

期末考试第一部分

Hénon map 是一个动态系统，由以下公式定义

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 1 - ax_n^2 + y_n \\ y_{n+1} &= bx_n\end{aligned}$$

从 u_0 开始迭代，可以逐步得到 u_1 、 u_2 直至 u_n ，即产生了一个轨迹 $[u_0, u_1, u_2, \dots]$

第一问

1. 问题描述：输入函数系数 a, b 、初始值 u_0 和轨迹长度 N ，输出 Hénon map 的轨迹 $[u_0, u_1, u_2, \dots]$
2. 解答思路：
 - 定义函数 `henon_map`，接受系数 a, b 、初始值 u_0 和轨迹长度 N 四个参数，定义 u 为存储迭代结果的列表， n 为计数器，当迭代次数小于要求次数时，即 $n \leq N$ 时，循环的向 u 中存入新的计算结果，直到循环结束，返回 u
 - 输入时，为了使输入更加简便，把输入 u_0 拆分为两次输入，分别输入 x_0 和 y_0
3. 代码使用：分别输入系数 a, b 、初始值 x_0 ， y_0 和轨迹长度 N ，输出结果为 Hénon map 坐标点的列表

第二问

1. 问题描述：参数取值为 $a=1.4, b=0.3, u_0=(0,0)$ ，对不同的 N 值，求出轨迹并绘制成图
2. 解答思路：函数 `henon_map` 中参数分别取 $a=1.4, b=0.3, u_0=(0,0)$ ， N 值利用 `linspace` 函数分别取 10，505 与 1000，分别画图并比较轨迹
3. 代码使用：直接运行即可，若想改变 N 的取值，改变 `linspace` 的起终点和间距即可

第三问

1. 问题描述：固定 $b=0.3$ ，改变 a 后获得一系列 Hénon map 的轨迹，然后以 a 为横轴， x 为纵轴绘制 orbit digram 图。
2. 解答思路：

- 固定 $b=0.3$, 取 $u_0=(0,0)$, $N=10000$, 利用 `linspace(1.0, 1.4, 401)` 构造了一个从 1.0 到 1.4 有 401 个取值的 a 的序列
 - 对不同的 a , 分别计算 `henon_map` 函数结果, 存储该次循环中的 a 值和 `henon_map` 函数结果最后一个坐标的 x 值, 画图
1. 代码使用: 直接运行即可

第四问

1. 问题描述: 根据第三问画出的 orbit digram, 找到 Hénon map 可以收敛到一条周期性轨道的 a 值, 计算该 a 值对应的 Hénon map 的轨迹并绘图
2. 解答思路: 根据第三问, 可以看出当 $a = 1.25$ 时 x 几乎维持不变, 所以取 $a = 1.25$, 取不同 N 值, 画图比较轨迹
3. 代码使用: 直接运行即可