期末考试试题：第二部分

- 课程： 跨入科学研究之门（XDSY118019）
- 主讲教师： 刘一新（复旦大学高分子科学系）
- 答案提交截止时间： 2023.11.16, 21:05
- 答案提交方式： 以Pull Request的形式将所有相关材料提交到GitHub repo：https://github.com/liuyxpp/XDSY118019-exam

注意事项

1. 答案提交方式是本次期末考试考察的一个部分，如果不能按时以Pull Request的形式提交考试答案，将判定本次考试不合格。

试题解答要求

1. 将所有解答相关的代码（如有）及答案（包括图片）写入一个Markdown或LaTeX文件中并提交。
2. 将上述文件渲染为一个PDF或HTML格式的文件并提交。

当堂考察试题

1. 此文档所在的github repo根目录下文件 `uspop.txt` 是美国从1790年至1990年的人口数据。请回答如下问题：
   i. 请用 `numpy.loadtxt` 函数读入数据，将年份和对应的人口数分别存入 `x` 和 `y` 两个变量中。
   ii. 请用线性拟合函数 `scipy.stats.linregress` 拟合人口数随年份变化的曲线，拟合函数为 $y = kx + b$，其中k, b为拟合参数。并将拟合结果及原始数据用 `matplotlib.pyplot.plot` 函数画在同一张图中。
   iii. 请用 `scipy.optimize.curve_fit` 函数拟合人口数随年份变化的曲线，拟合函数为 $y = ae^{cx}$，其中a, c为拟合参数。并将拟合结果及原始数据用 `matplotlib.pyplot.plot` 函数画在同一张图中。
   iv. 将上一小题中的曲线拟合问题通过公式变换转为线性拟合问题重新拟合。试比较这两种拟合方法的结果是否一致。
2. Matlab作图。请用 `isosurface` 函数渲染出:
   i. 一个半径为1的球面，球面为绿色。

ii. 一个长轴为2，短轴为1的椭球面，其中椭球面由椭圆绕长轴旋转得到，椭球面为红色。

3. 利用Mathematica求以下不定积分：

$$\int \frac{\sin(x) - \sin(3x) + \sin(5x)}{\cos(x) + \cos(3x) + \cos(5x)} dx$$

4. 用LaTeX或Markdown写出如下文本内容（要求渲染后的显示效果与如下文本一致）：

Lorenz Attractor

The Lorenz attractor is an attractor that arises in a simplified system of equations describing the two-dimensional flow of fluid. In the early 1960s, Lorenz accidentally discovered the chaotic behavior of this system when he found that, for a simplified system, periodic solutions of the form

$$\psi = \psi_0 \sin\left(\frac{\pi a x}{H}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

$$\theta = \theta_0 \cos\left(\frac{\pi a x}{H}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

grew for Rayleigh numbers larger than the critical value, $Ra > Ra_c$. Furthermore, vastly different results were obtained for very small changes in the initial values, representing one of the earliest discoveries of the so-called butterfly effect.

Lorenz obtained the simplified equations

$$\dot{X} = \sigma(Y - X)$$

$$\dot{Y} = X(\rho - Z) - Y$$

$$\dot{Z} = XY - \beta Z$$

now known as the Lorenz equations.