



计算机应用研究
Application Research of Computers
ISSN 1001-3695, CN 51-1196/TP

《计算机应用研究》网络首发论文

题目: 基于变异系数的分形图像压缩稀疏编码算法
作者: 庞慧慧, 张爱华
DOI: 10.19734/j.issn.1001-3695.2020.08.0389
收稿日期: 2020-08-01
网络首发日期: 2021-02-01
引用格式: 庞慧慧, 张爱华. 基于变异系数的分形图像压缩稀疏编码算法[J/OL]. 计算机应用研究. <https://doi.org/10.19734/j.issn.1001-3695.2020.08.0389>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

基于变异系数的分形图像压缩稀疏编码算法

庞慧慧, 张爱华[†]

(南京邮电大学 理学院, 南京 210023)

摘要: 针对分形图像编码算法复杂度高、编码时间冗长的问题, 提出正交稀疏编码和纹理特征提取表示图像块的方法。首先, 灰度级的正交稀疏变换提高了图像的重建质量和解码时间。其次, 相关系数矩阵度量范围块和域块之间的变异系数特征降低了冗余度和编码时间。仿真实验结果显示, 提出方法与传统的分形图像编码算法相比, 图像重建质量更好, 编码速度更快。

关键词: 正交稀疏编码; 变异系数; 曼哈顿距离; 分形图像压缩; 多项式拟合; 核密度估计

中图分类号: TP391 doi: 10.19734/j.issn.1001-3695.2020.08.0389

Sparse coding algorithm for fractal image compression based on coefficient of variation

Pang Huihui, Zhang Aihua[†]

(School of Science, Nanjing University of Posts & Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: Aiming at the problem of high complexity and long coding time of fractal image coding algorithm, the paper proposes orthogonal sparse coding and texture feature extraction to represent image blocks. Firstly, the orthogonal sparse transformation of gray level improves the image reconstruction quality and decoding time. Secondly, the correlation coefficient matrix measures the coefficient of variation characteristics between the range block and the domain block to reduce redundancy and coding time. The simulation results show that the proposed method has better image reconstruction quality and faster coding speed than the traditional fractal image coding algorithm.

Key words: orthogonal sparse coding; coefficient of variation; Manhattan distance; fractal image compression(fic); polynomial fitting; kernel density estimation

0 引言

分形图像压缩算法是 Barnsley 在 1988 年提出的迭代函数系统实际应用的原始思想^[1], 1992 年, Barnsley 的学生 Jacquin 提出基本分形块编码(BFIC)^[2], 依据分块迭代函数系统(PIFS)压缩变换的定义域仅为待编码图像整个区域的子集, 有效的缩短了分形编码的时间^[2]。由 Candes 和 Donoho 提出的压缩感知理论(Compressed Sensing), 又称为“稀疏采样”, 它通过开发信号的稀疏特性, 在远小于 Nyquist 采样率的条件下, 用非线性重建算法重建信号^[3,4]。

与基础分形图像编码相比, 目前的分形图像编码从降低编码复杂度和提高解码图像质量方面入手, 开发出许多重构效果很好的算法, 像基于特征向量提取的方差特征^[5]、平均偏差特征^[6,7], 小波与分形相结合的算法^[8], 基于生物进化理论的遗传算法^[9]等。近几年压缩感知^[10]、稀疏编码因其理论简单、储存能力强, 在图像处理领域很受欢迎, 涌现了大量优秀的研究成果。Tao Hong 等将优化的结构稀疏矩阵应用于压缩感知^[11]。Tong 和 Pi 通过对 R 块和 D 块之间匹配误差的分析得到无搜索快速分形图像压缩算法^[12], Truong 等利用空域相关性加快搜索^[13]都取得了不错的结果。

本文提出基于变异系数^[22](C.V, coefficient of variation)的图像块特征表示方法, 变异系数是概率分布离散程度的归一化度量, 反映了数据离散程度, 表达公式为: $CV = Var/mean$, 其中 var 和 mean 分别表示 R 块和 D 块的方差和均值。这里, 本文用变异系数度量 R 块和 D 块之间的相似性, 变异系数越小, 相应的域块和范围块越相似。将变异系数特征用多项式拟合, 用多项式系数表示。本文尝试用曼哈顿距离(MD, Manhattan

distance)代替分形图像压缩编码中经常使用的欧式距离, 将 R 块和 D 块之间的曼哈顿距离存储在相似性度量矩阵 $\Delta(R,D)$ 中。

1 基本理论知识介绍

1.1 基本分形图像压缩算法

在基本分形图像压缩算法中, 分形图像压缩编码是以迭代函数系统 IFS(Iterated Fractal System)和拼贴定理(The Collage Theorem)为理论基础, 利用图像间的自相似性达到图像压缩的目的^[1]。Barnsley 和 Jacquin 首先提出分形图像编码算法并逐渐发展起来, Jacquin 在他博士生导师 Barnsley 对分形图像压缩编码研究的基础上提出分形块编码, 理论基础是分块迭代函数系统 PIFS(Partitioned Iterated Fractal System)^[1,2]。

