第二章 线性表、栈和队列

任课教员：张铭、赵海燕、冯梅萍、王腾蛟
http://db.pku.edu.cn/mzhang/DS/
北京大学信息科学与技术学院

大纲

- 2.1 线性表(linear list)
  - 2.1.1 线性表的抽象数据类型
  - 2.1.2 线性表的存储结构
  - 2.1.3 线性表运算分类
- 2.2 顺序表—向量(sequential list—vector)
  - 2.2.1 向量的类定义(type definition)
  - 2.2.2 向量的运算

- 2.5 栈
  - 2.5.1 顺序栈
  - 2.5.2 链式栈
  - 2.5.3 顺序栈与链式栈的比较
  - 2.5.4 栈的应用——后缀表达式求值
  - 2.5.4 递归的实现
- 2.6 队列
  - 2.6.1 顺序队列
  - 2.6.2 链式队列
  - 2.2.3 顺序队列与链式队列的比较

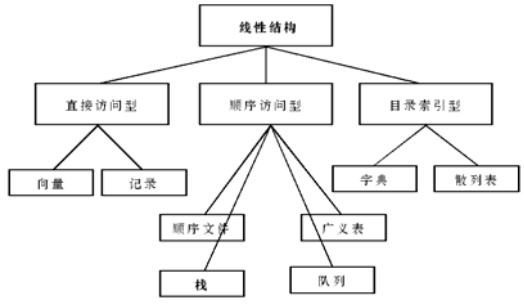
大纲（续）

- 2.3 链表(linked list)
  - 2.3.1单 链 表(singly linked list)
  - 2.3.2 双 链 表(double linked list)
  - 2.3.3 循 环 链 表(circularly linked list)
- 2.4 线性表实现方法的比较

线性结构分类

- 直接访问型(direct access)
- 顺序访问型(sequential access)
- 目录索引型(directory access)

线性结构分类



2.1 线性表(linear list)

- 2.1.1 线性表的抽象数据类型
- 2.1.2 线性表的存储结构
- 2.1.3 线性表运算分类

线性表的抽象数据类型

- 线性表定义：
  - 由结点集N，以及定义在结点集N上的线性关系r所组成的线性结构。这些结点称为线性表的元素。

线性表的性质

- 线性表（N，r）：
  - （a）结点集N中有一个唯一的开始结点，它没有前驱，但有一个唯一的后继；
  - （b）对于有限集N，它存在一个唯一的终止结点，该结点有一个唯一的前驱而没有后继；
  - （c）其它的结点皆称为内部结点，每一个内部结点既有一个唯一的前驱，也有一个唯一的后继；

线性表的性质（续）

- 线性表（N，r）：
  - （d）线性表所包含的结点个数称为线性表的长度，它是线性表的一个重要参数；长度为0的线性表称为空表；
  - （e）线性表的关系r，简称前驱关系，应具有反对称性和传递性。

线性表的抽象数据类型

- 取值空间
- 名字空间
- 运算集

线性表类模板

```
template<class ELEM>
class list   //线性表类模板list，模板参数ELEM
{
  //1. 线性表的取值类型：
  //元素的类型为ELEM，是本list类模板的模板
  //参数ELEM。
  //本线性表用的最大长度为Max_length；
```

```
//2. 名字空间，使用变量访问线性表的方法：
//用curr ++或 curr--
//控制线性表游标curr的前后游走。
// 用公共变
//量curr_len指示线性表的尾部，并导出表的当
//前长度，…等。
// 3. 运算集：请参看下面的成员函数
```



```
private:
   //私有变量，线性表的存储空间
   //Max_length用于规定所存储线性表的最大长度
public:
   int curr_len;      //公共变量，该线性表的当前长度
   int curr;    //公共变量，该线性表的当前指针，游标
   list();       // constructor算子，创建一个空的新线性表
```



```
//destructor算子,
//从计算机存储空间删去整个线性表
~list();
//将该线性表的全部元素清除，成为空表
void  clear() ;
// 尾附算子，在表的尾部添加一个新元素，参
//数value作为元素内容（数据类型为
//ELEM），表的长度加1
void  append(ELEM value) ;
```



```
//插入算子，整数i指出第i号位置，参数value
//作为元素内容（数据类型为T），该位置上
//插入一个新结点，表的长度加1。第i号位置后
//的元素后移
void  insert(int i, ELEM value) ;
//删除算子，删去第i号元素，表的长度减1，其
//后元素前移
void  remove(int i);
 //读取，返回第i个元素的值
ELEM   fetch(int i);
}
```


2.1.2 线性表的存储结构

- 定长的一维数组结构
  - 又称向量型的顺序存储结构
- 变长的线性表存储结构
  - 链接式存储结构
  - 串结构、动态数组、以及顺序文件

2.1.3 线性表运算分类

- 创建线性表的一个实例list(-)
- 线性表消亡（即析构函数）~list()
- 获取有关当前线性表的信息
- 访问线性表并改变线性表的内容或结构
- 线性表的辅助性管理操作

2.2 顺序表—向量 (sequential list—vector)

- 采用定长的一维数组存储结构
- 主要特性:
  - 元素的类型相同
  - 元素顺序地存储在连续存储空间中，每一个元素唯一的索引值
  - 使用常数作为向量长度

2.2.1 向量的类定义(type definition)

