数字信号处理实验报告

班级：通信1802 姓名：刘增运 学号：1808030220 指导老师：顾朝志

实验三 FFT及其在卷积计算和谱分析中的应用

**一、实验目的：**

1．在理论学习的基础上，通过本实验，加深对FFT的理解，熟悉FFT子程序；

2．熟练掌握FFT实现两个序列的线性卷积的方法；

3．熟悉应用FFT进行信号频谱分析过程中可能出现的问题以便在实际中正确应用FFT；

4. 学习用FFT对连续信号进行谱分析的方法和参数选择原则；

5.掌握用FFT对连续信号进行谱分析时，由模拟信号采样得到序列的 中k值与模拟信号实际频率 或 的对应关系。

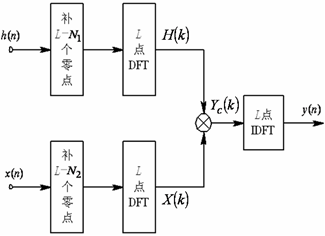
**二、实验原理：**

FFT并不是与DFT不同的另一种变换，而是为了减少DFT运算次数的一种DFT快速算法。常用的FFT是基2算法，其长度。当要变换的序列长度不等于2 的整数次幂时，为了使用以2为基数的 FFT，可以用末位补零的方法，使其长度延长至2的整数次幂。其应用一般都以卷积运算的具体计算为依据，或

者以DFT作为连续傅里叶变换的近似为基础。

1.用FFT计算线性卷积

用FFT可以实现两个序列的循环卷积，其原理框图如图3-1。一般情况，设两个序列的长度分别为N1和N2，循环卷积等于线性卷积的充要条件是FFT的长度N 满足：N≥N1＋N2，对于长度不足N的两个序列，分别将他们补零延长到 N。

2.用FFT对信号进行频谱分析

MATLAB提供了快速傅里叶变换算法FFT计算DFT的函数fft，其调用格式如下：

Xk=fft(xn,N)或Xk=fft(xn)

参数xn为被变换的时域序列向量，N是DFT变换区间长度，当N大于xn的长度时，fft函数自动在xn后面补零。当N省略时，fft函数按xn的实际长度计算，此时，相当于DFT的计算。

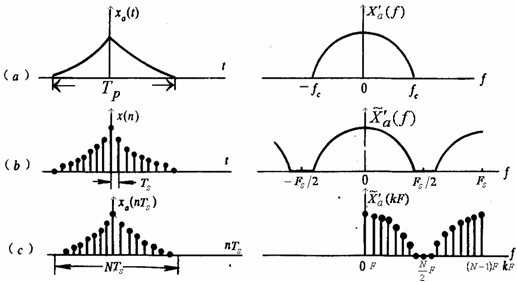
在运用DFT进行频谱分析的过程中可能产生三种误差：混叠、泄漏、栅栏效应，具体概念详见教材。其中需要注意的是减少栅栏效应（提高频谱密度）与提高DFT频率分辨率是不同的两个概念，减小栅栏效应的一个有效方法就是借助于在原序列的末端补零。补零只能减轻栅栏效应，不能提高 DFT 的频率分辨率。

3.模拟信号的频谱分析

（1）模拟信号的采样及DFT谱分析的原理

对模拟周期信号进行谱分析时，首先要按照采样定理将其变成时域离散信号。用DFT 分析模拟信号谱的原理如图3-2所示。 序列x(n)的傅里叶变换和连续信号频谱的关系可以表示为：

上式说明：可以通过对连续信号采样并进行 DFT 再乘以 Ts，近似得到模拟信号频谱的周期延拓函数在第一个周期[0, Fs]上的N 点等间隔采样



（2）模拟信号进行谱分析时的参数选择问题

对模拟信号进行谱分析时，有几个重要的参数要选择：

采样频率Fs、频率分辨率F、DFT的长度N、模拟信号的截取时长Tp=N\*Ts。

要提高谱分辨率，又保持谱分析的范围不变（Fs采样频率不变），只能增长纪录时间Tp（截取长度），增加采样点数N。

（3）周期信号谱分析时对截取长度Tp的要求

对模拟周期信号用DFT（FFT）作谱分析，要求有两点：一是截取的长度Tp是周期的整数倍；二是采样频率满足采样定理，且满足每个周期中采样点数相等。这样得到的离散谱才能代表离散信号的频谱。否则会有相当大的谱分析误差。如果不知道信号周期，可以尽量选择信号的观察时间长一些。

