物浓度

高斯扩散模型^[9]一般用于模拟大气中有害气体的传输、扩散和稀释,即气体扩散浓度遵循正态分布。该模型的物理意义比较直观,它较为适用于大气条件均匀和地面平坦开阔的地区。但运用扩散模型还需要考虑很多影响因素,例如当地的建筑物、天气以及风速的情况。

高斯烟羽模型^[10]是属于高斯模型的一种,它适用于连续源的平均烟流,因此我们采用高斯烟羽扩散模型来模拟废气扩散,并使其满足以下 8 点假设:1) Y 轴和 Z 轴上的污染物浓度分布满足高斯分布;2) 风速在空间中是均匀且稳定的;3) 污染源源强均匀连续;4) 地面全反射污染物,不发生吸收、吸附作用;5) 废气遵守理想气体状态方程;6) 废气的扩散过程不仅需要忽略云团内部的温度变化,而且也需忽略热传递、热对流还有热辐射;7) 大气扩散系数在水平方向呈各向同性;8) 扩散过程中,泄漏气体不会发生沉降、分解或者其他任何化学反应。

通过上述 8 点假设,可以运用高斯烟羽扩散模型来计算任意点在无风或者有风的情况下的污染物浓度。

(1) 有风情况下的计算

在下风向的位置,基于高斯烟羽扩散模型的污染源在任意一点的污染物浓度可以通过式(1)计算。

$$C(x, y, z, H) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot \left[\exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z-H)^2}{\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(z+H)^2}{\sigma_z^2}\right)\right] \quad (1)$$

其中,任意一点的气体浓度 (mg/m^3) 用 $C(x, y, z)$ 表示; Q (mg/s) 为污染源源强; σ_y 和 σ_z 分别代表 Y 轴方向和 Z 轴方向的扩散系数; u (m/s) 表示风速; H 为污染源有效高度,包括 h (烟囱高度)、 Δh (烟气抬升高度)。

(2) 无风或者小风情况下的计算

根据郭遵强等^[11]给出的计算方法在无风或者小风条件下计算污染源的浓度,如式(2)所示:

$$C_r = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{Q}{2\pi u \sigma_z} \exp\left(-\frac{H}{2\sigma_z^2}\right) \quad (2)$$

2.2 扩散系数、大气稳定度与烟气抬升高度

根据《GB/T 13201-91》,横向和垂直的扩散参数可由式(3)计算得到:

$$\begin{cases} \sigma_y = \gamma_1 x^{\alpha_1} \\ \sigma_z = \gamma_2 x^{\alpha_2} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\gamma_1, \alpha_1, \gamma_2$ 和 α_2 分别表示大气稳定度及下风距离的有关系数,可以根据表 1 和表 2 确定。其中大气稳定度稳定度分为 A, B, B-C, C, C-D, D, D-E, E, F 9 个等级,表中列出了部分等级的表达式数据。

表 1 横向扩散参数的幂函数表达式数据(部分)

扩散系数	稳定度等级	α_1	γ_1	下风距离/m
σ_y	A	0.901074	0.425809	0~1000
		0.850934	0.602052	>1000
	B	0.914370	0.281846	0~1000
		0.865014	0.396353	>1000
	B-C	0.919325	0.229500	0~1000
		0.875086	0.314238	>1000
	C	0.924279	0.177154	0~1000
		0.885157	0.232123	>1000
	C-D	0.926849	0.143940	0~1000
		0.886940	0.189396	>1000

表 2 垂直扩散参数的幂函数表达式数据(部分)

扩散系数	稳定度等级	α_1	γ_1	下风距离/m
σ_z	A	1.12154	0.079904	0~300
		1.52360	0.00854771	300~500
		2.10881	0.000211545	>500
	B	0.964435	0.127190	0~500
		1.09356	0.0570251	>500
	B-C	0.941015	0.114682	0~500
		1.00770	0.0757182	>500
	C	0.917595	0.106803	0
	C-D	0.838628	0.126152	0~2000
		0.756410	0.235667	2000~10000
		0.815575	0.136659	>10000