在分块的迭代函数编码系统中, 大小为 $N \times N$ 的原始图像 $\mu(org)$ 首先被分成互不重叠的, 大小为 $r \times r$ 的范围块(range 块)和相互重叠的, 大小为 $d \times d$ 的域块(domain 块), 一般 r 和 d 的关系为 $d = 2r$, 即步长(滑动窗口) $\delta = r$, 由范围块和域块构成的图像块集合分别称为“R 块池”和“D 块池”。那么 R 块池和 D 块池中分割的图像块数目分别为 $N_r = (N/r)^2$, $N_d = ((N-2r)/\delta+1)^2$ 。基于拼贴定理^[1], 每个 R 块都能找到一个最优匹配的 D 块, 相应的压缩仿射变换示意图如图 1 所示。

压缩仿射变换 W_i 定义如下

$$W_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i & 0 \\ c_i & d_i & 0 \\ 0 & 0 & s_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \\ o_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$ 决定了压缩仿射变换 W_i 的收缩、翻转、平移和旋转, s_i, o_i 分别表示对比度和亮度。

编码时, D 块到 R 块的变换经过了空间收缩变换和灰度

收稿日期: 2020-08-01; 修回日期: 2020-09-15 基金项目: 江苏省自然科学基金资助项目(BK20160880)

作者简介: 庞慧慧(1995-), 女, 安徽临泉人, 硕士研究生, 主要研究方向为非线性分析及分形图像压缩; 张爱华(1969-), 女(通信作者), 山西大同人, 教授, 博士, 主要研究方向为非线性分析(zhangah@njupt.edu.cn)。

变换, 再进行四邻域像素值平均, 变换后的 D 块的全体构成“虚拟码本 Ω ”。为了获得更好的图像重构质量, 变换后虚拟码本中的 D 块需要进行 8 种等距变换(4 种镜像变换和 4 种 90° 旋转), 分别为关于垂直中轴的镜像变换、水平中轴的镜像变换。

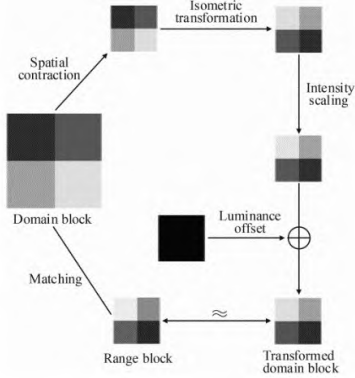


图 1 R 块与 D 块之间压缩仿射变换示意图

Fig. 1 Schematic diagram of contractive affine transformation between R block and D block

主对角线和次对角线的镜像变换, 关于图像块中心逆时针旋转 90° , 180° , 270° 和 360° 。R 块和 D 块之间的变换是关于对比度 s 和亮度 o 的近似线性变换^[1,12]

$$R_i \approx s_i \cdot D_{m(i)} + o_i \cdot I \quad (2)$$

其中, R_i 表示图像块排序后第 i 个 R 块, $D_{m(i)}$ 表示 R 块的序号为 $m(i)$ 的最佳匹配块 D, I 表示元素全为 1 的矩阵。

R 块和 D 块之间的匹配误差 $E(R, D)$ 是对比度因子 s_i 和亮度调节因子 o_i 的函数

$$E(R_i, D) = \min_{s, o \in R} \|R_i - (s \cdot D + o \cdot I)\|^2 \quad (3)$$

最小二乘法求解上式, 可以得到

$$\begin{cases} s = \frac{\langle R - \bar{R}I, D - \bar{D}I \rangle}{\|D - \bar{D}I\|^2} \\ o = \bar{R} - s \cdot \bar{D} \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\langle \cdot \rangle$ 为内积, $\|\cdot\|$ 表示向量 2-范数, R 和 D 分别表示原始图像经固定块分割后形成的范围块和四邻域像素平均后的域块, \bar{R} 和 \bar{D} 分别表示 R 块和 D 块的均值, s 和 o 分别表示压缩仿射变换中对比度因子和亮度偏移因子。

采用适当的搜索方法, 尽量在保证图像质量不受显著影响的条件下减少搜索量, 降低搜索难度。根据分块迭代函数系统和压缩仿射变换, 可以得到与 R 块最匹配的 D 块的位置, 即 R 块中每个块 R_i 的分形码 $\{t_k, m(i), s_i, o_i\}$, $t_k (k=0 \sim 7)$, $m(i)$ 分别表示等距变换的序号和最佳匹配块的序号。根据 Banach 不动点理论和拼贴定理^[1,2], 重建图像过程由分形码对任意图像进行迭代作用, 当达到迭代要求时停止。重建图像既是分块迭代函数系统中待编码图像的近似。

