

OFDM 伝送における信号モデルの数式的表現

須山 聡

平成 23 年 5 月 17 日

あらまし: OFDM 伝送における信号モデルを数式を用いて表現する。その結果として、チャネルの周波数応答を求める際には、 $1/\sqrt{N}$ を取り除いてチャネルのインパルス応答を FFT する必要があることを示す。

1 送信信号

N ポイントの FFT/IFFT を用いた OFDM 伝送系を考える。サブキャリア数を N 、サブキャリア間隔を Δf 、シンボル周期を $T (= 1/\Delta f)$ とする。 $t = k\Delta t$ ($\Delta t = 1/(N\Delta f)$) で離散化された時間領域の送信信号 s_k は

$$\begin{aligned} s_k &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} z_n \exp(j2\pi n \Delta f k \Delta t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} z_n \exp\left(j2\pi \frac{n}{N} k\right) \end{aligned} \quad (1)$$

となる。ここで、 z_n は第 n サブキャリアにおける変調信号である。

2 受信信号

D パスのマルチパスフェージング伝送路のインパルス応答を $h(t)$ とすると、 $t = k\Delta t$ でサンプリングされた時間領域における受信信号 r_k は

$$\begin{aligned} r_k &= \sum_{d=0}^{D-1} h_d s_{k-d} + n_k \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{d=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{N-1} h_d z_n \exp\left[j2\pi \frac{n}{N} (k-d)\right] + n_k \end{aligned} \quad (2)$$

となる。ただし、 h_d は第 d パスにおける複素振幅、 n_k は離散化された雑音である。

r_k は FFT され、第 m サブキャリアにおける受信信号 R_m に変換される。 R_m は

$$R_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} r_k \exp\left(-j2\pi \frac{m}{N} k\right) \quad (3)$$

となる。さらに、上式に (2) を代入して展開すると、 R_m は

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{d=0}^{D-1} h_d \exp\left(-j2\pi \frac{n}{N} d\right) z_n \\ &\quad \times \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left[-j2\pi \frac{(m-n)}{N} k\right] + N_m \end{aligned} \quad (4)$$

$$N_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} n_k \exp\left(-j2\pi \frac{m}{N} k\right) \quad (5)$$

となる。ここで、 k の計算に関して

$$\sum_{k=0}^{N-1} \exp\left[-j2\pi \frac{(m-n)}{N} k\right] = \begin{cases} N & \text{if } n = m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

となることを利用すると、 R_m は

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{1}{N} \sum_{d=0}^{D-1} h_d \exp\left(-j2\pi \frac{m}{N} d\right) z_m \times N + N_m \\ &= H_m z_m + N_m \end{aligned} \quad (7)$$

$$H_m = \sum_{d=0}^{D-1} h_d \exp\left(-j2\pi \frac{m}{N} d\right) \quad (8)$$

と表現できる。すなわち、第 m サブキャリアにおける周波数応答 (伝達関数) H_m は、各パスの複素振幅 h_d を $1/\sqrt{N}$ を取り除いた FFT で計算する必要がある。

3 課題のヒント

送信機では、全 64 サブキャリアに関して QPSK の変調信号 z_n を発生させ、(1) に代入することにより時間信号 s_k を生成する。生成した時間信号にガードインターバルを付加し、送信する。

受信信号の生成は、前回の課題同様に、時間領域でマルチパスの影響を受ける。

生成した時間領域受信信号からガードインターバルを取り除き、(3) により、サブキャリア毎の受信信号を生成する。各サブキャリア毎に (7) であることを考慮して、信号を同期検波する。 H_m は本来推定する必要があるが、課題では、既知としてよい。発生させたチャネルインパルス応答を、(8) に代入することによって得られる。

また、 $\Delta f = 312.5[\text{kHz}]$ に設定して下さい。