**三、实验内容**

1．已知序列 ，利用FFT计算线性卷积 ，并画出相应的图形。

1. clc,clear,close all
2. xn=[1/2,1,1,1/2];
3. Xk=fft(xn,7);
4. Yk=Xk.\*Xk;
5. yn=ifft(Yk);
6. subplot(211)
7. stem(yn)
8. xlabel('n');
9. ylabel('xn\*xn');
10. title('利用fft计算线性卷积');
11. ynn=conv(xn,xn);
12. subplot(212)
13. stem(ynn);
14. xlabel('n');
15. ylabel('xn\*xn');
16. title('利用conv函数计算线性卷积');

2．对如下模拟周期信号用FFT进行谱分析

选择Fs=64Hz，对变换区间 N=16，32，64 三种情况进行谱分析，并回答相应的问题。

（1）用stem绘制三种情况下的幅频特性曲线fk～X(k)，图中要求显示三种情况的频谱分辨率 F各是多少Hz。

1. clc,clear,close all
2. Fs=64;
3. Ts=1/Fs;
4. N1=16;
5. N2=32;
6. N3=64;
7. n1=0:1:N1-1;
8. n2=0:1:N2-1;
9. n3=0:1:N3-1;
10. x1=cos(8\*pi\*n1\*Ts)+cos(16\*pi\*n1\*Ts)+cos(20\*pi\*n1\*Ts);
11. x2=cos(8\*pi\*n2\*Ts)+cos(16\*pi\*n2\*Ts)+cos(20\*pi\*n2\*Ts);
12. x3=cos(8\*pi\*n3\*Ts)+cos(16\*pi\*n3\*Ts)+cos(20\*pi\*n3\*Ts);
13. X1=fft(x1,N1);
14. X2=fft(x2,N2);
15. X3=fft(x3,N3);
16. subplot(311)
17. stem(n1/N1/Ts,abs(X1)/max(abs(X1)));
18. ylabel("X1  F=4");
19. xlabel("fk(Hz)");
20. subplot(312)
21. stem(n2/N2/Ts,abs(X2)/max(abs(X2)));
22. ylabel("X2  F=2");
23. xlabel("fk(Hz)");
24. subplot(313)
25. stem(n3/N3/Ts,abs(X3)/max(abs(X3)));
26. ylabel("X3  F=1");
27. ****xlabel("fk(Hz)");

**问题 3-1：**检查 N=16，32，64 三种情况下谱峰的出现位置，说明哪个是正确的，哪个是不正确的？为什么？

**答：**N=16不正确，N=32、64是正确的。频率分辨率F=2， Tp应该大于等于1/2，而N=16时，Tp=1/4，所以得到的频谱不正确。

**问题 3-2：**观察幅频谱图，根据分辨率F读出信号x(n)含有的频率分量分别是多少 Hz？

**答：**4Hz,8Hz,10Hz,54Hz,56Hz,60Hz。

（2）用plot绘制三种情况的功率谱曲线fk～X(k)。

幅频谱：|X(k)| = abs (Xk)

功率谱：PSD(k)=|X(k)|2/N=X(k)X\*(k)/N；

Matlab 语句：PSD = Xk.\*conj(Xk)/N；

1. clc,clear,close all
2. Ts=1/64;
3. N1=16;
4. N2=32;
5. N3=64;
6. n1=0:1:N1-1;
7. n2=0:1:N2-1;
8. n3=0:1:N3-1;
9. x1=cos(8\*pi\*n1\*Ts)+cos(16\*pi\*n1\*Ts)+cos(20\*pi\*n1\*Ts);
10. x2=cos(8\*pi\*n2\*Ts)+cos(16\*pi\*n2\*Ts)+cos(20\*pi\*n2\*Ts);
11. x3=cos(8\*pi\*n3\*Ts)+cos(16\*pi\*n3\*Ts)+cos(20\*pi\*n3\*Ts);
12. X1=fft(x1,N1);
13. X2=fft(x2,N2);
14. X3=fft(x3,N3);
15. P1=X1.\*conj(X1)/N1;
16. P2=X2.\*conj(X2)/N2;
17. P3=X3.\*conj(X3)/N3;
18. subplot(311)
19. plot(n1/N1/Ts,abs(P1));
20. ylabel("P1(DB) F=4");
21. xlabel("fk(Hz)");
22. subplot(312)
23. plot(n2/N2/Ts,abs(P2));
24. ylabel("P2(DB) F=2");
25. xlabel("fk(Hz)");
26. subplot(313)
27. plot(n3/N3/Ts,abs(P3));
28. ylabel("P3(DB) F=1");
29. xlabel("fk(Hz)");

