

对古代玻璃制品的成分分析与鉴别

摘要

古代丝绸之路作为古代中西方文化交流的通道，其中玻璃是早期贸易的宝贵特征，但是我国古代的玻璃虽然在外观上和西方的玻璃外形上一样但是它们化学成分却并不一样，所以对古代玻璃制品的成分分析与鉴别成为本文讨论的重点。对于本文的问题，我们建立了系统的数据对比模型来观察各种数据的不同从而对古代玻璃制品进行成分分析，对其进行鉴别并且分析它们化学成分之间的关联关系

首先，对于问题一、我们通过 SPSSPRO 分析网站的决策树回归分析模型进行分析得出文物风化与其玻璃类型、纹饰和颜色的关系。然后通过和数据对比分析，分析高钾玻璃和铅钡玻璃的统计规律，然后通过数据计算，计算多种化学成分的平均值来预测高钾玻璃和铅钡玻璃风化前的化学成分含量变化。

其次，对于问题二在我们的数据对比分析下氧化钡，氧化铅，氧化锶和二氧化硅的含量不同可以辨别出高钾玻璃和铅钡玻璃（可查看图 9）然后把高钾玻璃的亚类划分可以分为蓝绿色高钾玻璃、浅蓝色高钾玻璃、深绿色高钾玻璃、深蓝色高钾玻璃四个亚类；铅钡玻璃亚类划分为纹饰 A 铅钡玻璃和纹饰 C 铅钡玻璃两种亚类（可图 10 和图 11）

接下来，对于问题三我们先将数据分类，把风化的文物和无风化的文物数据分开，再分别对其进行数据对比分析。由此可知 A2、A5、A3、A4、A8 文物为铅钡玻璃，A1、A6、A7 文物为高钾玻璃（可查看图 12 和图 13）

然后，对于问题四我们通过数据对比分析可知在风化和无风化的时候高钾玻璃和铅钡玻璃的整体差异情况（可查看图 14 和图 15）

最后，在模型的评估和优化中，我们对我们的数据分析图从各方面进行考虑，用合理性的眼光看待其的优缺点，并对其缺点部分进行改进，使得我们最终得出的数据更加可靠。

关键词：SPSSPRO 分析网站 决策树分析模型 数据分类 数据对比分析

一、问题重述

1.1 问题背景

古代玻璃文物的主要化学成分是二氧化硅、石灰石，其他化学成分赋予玻璃颜色和强度，通常来说原材料需要在非常高的温度下才能从固态的玻璃变成熔融玻璃，玻璃一旦形成并冷却，就不容易与其他物质发生化学反应来改变其结构。最初，玻璃是一种稀有而珍贵的商品，因为它几乎只对法老和皇室成员开放。埃及地区发现的玻璃制品可追溯到公元前 13 世纪，更古老的玻璃可能是在曾经的美索不达米亚制造的，这些发现表明即使玻璃瓶被打碎，玻璃成分也能保持数千年的稳定。所以我们一般倾向于认为玻璃是一种非常稳定的材料，不会腐蚀，但这并不绝对正确，玻璃会被风化腐蚀，不过非常缓慢。对玻璃主要造成风化的化学物质是我们认为无害的水，水可以从玻璃中滤出碱性金属离子（钠和钾），而酸性气体的存在可能会加强这种离子交换，对玻璃造成微观损伤。许多古玻璃上出现的彩虹色或变色是一种被称为风化作用的玻璃腐蚀形式造成的。

在掩埋过程中，表面水分会从玻璃中滤出碱性金属离子，留下明显的富硅层与空气层交替，这些层虽然非常薄，但是会干扰光在玻璃中的传播，从而导致彩虹色。玻璃的变色是由于着色离子或其他微量元素的迁移或改变造成的，离子可以从玻璃中滤出或从环境中吸收。例如铁和锰会使玻璃变黑，而铜的腐蚀会导致绿色染色。埋藏条件和玻璃的成分都对风化速度有很大影响。干燥环境下的玻璃几乎没有腐蚀，而潮湿环境下的玻璃一般容易受到天气影响。埋藏地的酸碱性也会影响玻璃腐蚀的速度，玻璃是相当耐酸的，即使是高酸环境也不会对玻璃造成什么损害，除非氟离子或磷酸盐离子存在；碱性环境对玻璃的破坏更大。