我们根据焚烧厂所在地的天气状况(见表 3)采用帕斯奎尔稳定度^[12]分类方法确定大气稳定度。本文所涉及到的焚烧厂天气状况由用户按当地状况手动输入。

表 3 大气稳定度级别划分表

地面风速 (m/s)	白天太阳辐射			阴天的 白天或夜间	有云的夜间	
	强	中	弱		薄云遮天或 低云 $\geq 4/8$	云量 $\leq 3/8$
<2	A	A-B	B	D		
2~3	A-B	B	C	D	E	F
3~5	B	B-C	C	D	D	E
5~6	C	C-D	D	D	D	D
>6	C	D	D	D	D	D

因为计算烟气抬升高度会涉及到烟气热释放率、大气压力等因素,所以为了简化运算,可以根据孙娟等^[13]的经验来确定烟气抬升高度,具体数据如表 4 所列。

表 4 烟气抬升高度的取值

烟囱几何高度 h/m	烟气抬升高度 $\Delta h/\text{m}$
$h \geq 50$	15
$50 > h \geq 30$	8
$h < 30$	5

3 废气扩散浓度等值线生成算法

根据高斯烟羽扩散模型,我们将根据污染物浓度来绘制其等值线。采用 Marching squares 等值线绘制算法^[14]描述垃圾焚烧厂废气扩散模型和废气浓度变化。图 1 为污染物浓度等值线绘制流程。

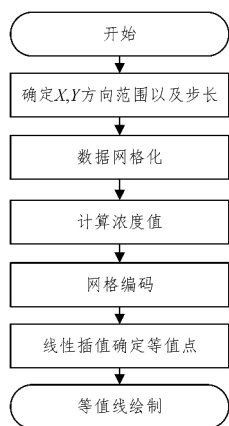


图 1 等值线绘制流程图

3.1 数据网格化

网格数据化需采用规则的矩形网格,如图 2 所示,以 O 点为垃圾焚烧厂位置点, X 方向为下风方向,把用户给定的 X, Y 范围和步长数据(步长越小,等值线越平滑)进行网格化,从而计算每个网格顶点 (x, y) 位置的废气浓度值。

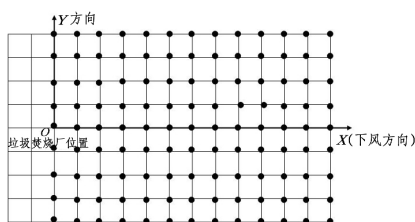


图 2 数据网格化

3.2 网格顶点编码

根据浓度的大小来划分污染等级,对于其中一个浓度值等级,先遍历所有网格顶点,再对网格的顶点进行编码。若是网格顶点的密度值不小于该等级的密度值,则把网格顶点记录为 1,若是网格顶点的密度值小于该级别的密度值,则把网格顶点记录为 0。

因为每一个方格四边形都具有 4 个顶点,所以总共可以表示 16 个情况。如图 3 所示,先定义左上角的顶点为初始顶点,再顺时针定义各顶点,每个格子单元用 4 位数字编码。如果小于预定级别的密度值则标记为白色顶点,计为 0,具有高于给定水平的值的密度值被标记为黑色顶点,并计为 1。

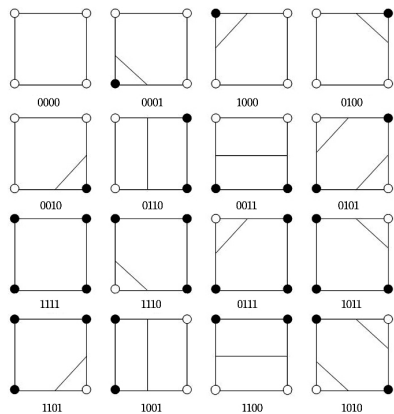


图 3 网格绘制轮廓线的 16 种情况

需要绘制的等值线也已经由图 3 给出,若顶点标记为 0000,则不存在该等级的等值线,不进行绘制;若在 0001 的情况下,在一、四两个顶点之间存在一个浓度值为该等级浓度的