1.2 稀疏编码

人类视觉系统(HVS, Human Visual System)的神经视觉特性为图像稀疏表示提供了重要依据。科学家们对视觉神经的研究表明视觉神经元在工作时存在冗余, 即信息表达的维数远大于输入信息的维数。稀疏表示就是用较少的基本信号的线性组合来表示大部分或者全部的原始信号, 获得信号较为简洁的表示方式。

一组基向量组 $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_K] (\phi_i \in \mathbb{R}^d)$, 对于任意列向量 $X \in \mathbb{R}^d$, 定义

$$X = \Phi \Psi \quad (5)$$

其中, $\Psi \in \mathbb{R}^K$ 是向量 X 的系数和 X 在每个基向量方向上的投影系数, 也称为解向量 Ψ 。 Φ 中的向量为一组正交基, 即 Φ 中任意两个基向量 ϕ_i , ϕ_j 有下面的关系

$$\phi_i^T \cdot \phi_j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (6)$$

其中, ϕ_i 和 ϕ_j 为基向量组 Φ 中任意两个元素。当 Φ 中的基向量个数与空间维度相同时, 即 $K=d$, 则基空间是完备的空间。因此, 任意列向量 X 通过 Φ 中向量的线性组合表示, 即解下面的线性方程

$$\Psi = \Phi^{-1}X \quad (7)$$

其中, 解向量 Ψ 是“稠密”的, 即 Ψ 中只有少量元素是非零的, 其余元素均为零, Φ 是一组完备正交基的向量集。这本质上是一个求解线性方程组的基本数学问题。

由于稀疏编码的本质是使目标向量线性逼近少量基向量, 并且基向量的空间必须具备一定的冗余性质。因此, 要实现图像信号稀疏表示, 基向量空间必须具有完备性和一定程度的冗余性, 形成“过完备基”^[14], 在构造基空间矩阵时, 基向量的个数要远大于向量的维度, 即 $K \gg d$ 。

解向量 Ψ 中的非零元素的个数用 $\|\Psi\|_0$ 表示, 即 Ψ 的 l_0 -范数, 则上述稀疏表示问题的数学描述为如下

$$\Psi^* = \arg \min_{\Psi} \|\Psi\|_0, \quad s.t. X = \Phi \Psi \quad (8)$$

稀疏分解重构时有一定的误差, 将上式表示为

$$\Psi^* = \arg \min_{\Psi} \|\Psi\|_0, \quad s.t. \|X - \Phi \Psi\|_2^2 < \varepsilon \quad (9)$$

基于 l_0 -范数最小化的系数表示方法虽然可以得到问题的近似稀疏解, 但仍然属于 NP-难问题^[15-18], 问题解难以逼近。 l_1 -范数的最小化稀疏表示结构与 l_0 -范数相似, 并且 l_1 -范数最小化问题具有解析解, 同时满足稀疏性条件。式(9)等价于

$$\Psi^* = \arg \min_{\Psi} \|X - \Phi \Psi\|_2^2 + \gamma \quad (10)$$

其中, $\gamma \in \mathbb{R}^d$ 表示噪声, 且满足 $\|\gamma\|_2 \leq \varepsilon$, 该问题源于 LASSO 问题^[19], 其求解方法有很多, 有代表性的算法有基追踪(BP)^[20]、匹配追踪(MP)^[22]、子空间追踪(SP)^[21]等。

2 提出的新算法

由于分形图像压缩算法中搜索每个 R 块最匹配 D 块的过程太缓慢, 使得编码实现的结果不尽如人意。本文提取 R 块和 D 块的变异系数作为新特征, 变异系数是数据标准方差与平均数的比值^[22], 受方差和平均数的影响, 反映数据之间的离散程度, 变异系数越小, 表示两组数据之间的离散程度越小, 两组数据越相似。将变异系数作为多项式的系数拟合, 有效降低搜索难度。核密度估计能更准确更直观的估计采样密度, 使得图像重构效果更好。

2.1 变异系数特征提取

变异系数是范围块与域块之间的相似性的定量度量, 具有较强的鲁棒性。由分形图像压缩原理, 由于要搜索的 D 块是 R 块的最佳匹配块, 即相应 R 块与 D 块之间的关系为近似等同, 如式(2)所示。

