



“华为杯”第十五届中国研究生 数学建模竞赛

学 校 中国计量大学

参赛队号 18103560033

1. 颜丹佳

队员姓名 2. 方奇

3. 赵美丹

“华为杯”第十五届中国研究生 数学建模竞赛

题 目 基于时序优先的航班-登机口分配问题研究

摘 要:

随着国内航空运输业的迅猛发展,候机楼资源日渐紧张,使得候机楼面积不断扩大,登机口机位也随之增多。这种发展虽然满足了旅客快速增长的需求,但是也导致了旅客因换乘距离过长而换乘失败。为了降低增设登机口对中转乘客的负面影响,优化航班-登机口分配方案显得尤为重要。针对此现象本文基于“先出发先安排”的原则,运用时序优先算法,建立多目标航班-登机口优化分配模型,提高了登机口的利用率,优化了航班分配方案,解决了中转旅客换乘时间过长的问題。

针对问题一,筛选出与 20 日有关的转场记录 303 条,根据航班和飞机的宽/窄机型、到达和出发的国际/国内属性,进行所有航班和登机口的分配可行性分析。以成功分配到登机口的航班数最多和被使用登机口数最少为目标函数,建立双目标规划模型。引入时间戳概念,采用时序优先算法,根据航班和登机口的分配可行性,遵循先出发先安排的原则,在满足约束条件的情况下,对成功分配到登机口的航班数最多的可行解进行分析,选择使用登机口数最少的方案为最佳方案,此时的最优航班分配方案中成功分配到登机口的飞机数为 254 架,航班数为 508 个,被使用的登机口数为 65 个,闲置登机口 4 个。

针对问题二,筛选出与 20 日有关的旅客记录,删除无法找到转场前后的航班信息的旅客记录 84 条,剩余 1649 条记录,共 2751 位旅客,以成功分配到登机口的航班数最多为主目标,将总体最短流程时间作为次要目标,被使用登机口数最少为第三目标建立三目标规划模型。针对最短流程时间,由于分配到临时机位的旅客的最短流程时间无法查得,所以将这些旅客数据删去;而换乘失败对于机场将会带来巨大损失,所以在此处引入惩罚机制,将换乘失败的旅客的最短流程时间设置为 6h。采用时序优先算法,遵循先出发先安排的原则,在满足约束条件的情况下,对成功分配到登机口的航班数最多的可行解进行分析,选择总体最短流程时间最小的方案,在这些方案中选择使用登机口数最少的方案为最佳方案。利用 Matlab 进行多次仿真,迭代 5000 次,得到最优航班分配方案,成功分配到登机口的航班数为 508 个,最短流程时间为 67035 分钟,被使用的登机口

数为 66 个。这种方案下换乘失败的旅客数为 0，分配到临时航班的旅客数为 782 位。

针对问题三，以成功分配到登机口的航班数最多为主要目标、换乘紧张度最短为次要目标，被使用登机口数最少为第三目标，以航班-登机口属性匹配限制、乘客转机限制为约束建立三目标规划模型。定义换乘紧张度为(换乘时间/航班连接时间)，除了最短流程时间之外，还要考虑旅客乘坐捷运的时间和行走时间。运用第二问的算法，用换乘时间代替最短流程时间，利用 Matlab 进行多次仿真，迭代 5000 次，得到最优航班分配方案，成功分配到登机口的航班数为 508 个，总体换乘紧张度为 660.8135，被使用的登机口数为 66 个。这种方案下换乘失败的旅客数为 0，分配到临时航班的旅客数为 782 位。

除此之外，基于时间效益和优化结果效益的考虑，本文进行了迭代次数对最优解的鲁棒性分析，结果表明，对于航班数量为 303 架、登机口为 69 个的计算规模，当迭代次数大于等于 5000 次时，最优解基本达到稳定，且算法运行时间在问题一中约为 353.5353s，在问题二中的运行时间约为 822.2760s，在问题三中的运行时间约为 2359.05s，证明了算法的高效性。

关键词：时序优先；航班-登机口分配；多目标规划；换乘紧张度

目录

一、问题重述.....	5
1.1 背景分析.....	5
1.2 机场背景概述.....	5
1.3 问题提出.....	6
二、问题分析.....	7
2.1 对问题 1 的分析.....	7
2.2 对问题 2 的分析.....	8
2.3 对问题 3 的分析.....	9
三、模型假设.....	9
四、符号说明.....	9
五、模型的建立与求解.....	10
5.1 数据与机场信息预处理.....	10
5.1.1 时间无关转场数据及中转旅客信息的删除.....	10
5.1.2 飞机和登机口的属性分类.....	10
5.1.3 航班及登机口到达/出发类型的统计.....	10
5.1.4 到达/出发时间的处理.....	11
5.1.5 航班-登机口分配可行性判断.....	11
5.2 基于双目标规划的航班-登机口分配问题研究.....	12
5.2.1 基于先出发先安排原则的航班-登机口分配模型的建立.....	12
5.2.1.1 基于分配航班数最多的主目标的确立.....	12
5.2.1.2 基于使用登机口数最少的目标函数的确立.....	13
5.2.1.3 模型约束条件的确立.....	13
5.2.1.4 双目标规划模型确立.....	14
5.2.2 基于时序优先算法的航班-登机口分配算法设计.....	14
5.2.2.1 模型特点分析.....	14
5.2.2.2 时序优先算法设计.....	14
5.2.2.3 算法性能分析.....	15
5.2.2.4 模型求解及鲁棒性分析.....	16
5.2.2.5 模型结果分析.....	19
5.3 添加最短流程时间目标的航班分配优化.....	20
5.3.1 三目标规划的目标函数确立.....	20
5.3.2 中转旅客换乘时间约束的确立.....	21
5.3.3 以最短流程时间为次要目标的分配模型建立.....	21
5.3.4 以最短总体流程时间为次要目标的时序优先算法设计.....	22
5.3.5 模型求解及结果分析.....	23
5.3.5.1 模型求解结果.....	23
5.3.5.2 结果分析.....	25
5.4 添加换乘总体紧张度目标的航班分配优化.....	27
5.4.1 换乘总体紧张度最小的目标函数.....	27

5.4.2 换乘总体紧张度最小为次要目标的分配模型建立.....	28
5.4.3 以最小换乘紧张度为次要目标的时序优先算法设计.....	28
5.4.4 模型求解及结果分析.....	29
六、模型改进.....	34
七、模型评价与推广.....	34
7.1 模型的优势.....	34
7.2 模型的劣势.....	34
7.3 模型推广.....	34
八、参考文献.....	34
九、附件.....	35

一、问题重述

1.1 背景分析

近几年来，我国国民经济得到了快速、稳定增长，人民生活水平也日益提高。在众多的出行方式中，航空运输凭借其快速、安全和舒适的特点成为人们出行的首要选择。这在给民航业带来广阔发展空间的同时，也为机场保障航班正常运行及合理安排和登机口分配带来了巨大的考验。

登机口分配问题是机场运行的核心，它不仅影响到飞机在地面运行的安全，还对乘客的出行体验有着重要影响^[1]。随着国内航空运输业的迅猛发展，候机楼资源日渐紧张，使得候机楼面积不断扩大，登机口机位也随之增多。这种发展虽然满足了旅客快速增长的需求，但是也导致了旅客在候机楼内行走距离过长、时间过久^[2]。

这种现状对中转旅客的影响尤其大：随着换乘两登机口的距离增大，换乘时间也加长了。为了降低增设登机口对中转乘客的负面影响，优化当前登机口分配方案显得尤为重要。

1.2 机场背景概述

1) 转场及中转旅客

飞机在登机口的一次停靠常由一对航班(到达航班和出发航班，也叫“转场”)来标识，如图 1 所示。航班-登机口分配问题就是把这样一对航班对分配到合适的登机口。

中转旅客就是从到达航班换乘到由同一架或不同架飞机执行的出发航班的旅客。

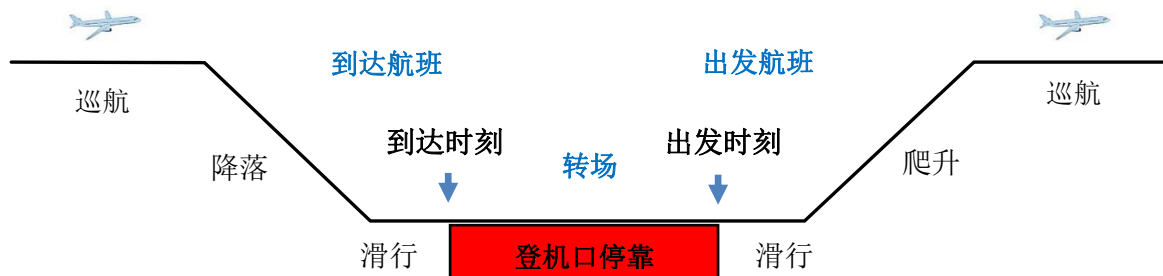


图 1 航班及其停靠示意图

2) 机场布局

某机场有航站楼 T 和卫星厅 S: T 具有完整的国际机场航站楼功能，包括出发、到达、出入境和候机；S 可以候机，但是没有出入境功能。

航站楼 T 有 28 个登机口，卫星厅 S 有 41 个登机口。T 和 S 之间有捷运线相通，可以快速来回运送旅客：假设旅客无需等待，随时可以发车，运输单程需要 8 分钟。

3) 登机口分配

登机口属于固定机位，为方便飞机停靠时的技术操作而配置有相应的设备。航班-登机口的分配规则如下：

- a) T 和 S 所有的登机口服从统筹规划；

- b) 每个登机口的国内/国际、到达/出发、宽体机/窄体机等属性是确定的。飞机转场计划里的航班只能分配到属性吻合的登机口；
- c) 每架飞机转场的两个航班必须分配在同一登机口进行，其间不能挪移别处；
- d) 分配在同一登机口的两飞机之间的空挡间隔时间必须大于等于 45 分钟；
- e) 机场另有简易临时机位，供分配不到固定登机口的飞机停靠。假定临时机位数量无限制。

4)旅客流程

旅客流程可以分为始发旅客、终到旅客和中转旅客。新建卫星厅 S 对始发旅客和终到旅客影响甚微，故本题不对其进行研究。

中转旅客从前一航班的到达至后一航班的出发之间的流程可以按国内(D)和国际(I)、航站楼(T)和卫星厅(S)组合成 16 种不同的场景。

表 1 中转旅客不同流程的最短流程及捷运乘坐次数

出发 到达		国内出发(D)		国际出发(I)	
		航站楼 T	卫星厅 S	航站楼 T	卫星厅 S
国内到达 (D)	航站楼 T	15/0	20/1	35/0	40/1
	卫星厅 S	20/1	15/0	40/1	35/0
国际到达 (I)	航站楼 T	35/0	40/1	20/0	30/1
	卫星厅 S	40/1	45/2	30/1	20/0

由表 1 可知不同场景的最短流程时间和捷运乘坐次数，其中每一格的第一个数是最短流程时间(分钟)，第二个数是捷运乘坐次数。最短流程时间不包括捷运时间和旅客行走时间。

旅客步行时间可从表 2 中查找(单位：分钟)。

表 2 旅客步行时间表

登机口区域	T-North	T-Center	T-South	S-North	S-Center	S-South	S-East
T-North	10	15	20	25	20	25	25
T-Center		10	15	20	15	20	20
T-South			10	25	20	25	25
S-North				10	15	20	20
S-Center					10	15	15
S-South						10	20
S-East							10

1.3 问题提出

本文要求在以下三种情形下对航班-登机口分配问题建立数学优化模型，并通过求解模型进行数据评估分析。本文所有建模和数据分析都针对航站楼 T 和卫星厅 S 同时使用的情形。

问题 1：只考虑航班-登机口分配，不考虑中转旅客的换乘，建立数学优化模型，使尽可能多的航班分配到合适的登机口，同时使被使用登机口的数量最小，要求编程求得模型的最优解。

问题 2：在第一问的基础上加入换乘因素，最小化中转旅客的总体最短流程时间，并在此基础上最小化登机口的数量，编程求得最优解。本题不考虑旅客乘坐捷运和步行的时间。

问题 3：考虑中转旅客的换乘时间，使换乘旅客总体紧张度最小，并在此基础上使被使用登机口数量最小。本题可在第二问的基础上引入旅客换乘连接变量，并将换乘紧张度作为目标函数的首要因素，编程求得最优解。

二、问题分析

2.1 对问题 1 的分析

针对问题一，题目要求只考虑航班-登机口分配，期望尽可能多的把航班分配到合适的登机口，并且在此基础上使被使用的登机口数量最少，建立数学优化模型求解。由此可知，此优化模型具有两个目标，即**分配航班数最多**和**使用登机口数最少**，是一个**双目标规划**问题。首先计算分配航班数量最多的情况，若航班最多数量相等，再去考虑登机口的数量，选择登机口使用数量少的方案为最优解。

