1.Throughput of HARQ-IR with Finite Blocklength Codes and QoS Constraints

- 作者：Yi Li, M. Cenk Gursoy and Senem V elipasalar
- 期刊：2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)
- 摘要：本文研究了具有有限块长码的混合自动重复请求(HARQ)方案在统计排队约束和时间期限限制下的恒速率和ON-OFF离散马尔可夫到达的吞吐量。在分析解码错误概率和中断概率的基础上，描述了传输周期的分布，得到了两种到达模型的吞吐量表达式。通过蒙特卡罗模拟验证了分析结果。在数值结果中，分析了时间期限约束、固定传输速率、编码块长和排队约束对吞吐量的影响。
- 关键词—Hybrid ARQ, incremental redundancy, Markov arrivals, QoS constraints, recurrence relation approach.

系统模型

- 点对点通信，排队约束，衰落系数在一个块内保持不变，在不同块之间独立变化，假设ACK/NACK的发送接收没有延时
- 设发射机在排队约束下工作，这要求缓冲区溢出概率以指数级快速衰减

$$Pr\{Q \geq q\} \approx \sigma e^{-\theta q} \tag{1}$$

Q是平稳队列长度，$\sigma = Pr\{Q > 0\}$是非空缓存区的概率，θ是QoS指数，更严格定义为

$$\theta = \lim_{q \to \infty} \frac{-\log Pr\{Q \geq q\}}{q} \tag{2}$$

有效带宽和有效容量公式，瞬时到达速率$a_i(bits/block)$和离开速率$c_i(bits/blocks)$在排队约束性有

$$\Lambda_a(\theta) + \Lambda_c(-\theta) = 0 \tag{3}$$

其中$\Lambda_p(\theta) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \ln \mathbb{E}\{\exp(\theta \sum_{i=1}^{t} p_i)\}$被称为随机过程$p_i$的对数矩母函数

- 当接收器正确接收到包或由于时间限制而丢弃包时，瞬时离开率为$c_i = lR(bits/block)$，其他情况$c_i = 0$，到达速率恒定且为a，可得$a_i = la(bit/block)$，可得

$$\Lambda_a(\theta) = la\theta \tag{4}$$

$$la = -\frac{1}{\theta}\Lambda_c(-\theta) = C_E(\theta, SNR) \tag{5}$$

(5)右侧为无线链路有效容量，在恒定速率到达假设下，吞吐量为（块长度l归一化）

$$r_{th} = \frac{(1-\epsilon)C_E(\theta, SNR)}{l} = -\frac{1-\epsilon}{l\theta}\Lambda_c(-\theta) \tag{6}$$

排队约束和有限块长码的HARQ-IR吞吐量

- 假设到达速率恒定，根据结论，固定传输速率和错误概率之间的关系由下式

$$R = \sum_{i=1}^{m} \log_2(1 + SNRz_i) - \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \frac{(SNRz_i + 2)SNRz_i}{l(SNRz_i + 1)^2}} Q^{-1}(\nu) \log_2 e + \frac{\log(ml)}{l} + \frac{o(1)}{l} \tag{7}$$

其中ν是解码错误概率，$z_i = |h_i|^2$，得到第m次传输或解码失败的概率为

$$\nu_m = Q\left(\frac{\sum_{i=1}^{m} \log_2(1 + SNRz_i) + \frac{\log(ml)}{l} - R}{\log_2 e \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \frac{(SNRz_i+2)SNRz_i}{l(SNRz_i+1)^2}}}\right) \tag{8}$$

传输周期的持续时间T，接收方在t次尝试中解码数据包的概率为

$$Pr\{T \leq t\} = 1 - \mathbb{E}\{\nu_t\} \tag{9}$$

$$Pr\{T \le t\} = 1 - \mathbb{E}_z\{\nu_t\} \tag{9}$$

M次解码失败的中断概率为

$$\epsilon = \mathbb{E}_z\{\nu_M\} \tag{10}$$

由公式(6)

$$r_{th} = (1-\epsilon)C_E/l \tag{11}$$

由(5)得

$$C_E = -\frac{1}{\theta}\ln(\max\{|\lambda_1|,\cdots,|\lambda_M|\}) \tag{12}$$

其中$\vec{\lambda}$矩阵是矩阵A的特征，

$$\Pr\{T=t\} = \begin{cases} 1-\mathbb{E}_{\mathbf{z}}\{\nu_1\} & \text{for } t=1 \\ \Pr\{T\le t\}-\Pr\{T\le t-1\} = 1-\mathbb{E}_{\mathbf{z}}\{\nu_t\}-(1-\mathbb{E}_{\mathbf{z}}\{\nu_{t-1}\}) = \mathbb{E}_{\mathbf{z}}\{\nu_{t-1}\}-\mathbb{E}_{\mathbf{z}}\{\nu_t\} & \text{for } 2\le t\le M-1 \\ \mathbb{E}_{\mathbf{z}}\{\nu_{M-1}\} & \text{for } t=M \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \Pr\{T=1\}e^{-\theta lR} & \Pr\{T=2\}e^{-\theta lR} & \cdots & \Pr\{T=M-1\}e^{-\theta lR} & \Pr\{T=M\}e^{-\theta lR} \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- ON-OFF离散马尔可夫：定义两个状态 $state_1 = \{OFF : source - keep - silent\}$，$state_2 = \{ON : arrival - rate, a_i = lr(bits/block)\}$，其中$r$为到达恒定速率，转移概率矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \tag{13}$$