若按极限思想, 令 R 块与 D 块的对应块之间的灰度差近似为零, 即 R 块与 D 块之间有

$$R - \bar{R}I = s^2(D - \bar{D}I) \quad (11)$$

$$\|R - \bar{R}I\|^2 = s^2 \|D - \bar{D}I\|^2$$

$$\|R - \bar{R}I\|^2 = s^2 \frac{\|D - \bar{D}I\|^2}{n}$$

其中, $n=N \times N$ 表示图像块数目。即有

$$\text{var}(R) = s^2 \text{var}(D)$$

用 Y 指代 R 块和 D 块, 这里 R 块和 D 块的平均数表示为

$$\text{mean}(Y) = \frac{\sum Y}{n} \quad (12)$$

变异系数特征分别为

$$\begin{aligned} C.V.(R) &= \frac{Var(R)}{mean(R)} \\ C.V.(D) &= \frac{Var(D)}{mean(D)} \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $C.V.(R)$ 和 $C.V.(D)$ 分别表示 R 块和 D 块的变异系数, $Var(R)$ 和 $Var(D)$ 分别表示 R 块和 D 块的方差特征, $mean(R)$ 和 $mean(D)$ 分别表示 R 块和 D 块的均值。则匹配误差 $E(R,D)$ 用变异系数表示为

$$E(R,D) = C.V.(R) - s^2 C.V.(D) \quad (14)$$

文献[23]提出了一种基于变带宽核密度估计的分形编码参数统计分析方法, 利用该方法构造的检索参数对图像进行检索, 极大程度上提高了检索速度和检索率。本文对提取的变异系数特征向量进行核密度估计[23]分析。

取独立同分布的 n 个采样点: x_1, x_2, \dots, x_n , 符合某种密度函数 $p(x)$, 其概率密度函数为

$$\hat{p}_n(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (15)$$

其中, K 是积分为 1 的对称核函数, h 为带宽。

这里取核函数为最常用的高斯核函数:

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (16)$$

将变异系数特征向量进行多项式拟合, 作为多项式系数进一步降低重构复杂度。

$$c(x) = \alpha_m x^m + \alpha_{m-1} x^{m-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 \quad (17)$$

图像块 Y(R 和 D) 的变异系数特征可以表示如下

$$\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}, \alpha_m\} \quad (18)$$

其中, $m=3$ 。

2.2 相似性度量

$C.V_{R_i} = \{\alpha_{R_{i1}}, \alpha_{R_{i2}}, \dots, \alpha_{R_{im}}\}$ 和 $C.V_{D_j} = \{\alpha_{D_{j1}}, \alpha_{D_{j2}}, \dots, \alpha_{D_{jm}}\}$ 分别是 R 块和 D 块的变异系数特征, 曼哈顿距离(MD)为

$$d(C.V_{R_i}, C.V_{D_j}) = \sum_{k=1}^m |\alpha_{R_{ik}} - \alpha_{D_{jk}}| \quad (19)$$

R 块和 D 块之间的相似性度量矩阵为

$$\Delta(R,D) = \begin{bmatrix} d(R_1, D_1) & d(R_1, D_2) & \dots & d(R_1, D_M) \\ d(R_2, D_1) & d(R_2, D_2) & \dots & d(R_2, D_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(R_N, D_1) & d(R_N, D_2) & \dots & d(R_N, D_M) \end{bmatrix}_{N \times M} \quad (20)$$

其中, $\Delta(R,D) = [d(R_1, D_1), d(R_1, D_2), \dots, d(R_N, D_M)]$ 表示每个 R 块与 D 块在变异系数特征上的相似性度量。

2.3 正交稀疏匹配过程

由拼贴定理和分形理论, 每个 R 块都可以匹配虚拟码本中的唯一一个 D 块, 这个最匹配 D 块是在某种约束条件下迭代找到的, 但对于一些条件比较少, 图像块特征不明显时, 图像的重构质量就特别差。在第 2 节中提到, 通过构造过完备的基向量空间, 在稀疏分解问题中解系数矩阵的过程来匹配 D 块。

2.3.1 构造过完备虚拟码本

大小为 $N \times N$ 的原始图像 μ_{org} 被分割成大小为 $d \times d$ 的相互重叠的图像块, 步长为 r , 即 $d = 2r$, 这些图像块被称为域块, 数目有 $((N-2r)/r+1)^2$ 块。经过 8 种等距变换后, 虚拟码本 Ω 中共有码本块数目为 $8 \times ((N-2r)/r+1)^2$ 块。将每个码本中的码本块重新排列成列向量, 则虚拟码本可以表示为一个维度为 $r^2 \times 8((N-2r)/r+1)^2$ 的矩阵 B , 由于 $r^2 \ll 8((N-r)/r+1)^2$, B 是过完备虚拟码本。

在稀疏分解中, 过完备虚拟码本 $B = \{b_j\}_{j \in \Omega}$, 其中 b_j 是线性无关的基向量。码本块中每个域块 D_{ref} 重新排列成列向量 $b_{r^2 \times 1}$, 是码本块 b_j 归一化后的形式。