问题一的分析思路如图 2 所示。由于本题只考虑 20 日这一天的航班分配，且分配航班是一个无止境的过程，所以假设 20 日 0 点时所有登机口处于空置状态，简化规划复杂度。

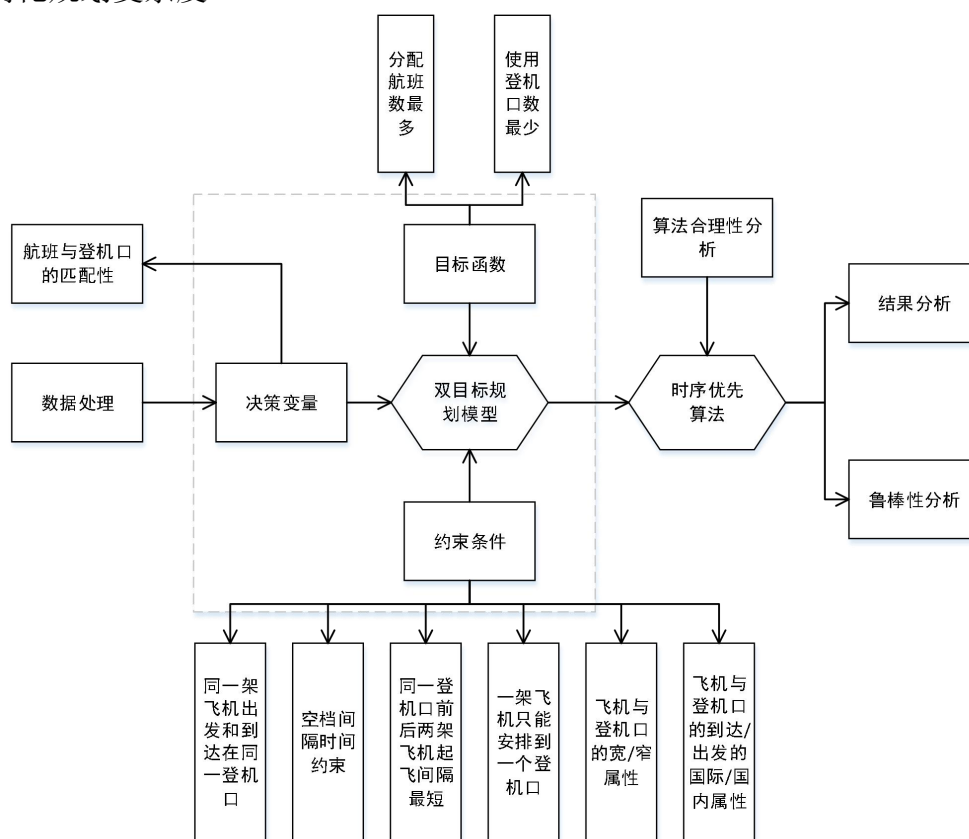


图 2 问题一分析思路图

针对同一登机口，早出发的航班可以给后续航班留有更多的时间，从而可以安排更多的飞机数量，因此，可以在满足两架飞机空档间隔时间大于等于 45min 中的基础上，选择**先出发先分配**的原则。由于飞机和登机口的属性已经固定，飞机只能分配至属性相同的登机口，为了**简化模型**，可以将飞机与登机口一一对应，比对他们的属性是否相同，得到所有飞机分配在每个登机口的可能性。从而可以产生非常多个飞机**分配可行方案**。为了简化时间计算，引入**时间戳概念**，将航班时间转化为从格林威治时间 1970 年 01 月 01 日 08 时 00 分 00 秒起至现在的总秒数。

由于飞机分配可行方案非常多,为找最优解需要穷尽所有可能会耗费的大量时间,所以在此处考虑**时序优先算法**,即考虑航班出发的优先时序,按照先出发先分配的原则,对航班进行登机口分配。这种方法使得分配结果尽可能紧凑,在一定程度上缩小了最优解的寻找范围。

时序优先算法的局部最优解会随着迭代次数的增加而越来越接近最优解,理论上迭代次数越多越好,但这必然会导致时间成本的增加,而且迭代次数增加到一定数量时,最优解会近乎不变。对此,可以进行**鲁棒性分析**,对不同迭代次数的局部最优解进行对比,找到**时间成本低**又接近最优解的最佳的迭代次数。

综上所述,建立一个以**分配航班数最多**和使用**登机口数最少**为目标的双目标规划模型,使用时序优先算法求得最优解,并对迭代次数进行鲁棒性分析,对不同迭代次数下的结果进行分析。

2.2 对问题 2 的分析

针对问题二,需要在第一问的主要目标即**最大化分配到登机口的航班数**的基础上,将**旅客的换乘时间最小化**,此处旅客换乘时间只考虑最短流程时间。在满足前两个目标的情况下,还需尽量将被使用的**登机口数量降到最少**。所以问题二是一个三目标规划问题。目标的重要程度:**尽可能多的分配登机口的航班数>最小化旅客的换乘时间>最小化使用的登机口的数量**。

问题二在问题一的基础上,加入新的目标函数并改变次要目标,使用时序优先算法求解。在分配到登机口的航班的最多数量相同时,计算旅客的总体最短流程时间,选择总体最短流程时间最小的方案。若旅客的总体最短流程时间也相同,再去比较被使用的登机口的数量,选择使用登机口数最少的方案。具体的思路流程如图 3 所示。

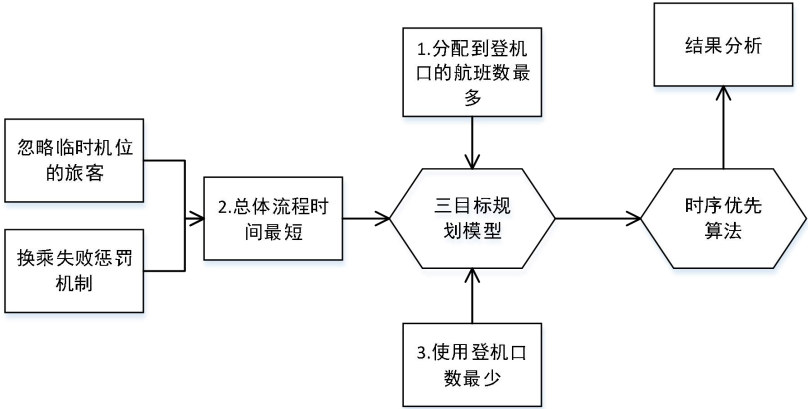


图 3 问题二分析思路图

在计算旅客的换乘时间时,需要根据旅客换乘前后的航班去找对应的登机口的国际/国内属性以及判断其是在航站楼 T 还是卫星厅 S,从而计算旅客的最短流程时间。而对于分配到临时机位的旅客,无法获得其最短流程时间,因此,在问题二中,**忽略被分配到临时机位的旅客**。

同时,有可能出现旅客换乘失败的情况,这会给航空公司带来巨大损失,因此需要尽量减少旅客换乘失败的情况。针对此现象,加入**惩罚机制**,对于**换乘失败的旅客**,将其换乘时间设定为**6h**。若换乘失败的旅客较多,其换乘时间 6h 比起旅客最大的最短流程时间 45min 会大很多,这会导致总体最短换乘时间大幅增加。因此加入这一惩罚机制后,会使模型在计算最小化旅客总体流程时间时尽量减少换乘失败的旅客。

综上所述，建立一个以**分配航班数最多、总体最短流程时间最小**和使用**登机口数最少**为目标的三目标规划模型，采用问题一中得到的最佳迭代次数，使用时序优先算法求得最优解，对同一迭代次数下不同的分配结果进行分析评价。

2.3 对问题 3 的分析

针对问题三，在问题二的基础上对旅客换乘时间约束进行加强，加入了旅客乘坐捷运的时间以及步行时间，更加贴近实际情况。问题三其余的条件与问题二相同。因此问题三在计算旅客的换乘时间时加入乘坐捷运的时间以及步行时间。其余方法与问题二同，具体思路如图 4 所示：

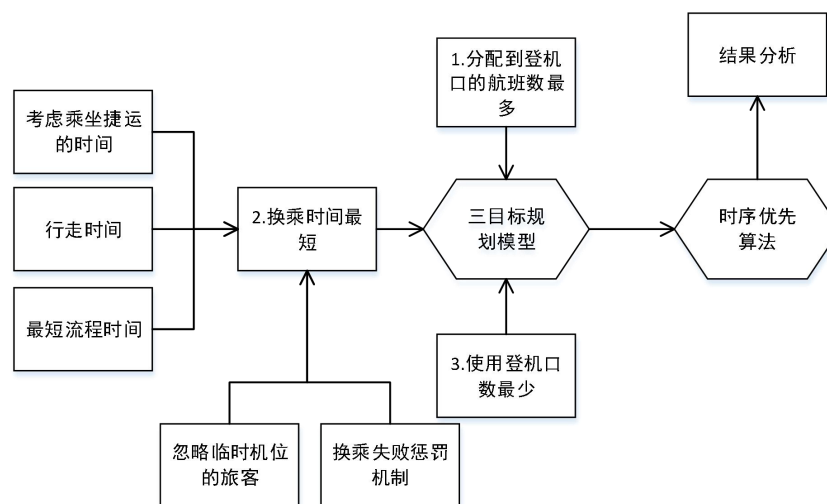


图 4 问题三分析思路图

综上所述，建立一个以**分配航班数最多、换乘时间最短**和使用**登机口数最少**为目标的三目标规划模型，采用问题一中得到的最佳迭代次数，使用时序优先算法求得最优解，对同一迭代次数下不同的分配结果进行分析评价。

三、模型假设

- 假设 1. 假设附件所给的数据真实可靠；
- 假设 2. 假设所有的航班均准点到达，不存在延误和提前；
- 假设 3. 假设 20 号 0 时开始安排机场航班时，该机场为空机场，不存在前一天的航班占用机场资源的情况；
- 假设 4. 假设分配到登机口的航班数最多等价于分配到登机口的飞机数最多；
- 假设 5. 假设最先出发的航班必定成功分配到合适的登机口；
- 假设 6. 假设旅客登上飞机的截止时间为其出发航班的出发时间。

四、符号说明

符号	符号含义	单位
x_{ik}	第 i 个航班是否分配到第 k 个登机口	/
m	总航班数	/
n	总登记口数	/
Z	成功分配到登机口的航班数	/
G	被使用的登机口数	/

T_e	空挡间隔时间	s
T_i	第 i 趟航班到达的时间	s
T'_i	第 i 趟航班起飞的时间	s
P_{ik}	登机口与航班的分配可行性	/
L	总体最短流程时间	s
N	总体换乘紧张度	/
S_{kh}	第 k 个登机口到第 h 个登机口的最短流程时间	s
R_{ij}	第 i 趟飞机到第 j 趟飞机的人数	/

五、模型的建立与求解

5.1 数据与机场信息预处理

5.1.1 时间无关转场数据及中转旅客信息的删除

由于本题要求对 20 到达或 20 日出发的航班和旅客分析,所以将其余无关的转场记录和中转旅客信息删除,仅留下 303 条转场记录和 1733 条中转旅客信息。

此处筛选后剩下的中转乘客信息中有 84 条中转乘客记录的到达航班和出发航班由于涉及到 19 日、21 日到达和出发的航班,在转场记录筛选过后的航班信息中无法找到,因此删除这部分的中转旅客的数据,剩余 1649 条记录,共 2751 位旅客。

5.1.2 飞机和登机口的属性分类

飞机具有宽窄型号之分,登机口的宽体机/窄体机作为功能属性也是确定的,飞机只能分配到宽窄属性相对应的登机口。按表 3 所示的飞机类型及其对应型号对 303 条转场记录中所使用的飞机进行分类。

表 3 飞机型号及其对应类型

飞机类型	飞机型号
宽体机(Wide-body)	332, 333, 33E, 33H, 33L, 773
窄体机(Narrow-body)	319, 320, 321, 323, 325, 738, 73A, 73E, 73H, 73L

经统计,如表 4 所示,303 条转场记录中的飞机只有 49 架为宽体机,其余 254 架为窄体机。将登机口按宽窄属性分类,可分配给宽体机的登机口有 24 个,可分配给窄体机的登机口有 45 个。