- 数组存储
- 读写其元素很方便，通过下标即可指定位置

顺序表类定义

```
enum Boolean {False,True};
//假定最大长度为100
//并假定顺序表的元素类型T为ELEM
const  int Max_length = 100;
class list  {                    //顺序表，向量
private :
   //私有变量，顺序表实例的最大长度
   int msize;
   // 私有变量，顺序表实例的当前长度
   int curr_len;
```



```
   //私有变量，存储顺序表实例的向量
   ELEM* nodelist;
public:
   //以下列出成员函数（顺序表的算子集)
   //当前下标，顺序表的公共变量
   int curr;
   // constructor算子,创建一个新的顺序表，
    //其实参是表实例的最大长度。
   list(const  int size) ;
```



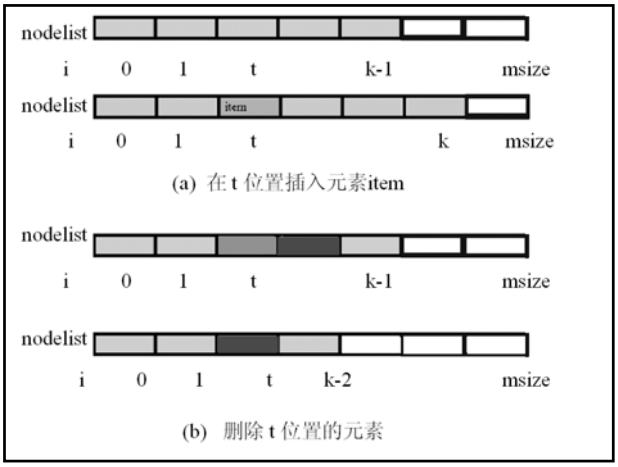
```
   //destructor算子，用于将该表实例删去
   ~list();
   //将顺序表存储的内容清除，成为空表
   void  clear();
   //将当前下标curr赋值为第一个元素的位置
   void setFirst();
   //将当前下标curr下移一格，即curr+1
   void next();
   //若当前下标curr位置有值时，返回True
   Boolean  isInList();
```



```
   //在表尾增添一个新元素，顺序表的实际长度加1
   void append(const  ELEM&);
   //在当前下标curr位置插入元素新值。
   void insert(const  ELEM&);
   //当前下标curr位置的元素值作为返回值，并删去该元素
   ELEM remove();
   Boolean  isEmpty();          //当线性表为空时，返回True
   ELEM currValue();          //返回当前curr位置的元素值。
   int length();                //返回此顺序表的当前实际长度
   void  prev();             //将当前下标curr上移一格，即curr-1
}
```

2.2.2 向量的运算

- 插入元素运算
  - void insert(item)
- 删除元素运算
  - ELEM remove( )



插入算法

```
/*（设元素的类型为ELEM，nodelist是存储顺序表的向量，msize是此向量的最大长度，curr_len是此向量的当前长度，curr为此向量当前下标）*/
#include <assert.h>
viod insert(ELEM item)
{
  //需要检查当前长度不能等于msize，当前游标指针
  //curr不能小于0,也不能大于当前长度
```



```
  assert((curr_len < msize) && (curr >= 0)
          && ( curr <= curr_len));
  //此条件不满足时，程序异常，退出运行
  //从表尾curr_len-1起往右移动直到curr
  for(int i=curr_len; i>curr; i--)
      nodelist[i] = nodelist[i-1];
  //当前指针处插入新元素
  nodelist[curr] = item;
  //表的实际长度curr_len加1
  curr_len++;
}
```


算法执行时间

- 元素总个数为k，各个位置插入的概率相等为p＝1/k
- 平均移动元素次数为

$$\sum_{i=0}^{k-1} 1/k \bullet (k-i) \approx \frac{k}{2}$$

- 总时间开销估计为O（k）

删除算法

```
/*（设元素的类型为ELEM，nodelist是存储顺序表的向量，msize是此向量的最大长度，curr_len是此向量的当前长度，curr为此向量当前下标）*/
//返回curr所指的元素值，并从表中删去此元素
ELEM remove()
{
//首先需要检验当前长度不能等于0, 当前指针
//curr不能小于0,不能等于curr_len
```

```
assert( (curr_len != 0) && (curr >= 0) && ( curr
   < curr_len ) );
//若上述条件为假，则程序异常，退出运行
ELEM temp ＝ nodelist[curr];
//从指针curr到curr_len每个元素往前移一格
for(int i = curr; i < curr_len - 1; i++)
  nodelist[i] = nodelist[i +1];
  curr_len--;              //表的实际长度cur_len减1
  return temp;              //返回值是进入时的旧值
}
```


算法时间代价

- 与插入操作相似，O(k)
- 顺序表存取元素方便，时间代价为O(1)
- 但插入、删除操作则付出时间代价O(k)

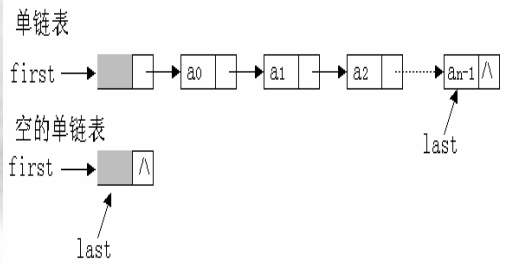
2.3 链表(linked list)

- 单链表
- 双链表
- 循环链表

2.3.1 单链表

- 通过指针把它的一串存储结点链接成一个链
- 存储结点由两部分组成：
  - data字段
  - link字段

单链表的存储结构



单链表的结点类型以及变量first说明

```
struct  ListNode
{
      ELEM  data；
      ListNode * link;
 };
typedef  ListNode *  ListPtr;
ListPtr first;
```

查找单链表中第i个结点算法

```
//函数返回值是找到的结点指针
ListNode * FindIndex(const int i)
{
   // first表首变量，可能指向空表
  if( i == -1) return first;
  *p=first->link;  // p没有定义!
  int j=0;
```



```
  while( p !=NULL && j < i )
  {
      p=p->link;
      j++;
  }
  // 指向第i结点，i＝0,1,…，当链表
  //中结点数小于i时返回NULL
  return p;
}
```