其中p_{11}和p_{22}表示源在下一个时间块中保持相同状态（分别为OFF和ON状态）的概率，p_{12}和p_{21}表示源将在下一时间块中转换到不同状态的概率，因此ON状态的概率为

$$P_{ON} = \frac{1-p_{11}}{2-p_{11}-p_{22}} \tag{14}$$

该模型下平均到达速率为

$$r_{avg} = rP_{ON} = r\frac{1-p_{11}}{2-p_{11}-p_{22}} \tag{15}$$

推导出了，固定传输速率R,截止时间约束M和QoS指数θ的$ON-OFF$离散时间马尔可夫源，吞吐量为

$$r_{th} = \frac{1-\epsilon}{l}\frac{P_{ON}}{\theta}\log\left(\frac{e^{2\theta C_E}-p_{11}e^{\theta C_E}}{1-p_{11}-p_{22}+p_{22}e^{\theta C_E}}\right) \tag{16}$$

其中C_E由(12)得到

- 结论，如果在较长时间内保持ON状态，则源的突发性较低，因此对于固定的平均到达率r_{avg}，瞬时到达率r较小。对于具有相同r_{avg}的不同源，具有较小突发度或等效较小瞬时到达率r的源在满足排队约束方面更有利。

画图验证

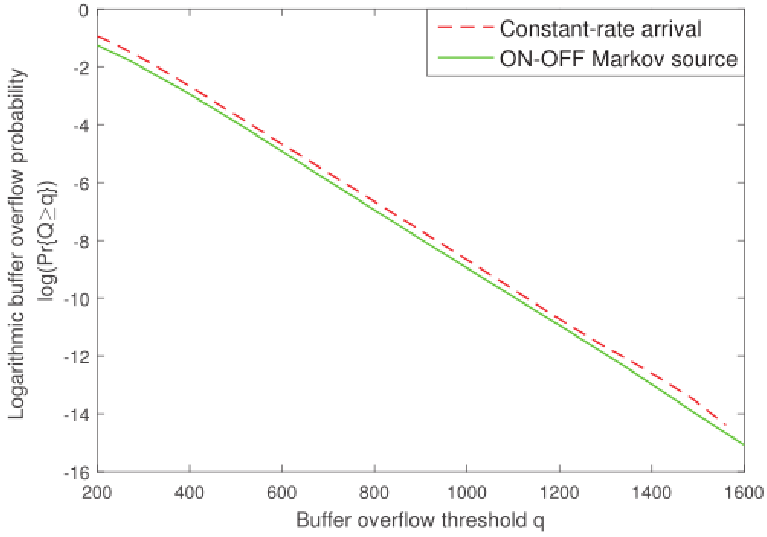

Fig. 3. Logarithmic overflow probability vs. buffer overflow threshold.

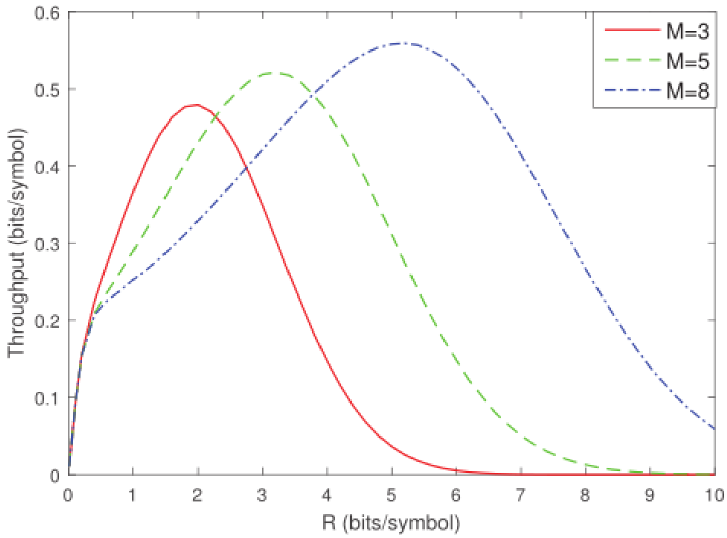

Fig. 4. Throughput vs. fixed transmission rate R.

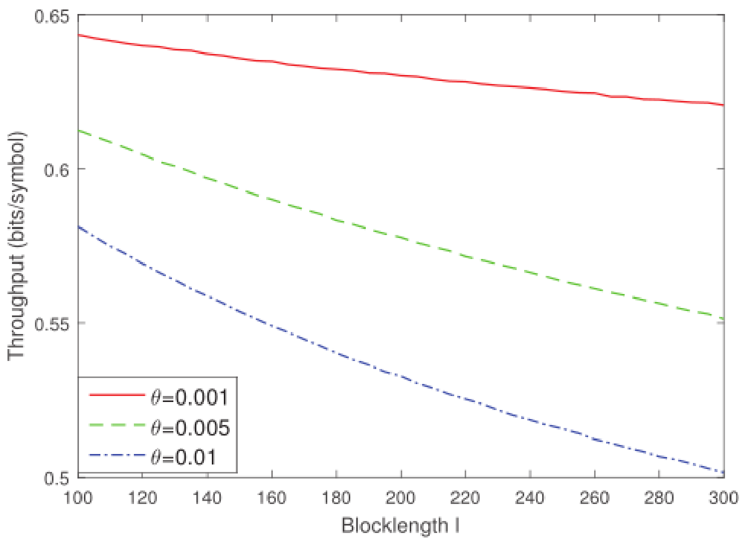

Fig. 5. Throughput vs. blocklength l.