1.2 问题重述

我们已知玻璃种类分为铅钡玻璃和高钾玻璃两种类型，现如今我们已知了一批我国古代玻璃制品的相关数据，根据这些数据的文物样品我们尝试解决以下问题：

- 1、对玻璃文物是否风化与什么有联系进行分析，并从其中文物表面化学成分含量进行分析，预测其风化前后的化学成分含量。
- 2、对高钾玻璃和铅钡玻璃分别做出规律统计，并对每个类别的化学成分含量进行亚类划分并给出具体的方法和结果，并且分析它们的合理性和敏感性。
- 3、通过对比表单三玻璃文物中的化学成分，分析并鉴别未知文物的类型并对其结果进行敏感性分析。
- 4、对不同种类的玻璃文物样品，分析化学成分之间的联系并比较不同种类的玻璃文物的化学成分之间的差异性。

二、问题分析

对于问题一、我们通过 SPSSPRO 网站使用决策树回归分析模型统计了玻璃文物的表面风化与其玻璃类型、纹饰和颜色的关系，最终得出这三种变量对文物会产生风化的重要性比例。然后通过 excel 图表数据统计文物样品表面有无风化化学成分含量，并把高钾玻璃和铅钡玻璃各自的风化和无风化的化学成分含量进行比对，最终预测出风化前的化学成分含量的变化。

对于问题二，我们在保证其在纹饰、颜色、是否风化的情况下比对高钾玻璃和铅钡玻璃的化学成分含量来观察其的明显特点。在我们的数据分析下氧化钡，氧化铅，氧化锶和二氧化硅的含量不同可以辨别出高钾玻璃和铅钡玻璃。

对于问题三，要对表单三，八个文物通过化学成分比对鉴别其所属类型，我们先将 A2、A5、A6、A7，四个风化的文物与风化了的高钾玻璃和铅钡玻璃的化学成分进行对比，以此来辨别它们的所属类型。

对于问题四，我们先把无风化的高钾玻璃和铅钡玻璃提取出来做成 excel 数据图进行比较，我们再把风化的高钾玻璃和铅钡玻璃提取出来做成 excel 数据图进行比较。

三、假设的条件

- 1) 对文物的表面风化点数据相同的假设
- 2) 对文物无风化点数据相同时的假设
- 3) 本文只考虑所给文物数据的真实性

四、符号说明

符号	说明
E	敏感度系数
ΔA	准确度因素变化百分率
ΔF	不确定因素变化百分率
MSE	均方误差
RMSE	均方根误差
MAE	平均绝对误差
MAPE	平均绝对百分比误差
R^2	平方根误差

五、问题的求解

5.1 问题一的求解

对于问题一、我们比对了高钾玻璃和铅钡玻璃在不同纹饰或颜色下是否会产生风化，对于高钾玻璃来说纹饰为 A 的高钾玻璃我们根据表一可知道有蓝绿和深蓝两种颜色，全表现为无风化状态；纹饰为 B 的高钾玻璃根据表一有蓝绿一种颜色，全表现为风化状态；纹饰为 C 的高钾玻璃根据表一可知有蓝绿，浅蓝和深绿三种颜色，全表现为无风化状态。在表一中我们可知铅钡玻璃只有纹饰 A 和纹饰 C 两种纹饰，不管是纹饰 A 还是纹饰 C 的铅钡玻璃，当其没有颜色时就会产生表面风化。在表一中，铅钡玻璃存在纹饰和颜色都相同的条件下产生了风化和无风化的不同结果的问题，所以我们猜测铅钡玻璃是否会产生风化还和它的化学成分有关。对于铅钡玻璃是否会产生风化与其所在地文物采样点部位有关，比如同于属紫色 C 类纹饰的 24 号文物和 26 号文物，26 号文物比 24 号文物多了二氧化硫的含量，导致 26 号文物表面产生了风化而 24 号文物表面无风化。