表 4 飞机及登机口属性统计

类 别 \ 属 性	宽体机	窄体机
飞机属性	49 架	254 架
登机口属性	24 个	45 个

5.1.3 航班及登机口到达/出发类型的统计

将 303 条航班记录中的飞机按照宽窄属性分别对其到达和出发的国内(D)/国际(I)性质进行统计,得到表 5 和表 6。

表 5 宽体机到达/出发类型统计

出发 到达	国内出发(D)	国际出发(I)
国内到达(D)	0	5
国际到达(I)	5	39

表 6 窄体机到达/出发类型统计

出发 到达	国内出发(D)	国际出发(I)
国内到达(D)	145	45
国际到达(I)	36	28

将 69 个登机口按照宽窄属性分别对其可以到达和出发的国内(D)/国际(I)性质进行统计, 得到表 7 和表 8。

表 7 能分配宽体机的登机口到达/出发类型统计

出发 到达	国内出发(D)	国际出发(I)	国际/国内出发(D/I)
国内到达(D)	2	0	0
国际到达(I)	0	17	1
国际/国内到达(D/I)	0	1	3

表 8 能分配窄体机的登机口到达/出发类型统计

出发 到达	国内出发(D)	国际出发(I)	国际/国内出发(D/I)
国内到达(D)	35	0	2
国际到达(I)	0	4	0
国际/国内到达(D/I)	0	2	2

5.1.4 到达/出发时间的处理

附件中所给的航班出发和到达的时间均为 24 小时制, 在运算时较为复杂。

Unix 时间戳(Unix timestamp)是一种时间表示方式, 定义为从格林威治时间 1970 年 01 月 01 日 08 时 00 分 00 秒起至现在的总秒数^[3]。本文将每个航班到达和出发的时间变更为时间戳, 以秒计算, 对空挡间隔时间等的计算也采用秒计, 降低了运算复杂度。

5.1.5 航班-登机口分配可行性判断

根据飞机的到达类型(D/I)、出发类型(D/I)和机体类型(W/N)是否与登机口的到达类型和出发类型相匹配来判断每架航班飞机对于每个登机口进行安置的可

行性。设飞机 i 在登机口 k 安置的可行性为 P_{ik} ，飞机的机体类型和登机口的匹配度为 H_{ik} ，飞机的到达类型和登机口的匹配度为 A_{ik} ，飞机的出发类型与登机口的匹配度为 D_{ik} 。

则飞机 i 在登机口 k 安置的可行性为：

$$P_{ik} = \begin{cases} 0, & H_{ik} = 1, A_{ik} = 1, N_{ik} = 1 (i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, n) \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中：

$$H_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{飞机机体类型与登机口相匹配} \\ 1, & \text{飞机机体类型与登机口不匹配} \end{cases} \quad (2)$$

$$A_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{飞机到达类型与登机口相匹配} \\ 1, & \text{飞机到达类型与登机口不匹配} \end{cases} \quad (3)$$

$$D_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{飞机出发类型与登机口相匹配} \\ 1, & \text{飞机出发类型与登机口不匹配} \end{cases} \quad (4)$$

得到的飞机 i 在登机口 k 安置的可行性结果可见附件七数据附件 1。

5.2 基于双目标规划的航班-登机口分配问题研究

航班-登机口分配问题是一个具有多目标性质的组合优化问题。一般来说规划者需要从航空公司和旅客以及机场运行控制部门两个角度考虑优化。

对于航空公司和旅客来说，需要尽可能将航班安排到登机口，使航班能够正常运行，同时也要减少使用登机口的数量，缩短旅客换乘的时间，在节省旅客时间成本、为旅客提供更优质服务的同时降低机场的运行成本。

对于机场运行控制部门来说，需要合理、均衡、高效地分配有限的登机口和航站楼资源，综合考量飞机和登机口的机体宽窄属性匹配以及其到达来源地和出发目的地的国际/国内属性，并提供一定的缓冲余度以预防突发事件对机场运行的不利影响^[4]。

5.2.1 基于先出发先安排原则的航班-登机口分配模型的建立

5.2.1.1 基于分配航班数最多的主目标的确立

对于机场来说，当飞机抵达机场却无法安排至合适的登机口时，可以将飞机安排至临时机位。但是这种方法属于机场运行控制部门资源分配的失误，对于后续航班的安排以及乘客登机、换乘都会造成不利影响，所以应该尽可能使更多的航班安排到固定的登机口。

本文中航班-登机口分配的优化模型中的主要目标为使尽可能多的航班被分配到登机口。基于此，可以提出模型的主目标：

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad (5)$$

其中：

$$x_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{第} i \text{趟航班没有分配在第} k \text{个登机口} \\ 1, & \text{第} i \text{趟航班分配在第} k \text{个登机口} \end{cases} \quad (6)$$

式中： Z 表示分配到登机口的航班数； x_{ik} 表示第 i 趟航班是否分配在第 k 个登机口； m 表示总的航班数； n 表示总的登机口数。

5.2.1.2 基于使用登机口数最少的目标函数的确立

对于航空公司来说，被使用的登机口数量越多，需要进行维护和安排人员管理的成本就会越高，而旅客进行换乘时需要到其他航站楼的可能性也会越高，换乘失败的可能性也会增长，所以应该尽可能减少航班安排过程中被使用的登机口数量。由此得到本文的次要目标函数：

$$\min G = \sum_{k=1}^n g_k \quad (7)$$

其中：

$$g_k = \begin{cases} 0, & \sum_{i=1}^m x_{ik} \leq 0 \\ 1, & \sum_{i=1}^m x_{ik} > 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中： G 表示被使用登机口的数量； g_k 表示在第 k 个登机口是否安排航班，为 1 是表示该登机口有航班，为 0 表示该登机口无航班。

5.2.1.3 模型约束条件的确立

1) 同一架飞机到达和出发在同一登机口：

$$k_{i1} = k_{i2} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (9)$$

式中： k_{i1} 表示第 i 架飞机第一趟航班的登机口， k_{i2} 表示第 i 架飞机第二趟航班的登机口。

2) 同一登机口两飞机之间的空挡间隔时间大于 45 分钟：

$$T_e = T_j - T'_i \geq 45 \min \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, m) \quad (10)$$

式中： T_e 表示空挡间隔时间， T'_i 表示第 i 架飞机出发的时间， T_j 表示第 j 架飞机到达的时间，其中第 i 架飞机和第 j 架飞机为同一登机口出发的前后两架飞机。

3) 同一个登机口前后两架飞机起飞的相隔时间最短：

$$T_d = \min(T'_j - T'_i) \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

式中： T_d 表示第 i 架和第 j 架飞机出发时间之差； T'_i 表示第 i 架飞机出发的时间， T'_j 表示第 j 架飞机出发的时间，其中第 i 架飞机和第 j 架飞机为同一登机口出发的前后两架飞机。

4) 一架飞机只能在分配到一个登机口：

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

式中： x_{ik} 表示第 i 趟航班是否分配在第 k 个登机口，为 0 时表示第 i 趟航班没有分配在第 k 个登机口，为 1 时表示第 i 趟航班分配在第 k 个登机口； n 表示总的登机口数。

5) 飞机与登机口的属性匹配约束：

如果一架飞机可以分配在一个登机口时，则该飞机和登机口需要满足宽/窄机体属性一致、到达和出发的国际/国内属性一致。所以得到飞机 i 分配在登机口 k 的可行性为：

$$P_{ik} = \begin{cases} 0, & H_{ik} = 1, A_{ik} = 1, N_{ik} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, n) \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

式中： P_{ik} 为飞机 i 在登机口 k 安置的可行性， H_{ik} 为飞机的机体类型和登机口的匹配度， A_{ik} 为飞机的到达类型和登机口的匹配度， D_{ik} 为飞机的出发类型与登机口的匹配度。

5.2.1.4 双目标规划模型确立

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad (14)$$

$$\min G = \sum_{k=1}^n g_k \quad (15)$$

$$s.t. \begin{cases} k_{i1} = k_{i2} \\ T_e = T_j - T'_i \geq 45 \text{ min} \\ P_{ik} = \begin{cases} 0, & H_{ik} = 1, A_{ik} = 1, N_{ik} = 1 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \\ T_d = \min(T'_j - T'_i) \\ \sum_{k=1}^n x_{ik} = 1 \end{cases} \quad (16)$$

5.2.2 基于时序优先算法的航班-登机口分配算法设计

5.2.2.1 模型特点分析

本文第一问所建的模型思路清晰，目标函数以及约束条件的提取较为简单，将模型转换成编程语言设计算法易于实现。但是模型涉及到的约束条件较多，进行算法设计时运算的规模较大。

但是模型在寻找最优方案的时候所产生的安排方案数量庞大，如果在实际计算时按照模型思路遍历所有的安排方案，会导致程序运行时间会增大，对于求最优解的效率较低。

5.2.2.2 时序优先算法设计

本文第一问的具体算法流程如图 5 所示。主要算法步骤如下：

- 1)将附件七数据附件 1 中航班与登机口的**分配可行性表**中的数据作为输入数据；
- 2)将所有航班按照**出发时间戳**进行**升序排列**；
- 3)找到**最早出发**的第 i 架飞机的出发时间戳 T'_i ，随机选择一个可进行分配的登机口分配给该航班；
- 4)计算其余所有飞机的到达时间戳 T_j (其中 $j = 1, 2, \dots, m$ 且 $j \neq i$) 与该最早出发航班的出发时间戳之差，即两飞机之间的**空挡间隔时间** T_e ；
- 5)筛选出空挡间隔时间**大于 45min** 的所有飞机；
- 6)计算筛选出的飞机与第 i 架飞机的**起飞时间之差** T_d ；
- 7)选出 T_d **最小** 的飞机作为最早出发的飞机所在登机口的下一架飞机；

8)将此飞机视为最早出发的飞机，重复步骤 2-8，直到没有飞机满足要求；
 9)统计此登机口安排的飞机数，按出发顺序记录飞机转场记录号；
 10)将还未安排登机口的飞机和还未安排飞机的登机口筛选出来，重复进行步骤 1-10，直至所有的登机口都被安排(即使安排数量为 0)；
 11)输出各个登机口的分配方案；
 12)将步骤 1 中最早出发的飞机安排在除上一个安排方案之外的匹配的登机口，重复步骤 2-12，直到该飞机的所有匹配登机口被遍历完；
 13)比较各个方案的分配到登机口的飞机的数量以及使用的登机口的数量，找到最大分配登机口的飞机的数量，如果最大安排飞机数量的方案只有一个，则此方案为最优方案；如果有飞机安排数量相同的方案，则比较使用的登机口数量，登机口数量少的方案为最优；
 14)分别迭代 50 次、100 次、300 次、500 次、1000 次、3000 次、5000 次和 10000 次，对不同迭代次数下产生的最优方案进行鲁棒性分析，选出最佳方案，作为第一问的最优解。

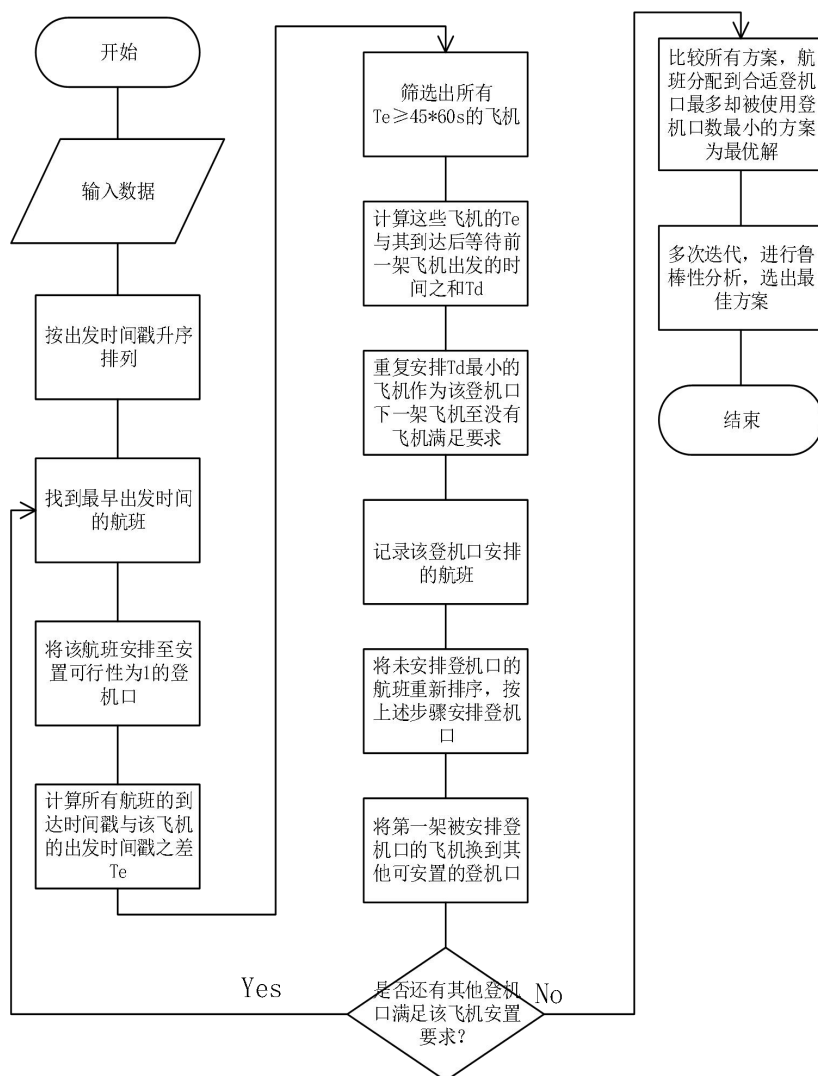


图 5 航班-登机口分配算法流程图

5.2.2.3 算法性能分析

算法的复杂性由算法的结构以及须处理的时间数量决定^[5]。对于航班数为 n ，

登机口数量为 m 的问题，在对航班出发时间进行升序排列时的复杂度为 $O(n)$ ，在给每个航班安排相应的登机口的复杂度为 $O(m)$ ，因此，完成航班-登机口分配的算法复杂度为 $O(nm)$ 。