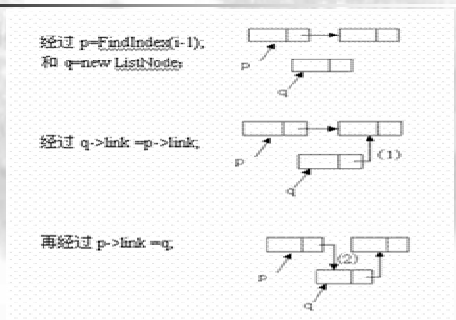

单链表插入算法

```
// 插入数据内容为value的新结点，为第i个
   结点。
ListNode * Insert(ELEM value, int i)
{
  ListNode *p，*q;
  q = new ListNode;
  p = FindIndex(i-1);
  if(p == NULL )  return NULL;
```



```
  q->link = p->link;
  q->data = value;
  p->link = q;
  if(q->link == NULL )
      last=q;
  return q;
}
```

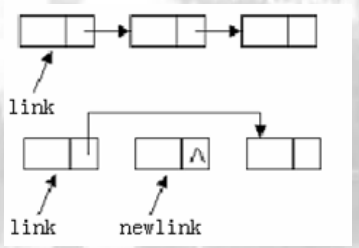

插入过程



单链表删除算法

```
//删除由参数link所指定的结点
void RemoveAfter(ListNode * link)
{
  ListNode *newlink=link;
  if(link!=NULL)
      link=link->link;
  delete newlink;
}
```

删除过程



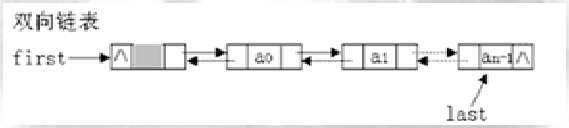
求长度算法

```
int Length()
{
   ListNode  *p=first->link;
   int count=0;
   while(p!=NULL)
   {
       p=p->link;
       count++;
   }
   return count;
}
```


2.3.2 双链表 (double linked list)

- 单链表的主要不足之处是：
  - link字段仅仅指向后继结点，不能有效地找到前驱
- 双链表弥补了上述不足之处
  - 增加一个指向前驱的指针

双链表示意图



双链表及其结点类型的说明

```
struct  DblListNode
{
   ELEM  data;
   DblListNode *rlink;
   DblListNode *llink;
};
struct DoubleList
{
   DblListNode *  first，last;
};
```


双链表删除结点

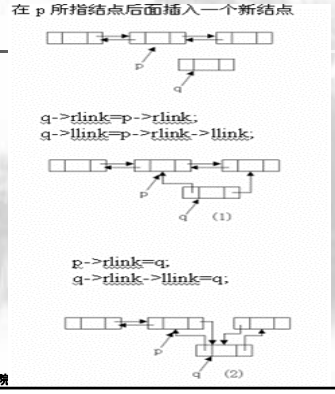
- 如果要删除指针变量p所指的结点，只需修改该结点前驱的rlink字段和该结点后继的llink字段，即

```
p->llink->rlink=p->rlink;
p->rlink->llink=p->llink;
```

然后把变量p变空，再把p所指空间释放即可。

```
p->rlink=NULL;
p->llink=NULL;
delete p;
```

删除过程



双链表的插入

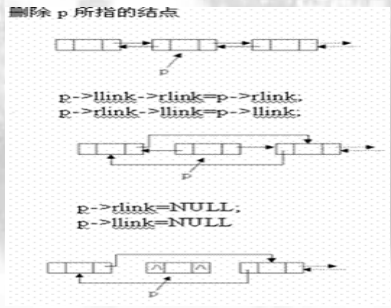
如果要在p所指结点后插入一个新结点，首先执行new q开辟结点空间。然后，让该新结点的rlink填入p所指的后继地址，新结点的llink填入p所指结点的后继的llink字段，即

```
new q;
q->rlink=p->rlink;
q->llink=p->rlink->llink;
```

此外，要把新结点的地址填入原p所指结点的rlink字段，而且新结点后继的llink字段也应该回指新结点。

```
p->rlink=q;
q->rlink->llink=q;
```

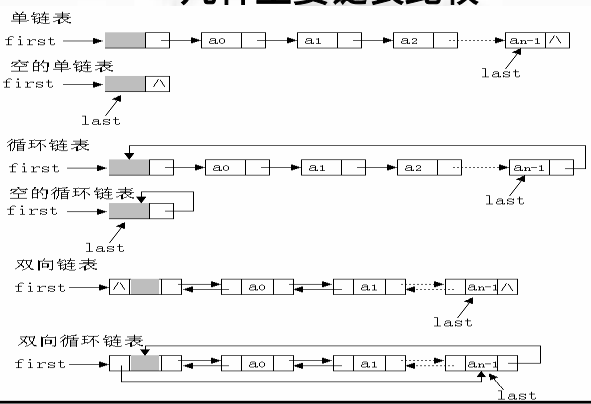

插入过程



2.3.3 循环链表 (circularly linked list)

- 将单链表或者双链表的头尾结点链接起来，就是一个循环链表。
- 不增加额外存储花销，却给不少操作带来了方便
  - 从循环表中任一结点出发，都能访问到表中其他结点。

几种主要链表比较



2.4 线性表实现方法的比较

- 顺序表的主要优点
  - 没用使用指针，不用花费附加开销
  - 线性表元素的读访问非常简洁便利
- 链表的主要优点
  - 无需事先了解线性表的长度
  - 允许线性表的长度有很大变化
  - 能够适应经常插入删除内部元素的情况