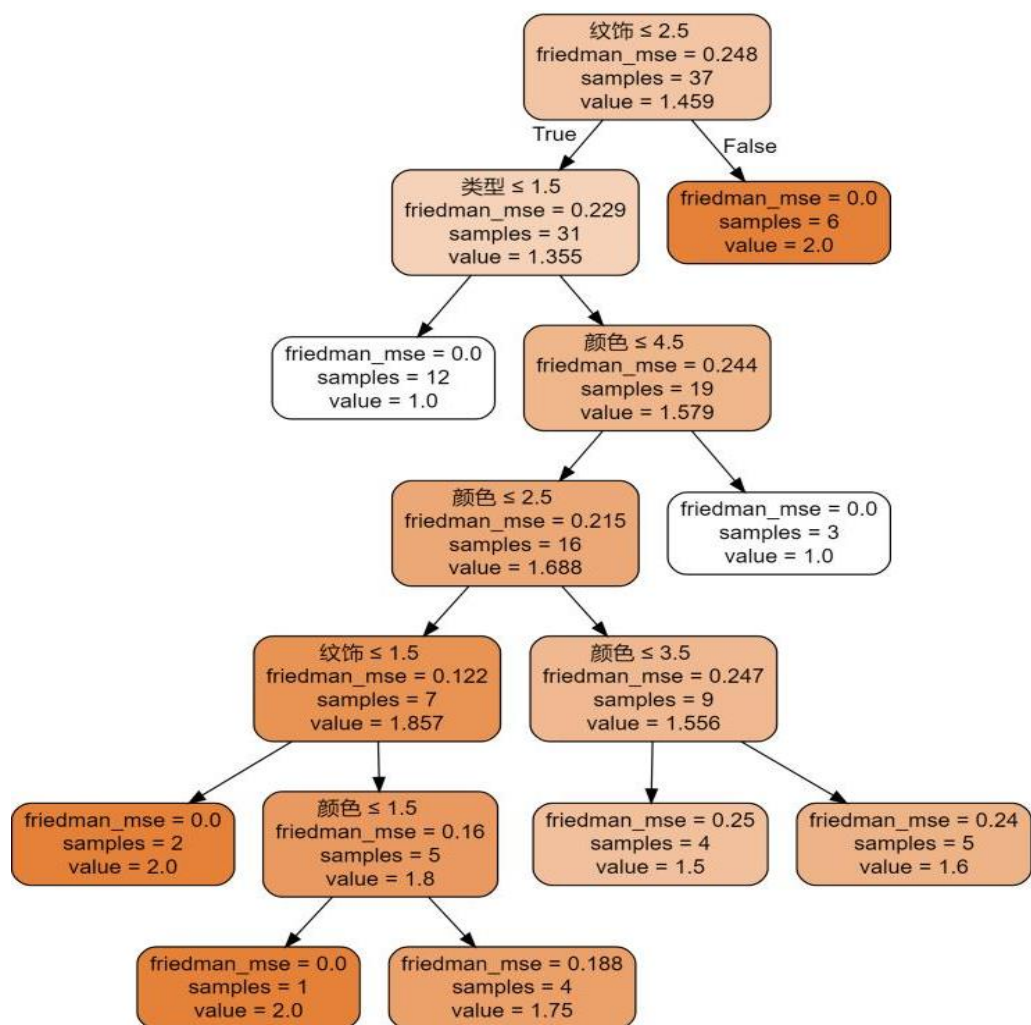


图 1

注：此图由我们在 SPSSPRO 网站分析得出

注：图 1 表说明：上图展示了决策树结构，内部节点给出了被分枝特征的具体切分情况，即根据某个特征的某个切分值进行划分。mse/friedman mse/mae 等用以确定对哪一个特征进行切分。样本数量是该节点拥有的样本数量。