对于航班数量为 303 架、登机口为 69 个的计算规模，在迭代次数为 5000 次的情况下，算法运行时间在问题一中约为 353.5353s，在问题二中的运行时间约为 822.2760s，在问题三中的运行时间约为 2359.05s。

5.2.2.4 模型求解及鲁棒性分析

1) 鲁棒性分析

本文在设计算法时采用随机生成可行分配方案的方法，随机生成的方案的次数分别设定为 500 次、1000 次、5000 次和 10000 次，计算不同迭代次数下的最佳方案，分析迭代次数对最优解的影响，并进行鲁棒性分析。

表 9 是在 32 位操作系统 Windows 7，Matlab R2014a 环境下，内存 4GB，CPU 主频 3.70GHz，i3-4170 处理器，磁盘空间 926.79GB 环境下，进行迭代次数对最优解的鲁棒性分析。

表 9 不同迭代次数下的模型结果及运行时间

迭代次数	成功分配的飞机数	被使用的登机口数	程序运行时间(s)
50	252	66	4.1092
100	251	66	7.5425
300	253	66	21.7054
500	253	66	38.2504
1000	253	66	69.5177
3000	253	65	207.3174
4000	254	65	301.6507
5000	254	65	336.5353
10000	254	65	683.5836
100000	254	65	8256.5

从表 9 中可以看出，对于“2 种机型、69 个登机口”的问题，在迭代次数为 5000 次后，对于解的影响已经趋于稳定。所以在解决规模在“2 种机型、69 个登机口”的问题时选取 5000 次迭代次数即可保持算法达到相对稳定。

将结果绘制成折线图和柱状图之后如图 6 所示：

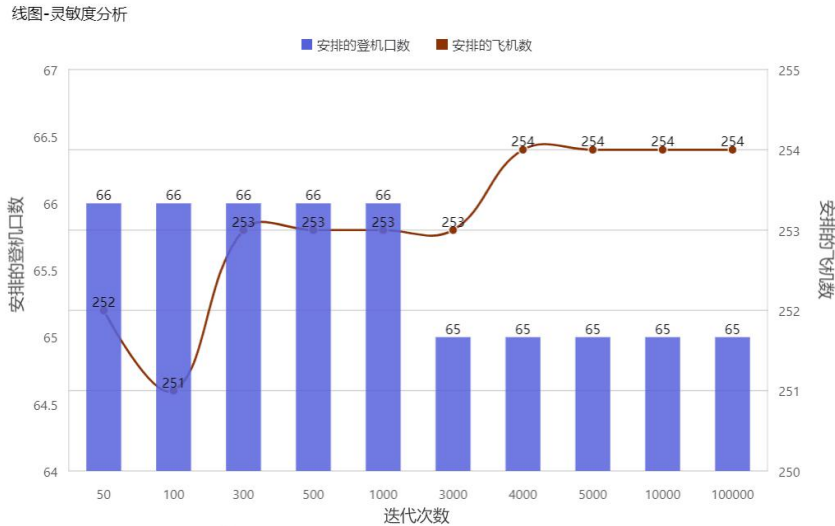


图6 不同迭代次数下模型求解结果分析图

图6中，柱状图的横坐标为迭代次数，纵坐标为被使用的登机口数；折线图的横坐标为迭代次数，纵坐标为成功分配到登机口的飞机数。

从图6中可以看出，当迭代次数达到5000次之后，对于“69个登机门，303架飞机”的问题，安排的最大飞机数和被使用的最小登机门数已经趋于稳定^[6]。而由表9中的程序运行时间可以发现，随着迭代次数的增加，程序运行的时间大致呈线性增长。基于以上分析，本文最终选择迭代次数为5000次，将此时的结果作为最优解。

2) 迭代次数为5000次时的最优解

A) 航班-登机口的分配结果：

从图7中可以看到T1到T7七个登机口的航班排序。完整的航班分配结果可见附录二问题一航班-登机口分配结果。

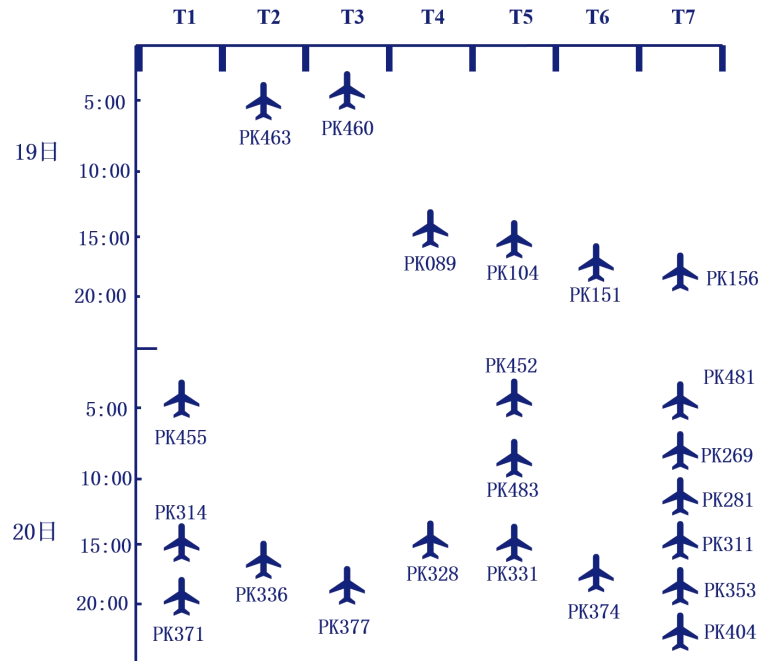


图7 T1到T7七个登机口的航班排序

B) 按宽、窄体机分别画出成功分配到登机口的航班数量和比例的线状图：本文需要画出成功分配到登机口的航班数量的线状图，而在问题一中最优解是根

据飞机来分配的。每架飞机对应有两个航班，其中有 35 架飞机的到达航班与出发航班是一致的，但由于两个航班的时间不同，本文仍认为每架飞机有两个航班。

图 8 中给出了宽/窄体机在 S/T 航班口所分配的航班数和占有所有航班的比例。

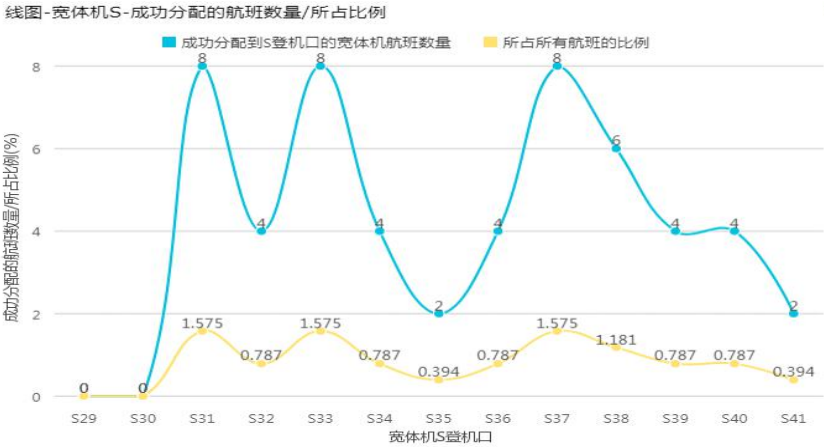


图 8(a) 宽体机-S 登机口分配航班数及比例折线图

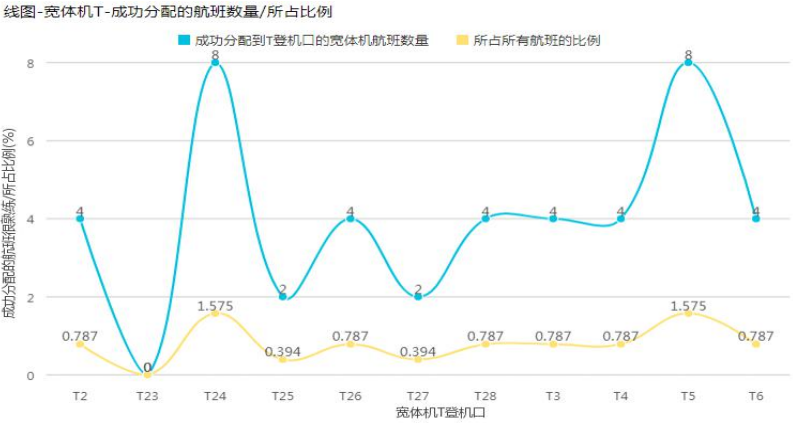


图 8(b) 宽体机-T 登机口分配航班数及比例折线图

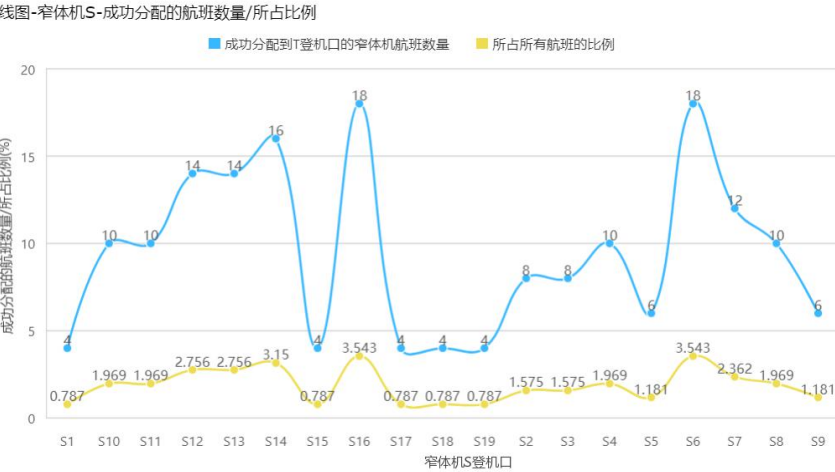


图 8(c) 窄体机-S 登机口分配航班数及比例折线图



图 8(d) 窄体机-T 登机口分配航班数及比例折线图

图 8 中，横坐标为登机口，纵坐标为成功分配到登机口的航班数量/比例；黄色曲线表示该类航班在所有航班中所占的比例；蓝色曲线表示该类机型的航班分配到 S/T 登机口的数量。从图中可以看出，成功分配航班数量最多的登机口为 T12、S16、S6，这三个登机口可以安排 18 个航班，其次为 T22 登机口，可以安排 16 个航班。而 S29、S30、T23 这三个登机口没有航班安排。

5.2.2.5 模型结果分析

登机口使用率是指 20 号 0 点到 24 点之间的 24 个小时内登机口的占用时长比率。

$$T_a = \frac{\sum_{i=1}^Z (T'_i - T_i)}{G} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (17)$$

式中：\$T_a\$ 表示每个登机口的平均使用时长，\$T_i\$ 表示第 \$i\$ 架飞机出发的时间，\$T'_i\$ 表示第 \$i\$ 架飞机到达的时间。

$$R_a = \frac{T_a}{24 \times 3600s} \quad (18)$$

式中：\$R_a\$ 表示被使用登机口平均使用率。

通过式(17)和式(18)可以计算得到 T 和 S 登机口的平均使用率，结果如表 10 所示：

表 10 T/S 被使用登机口平均使用率

	登机口	
	T	S
登机口使用数量	27	39
被使用的登机口的平均使用时间(s)	69788.88889	73384.61538
被使用的登机口的平均使用率	80.77%	84.94%

从表 10 中可以看出，航站楼 T 被使用登机口有 27 个，平均使用时间为 69788.88889s，大约 19.38h，平均使用率为 80.77%；卫星厅 S 被使用登机口有 39 个平均使用时间 73384.61538s，大约 20.38h，平均使用率为 84.94%。

