

## 问题描述

题目要求编写一段代码，计算Hénon map的轨迹点，并绘制轨迹图和orbit diagram图，借助图像分析其性质。

1. 要求允许使用者输入参数 $a$ 、 $b$ ，初始值 $u_0$ 以及轨迹长度 $N$ ，计算并输出 Hénon map 的轨迹  $[u_0, u_1, u_2, \dots, u_N]$ 。
2. 要求调整参数至经典Hénon map框架下，并将 $N$ 作为可变量，允许使用者调整 $N$ 的取值探索不同情况下的轨迹。
3. 要求编写函数计算Hénon map的orbit diagram，求解不同 $a$ 下能得到的 $x$ 的值，并绘制orbit diagram图像。
4. 要求通过观察刚才的图像，从中找到可以使Hénon map收敛到一条周期性轨道的 $a$ 值，并计算出其对应的轨迹并绘图。

## 解答思路

1. 定义函数`henon_map`，以输入的值参数，利用迭代的方式计算各个数据点，加入`trajectory`中，并将该列表作为返回值，依次输出各个数据点 $(x_n, y_n)$ 。
2. 定义函数`trajectory`，利用`matplotlib.pyplot`的相关函数完成数据点的可视化。调整参数，将 $a$ 、 $b$ 、 $u_0$ 均重新赋值为经典Hénon map的值，并允许使用者三次输入不同的轨迹长度 $N$ 值，从而探索不同 $N$ 下的轨迹。对于新的参数，可调用`henon_map`计算出数据点，再用`trajectory`绘制轨迹图。
3. 定义函数`plot_orbit_diagram`，这个函数将计算不同 $a$ 的取值所对应的所有 $x$ 值，并绘制图像。为寻找符合条件的 $a$ 值，利用`numpy`的`linspace()`函数均匀生成从0到1.4的200个 $a$ 值，并调用`plot_orbit_diagram`函数生成图像便于观察。
4. 通过观察图像发现 $a$ 取得某些值时对应的 $x$ 值很少，这很可能反映出其Hénon map会收敛到一条周期性轨道，因此以观察到的 $a = 1.02$ 为例生成Hénon map轨迹进行验证。

## 使用说明

- 首先应确保已安装python环境，且已安装`numpy`和`matplotlib`库，然后运行该代码。
- 使用步骤
  1. 根据提示输入初始值 $u_0$ ，参数 $a$ 、 $b$ 及轨迹长度 $N$ ，程序根据这些参数输出对应的数据点。
  2. 接下来上述变量会被重新赋值为经典Hénon map下的要求值( $u_0 = (0, 0)$ ,  $a = 1.4$ ,  $b=0.3$ )，您有三次机会改变 $N$ 的值来探索经典Hénon map的轨迹，每次输入后都会展示出对应 $N$ 值下的轨迹图。
  3. 而后程序会自行生成Hénon map的orbit diagram图像（这个过程可能需要一些时间），您可以通过观察该图像来寻找可以使Hénon map收敛到一条周期性轨道的特定 $a$ 值。
  4. 最后，程序会以符合条件的 $a = 1.02$ 作为默认值输出该情况下的Hénon map。如果您观察到其他可能的 $a$ 值需要验证，也可以通过修改代码第68行的参数值来实现。