应用场合的选择

- 不要使用顺序表的场合
  - 经常插入删除时，不宜使用顺序表
  - 线性表的最大长度也是一个重要因素
- 不要使用链表的场合
  - 当读操作比插入删除操作频率大时，不应选择链表
  - 当指针的存储开销，和整个结点内容所占空间相比其比例较大时，应该慎重选择

2.5 栈(stack)

- 一种限制访问端口的线性表，后进先出表(LIFO表，Least-In First-Out)。也称为“下推表”。
- 元素插入称为栈的‘压入’，push，删除称为栈的‘弹出’，pop
- 表首被称为‘栈顶’，而栈的另一端则叫做‘栈底’
- 每次取出（并被删除）的总是刚压进的元素，而最先压入的元素则被放在栈的底部

栈的抽象数据类型

```
enum Boolean {True,False}
template <class ELEM>  class Stack
{  // 栈的元素类型为ELEM
   //栈的存储：可以用顺序表或单链表存储，长
   //度为定长
   //栈的运算集为：
   stack(int s);   //创建栈的实例
   ~stack();  //该实例消亡
```



```
   void  Push(ELEM item);      //item压入栈顶
   ELEM Pop();     //返回栈顶内容，并从栈顶弹出
   ELEM GetTop();  //返回栈顶内容，但不弹出
     void MakeEmpty();   //变为空栈
    Boolean  IsEmpty();   //返回真，若栈已空
    Boolean  IsFull();      //返回真，若栈已满
};
```


栈的实现

- 顺序栈
  - 使用向量实现
- 链式栈
  - 用单链表方式存储，其中指针的方向是从栈顶向下链接

2.5.1 顺序栈

```
//设栈的类定义为stack，栈元素类型为浮点float
  类型
enum Boolean {True,False}
#include <assert.h>    //引入逻辑断言语句
class  Stack
{
public:
   float *ElmList; //存放数据元素的指针变量
```

```
int  top;//该变量指示栈顶在该向量的位置，下标值
//当新元素压入或栈内容弹出，top值随之增减
int  maxsize;        //栈的最大长度
//构建函数，创建栈的实例，向量空间长度为size
Stack(int size);
…
};
```


顺序栈

- 按压入先后次序，最先压入的元素编号为4，然后依次为3,2,1

顺序栈的创建

```
//栈实例的创建，指定最大长度10
Stack::Stack(int size=10)
{
  maxsize=size;
  //开辟向量存储空间
  ElmList=new float[maxsize];
  //判断new命令成功否，否则断言程序异常
  assert(ElmList!=NULL);
  top=-1;       // 表示栈空
}
```


压入栈顶

```
void Stack::Push(float item)
{
  //判非栈满，否则栈溢出，退出运行
  assert(!IsFull());
  top++;       //栈顶
  ElmList[top]=item;
}
```


从栈顶弹出

```
float  Stack::Pop()
{
  //判栈非空，否则断言栈空异常，退
  //出运行
  assert(!IsEmpty());
  return ElmList[top--];
}
```


从栈顶读取，但不弹出

```
float  Stack::GetTop()
{
  //判栈非空，否则断言栈空异常，退
  //出运行
  assert(!IsEmpty());
  return ElmList[top];
}
```

其他算法

- 变空栈

```
void   Stack::MakeEmpty()
{
   top=-1;
}
```

- 栈消亡

```
~Stack(){delete []ElmList;}
```

- 栈满时，返回非零值（真true）

```
Boolean IsFull(){return  top==maxsize-1;}
```


2.5.2 链式栈

- 用单链表方式存储
- 指针的方向从栈顶向下链接

单链表的结点类型

```
struct  ListNode
{
      ELEM  data;
      ListNode * link;
  };
```


链式栈的创建

```
#include <assert.h>
Class stack {
// linked stack，假定其元素类型为ListNode
private:
  ListNode *top;
public：
   stack::stack()
   {    //创建一个空栈，不用指定最大长度
        top=NULL;
   };
…
};
```


压入栈顶

```
void stack::Push(float item)
{
   ListNode * temp;
   temp = new ListNode;
    //若无存储空间则异常，程序退出运行
   assert(!temp==NULL);
   temp->data = item;
   temp->link = top;    //老栈顶指针
   top＝temp;        //新栈顶指针
}
```


自单链栈弹出

```
ELEM  Stack::Pop(){
   //判栈非空，否则断言栈空异常，程序退出
   assert(!IsEmpty());
   ELEM result = top->data;  //暂存栈顶内容
   ListNode * temptr;
   temptr = top;        //老栈顶指针
   top = top->link ;      //新栈顶指针
   delete temptr;       //释放空间
   return result;       //返回的是弹出内容
}
```

小结

- 实际应用中，顺序栈比链式栈用得更广泛些
  - 顺序栈容易根据栈顶位置，进行相对位移，快速定位并读取栈的内部元素
  - 顺序栈读取内部元素的时间为O(1)，而链式栈则需要沿着指针链游走，显然慢些，读取第k个元素需要时间为O(k)
    - 一般来说，栈不允许“读取内部元素”，只能在栈顶操作

2.5.3 栈的应用--计算表达式的值

- 栈可以应用于递归函数(recursive function)的实现
- 使用下推表（栈）自动进行复杂的算术表达式的递归求值

计算表达式的值

- 表达式的递归定义
  - 基本符号集：{0，1，...，9，+，-，*，/，（，）}
  - 语法成分集：{ <表达式> ，<项> ，<因子> ，<常数> ，<数字> }
  - 语法公式集
- 后缀表达式
- 后缀表达式求值