如图 9 所示，卫星厅 S 的被使用登机口平均使用率比航站楼 T 高 4.17%。

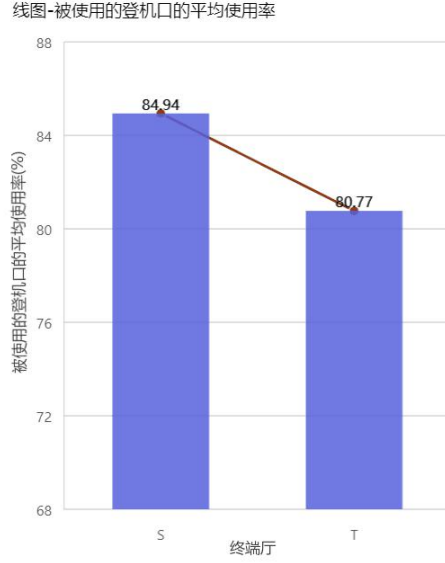


图9 T/S 被使用登机口平均使用率

5.3 添加最短流程时间目标的航班分配优化

5.3.1 三目标规划的目标函数确立

1) 主目标的确立

本文第二问中航班-登机口分配优化的主要目标仍然是使尽可能多的航班被分配到登机口。所以模型的主目标为：

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad (14)$$

式中： Z 表示分配到登机口的航班数； x_{ik} 表示第 i 趟航班是否分配在第 k 个登机口； m 表示总的航班数； n 表示总的登机口数。

2) 次要目标的确立

第二问中需要在第一问的基础上加入旅客换乘因素，要在尽可能多航班被分配到登机口的基础上使中转旅客的总体最短流程时间最小，基于此提出本问的次要目标：

$$\min L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n R_{ij} C_{ij} O_{ik} T_s \quad (19)$$

其中：

$$C_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{旅客从第} i \text{个航班不转到第} j \text{个航班} \\ 1, & \text{旅客从第} i \text{个航班转到第} j \text{个航班} \end{cases} \quad (20)$$

$$O_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{第} i \text{个航班没有分配到第} k \text{个登机口} \\ 1, & \text{第} i \text{个航班分配到第} k \text{个登机口飞机} \end{cases} \quad (21)$$

式中： R_{ij} 表示第 i 个航班到第 j 个航班上需要转机的人数。

3) 第三目标函数的确立

尽可能减少航班安排过程中被使用的登机口数量，所以本文的第三目标函数如式(15)所示：

$$\min G = \sum_{k=1}^n g_k \quad (15)$$

式中： G 表示被使用登机口的数量； g_k 表示在第 k 个登机口是否安排航班。

5.3.2 中转旅客换乘时间约束的确立

对于本模型，需要考虑中转旅客的最短流程时间。首先对于被分配到临时机位的乘客，无法计算其最短流程时间，故在此问的解答中不考虑这部分乘客。

其次，对于中转乘客来说，可能会出现换乘失败的情况，这种情况将会对航空公司造成很大的损失，对旅客自身也会有很大的影响，因此在进行航班-登机口的分配中应该尽量降低旅客换乘失败的比例。

而当旅客换乘失败时，不能及时赶上换乘的航班，所以其最短流程时间也相应失效。本文在此处引入惩罚机制，对于换乘失败的旅客，就将其换乘时间定为 6 小时，对于本问也就是换乘失败的旅客的最短流程时间为 6 小时，即 21600s。

$$T_s = \begin{cases} S_{kh}, & T_p \leq T_b \\ 21600s, & T_p > T_b \end{cases} \quad (22)$$

$$S_{kh} = S(U_k, U_h) \quad (23)$$

$$U_k = (I_k, K_k) \quad (24)$$

$$I_k = \begin{cases} 0, & \text{该登机口为国内航班} \\ 1, & \text{该登机口为国际航班} \end{cases} \quad (25)$$

$$K_k = \begin{cases} 0, & \text{登机口位于航站楼 } T \\ 1, & \text{登机口位于卫星厅 } S \end{cases} \quad (26)$$

式中： T_s 为实际最短流程时间； T_b 中转旅客出发航班与到达航班的时间差； S_{kh} 表示第 k 个登机口转去第 h 个登机口的时间。

5.3.3 以最短流程时间为次要目标的分配模型建立

本问的多目标规划模型为：

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad (14)$$

$$\min L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n R_{ij} C_{ij} O_{ik} T_s \quad (27)$$

$$\min G = \sum_{k=1}^n g_k \quad (15)$$

$$s.t. \begin{cases} T_s = \begin{cases} S_{kh}, & T_p \leq T_b \\ 21600s, & T_p > T_b \end{cases} \\ k_{i1} = k_{i2} \\ T_e = T_j - T'_i \geq 45 \min \\ T_d = \min(T'_j - T'_i) \\ \sum_{k=1}^n x_{ik} = 1 \\ P_{ik} = \begin{cases} 0, & H_{ik} = 1, A_{ik} = 1, N_{ik} = 1 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \end{cases} \quad (28)$$

5.3.4 以最短总体流程时间为次要目标的时序优先算法设计

在问题一的基础上，加入筛选后的旅客信息，包括旅客的到达日期、到达航班、出发日期、出发航班等信息。

第二问的具体算法流程如图 10 所示。主要算法步骤如下：

- 1) 按照问题一描述的算法步骤，将**尽可能多的航班**分配到合适的登机口；
- 2) 根据每个旅客的到达航班和出发航班找到**相应的登机口**；
- 3) 判断旅客的到达/出发登机口在卫星厅 S 还是在航站楼 T，亦或是在临时机位；
- 4) **删除**到达登机口或者出发登机口在**临时机位**的旅客；
- 5) 判断旅客到达/出发登机口是国际(I)还是国内(D)，计算旅客的**最短流程时间** S_{kh} ；
- 6) 计算中转旅客出发航班与到达航班的时间差 T_b ；
- 7) 若 S_{kh} 小于或等于 T_b ，则流程时间 T_p 等于 S_{kh} ，否则引入**惩罚机制**， T_p 改为 6 小时；
- 8) 计算总体最短流程时间；
- 9) 设置**相同迭代次数**多次遍历可能的分配方案，找到在航班尽可能多安排到登机口时**总体流程时间最短**的可行方案；
- 10) 对总体最短流程时间最小的情况下的可行方案进行分析，寻找被使用的**登机口数最小**的方案。

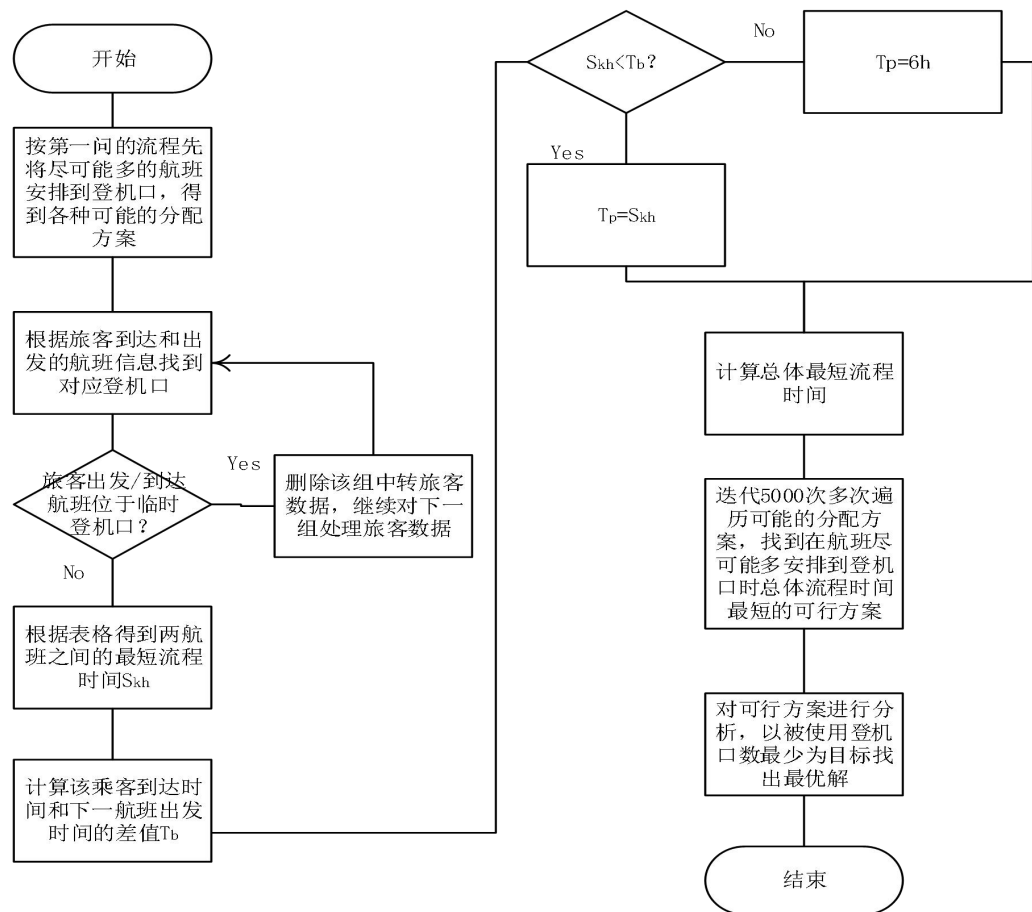


图 10 含最短流程时间约束的多目标规划算法流程图

5.3.5 模型求解及结果分析

5.3.5.1 模型求解结果

由于第二问和第一问的主要目标都是最大化被分配的航班数，所以根据第一问的鲁棒性分析，将迭代次数定为 5000 次，多次运行 Matlab 程序，取相对最佳的解，程序见附件九程序附件 2 问题一程序。计算结果如下表所示：

表 11 三目标规划模型求解结果

序号	迭代次数	成功分配的飞机数	总体最短流程时间 (min)	使用的登机口数	程序运行时间(s)	换乘失败的旅客数	临时机位的旅客数
1	5000	254	67035	66	779.1509	0	782
2	5000	253	65465	66	800.4092	0	782
3	5000	254	67035	66	795.203	0	782
4	5000	254	67035	66	808.0197	0	782
5	5000	253	65265	66	798.8014	0	782
6	5000	254	67035	66	998.7828	0	782
7	5000	253	65465	66	799.3883	0	782
8	5000	253	65170	66	798.4526	0	818

从表 11 可以看到最大成功分配到登机口的飞机数为 254 架。当成功分配的飞机数为 254 架时，总体最短流程时间最小的是方案 1、3、4、6，总体最短流程时间为 67035min，平均流程时间约 34min，，此时被使用的登机口数量为 66 个，换乘失败的旅客数量为 0，临时机位的旅客有 782 位。因此我们选取方案 1 中的分配方案作为最优解。

从图 11 中可以看到 T1 到 T7 七个登机口的航班排序。完整的航班分配结果可见附录二问题一航班-登机口分配结果。

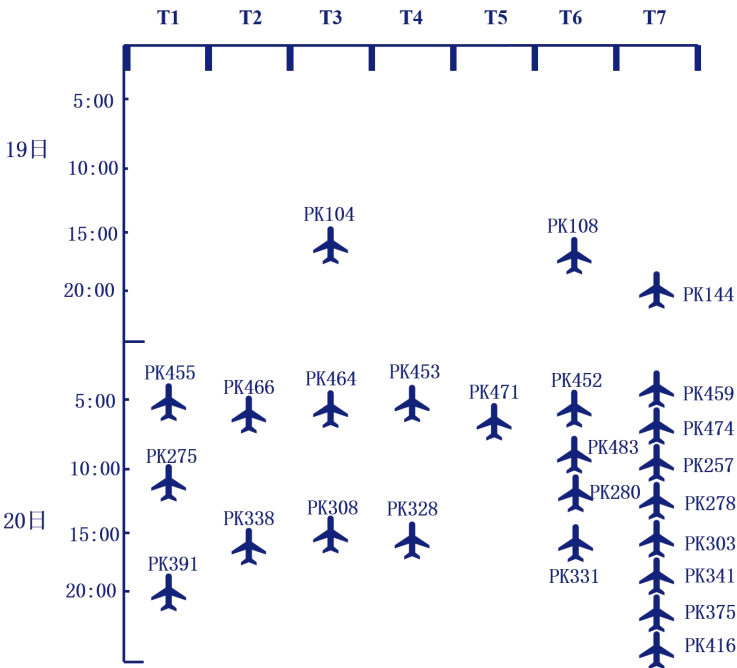


图 11 总体最短流程时间为次要目标时 T1 至 T7 的航班分配

表 12 为部分旅客换乘时间计算的计算结果图，详见附件四问题二旅客流程时间结果。

表 12 部分旅客换乘时间结果图

旅客到达的终端厅	旅客到达的航班	旅客出发的终端厅	旅客出发的航班	航班连接时间(min)	旅客流程时间(min)
类型	类型	端厅	类型		
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	S	I	275	30
T	I	T	I	280	20
T	I	T	I	280	20
T	I	T	I	280	20