点,在三、四两顶点之间也存在这样一个点,所以等值线将会被绘制。

不过也有不确定性,即在 0101 和 1010 这两种情况时,就会出现两种等值线绘制方式,如图 4 所示。

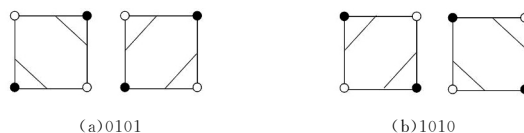


图 4 存在歧义性的两种情况

面对两种情形下的不确定性,我们可以通过计算网格中心点的浓度值来判断该中心浓度值和给定等级浓度值的大小关系,从而消除不确定性。如图 5 所示,在计算出中心浓度值编码后就可以确定等值线。

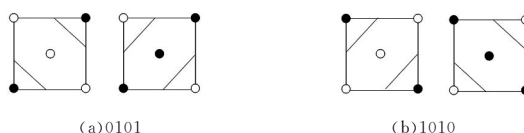


图 5 计算网格中心浓度值消除不确定性

3.3 等值点插值计算

当确定等值线后,我们采用线性插值的方式来确定具体的等值点。例如,在编码为 1000 的情况下,利用如图 6 所示的方法计算等值点 Q_1 和 Q_2 。

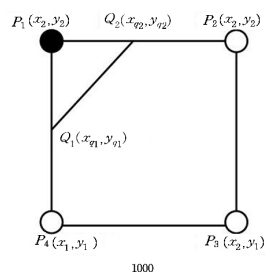


图 6 线性插值确定等值点

再用式(4)和式(5)计算等值点 Q_1 和 Q_2 的坐标,从而绘制等值线:

$$\begin{cases} x_{q1} = x_1 \\ y_{q1} - y_1 = \frac{c_0 - c_4}{c_1 - c_0} (y_2 - y_1) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{x_{q2} - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{c_0 - c_1}{c_2 - c_0} \\ y_{q2} = y_2 \end{cases} \quad (5)$$

在式(4)、式(5)中, c_0 表示等值线浓度值, P_1, P_2, P_4 点的浓度值则用符号 c_1, c_2, c_4 表示。

3.4 坐标转换及等值线拟合光顺

我们定义正北方与风向顺时针角度为风向角度(正北方为 0° , 正东方向为 90° , 正南为 180° , 正西为 270°)。

因为在地图上绘制等值线还涉及距离和经纬度的转换。所以当垃圾焚烧厂经纬度确定时,需要在废气扩散模型坐标系与地理坐标系转换后,进行经纬度的转换。

当已知扩散模型坐标系中某点的坐标为 (x, y) 时,可以通过式(1)(需分别设 $z=0$ 和 $y=x=0$)计算该点在地理坐标系中的坐标 (x', y') ,再根据式(6)计算该点与垃圾焚烧厂源点的方位角:

$$\text{angle} = \begin{cases} \arctan(x'/y'), & x' > 0, y' > 0 \\ 90, & x' > 0, y' = 0 \\ \pi + \arctan(x'/y'), & x' > 0, y' < 0 \text{ or } x' < 0, y' < 0 \\ 270, & x' < 0, y' = 0 \\ 2 * \pi + \arctan(x'/y'), & x' < 0, y' > 0 \end{cases} \quad (6)$$

计算出的方位角用 angle 表示,最后该点的经纬度可以通过式(7)计算出:

$$\begin{aligned} c &= L/R * 180/\pi \\ a &= \arccos(\cos(90 - \text{lat}_0) * \cos(c) + \sin(90 - \text{lat}_0) * \\ &\quad \sin(c) * \cos(\text{angle})) \\ C &= \arcsin(\frac{\sin(c) * \sin(\text{angle})}{\sin(a)}) \\ \ln g' &= \ln g_0 + C \\ \text{lat}' &= 90 - a \end{aligned} \quad (7)$$