语法公式(中缀表达法)

- <表达式>::= <项> + <项> | <项> － <项> | <项>
- <项> ::= <因子> * <因子> |<因子> / <因子> |<因子>
- <因子> ::= <常数> | （ <表达式> ）
- <常数>::= <数字> |<数字> <常数>
- <数字>::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

中缀表达的算术表达式的计算次序

- (1)先执行括号内的计算，后执行括号外的计算。在具有多层括号时，按层次反复地脱括号，左右括号必须配对。
- (2)在无括号或同层括号时，先乘(*)、除(／)，后作加(+)、减(-)。
- (3)在同一个层次，若有多个乘除（*、／）或加减（+，-)的运算，那就按自左至右顺序执行。

后缀表达式

- <表达式>::= <项> <项> + | <项> <项> － | <项>
- <项> ::= <因子> <因子> * | <因子> <因子> / | <因子>
- <因子> ::= <常数>
- <常数>::= <数字> | <数字> <常数> | <数字> . <常数> |
- <数字>::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

中缀表达式转换成等价的后缀表达式

- 1．当输入的是操作数时，则压入下推表（压入栈顶）。
- 2．当遇到开括号，也把它压入下推表。
- 3．当输入遇到闭括号时，应该检查当时的栈顶内容，看栈顶是否为对应的开括号（以前压入的）。若不是，则开括号和闭括号肯定不配对，应该作为错误异常处理，清栈退出。

- 4．当遇到运算符op（ 四则运算 + - * / 之一）的时候，应该检查当时栈顶：
  - (a) 当栈顶为空，则将运算符压入栈内；
  - (b) 若栈顶是非空，则把栈中元素依次弹出，放进输出的后缀表达序列postfixExp中，直到栈顶为空或者出现开括号为止。
- 5．随后，把刚才的运算符op压入栈顶。

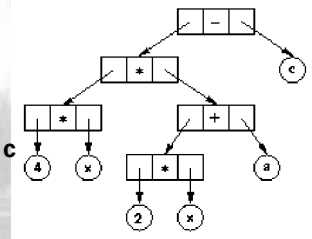
- 6．最后，当中缀表达式InfixExp的符号序列全部读入时，在下推表（栈）中可能还会有东西，它们是原来压入还没有处理的语法成分。对待它们的方法是，把它们依次从栈中弹出，并依次送出到后缀表达式postfixExp尾部。

后缀表达式求值

- 循环：依次顺序读用户键入的符号序列，组成并判别语法成分的类别
  - 1.当遇到的是一个操作数，则压入栈顶；
  - 2.当遇到的是一个运算符，就从栈中两次取出栈顶，按照运算符对这两个操作数进行计算。然后将计算结果压入栈顶。
- 如此继续，直到遇到符号＝，这时栈顶的值就是输入表达式的值。

栈的应用 ——后缀表达式求值

- 中缀表达式：
  - 运算符在中间
  - 需要括号改变优先级
  - 4* x * (2 * x + a) – c
- 后缀表达式
  - 运算符在后面
  - 完全不需要括号
  - 4 x * 2 x * a + * c –



后缀计算器的类定义

```
//Class Declaration 类的说明
enum Boolean {False,True};
typedef double ELEM;
//文件astack.h中有栈，类stack的定义
#include "astack.h"
class Calculator{
private:
   Stack S;    //这个栈是用于压入保存操作数
    //把一个浮点数num压入栈
   void  Enter(double num);
```

```
//从栈顶弹出两个操作数，赋值给变参opnd1和opnd2
Boolean GetTwoOperands(double& opnd1,double& opnd2);
//调用GetTwoOperands，并按op运算，对两个操作数
//进行计算
void Compute(char op);
public:
//创建计算器实例，开辟一个空栈
Calculator(void);
```



```
//后缀表达式的读入，在遇到＝符号，
//启动求值计算
void Run（void);
//计算器的清除，为随后的下一次计算作准备
void Clear（void);
//-----------------------------------//
//计算器类class Calculator的程序实现
void Calculator::Enter(double num)
{
    S.Push(num);
}
```



```
Boolean Calculator::GetTwoOperands(double& opnd1,double& opnd2)
{
  if (S.StackEmpty())
  {
      cerr<<"Missing operand!"<<endl;
      return False;
  }
  opnd1 = S.Pop();//右操作数
```



```
  if (S.StackEmpty())
  {
      cerr<<"Missing operand!"<<endl;
      return False;
  }
  opnd2 = S.Pop();//左操作数
  return True;
}
```



```
void Calculator::Compute（char op）
{
  Boolean result;
  double operand1, operand1;
  result = GetTwoOperands(operand1,operand2);
  if(result == True)
  switch(op)
  {
```



```
      case '+': S.Push(operand2 + operand1);
                break;
      case '-': S.Push(operand2 - operand1);
                break;
      case '*': S.Push(operand2 * operand1);
                break;
      case '/': if(operand1 == 0.0)
      {
                cerr<<"Divided by 0!"<<endl;
```

```
                S.ClearStack();
            }
            else
                S.Push(operand2 / operand1);
            break;
        }
        else
            S.ClearStack();
    }
```



```
void Calculator::Run(void)
{
  char c;
  double newoperand;
  while(cin>>c, c != '=')
  {
      case '+':
      case '-':
      case '*':
```



```
            case '/':
                Compute(c);
                break;
            default:
                cin.putback(c);
                cin >> newoperand;
                Enter(newoperand);
                break;
        }
```



```
  if (!S.StackEmpty())
      //印出求值的最后结果
      cout << S.top()  << endl;
}
void Calculator::Clear(void)
{
  S.ClearStack();
}
```