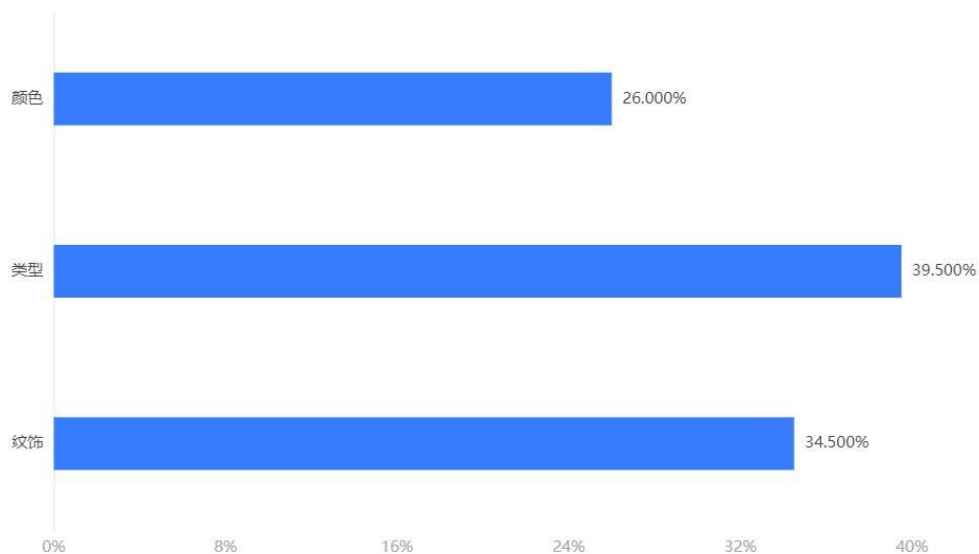


图 2

注：此图由我们在 SPSSPRO 网站分析得出

注：该柱形图展示了各自变量对文物会产生风化的重要性比例。

	MSE	RMSE	MAE	MAPE	R ²
训练集	0.08	0.282	0.159	9.974	0.679
测试集	0.296	0.544	0.376	29.202	-0.646

图 3

图 3 中展示了交叉验证集、训练集和测试集的预测评价指标，通过量化指标来衡量决策树的预测效果。其中，通过交叉验证集的评价指标可以不断调整超参数，以得到可靠稳定的模型。

- MSE（均方误差）：预测值与实际值之差平方的期望值。取值越小，模型准确度越高。
- RMSE（均方根误差）：为 MSE 的平方根，取值越小，模型准确度越高。
- MAE（平均绝对误差）：绝对误差的平均值，能反映预测值误差的实际情况。取值越小，模型准确度越高。
- MAPE（平均绝对百分比误差）：是 MAE 的变形，它是一个百分比值。取值越小，模型准确度越高。
- R²：将预测值跟只使用均值的情况下相比，结果越靠近 1 模型准确度越高。