2.3.2 正交稀疏匹配

过完备虚拟码本构造完成后, 搜索匹配过程既是求解稀疏分解中系数矩阵的过程。每个 R 块都能在过完备虚拟码本中找到最匹配的 D 块。为了提高搜索匹配的精度和速度, 将 R 块表示为 D 块的几个线性组合, 这个方法在提取特征时已经用过。具体表示如下式:

$$R = \sum_{j=1}^k s_j b_j + oI \quad (21)$$

其中, s_j 表示线性组合的系数矩阵, b_j 为 $r^2 \times 1$ 的码本块, o 表示亮度因子, I 为元素全为 1 的矩阵。

结合式(4), R 块和 D 块之间的匹配误差

$$\begin{aligned} E(R,D) &= \|R - (s \cdot D + o \cdot I)\|^2 = \|R - \bar{R} \cdot I - s(D - \bar{D} \cdot I)\|^2 = \\ &= \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 - s^2 \|D - \bar{D} \cdot I\|^2 = \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 - \frac{\langle R - \bar{R} \cdot I, D - \bar{D} \cdot I \rangle^2}{\|D - \bar{D} \cdot I\|^2} = \end{aligned} \quad (22)$$

$$\|R - \bar{R} \cdot I\|^2 - \left\langle R - \bar{R} \cdot I, \frac{D - \bar{D} \cdot I}{\|D - \bar{D} \cdot I\|} \right\rangle^2 = \|R - \bar{R} \cdot I\|^2 - \langle R - \bar{R} \cdot I, D \rangle^2$$

其中, $D = [d_{i,j}]$ 是码本块 $D = [d_{i,j}]$ 的归一化形式, $D \in R^{n \times n}$, $D \in R^{n \times n}$ 。

$$d_{i,j} = \frac{d_{i,j} - D}{\|d_{i,j} - D\|} \quad (23)$$

R 块和 D 块的匹配误差由 $\langle R - \bar{R} \cdot I, D \rangle$ 计算, 由式(22)匹配误差的公式可知, 当 $\langle R - \bar{R} \cdot I, D \rangle$ 的值越大, 匹配误差就越小, 图像重构的质量就越好。

基本分形图像压缩算法中 R 的表示式(3)可以重新定义如下:

$$R = \sum_{j=1}^k s_j d_j + \bar{r} \cdot I \quad (24)$$

其中: $\tilde{d}_j = (D_j - \tilde{D}_j) / (\|D_j - \tilde{D}_j\|)$ $j=1, 2, \dots, k$; R, \bar{r} 分别表示 R 块的灰度值和 R 块的均值, s_j 为尺度参数。

3 伪代码

算法 1 OMP 算法求解分形图像压缩问题中的系数

输入: 大小为 $N \times N$ 的原始图像 μ_{org} 。

输出: R 块的分形码。

a) 将原始图像 μ_{org} 分割成互补重叠的 R 块, 大小为 8×8 ; 分割成相互重叠的 D 块, 大小为 16×16 , 滑动步长为 8。

b) 分别计算 R 块和 D 块的变异系数(标准差与平均数的比值), 根据变异系数, 计算 R 块和 D 块之间的曼哈顿距离, 用相似性度量矩阵 $\Delta(R,D)$ 表示。

c) 对每个 R 块 R_i , 相关系数 $r(R,D)$ 从低到高排序, 表示为 $r'(R,D)$ 。

将 D 块执行 8 种等距变换并归一化, 得到过完备虚拟码本 Ω_i 。

d) OMP 算法求解分形图像编码中正交稀疏搜索匹配过程

初始化: 残差 $e_0 = r - \bar{r}I$, 索引集 $\Lambda_0 = \emptyset$, 虚拟码本 $B_0 = \emptyset$

for $t = 1$ to K do

找到匹配快 D 块的索引: $\lambda_t = \arg \max_j \left| \left\langle e_{t-1}, \tilde{D}_j \right\rangle \right|_{\tilde{D}_j \in \Omega_t}$

更新支撑集: $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \{\lambda_t\}$, $B_t = [B_{t-1}, \tilde{D}_{\lambda_t}]$

最小二乘法求解尺度系数: $\tilde{s}_t = \arg \max_s \|e_0 - B_t s\|_2$

更新残差: $e_t = e_0 - B_t \tilde{s}_t$

if $\|e_t\|_2 < e_{\min}$

退出循环

更新尺度系数集: $s_t = \tilde{s}_t / \|D - \bar{D}I\|_{\Lambda_t}$

输出分形图像压缩的分形码: $\{s_t, \lambda_t, R_t\}$ 。

4 实验结果和分析

本文所有实验都是在处理器 CPU I5-4100U, Windows 7 操作系统, MATLAB 版本 R2019a 上进行的。实验所使用的图像大小均为 512×512 。峰值信噪比 PSNR 和匹配误差 MSE 被用来评价重构图像的质量, 计算方法如下