[后缀计算器的类定义，结束]

2.5.4 栈与递归 (recursion with stack)

- 函数的递归定义
- 主程序和子程序的参数传递
- 栈在实现函数递归调用中所发挥的作用

递归定义阶乘n！函数

- 阶乘n！的递归定义如下：

$$factorial(k+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } n \leq 0 \\ n * factorial(n-1), & \text{if } n > 0 \end{cases}$$

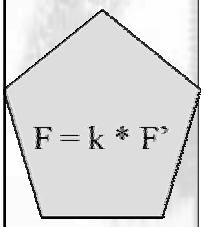
计算阶乘n！的两个程序

```
//使用循环迭代方法，计算阶乘n!的程序
long factorial(long n)
{
  int  m = 1;
  int  i ;
  if (n>0)
      for ( i = 1;  i  <= n;  i++ )
            m  = m * i ;
  return m ;
}
```

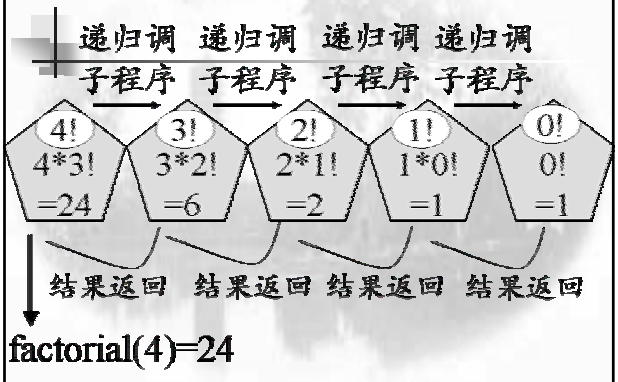


```
//递归定义的计算阶乘n!的函数
long factorial(long n)
{
  if (n==0)
      return 1;
  else
      return n * factorial( n-1) ;  //递归调用
}
```

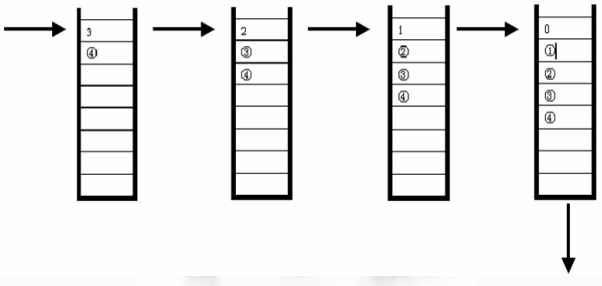

用5个F机器来模拟 4！的计算

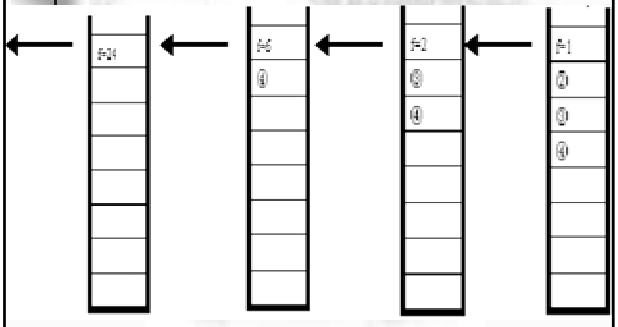


左边是一个 F机器，它能够计算乘积并能够与其他机器交换信息。 通过内部栈交换信息. 右边是它们所使用的栈

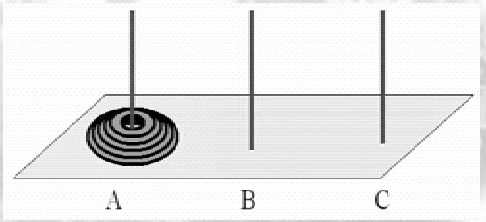


递归计算时内部栈情况

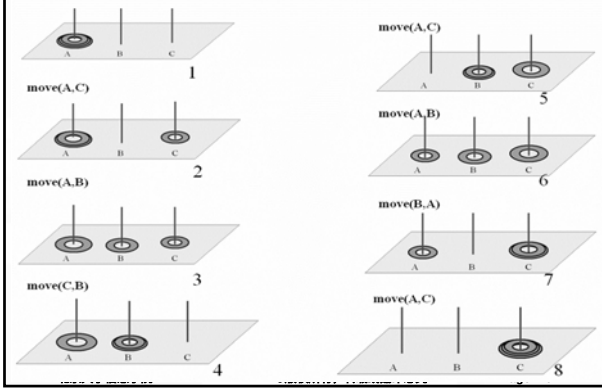




hanoi塔问题的递归求解



hanoi塔的执行过程



河内塔问题的递归求解程序

hanoi(n,X,Y,Z)的含义是：

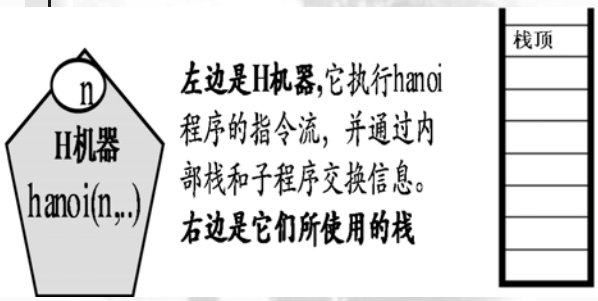
移动n个槃环，由X柱子（出发柱）将槃环移动到Z 柱（终点柱）。其移动过程中， Y柱和X柱皆可用于暂时存放环槃，不过注意每一步移动都必须严格遵循大盘不能压小盘的原则。例如， hanoi(2, ‘B’, ‘C’, ‘A’), 其含义是 初始位于B柱上部的2个环槃移动 到A 柱，执行过程中可以使用C，B 柱暂存环槃。