**问题 3-3：**注意观察频谱的形状和谱峰出现位置，检查有无混叠和泄漏现象？说明产生现象的原因。

**答：**

存在混叠现象。由于不满足奈奎斯特采样定理，在Fs确定条件下，在采样之前未进行预滤波，所以使高于Fs/2的成分折叠而发生混叠。存在泄露现象，由于对原信号进行截断，产生截断效应，使得离散谱线展宽，使其它无频率成分处有了频率成分。

（3）为减少泄露，提高频谱分辨率，另取N值，观察谱分辨率、频谱泄露的改善情况。

1. clc,clear,close all
2. Ts=1/64;
3. N1=64;
4. N2=128;
5. N3=256;
6. n1=0:1:N1-1;
7. n2=0:1:N2-1;
8. n3=0:1:N3-1;
9. x1=cos(8\*pi\*n1\*Ts)+cos(16\*pi\*n1\*Ts)+cos(20\*pi\*n1\*Ts);
10. x2=cos(8\*pi\*n2\*Ts)+cos(16\*pi\*n2\*Ts)+cos(20\*pi\*n2\*Ts);
11. x3=cos(8\*pi\*n3\*Ts)+cos(16\*pi\*n3\*Ts)+cos(20\*pi\*n3\*Ts);
12. X1=fft(x1,N1);
13. X2=fft(x2,N2);
14. X3=fft(x3,N3);
15. PSD1=X1.\*conj(X1)/N1;
16. PSD2=X2.\*conj(X2)/N2;
17. PSD3=X3.\*conj(X3)/N3;
18. subplot(311)
19. plot(n1/N1/Ts,abs(PSD1));
20. ylabel("PSD(DB)  F=1");
21. xlabel("fk(Hz)");
22. subplot(312)
23. plot(n2/N2/Ts,abs(PSD2));
24. ylabel("PSD(DB)  F=0.5");
25. xlabel("fk(Hz)");
26. subplot(313)
27. plot(n3/N3/Ts,abs(PSD3));
28. ylabel("PSD(DB)  F=0.25");
29. xlabel("fk(Hz)");

说明，在绘制幅频特性曲线时需注意以下两点：

注意1：

用 DFT（FFT）对模拟信号分析频谱时，需将 X(k)的自变量 k 换算成对应的模拟频率 fk 并作为横坐标绘图，以便于观察频谱。这样，不管变换区间 N 或 Tp取信号周期的几倍，画出的频谱图中有效离散谐波谱线所在的频率值不变。

如图 3-2 所示，

注意2：

对于由截取得到的序列xn，其长度为 N 时，它的DFT 定义为：

可见随着截取长度导致的 N 值的增大，所计算出来的同一模拟信号的幅频特性幅度值会随着变换区间 N 的变化而变化。为避免幅度值随变换区间 N 变化的缺点，实际上在分析频谱时最好给出对最大值归一化的幅度值。如：stem(fk,abs(Xk)/max(abs(Xk)))。

**四、实验思考**

1）已知模拟信号，其中f＝50Hz，用DFT（FFT）对此模拟信号分析频谱时，若采样间隔为Ts，采样后的序列x(n)的长度为N, ,则k=1对应的连续频率fk为多少？

**用 DFT（FFT）对模拟信号分析频谱时，需将 X(k)的自变量k换算成对应的模拟频率fk并作为横坐标绘图，以便于观察频谱。k=1对应的连续频率fk=1/NTs。**

2）对于周期序列，如果周期信号的周期预先不知道，如何使用FFT进行谱分析？

**可以先截取预定点数进行DFT，再逐渐将截取长度扩大截取，比较结果，如果二者的差别满足分析误差要求，则可以进行谱分析。**