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{MSE(\mu_{org}, \mu_{org})} \right) \quad (25)$$

$$MSE(\mu_{org}, \mu_{org}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N |(\mu_{org})_{i,j} - (\mu_{org})_{i,j}|^2 \quad (26)$$

其中: $N \times N$ 为原始图像大小, $(\mu_{org})_{i,j}$ 表示原始图像中像素位置为 (i,j) , $(\hat{\mu}_{org})_{i,j}$ 表示重构图像中像素位置为 (i,j) 。

4.1 参数调整

在提出的算法中, 首先调整虚拟码本块数 η 。虚拟码本数越大, 图像的重构质量越好, 但是虚拟码本太多又会导致数据冗余从而增加编解码的时间, 将峰值信噪比 PSNR 和解码时间折中考虑, 由图 2 可知, 当 η 的值超过 300 时, PSNR 的值基本上是不再改变了, 而编解码的时间却增加了很多, 因此 η 的值最好在 $(0, 300)$ 之间选择。图中可以看出, 当 $\eta \in [150, 250]$ 时, PSNR 和时间都能得到理想的实验结果, 而低于这个空间, 图像重构质量比较低, 高于这个空间, 解码时间又会比较长, 因此本文折中取 $\eta = 200$ 。

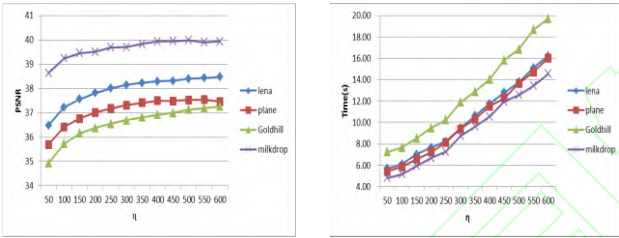
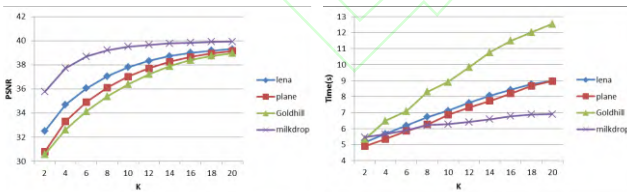


图 2 图像重构质量 PSNR、解码时间 Time 与系数 η 的关系

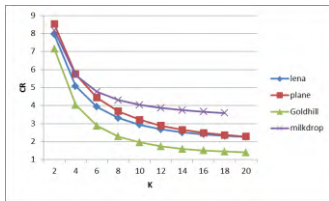
Fig. 2 Relationship between image reconstruction quality(PSNR), decoding time(Time) and η

其次, 调整稀疏度 K 。 K 是稀疏匹配过程中的稀疏度, 稀疏度越大, 压缩比越小, 图像质量越差, 解压缩时间增加的很快。由图 3, 当 K 超过 10dm 时, PSNR 随稀疏度 K 变化缓慢, 解码时间增长到快接近 10s, 压缩比继续下降接近 1; 当 K 在范围 $[8, 12]$ 时, PSNR 和 CR 是最理想的, 考虑到图像重构质量和解码时间的折中, $K=10$ 。



(a) 系数 K 与重构质量 PSNR

(b) 系数 K 与解码时间 Time



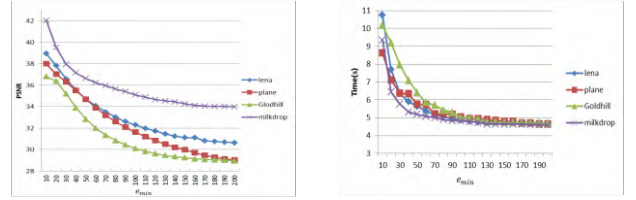
(c) 系数 K 与压缩率 CR

图 3 图像重构质量 PSNR、解码时间 Time、压缩率 CR 与系数 K 之间的关系

Fig. 3 Relationship between image reconstruction quality(PSNR), decoding time(Time), CR and K

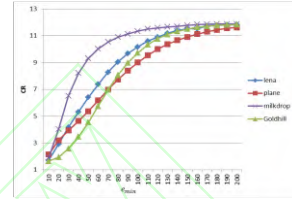
最后, 调整重构误差阈值 e_{min} 。细节和边缘丰富的图像块需要更多的虚拟码本进行搜索, 重构误差阈值进一步把 R 块

分类, 以匹配更多的 D 块。在图 4 中, e_{min} 与解码时间的关系比较清楚, 当 e_{min} 在 $(10, 20)$ 之间时, 解码时间下降的最快, 基本快接近直线下降了; 图像重构质量 PSNR 随 e_{min} 缓慢下降, 从测试图片 milkdrop 的曲线变化可以显著看出, 当 e_{min} 在 $(10, 30)$ 时, PSNR 下降的快; CR 随 e_{min} 逐渐增加, 但综合考虑 PSNR 值和解码时间, e_{min} 的取值区间为 $(10, 25)$ 。