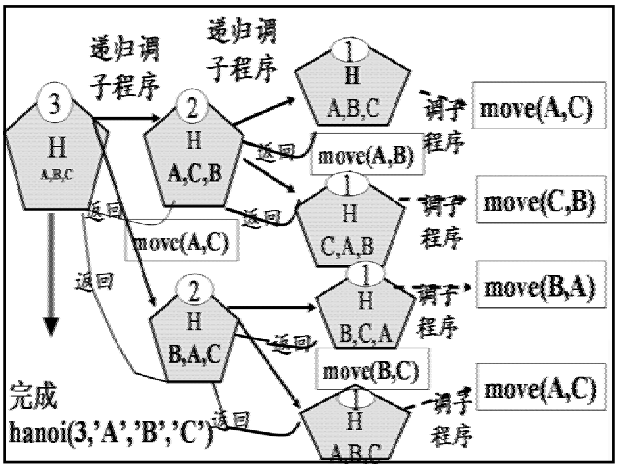

```
//move(char X, char Y)子程序，表示移动一步，
//输出打印，把柱X的顶部环槃移到柱Y
void move(char X, char Y)
{
   cout << " move " << X << "to" << Y <<
   endl;
}
```

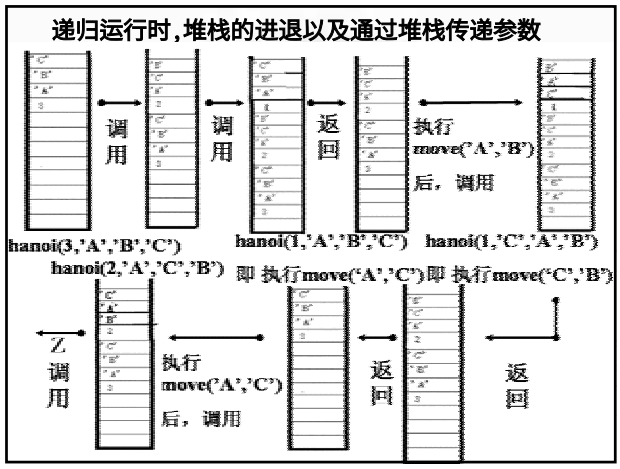


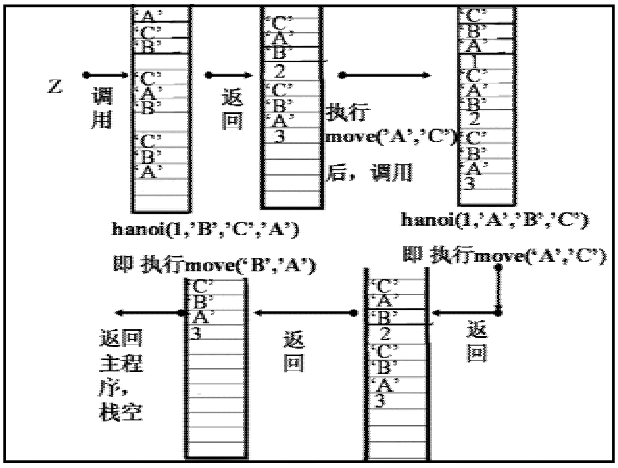
```
void hanoi(int n, char X, char Y, char Z)
{
   if (n <= 1)
        move(X,Z);
   else
   {
    // 最大的环槃在X上不动，把X上的n－1个环槃移到Y
        hanoi(n-1,X,Z,Y);
        move(X,Z);              //移动最大环槃到Z，放好
        hanoi(n-1,Y,X,Z);    //把 Y上的n－1个环槃移到Z
   }
}
```


hanoi递归子程序的运行示意图









2.6 队 列(queue)

- 限制访问点的线性表
  - '加入'新元素时，限于表的一端进行（队列的前端）
  - 元素的'取出'则被限制于表的另一端（队列的尾端）
- "先进先出表"(FIFO，First In First Out)

队列的应用

- 消息缓冲器
- 邮件缓冲器
- 计算机的硬设备之间的通信也需要队列作为数据缓冲
- 操作系统中也使用队列

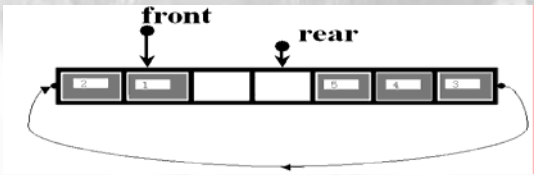
队列的抽象数据类型

```
template <class T>  class Queue
{  // 队列的元素类型为T，它们是按先后次序的
   //线性表结构
   // 一般使用front和rear指示队列的前端和尾端
   // 用curr_len 存储当时的队列长度
   //栈的运算集为：
   Queue(int s);    //创建队列实例，最大长度为s
   ~ Queue();       //该实例消亡,释放全部空间
```

```
void  EnQueue(T  item);    //item进入队列前端
//返回队列的尾端元素内容，并从队列删去
T  DeQueue();
 //返回队列前端的元素内容，但不从尾部删去
T  GetFirst();
void MakeEmpty();    //变为空队列
int  IsEmpty();       //返回真，若队列已空
int  IsFull();          //返回真，若队列已满
 };
```