从总体看，旅客的航班连接时间都是大于其流程时间的。因此，对于旅客来说换乘失败的概率很小。这与我们这一问没有换乘失败的乘客的结果相吻合。

按宽、窄体机分别画出成功分配到登机口的**航班数量**和比例的线状图，如图 12 所示。

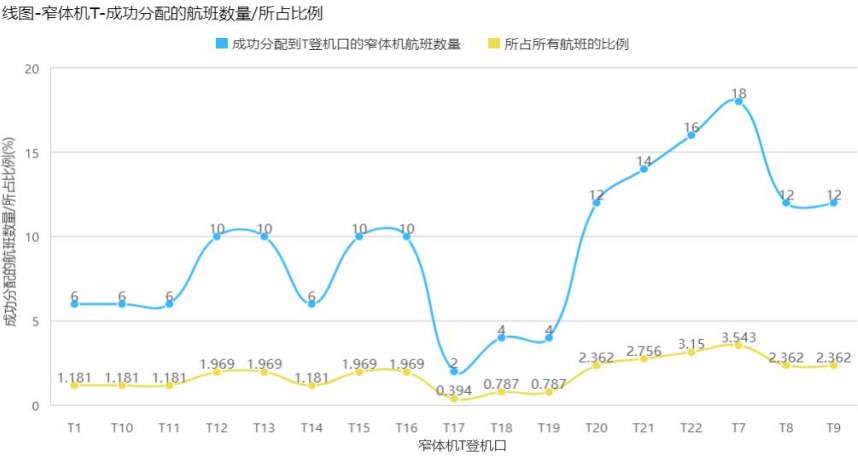


图 12(a) 窄体机-T 登机口航班分配数量及比例

线图-窄体机S-成功分配的航班数量/所占比例

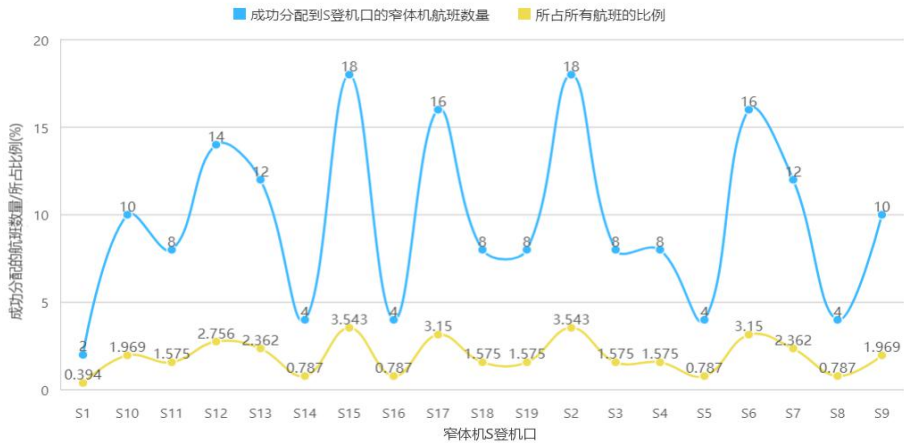


图 12(b) 窄体机-S 登机口航班分配数量及比例

线图-宽体机T-成功分配的航班数量/所占比例

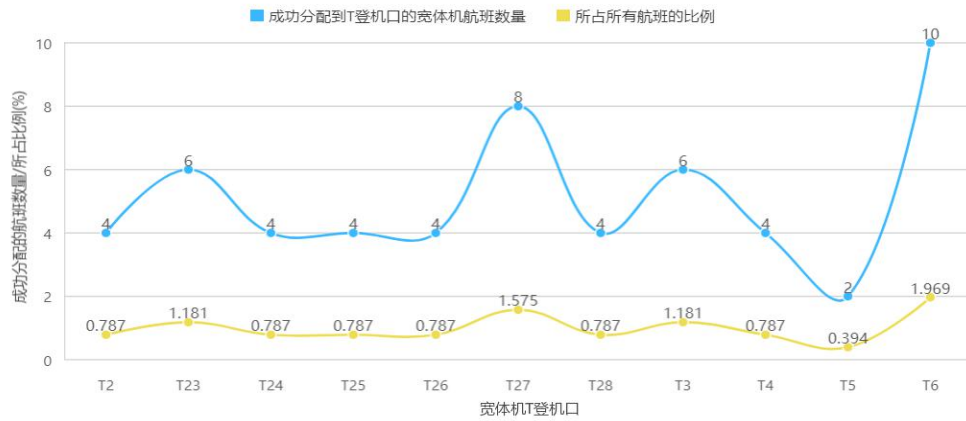


图 12(c) 宽体机-T 登机口航班分配数量及比例

线图-宽体机S-成功分配的航班数量/所占比例

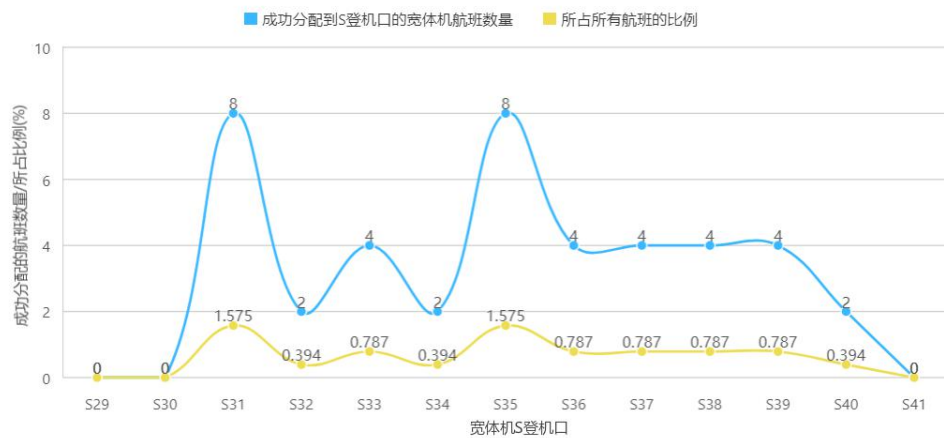


图 12(d) 宽体机-S 登机口航班分配数量及比例

从图 12 中可以看出，成功分配航班数量最多的登机口为 T7、S2、S15，这三个登机口可以安排 18 个航班，其次为 S5、S17 登机口，可以安排 16 个航班。而 S29、S30、S41 这三个登机口没有航班安排。

5.3.5.2 结果分析

1) 登机口平均使用时间及平均使用率

根据式(17)计算得到卫星厅 S 的登机口平均使用时间为 70692.85714s，大约 19.64h，航站楼 T 的登机口平均使用时间 72426.31579s，大约 20.12h。且卫星厅 S 的登机口平均使用率比航站楼 T 的登机口平均使用率要高 2.01%。结果可见表 13。

表 13 T/S 登机口平均使用时间及使用率

	终端厅	
	T	S
登机口使用数量	28	38
被使用的登机口的平均使用时间	70692.85714	72426.31579
被使用的登机口的平均使用率	81.82%	83.83%

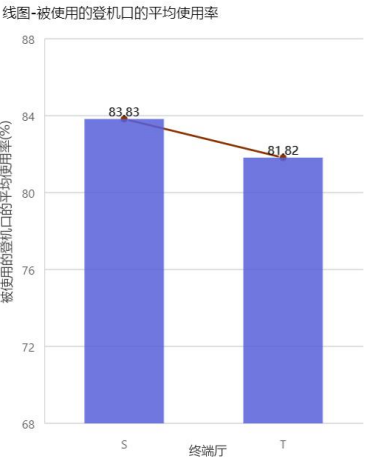


图 13 T/S 登机口平均使用率

2)旅客换乘失败率

为了分析模型求解结果的优劣，此处引入旅客换乘失败率对结果进行评价。

$$F = \frac{R_F}{R_T - R_L} \tag{29}$$

式中： F 表示旅客换乘失败率； R_F 表示换乘失败的旅客数； R_T 表示筛选过后所有的旅客数； R_L 表示分配到临时登机口的旅客数。

根据式(29)计算得到最优方案下旅客的换乘失败率和换乘失败的旅客数，结果如表 14 所示。该分配方案分配到临时机位的旅客有 782 位，没有乘客换乘失败，换乘失败率为 0。分配方案合理。

表 14 旅客换乘失败率及换成失败的旅客数

换乘失败的旅客数	临时机位的旅客数	换乘失败的旅客数的比例
0	782	0

3)总体旅客换乘时间分布

计算得到总体旅客换乘失败的时间分布，结果如图 14 所示：

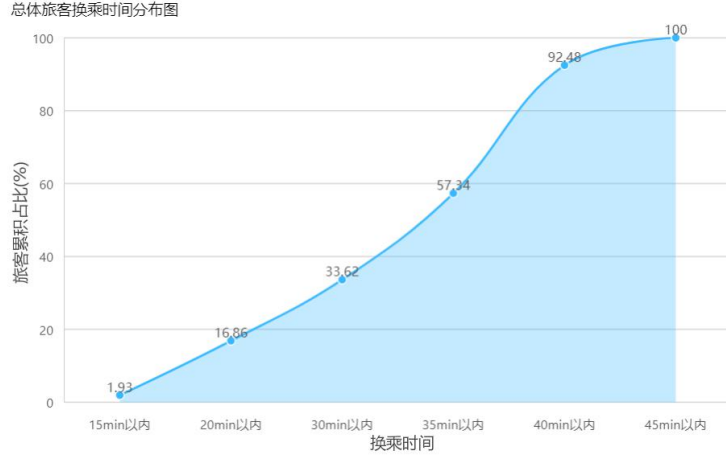


图 14 总体旅客换乘时间分布图

图 14 中，横坐标为换乘时间，纵坐标为换乘时间累计占比。从图中可以发现，有 57.34% 以上的旅客可以在 35min 内成功换乘，有 92.48% 的旅客可以在 40min 内成功换乘，并且 100% 的旅客都可以在 45min 内成功换乘。

5.4 添加换乘总体紧张度目标的航班分配优化

5.4.1 换乘总体紧张度最小的目标函数

第二问中只考虑了旅客中转的最短流程时间，但是实际上旅客换乘还需要考虑是否乘坐地铁以及行走时间。因此第三问在第二问的基础上，将最短流程时间 S_{kh} 与其乘坐捷运时间 T_l 、行走时间 T_w 考虑到换乘时间中。

本问的次要目标为：

$$\min N = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n R_{ij} C_{ij} O_{ik} \frac{T_l}{T_c} \quad (30)$$

其中：

$$T_t = \begin{cases} S_{kh} + T_l + T_w & T_p \leq T_b \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n R_{ij} \times 21600s & T_p > T_b \end{cases} \quad (31)$$

$$T_w = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n 8R_{ij} C_{ij} O_{ik} B_{kh} \quad (32)$$

$$T_l = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n R_{ij} C_{ij} O_{ik} V_{kh} \quad (33)$$

$$T_c = T'_j - T_i \quad (34)$$

式中： T_t 表示旅客换乘时间； T_c 表示航班连接时间； T_l 表示捷运时间； T_w 表示行走时间。

其中：

$$B_{kh} = B(U_k, U_h) \quad (35)$$

$$V_{kh} = V(v_k, v_h) \quad (36)$$

$$v_k = \begin{cases} 1, & \text{登机口位于 } T\text{-North} \\ 2, & \text{登机口位于 } T\text{-Center} \\ 3, & \text{登机口位于 } T\text{-South} \\ 4, & \text{登机口位于 } S\text{-North} \\ 5, & \text{登机口位于 } S\text{-Center} \\ 6, & \text{登机口位于 } S\text{-South} \\ 7, & \text{登机口位于 } S\text{-East} \end{cases} \quad (37)$$

式中： B_{kh} 表示第 k 个登机口转去第 h 个登机口需要乘坐的捷运次数， V_{kh} 表示第 k 个登机口转去第 h 个登机口需要行走的时间； v_k 表示登机口在机场的位置。

5.4.2 换乘总体紧张度最小为次要目标的分配模型建立

$$\max Z = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad (14)$$

$$\min N = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n R_{ij} C_{ij} O_{ik} \frac{T_t}{T_c} \quad (30)$$

$$\min G = \sum_{k=1}^n g_k \quad (15)$$

$$s.t. \begin{cases} T_t = \begin{cases} T_t, & S_{kh} \leq T_b \\ 21600s, & S_{kh} > T_b \end{cases} \\ k_{i1} = k_{i2} \\ T_e = T_j - T'_i \geq 45 \text{ min} \\ T_d = \min(T'_j - T'_i) \\ \sum_{k=1}^n x_{ik} = 1 \\ P_{ik} = \begin{cases} 0, & H_{ik} = 1, A_{ik} = 1, N_{ik} = 1 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \end{cases} \quad (38)$$