根据上述步骤处理得到图 7,其中图中蓝色折线为等值线算法得到的废气扩散浓度等值线,红色线为椭圆拟合后的浓度等值线,从图中看出,椭圆较好地拟合了浓度等值线。因此,椭圆拟合是可行的。



图 7 等值线结果(电子版为彩色)

4 垃圾焚烧厂的污染物数据可视化

数据可视化可将繁琐复杂的大数据转化成丰富的图表和动画,这样用户可以直观地观察隐藏在数据下的有用信息。关于焚烧废气数据首先需要进行大数据的处理分析,再可视化分析垃圾焚烧厂各种指标的数据。

本文采用柱状图的动画方式实时显示其各项数据指标,并且采用时间轮结合柱状图的方式提供用户观察废气一天的排放情况。散点图适用于强调单个数据值,因此对于全国焚烧厂分布图,采用地图散点图^[15]的可视化方法来显示它们的位置信息及分布信息,我们在百度地图上使用不同的颜色表示垃圾场拟建、在建中、运行中 3 种状态,具体可视化效果如图 8 所示。



图 8 全国垃圾焚烧厂的分布图

由于人们重点关注的是目前正在运行的垃圾焚烧厂,因此使用大圆圈标识来突显它们的情况。当鼠标停留在某个垃圾焚烧厂时,该焚烧厂代表的圆圈以高亮显示,并且会出现一个提示框来显示垃圾焚烧厂的简单信息,点击提示框则会定

位到该厂的具体地址。

4.1 污染物浓度等值线绘制可视化

定位焚烧厂后,使用不同颜色的等值线可以使用户清晰地看到污染物的情况。如图 9 所示,左下角用不同颜色代表每条等值线,数据则表示每污染物的浓度。图中污染物等值线的属性:烟囱 30 m 高,烟气高度 8 m,每小时废气流量 116 000 m³,污染物排放浓度为每立方米 5 mg,风向角 60°,风速 4 m/s,大气稳定性分类为 A 级,X 轴方向 0~300 m,Y 轴方向 -300~300 m。

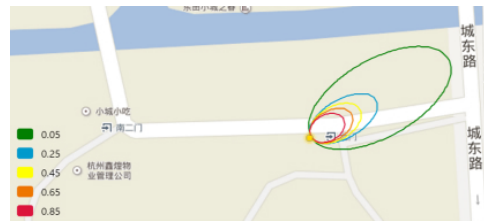


图 9 污染物浓度等值线图(电子版为彩色)

4.2 废气数据可视化

柱状图利用柱高反映数据之间的差异,使肉眼对图的差异的辨识效果较好。如图 10 所示,针对污染物检测到的指标数据,我们使用 3 种不同的颜色标记烟尘(mg/m³)、二氧化硫(mg/m³)和氮氧化物(mg/m³)所代表的柱状图,再利用动态的形式可视化实时动态的数据,数据伴随着时间而变化(随着时间的推移,柱状图会不断左移),在右侧实时展示新的数据。

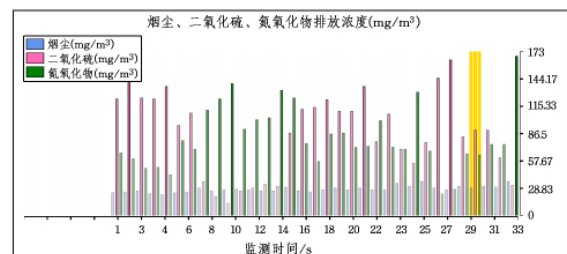


图 10 废气监测指标实时数据可视化

图 10 中时间轮模拟一天,柱状体映射监测指标的数值大小。为了清晰明确地显示垃圾焚烧厂某时刻排放的 3 种主要污染物情况,采用时间轮与柱状图相结合的可视化方式。如图 11 所示,在时间轮中可以从不同的时间单位观察数据的趋势。用柱状图表示垃圾焚烧厂每小时的排放量,3 个柱状图映射 3 种不同的污染物。污染物数据每小时更新一次,取这一个小时的平均值用于显示废弃污染物监控指标值。这样用户可以基于可视化界面在 24 小时内清楚地监测污染物排放。