2.6.1 顺序队列

- 使用顺序表来实现队列。用向量存储队列元素，并用两个变量分别指向队列的前端和尾端



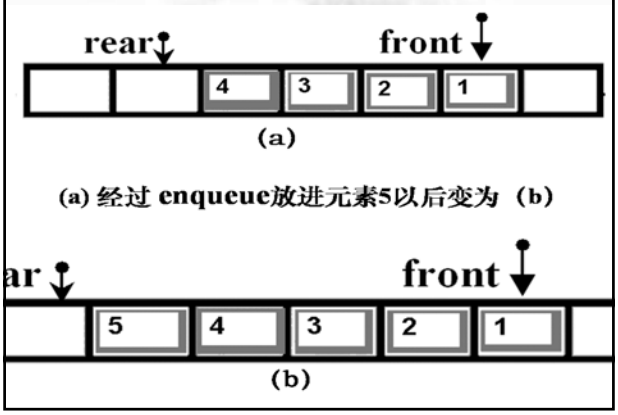
队列的类定义

```
#include <assert.h>      //包括逻辑断言函数库
class  Queue
{
private:
   float  *Qlist;  //存放数据元素的向量
   //队列前端和尾端向量的下标值
   int  front，rear;
   //当新元素进入或队列尾端的元素取出，这两
   //个变量值随之增减
```



```
   int   maxsize;    //队列最大长度
   int   curr_len;    //队列当前长度
public：
   //创建队列实例，指定该实例的向量空间长度
   Queue(int size);
   …
};
```


新元素压入队列的尾端



队列的创建

```
//队列实例的创建，指定最大长度7
  maxsize=size;
   //动态开辟向量存储空间
  Qlist = new float[maxsize];
Queue::Queue(int size=7) {
   // 判new成功否，否则断言程序异常，
   //退出运行
  assert(ElmList!=NULL);
  front=rear=curr_len=0; // 让队列为空
}
```

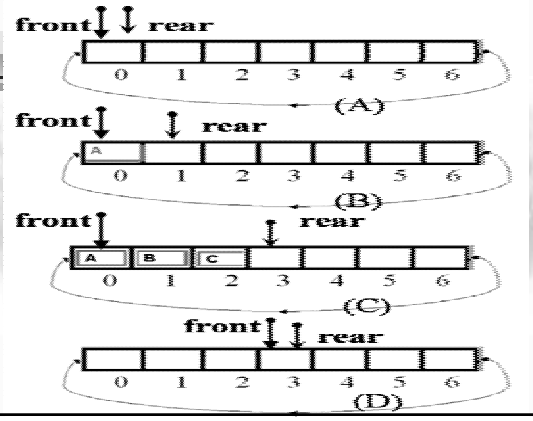
压入队列顶

```
void  Queue::EnQueue(float item)
{
   //判队列满，否则队列溢出异常，退出运行
   assert(!curr_len== maxsize);
   curr_len ++;
   Qlist[rear] = item;        //在队列尾端加入队列
   rear = (rear + 1) % maxsize;  //
 }
```

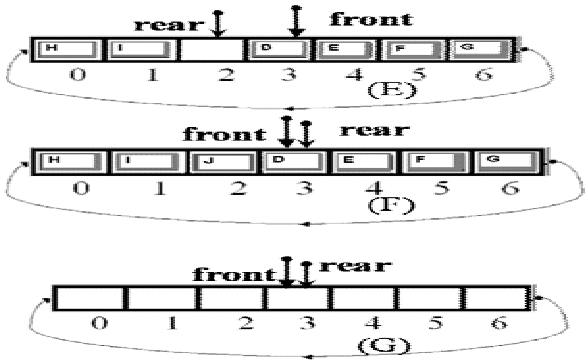

算法2-15　从队列前端取出

```
float  Queue::DeQueue()
{
  float temp;
   //判队列非空，否则队列已空，异常退出运行
  assert(!curr_len== 0);
  temp = Qlist[front];
  curr_len--;
  front = (front+1) % maxsize;
  return temp;
}
```


队列的运行示意图



队列的运行示意图



2.6.2 链式队列

- 单链表队列
- 链接指针的方向是从队列的前端向尾端链接

队列的类定义

```
#include <assert.h>
Class Queue {
   // linked Queue，单链表，其结点类型为ListNode
private:
   ListPtr  front,rear;
   int curr_len;
public：
   //创建一个空队列，不用指定最大长度
   Queue::Queue() {
        front = rear = NULL;
        curr_len = 0;
   }；
   …
};
```

将元素加入队列前端

```
void  Queue::EnQueue( ELEM item)
{
   ListPtr temp;
   temp = new ListNode;
   assert(!temp==NULL);  //若无存储空间则异常
   temp->data = item;
   temp->link = NULL;
   if(curr_len != 0) {  //队列尾端指针rear非NULL
```



```
      rear->link = temp;
            rear ＝ temp;        //新队列尾端指针
   }
   else
      //只有一个结点时，队列前端和尾端指针相同
       front = rear = temp;
   curr_len++;
}
```


自单链队列前端取出

```
ELEM  Queue:: DeQueue()
{
   //判队列非空，否则队空异常退出
   assert(curr_len != 0);
   //暂存队列顶内容
   ELEM result = front->data;
   ListPtr temp;
   temp = front;        //老前端指针
```



```
   front = front->link ;   //新前端指针
   delete temp;
   curr_len--;
   if （curr_len == 0）
      rear = front = NULL;
   return result;
}
```


2.6.3 顺序队列与链式队列的比较

- 顺序队列
  - 固定的存储空间
  - 方便访问队列内部元素
- 链式队列
  - 可以满足浪涌大小无法估计的情况
  - 访问队列内部元素不方便

变种的栈或队列结构

- 双端队列
- 双栈
- 超队列
- 超栈