(a) 系数 e_{min} 与重构质量 PSNR

(b) 系数 e_{min} 与解码时间 Time



(c) 系数 e_{min} 与压缩率 CR

图 4 图像重构质量 PSNR、解码时间 Time、压缩率 CR 与

系数 e_{min} 之间的关系

Fig. 4 Relationship between image reconstruction quality(PSNR), decoding time(Time), CR and e_{min}

参数调整后, 对图 5 所示的原始图像进行编码, 在解码后得到结果如图 6 所示。



(c) Goldhill

(d) Milkdrop

图 5 大小为 512×512 的原始图像

Fig. 5 Original images with size 512×512

4.2 对比实验

为了实验的公平性, 根据 4.1 节分析, 实验中的系数统一选取相同参数进行实验, 分别设置为 $K=10$, $\eta=200$, $e_{min}=10$ 。所提出的算法与基本分形图像压缩算法(BFIC)^[2]、稀疏分形图像压缩算法(SFIC)^[25]和小波分形图像压缩算法(WFIC)^[24]相对比。根据表 1, 与 BFIC 算法相比, 本文提出的算法 aerial、milkdrop 和 plane 三幅图像的 PSNR 提高了将近 10dB, 解码时间分别缩短了 42.74 倍、44.44 倍、46.53 倍; 与 SFIC 相比, 在 PSNR 方面, aerial 和 woman 两幅图像变化比较明显, 分别提高了 1.71dB、2.51dB, 在缩短解码时间

方面, milkdrop 和 plane 两幅图像变化比较显著, 分别缩短了 9.01 倍、9.55 倍; 与文献[24]提出的算法 WFIC 相比, PSNR 平均提高了约 7dB, 解码时间平均加快了 6.98s, 本文所提算法得到了更高的重建质量和更快的解码速度。

表 1 不同算法对一组图像的重构效果

images	BFIC		SFIC		WFIC		Proposed	
	PSNR(dB)	Time(s)	PSNR(dB)	Time(s)	PSNR(dB)	Time(s)	PSNR(dB)	Time(s)
lake	26.49	393.45	34.02	79.68	26.59	17.66	34.28	9.81
man	28.43	392.00	35.87	79.98	28.51	18.17	36.32	9.53
elain	31.33	384.66	34.67	79.08	31.46	15.40	35.99	9.98
Goldhill	29.14	393.35	35.82	80.01	29.26	17.22	36.80	9.72
lena	30.45	388.44	38.91	79.60	30.37	17.91	38.94	9.45
milkdrop	32.65	393.30	40.69	79.72	33.60	15.26	42.05	8.85
plane	28.39	389.96	36.82	80.04	12.39	17.37	38.00	8.38
woman	27.92	403.20	33.37	79.77	35.28	13.18	35.88	9.85
zelda	34.05	397.43	40.40	80.64	34.46	16.13	41.46	9.89



图 6 所提算法的解码图像

Fig. 6 Decoding images using proposed algorithm

以图像 Zelda 为例, 分别用 BFIC、SFIC、文献[24]中提出的小波分形(WFIC)算法和本文提出的算法对压缩图像重建, 重建结果由图 7 所示。图 8 为更直观的 9 张 512×512 的图像关于 PSNR 和解码时间的柱状图。



图 7 不同算法对 Zelda 图像的重构

Fig. 7 Reconstruction for Zelda using different algorithm

5 结束语

本文提出了一种基于变异系数特征的分形图像稀疏编码算法, 并用多项式拟合和核函数估计进一步降低算法复杂度, 通过重新定义分形图像压缩中范围块和域块之间的表示关系, 来解决分形图像压缩中搜索速度慢和图像重构质量不高的问

题。仿真实验表明, 本文提出的算法能够有效缩短编解码时间和一定程度上提高图像解码质量。为了进一步优化分形图像压缩的结果, 未来考虑尝试定义图像块组合分割方法和新的图像特征, 使图像重构质量更高, 编解码速度更快, 使新提出的方法能够应用于不同领域具有不同特点的图像压缩。

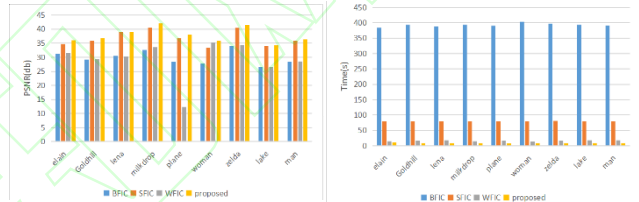


图 8 不同算法对大小为 512×512 的 9 张图片重构结果对比

Fig. 8 Comparison of histogram reconstruction results of 9 images of size 512×512 with different algorithms

参考文献:

[1] Barnsley M F, DEMKO S G. Iterated function systems and the global construction of fractals, Proc. Roy. Soc. London A399 (1985) , 243-275.