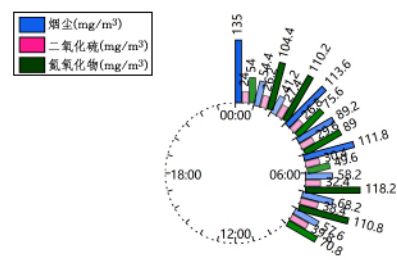


图 11 废气数据的时间轮柱状图可视化

4.3 数据可视化系统

结合 4.1 节和 4.2 节的可视化方法,我们完成了垃圾焚烧厂的最终可视化系统。在全国垃圾焚烧发电厂分布图中,当点击所显示的垃圾焚烧厂的标注时,出现了图 12 所示的可视化

图。在分布图中出现垃圾焚烧厂具体信息以及该厂的废气排放情况;地图定位上显示该厂的污染物浓度的等值线;左侧则

显示当前垃圾焚烧厂的具体信息和等值线绘制范围;分布图下方用于显示3种污染物的实时排放情况以及每小时的平均排放量。

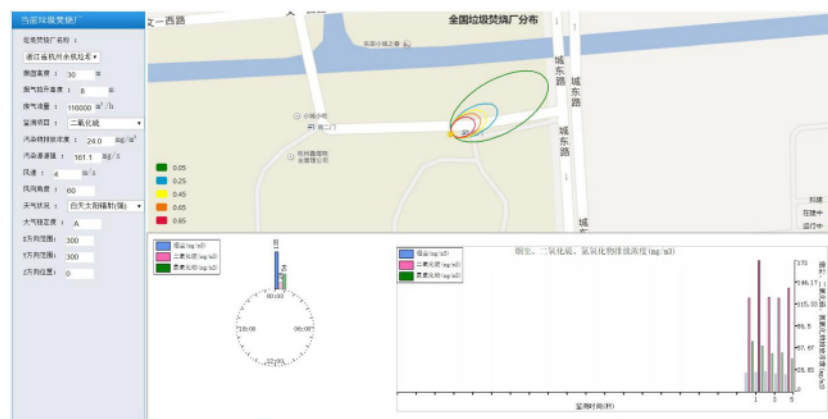


图12 垃圾焚烧厂信息可视化结果

结束语 在本文中,首先使用高斯点源扩散模型来创建废气的扩散模型,用于对垃圾焚烧厂焚烧废气的扩散进行模拟。再基于该扩散模型,采用 Marching Squares 算法绘制代表污染物浓度的等值线,并对等值线进行椭圆拟合。接着,在百度地图上以地图散点图的方式完成对全国垃圾焚烧厂的分布图绘制,同时以不同的颜色标记焚烧厂的不同状态。另外,将监测到的不同废气的实时数据用3种颜色代表,再以动态的柱状图可视化显示废气状态。最后,用柱状图与时间轮相结合的可可视化方法来描述24小时内描述污染物排放数据的情况。

本文可视化方法清楚地显示了垃圾焚烧厂的位置信息,准确地模拟了废气的扩散,完成以可视化的方法展示废气的各项污染数据。使得废气扩散效果更加直观,让用户可以完全对焚烧厂的废气污染物指标进行把控,成功控制和了解到废气扩散和污染的情况。

参考文献

- [1] 杨征. 城市垃圾焚烧发电发展现状与展望[J]. 中国资源综合利用, 2016, 34(12): 33-35.
- [2] 李洪奇, 李妍, 张闾. 基于高斯模型与模糊评价的气体污染风险赔偿[J]. 数学学习与研究, 2015(1): 103-104.
- [3] 李云云. 高斯烟羽模型的改进及在危化品泄漏事故模拟中的应用[D]. 广州: 广州大学, 2013.
- [4] 李仕旺, 潘跃, 吕晓艳. 数据可视化技术研究及其在铁路中的应用[J]. 铁路计算机应用, 2015, 24(10): 23-26.