5.4.3 以最小换乘紧张度为次要目标的时序优先算法设计

在问题二的基础上，考虑乘坐捷运的时间和行走的时间。因此第三问在第二问的基础上，将最短流程时间 S_{kh} 与其乘坐捷运时间 T_l 、行走时间 T_w 考虑到换乘时间中作为时间约束。忽略分配到临时停机位的旅客。将换乘时间超出两航班之间间隔时间的旅客视作换乘失败，将其换乘时间设置为 6h 作为惩罚。

第三问的具体算法流程如图 15 所示。主要算法步骤如下：

- 1) 按照问题一描述的算法步骤，将**尽可能多的航班**分配到合适的登机口；
- 2) 根据每个旅客的到达航班和出发航班找到**相应的登机口**；
- 3) 判断旅客的到达/出发登机口在卫星厅 S 还是在航站楼 T，亦或是在临时机位；
- 4) **删除**到达登机口或者出发登机口在**临时机位**的旅客；
- 5) 判断旅客到达/出发登机口是国际(I)还是国内(D)，计算旅客的**最短流程时间** S_{kh} ；

- 6) 计算旅客乘坐捷运的时间和行走时间，得到换乘时间 T_t ；
- 7) 计算中转旅客出发航班与到达航班的时间差 T_b ；
- 8) 若 T_t 小于或等于 T_b ，则 T_t 不变，否则引入惩罚机制， T_t 改为 6 小时；
- 9) 计算总体换乘紧张度；
- 10) 设置相同迭代次数多次遍历可能的分配方案，找到在航班尽可能多安排到登机口时总体换乘紧张度最小的可行方案；
- 11) 对总体换乘紧张度最小的情况下的可行方案进行分析，寻找被使用的登机口数最小的方案。

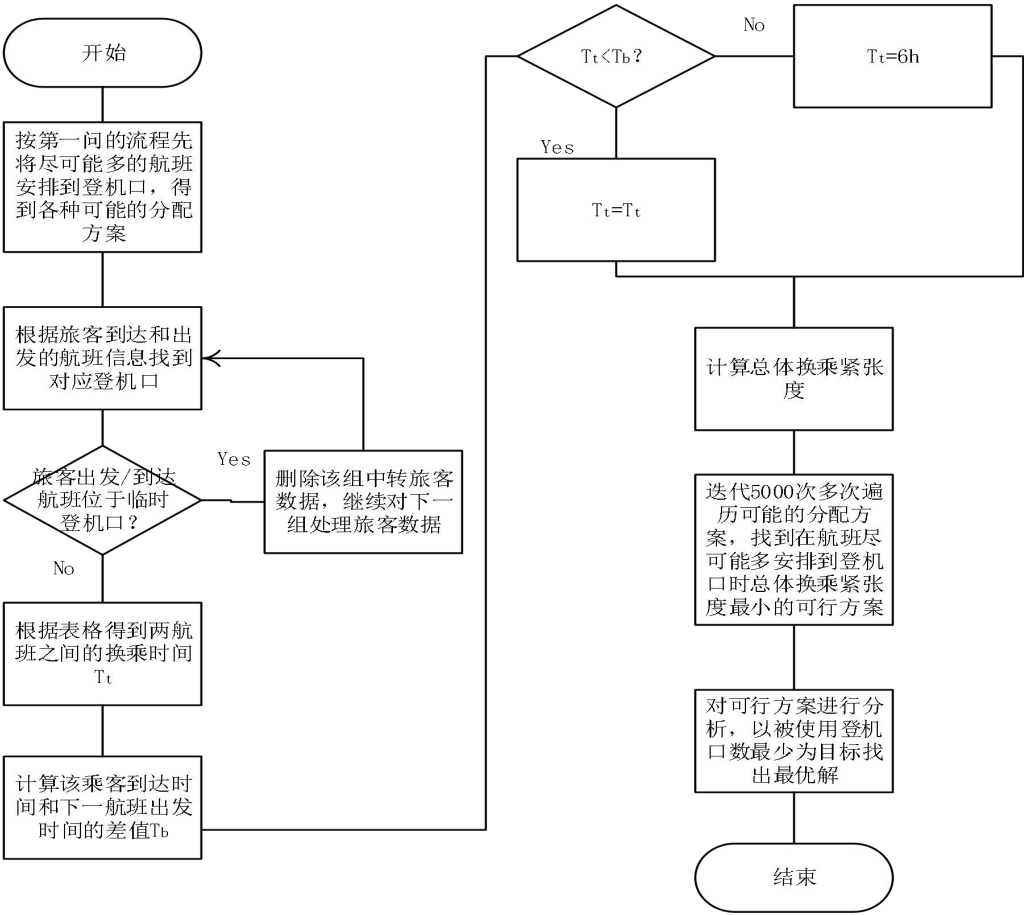


图 15 以最小换乘紧张度为次要目标的时序优先算法

5.4.4 模型求解及结果分析

1) 航班分配结果

对于第三问来说，其算法流程与第二问相同，只是将第二问的次要目标换成了换乘紧张度，将最短流程时间的约束换成了换乘时间的约束。采用第二问的算法对模型进行求解。利用 Matlab 迭代 5000 次，多次运行程序，取相对最佳的解。程序运算结果如表 15 所示：

表 15 换乘紧张度为次要目标的航班分配结果

序号	迭代次数	成功分配的飞机数	总换乘紧张度	使用的登机口数	程序运行时 间(s)	换乘失败的 旅客数	临时机位 的旅客数
1	5000	254	660.8135	66	2543	0	782

2	5000	254	662.4275	66	2289.2	0	782
3	5000	253	654.5087	66	2338	0	782
4	5000	254	672.6643	66	2367.7	0	782
5	5000	253	676.8586	66	2307.7	0	767
6	5000	253	641.5838	66	2375.2	0	782
7	5000	253	640.3584	66	2283.7	0	782
8	5000	253	656.0254	66	2367.9	0	767

从表 15 可以看到，在最大成功分配的飞机数都在 254 架时，总体旅客换乘紧张度最小的是方案 1，总体旅客换乘紧张度最小为 660.8135，平均旅客换乘紧张度约为 0.34，此时被使用的登机口数量为 66，换乘失败的旅客数量为 0，临时机位的旅客有 782 位。因此我们选取方案 1 中的结果作为最优解。

从图 16 中可以看到 T1 到 T7 七个登机口的航班排序。完整的航班分配结果可见附件五问题三航班-登机口分配结果。

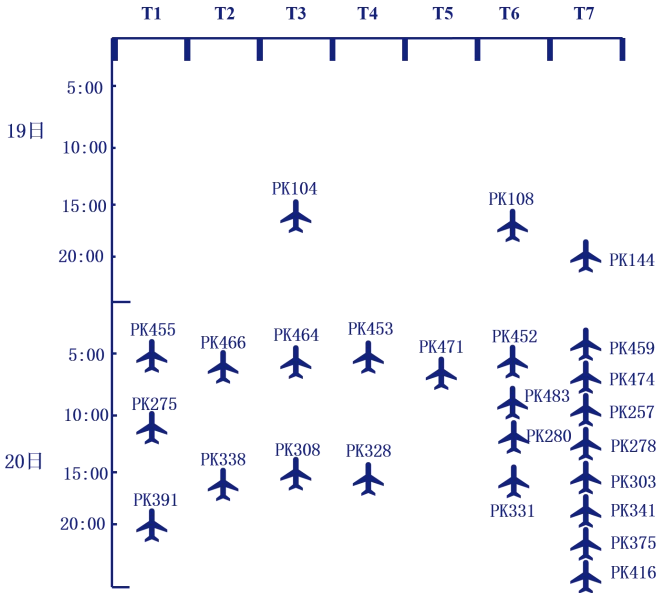


图 16 换乘紧张度为次要目标时 T1 至 T7 的航班分配

表 16 方案 1 情况下部分旅客换乘时间及换乘紧张度的运算结果，所有旅客换乘时间及换乘紧张度见附件六问题三旅客换乘紧张度结果。

表 16 换乘紧张度为次要目标时部分乘客的换乘时间及紧张度

到达的终端厅	到达航班类型	流程时间+ 捷运时间 (min)	出发终端厅	出发航班类型	到达区域	出发区域	步行时间(min)	换乘时间(min)	航班连接时间 (min)	换乘紧张度
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291

T	I	38	S	I	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	38	S	I'	T-South	S-East	25	63	275	0.2291
T	I	20	T	I	T-South	T-South	10	30	280	0.1071
T	I	20	T	I	T-South	T-South	10	30	280	0.1071
T	I	20	T	I	T-South	T-South	10	30	280	0.1071
T	I	20	T	I	T-South	T-South	10	30	280	0.1071