[2] Jacquin A E. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations. IEEE Trans. Image Processing, January, 1992, 1 (1): 18-30.

[3] Candès E J, Wakin M B. An Introduction To Compressive Sampling, IEEE Signal Processing Magazine, March. 2008, 25 (2): 21-30.

[4] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Inform Theory, 2006, 52 (4): 1289-1306.

[5] Lee C K. Lee W K. Fast fractal image block coding based on local variances. IEEE Trans. Image Process. , 1998, 7 (6): 888-891.

[6] 何传江, 蒋海军, 黄席樾. 基于平均偏差排序的快速分形编码 [J]. 中国图像图形学报, 2004, 9 (9): 1130-1134. (He Chuanjiang, Jiang Haijun, Huang Xiyue. Fast fractal coding based on mean deviation sorting [J]. Journal of Image and Graphics, 2004, 9 (9): 1130-1134.)

[7] 喬传俊, 徐涛. 基于平均偏差的快速分形图像编码 [J]. 计算机工程与设计, 2008, 29 (1): 112-114. (Yi Chuanjun, Xu Tao. Fast fractal image coding based on mean deviation [J]. Computer Engineering and Design, 2008, 29 (1): 112-114.)

[8] 汪玮玮, 张爱华. 基于小波变换与分形结合图像压缩算法 [J]. 计算机技术与发展, 2018 (9) : 64-67. (Wang Weiwei, Zhang Aihua. Image compression algorithm based on wavelet transform and fractal [J]. Computer Technology and Development, 2018 (9) : 64-67.)

[9] Medeiror L X, Carrijio G A, Flores E L, et al. Genetic algorithms applied in face recognition [J]. Latin America Transactions, 2012, 10 (6): 2280-2285.

- [10] Zhang Xiaobao, Xu Wenbo, Lin Jiaru, *et al.* Block normalised iterative hard thresholding algorithm for compressed sensing [J]. Electronics Letters. 2019, 55 (17): 957-959.
- [11] Tao Hong, Xiao Li, Zhu Zhihui. Optimized structure sparse matrix for compressed sensing [J]. Signal Processing. 159 (2019): 119-129.
- [12] Tong C S, Pi M. Fast fractal image compression using adaptive search [J]. IEEE Trans. Image Process. , vol. 10, 2001: 1269-1277.
- [13] Truong T K, Hsieh J G, Jeng J H, *et al.* Fast fractal image compression using spatial correlation, Chaos, Solitons & Fractals 22 (2004) 1071-1076.
- [14] Donoho D L, Elad M, Temlyakov V N. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise. IEEE Trans Inf. Theory, 2006, 52, 1: 6-18.
- [15] Wright J, Yang A Y, Arvind G, *et al.* Robust face recognition via sparse representation. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. , vol. 31, 2: 210-227.
- [16] Donoho D L. For most large underdetermined systems of linear equations the minimal L1-norm solution is also the sparsest solution. Commun. Pure Appl. Math, vol. 59, 6: 797-829.
- [17] Candes E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. Commun. Pure Appl. Math, vol. 2006, 59, 8: 1207-1223.
- [18] Efron B, Hastie T, Johnstone I, *et al.* Least angle regression. Ann. Statist. , vol. 2004, 32, 2: 407-499.
- [19] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit. SIAM Rev. , 2001, 43, 1: 129-159.
- [20] Mallat S G, Zhang Zhifeng. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. IEEE Trans. Signal Process. , 1993, 41, 12: 3397-3415.
- [21] Dai Wei, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 2009, 55, 5: 2230-2249.
- [22] 万树平. 基于变异系数的模糊传感器数据融合方法 [J]. 传感器与微系统, 2008, 27 (11): 63-65. (Wan Shuping. Fuzzy sensor data fusion method based on coefficient of variation [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2008, 27 (11): 63-65) .
- [23] Zhang Qin, Lin Qinghua, Kang Xin. An effective image retrieval method based on fractal dimension using kernel density estimation. 4th International Conference on Information Science and Control Engineering, Changsha: IEEE, 2017: 159-163.
- [24] 张晶晶, 张爱华, 纪海峰. 基于小波与分形相结合的图像压缩编码 [J]. 计算机科学, 2019, 46 (8): 310-314. (Zhang Jingjing, Zhang Aihua, Ji Haifeng. Image compression encoding based on wavelet transform and fractal [J]. Computer Science, 2019, 46 (8): 310-314.
- [25] Wang Jianji, Chen Pei, Xi Bao, *et al.* Fast sparse fractal image compression [J]. PLOS ONE, 2017, 12 (9): 1-18.