- [5] TOMINSKI C, ABELLO J, SCHUMANN H. Axes-based visualizations with radial layouts [C] // Proceedings of the 2004 ACM Symposium on Applied Computing. ACM, 2004: 1242-1247.
- [6] 赵校. 城市空气质量可视化分析实现[D]. 哈尔滨: 黑龙江大学, 2016.
- [7] 董重, 魏迎梅. 运用平行坐标系的多变元时序数据可视化方法[J]. 小型微型计算机系统, 2015, 36(10): 2408-2411.
- [8] 王金茵, 沈定涛, 杨柳, 等. 三维动态柱状图制图表达方法与应用研究[J]. 长江科学院院报, 2016, 33(11): 78-82.
- [9] 叶冬芬, 叶桥龙, 罗玮琛. 基于高斯扩散模型的化工危险品泄露区域计算及其实现[J]. 计算机与应用化学, 2012, 29(2): 195-199.
- [10] 王娇娇, 于诗琪, 许诗辰. 基于高斯烟羽扩散模型的空气污染研究[J]. 科技与创新, 2017(10): 21-24.
- [11] 张莹, 崔铁军. 基于网格化的多储罐有害物连续性扩散算法研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2014, 10(9): 5-9.
- [12] 李苗苗. 区域空气污染扩散数据可视化技术的研究[D]. 济南: 山东大学, 2011.
- [13] 孙娟, 束炯, 邱报, 等. 工业点源大气污染扩散空间信息系统[J]. 环境污染与防治, 2005, 27(7): 519-522.
- [14] 秦睿, 刘圣军, 陈子泰, 等. 基于距离场的二维偏移曲线快速生成方法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2017, 44(1): 10-21.
- [15] GOODWIN S, DYKES J, SLINGSBY A, et al. Visualizing multiple variables across scale and geography[J]. IEEE transactions on visualization and computer graphics, 2016, 22(1): 599-608.

(上接第517页)

- [21] PADGETT W J, TOMLINSON M A. Inference from accelerated degradation and failure data based on Gaussian process models [J]. Lifetime Data Analysis, 2004, 10: 191-206.
- [22] KHAROUFEH J P, COX S M. Stochastic models for degradation-based reliability[J]. IIE Transactions, 2005, 37(6): 533-542.
- [23] TSENG S T, PENG C Y. Stochastic diffusion modeling of degradation data[J]. Journal of Data Science, 2007, 5(3): 315-333.
- [24] PARK C, PADGETT W J. Stochastic degradation models with several accelerating variables[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2006, 55(2): 379-390.
- [25] PARK J, KIM H J, SHIN J H, et al. An Embedded Software Reliability Model with Consideration of Hardware related Software Failures [C] // IEEE Sixth International Conference on Software

Security and Reliability. 2012: 207-214.

- [26] 孟永鹏, 贾安利, 荣命哲. 小波包频带能量分解在断路器机械状态监测中的应用[J]. 西安交通大学学报, 2004(10): 1013-1017.
- [27] ACADEMIC, YANG Y, DEJIE Y U, CHENG J, et al. Application of Empirical Mode Decomposition (EMD) in Roller Bearing Fault Diagnosis[J]. Journal of Hunan University, 2003(5): 132-138.
- [28] DURAND J B, GAUDIN O. Software Reliability Modelling and Prediction with Hidden Markov Chain[J]. Statistical Modelling, 2006, 5(1): 75-93.
- [29] 刘河生, 高小榕, 杨福生. 隐马尔可夫模型的原理与实现[J]. 国际生物医学工程杂志, 2002, 25(6): 253-259.
- [30] 奚立峰, 黄润青, 李兴林, 等. 基于神经网络的球轴承剩余寿命预测[J]. 机械工程学报, 2007(10): 137-143.