从总体看，旅客的航班连接时间仍然大于换乘时间时间。因此，对于旅客来说换乘失败的概率很小。这与我们这一问没有换乘失败的乘客的结果相吻合。

2)航班分配情况分析

线图-窄体机T-成功分配的航班数量/所占比例

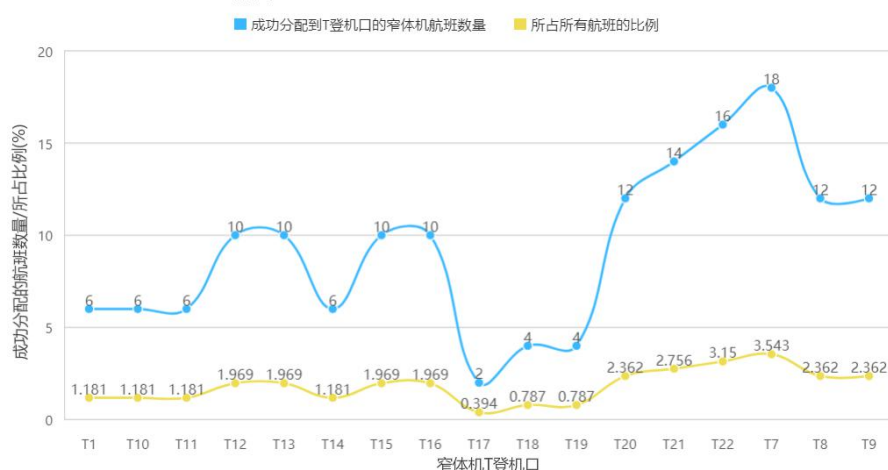


图 17(a) 窄体机-T 航班分配数量及比例

线图-窄体机S-成功分配的航班数量/所占比例

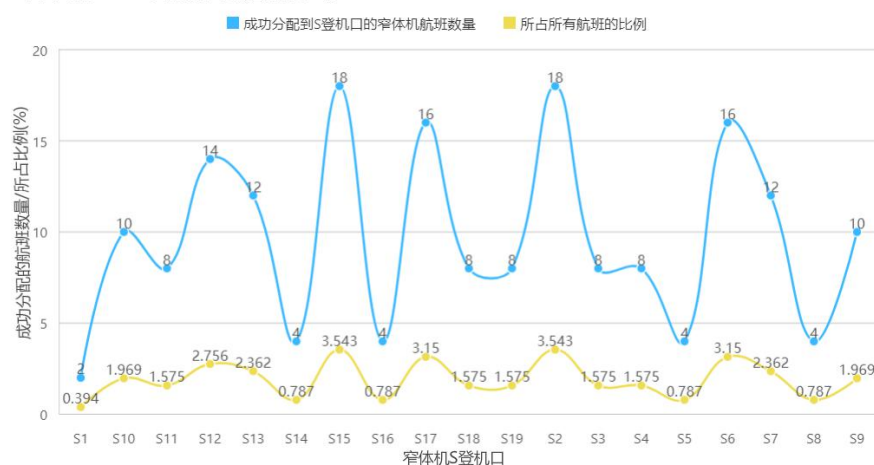


图 17(b) 窄体机-S 航班分配数量及比例

线图-宽体机T-成功分配的航班数量/所占比例

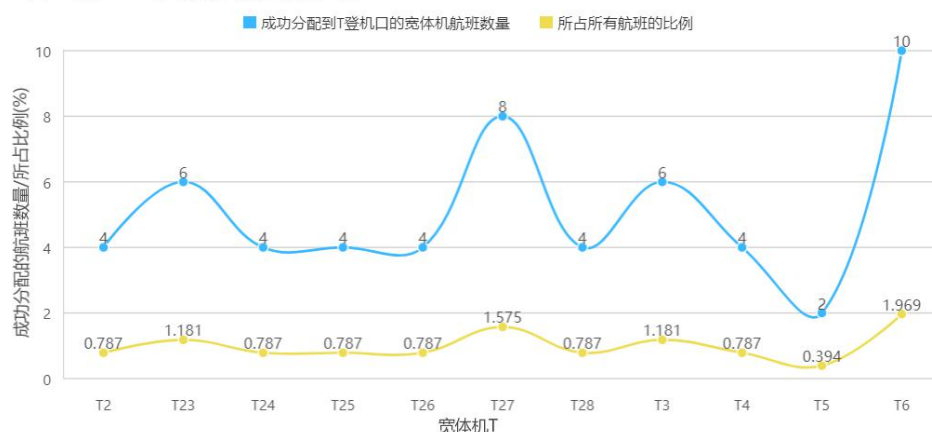


图 17(c) 宽体机-T 航班分配数量及比例

线图-宽体机S-成功分配的航班数量/所占比例

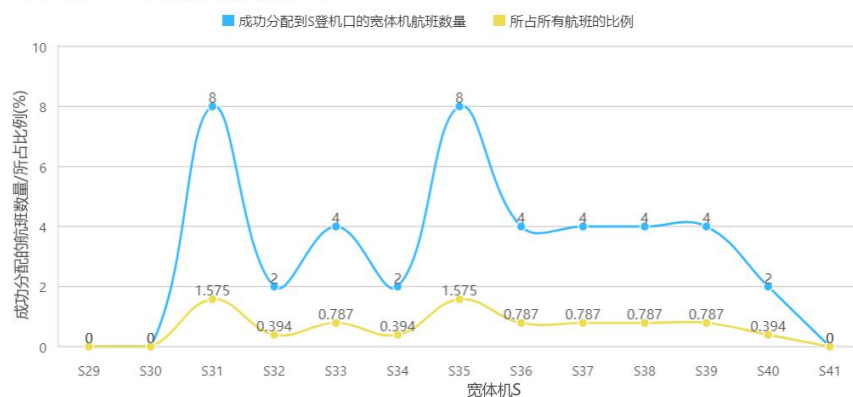


图 17(d) 宽体机-S 航班分配数量及比例

可以看出，成功分配航班数量最多的登机口为 T7、S2、S15，这三个登机口可以安排 18 个航班，其次为 S5、S17 登机口，可以安排 16 个航班。而 S29、S30、S41 这三个登机口没有航班安排。

对 T 和 S 的登机口使用数量、平均使用时间及平均使用率进行分析，得到表 17。

表 17 T/ S 登机口使用情况表

	终端厅	
	T	S
登机口使用数量	28	38
被使用的登机口的平均使用时间(s)	70692.85714	72426.31579
被使用的登机口的平均使用率	81.82%	83.83%

从表中可以看到，航站楼 T 的登机口平均使用时间为 70692.85714s，大约 19.64h，卫星厅 S 的登机口平均使用时间 72426.31579s，大约 20.12h。且航站楼 T 的登机口平均使用率比卫星厅 S 的登机口平均使用率要高 2.01%。

3)分配结果评价

对换乘失败的乘客进行统计，给出换乘失败旅客数量和比率，见表 18。

表 18 换乘紧张度为次要目标的换乘失败情况表

换乘失败的旅客数	临时机位的旅客数	换乘失败的旅客数的比例
0	782	0

表 19 为部分旅客的换乘紧张度，具体结果见附件六问题三旅客换乘紧张度结果。

表 19 部分旅客换乘紧张度统计

旅客换乘紧张度			
0.1091	0.1200	0.2864	0.4294
0.1091	0.2391	0.2864	0.3056
0.1091	0.3174	0.1739	0.3056
0.1091	0.3174	0.1739	0.3056
0.1091	0.3174	0.1739	0.3056
0.1091	0.2980	0.1739	0.3056
0.1091	0.2980	0.1739	0.3056
0.1091	0.2607	0.1739	0.3056
0.1091	0.2607	0.1739	0.2093
0.1091	0.2468	0.1739	0.2093
0.1071	0.2468	0.3400	0.2093
0.1071	0.3106	0.2326	0.3667
0.1071	0.3106	0.1667	0.3667
0.1071	0.2930	0.1667	0.3667
0.1071	0.2930	0.1667	0.4563
0.1071	0.2930	0.1667	0.4563
0.1071	0.2930	0.3500	0.4563
0.2172	0.2930	0.3500	0.4563
0.2681	0.2930	0.3231	0.3744
0.2681	0.2930	0.3231	0.3744

对所有旅客的换乘紧张度进行统计，得到图 18 所示的旅客紧张度累积占比。

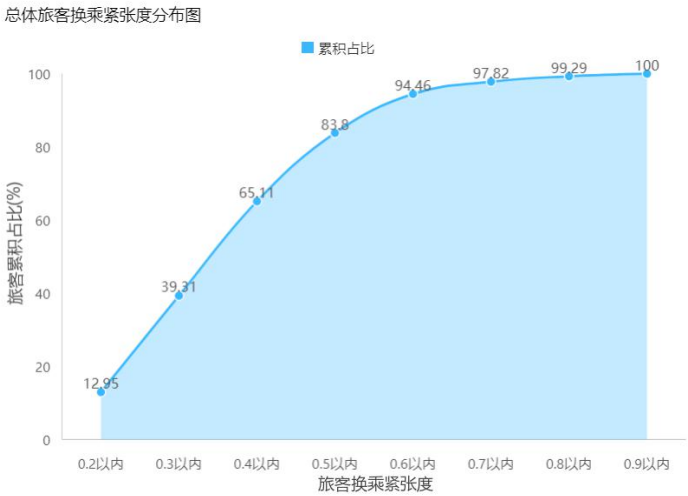


图 18 旅客换乘紧张度累积占比图

从图中可以看出, 换乘紧张度在 0.1 以内的中转旅客比率为 0, 换乘紧张度在 0.2 的中转旅客比例为 12.95%, 换乘紧张度在 0.3 以内的中转旅客比率为 39.31%, 换乘紧张度在 0.4 以内的中转旅客比率为 65.11%, 换乘紧张度在 0.5 以内的中转旅客比率为 83.8%。

大部分中转旅客的换乘紧张度都在 0.5 以内, 只有少数中转旅客的换乘紧张度超过 0.5。

六、模型改进

1)除了考虑旅客的流程时间、捷运时间和步行时间, 模型中可以加入提前登机时间、预留时间等来进行航班-登机口的分配, 从而进一步最小化旅客换乘失败的可能性。

2)该模型虽然通过时序优先算法可以较快得到一个相对较优的可行解, 但是有可能陷入局部最优解, 可以通过采用粗粒度并行遗传、禁忌搜索混合算法以及 SWO 算法等经过部分学者验证较优的算法^[7-8]进行求解。

七、模型评价与推广

7.1 模型的优势

1)本模型基于先出发先安排的原则, 采用时序优先算法, 对飞机出发时序进行优先次序的排列, 减少了寻找最优解的排列次数, 避免了盲目搜索, 同时又能得到较好的近似最优解;

2)本模型与其他模型相比, 设置了时间效益和精度效益最优的迭代次数, 虽然在一定程度上牺牲了最优解的精度, 但是对于模型整体来说, 提高了计算效率, 节省了时间成本。

7.2 模型的劣势

1)本模型对不同规模的“航班-登机口”进行分配时, 运行求解时间差异较大。当进行大规模排班时, 需要较长时间, 无法即时分配, 只适用于已知航班时间的预先分配;

2)本模型对产生延误和提前的航班没有设置调整方案, 对于突发情况无法进行应急处理。

7.3 模型推广

本模型不仅仅适用于航班-登机口的分配问题, 还可以应用于其他大规模的排班、分配等优化问题。例如快递配送的先后顺序就可以使用该模型进行优化分配。

八、参考文献

- [1]王宁. 大型机场机位分配策略优化研究[D].华南理工大学,2013.
- [2]李耐毅. 机场登机口分配仿真及优化[D].南京航空航天大学,2013.
- [3]360 百科,时间戳, <https://baike.so.com/doc/6192219-6405471.html>.
- [4]卫瑗宇. 基于多目标智能优化算法的停机位分配研究[D].中国民用航空飞行学院,2016.

- [5]文军,孙宏,徐杰,梁志杰.基于排序算法的机场停机位分配问题研究[J].系统工程,2004,22(07):102-106.
- [6]汪瑜,孙宏.基于航班机型分配的机队规划启发式算法[J].系统工程理论与实践,2011,31(02):371-378.
- [7]卫东选. 基于运行安全的机场停机位分配问题研究[D].南京航空航天大学,2010.
- [8]蒋延军. 机场停机位分配优化问题的研究[D].天津大学,2010.

九、附件清单

附件一: InputData 三个问题的计算结果

附件二: 问题一航班-登机口分配结果

附件三: 问题二航班-登机口分配结果

附件四: 问题二旅客流程时间结果

附件五: 问题三航班-登机口分配结果

附件六: 问题三旅客换乘紧张度结果

附件七: 数据附件

1.航班-登机口分配可行性

2.处理后的飞机航班信息

3.处理后的中转旅客信息

附件八: 结果附件

1.问题一结果

2.问题二结果

3.问题三结果

附件九: 程序附件

1.时间戳程序

2.问题一程序

3.问题二程序

4.问题三程序

问题一代码清单:

1.main.m /*主函数*/

2.Assign.m /*随机给登机口分配飞机*/

3.Check.m /*通过输入两个维数相同的向量 temp 与 vector, 返回一个向量, 该向量为将 temp 中 vector 中元素为 1 的地方相对应的位置置 0*/

4.Generate.m: /*通过改变登机口的顺序获得不同飞机与登机口的分配可能性矩阵*/

5.restore.m /*将分配可能性矩阵返回到原来列号为 T1 到 S41 的形式 */

6.Sequence.m /*对每一个登机口下的飞机根据先出发先安排原则排序*/

7.shujuyuchuli.m /*数据预处理*/

问题一主要数据结构:

1.Flight: 每个登机口的飞机排序表, 列号位登机口编号

2.Time: 每个登机口的飞机到达与出发时间, 且同一列中同一飞机到达时间在出发时间之前

问题二代码清单:

1.main.m /*主函数*/

- 2.Assign.m /*随机给登机口分配飞机*/
- 3.Check.m /*通过输入两个维数相同的向量 temp 与 vector, 返回一个向量, 该向量为将 temp 中 vector 中元素为 1 的地方相对应的位置置 0*/
- 4.Generate.m: /*通过改变登机口的顺序获得不同飞机与登机口的分配可能性矩阵*/
- 5.restore.m /*将分配可能性矩阵返回到原来列号为 T1 到 S41 的形式 */
- 6.Sequence.m /*对每一个登机口下的飞机根据先出发先安排原则排序*/
- 7.Compute_time.m /*计算总的流程时间*/
- 8.Construct_pers.m /*构建结构体 person */
- 9.ChangePlane.m /*计算转机失败的人数以及转机失败的旅客编号*/
- 10.Seek_flight.m /*获得旅客到达与出发对应的飞机号*/
- 11.Calculate.m /*加和*/
- 12.Acquisition.m /*获得结构体 person 的相关信息*/

问题二主要数据结构:

- 1.Flight: 每个登机口的飞机排序表, 列号位登机口编号
- 2.Time: 每个登机口的飞机到达与出发时间, 且同一列中同一飞机到达时间在出发时间之前
- 3.Last_prot:一维向量, 存放每个旅客的流程时间

问题三代码清单:

- 1.main.m /*主函数*/
- 2.Assign.m /*随机给登机口分配飞机*/
- 3.Check.m /*通过输入两个维数相同的向量 temp 与 vector, 返回一个向量, 该向量为将 temp 中 vector 中元素为 1 的地方相对应的位置置 0*/
- 4.Generate.m: /*通过改变登机口的顺序获得不同飞机与登机口的分配可能性矩阵*/
- 5.restore.m /*将分配可能性矩阵返回到原来列号为 T1 到 S41 的形式 */
- 6.Sequence.m /*对每一个登机口下的飞机根据先出发先安排原则排序*/
- 7.Compute_tensity.m /*计算总的紧张度*/
- 8.Construct_pers.m /*构建结构体 person */
- 9.ChangePlane.m /*计算转机失败的人数以及转机失败的旅客编号*/
- 10.Seek_flight.m /*获得旅客到达与出发对应的飞机号*/
- 11.Calculate.m /*加和*/
- 12.Acquisition.m /*获得结构体 person 的相关信息*/
- 13.Walk.m /*计算旅客的行走时间*/
- 14.Classify.m /*获得所有旅客的到达和出发时间*/

问题三主要数据结构:

- 1.Flight: 每个登机口的飞机排序表, 列号位登机口编号
- 2.Time: 每个登机口的飞机到达与出发时间, 且同一列中同一飞机到达时间在出发时间之前
- 3.Last_tensity:一维向量, 存放每个旅客的紧张度