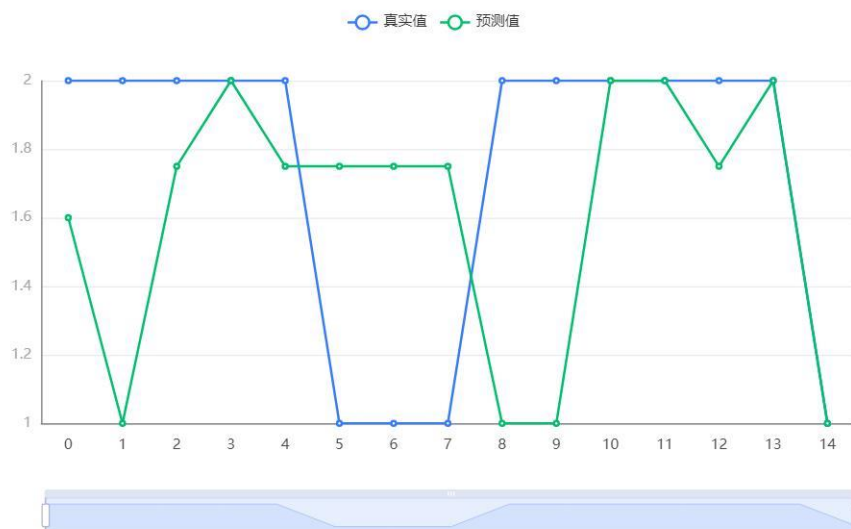


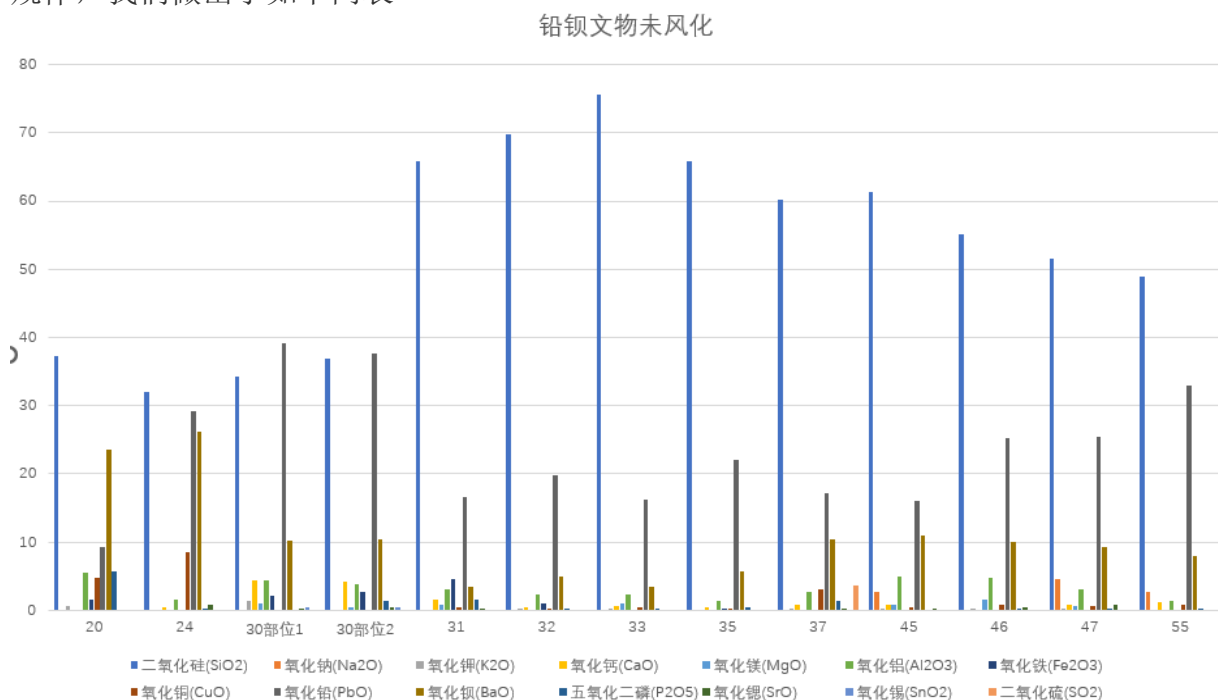
图 4

注：图 4 中展示了决策树对测试数据的预测情况。

注：真实值是表单一样本给我们的数据，预测值是我们通过决策树回归分析得出来的结论数据

基于 SPSSPRO 分析网站的决策树模型进行检验，通过我们所需要的数据上传到该网站上，我们通过运算模型得出了决策树模型。在这个决策树结构，内部节点给出了被分枝特征的具体切分情况，即根据某个特征的某个切分值进行划分。由此，我们可认为此模型可靠。

然后对于文物样品表面有无风化化学成分含量的统计规律和关于预测玻璃文物风化前的化学成分含量，我们首先对于铅钡玻璃文物样品表面有无风化化学成分含量的统计规律，我们做出了如下两表



图五

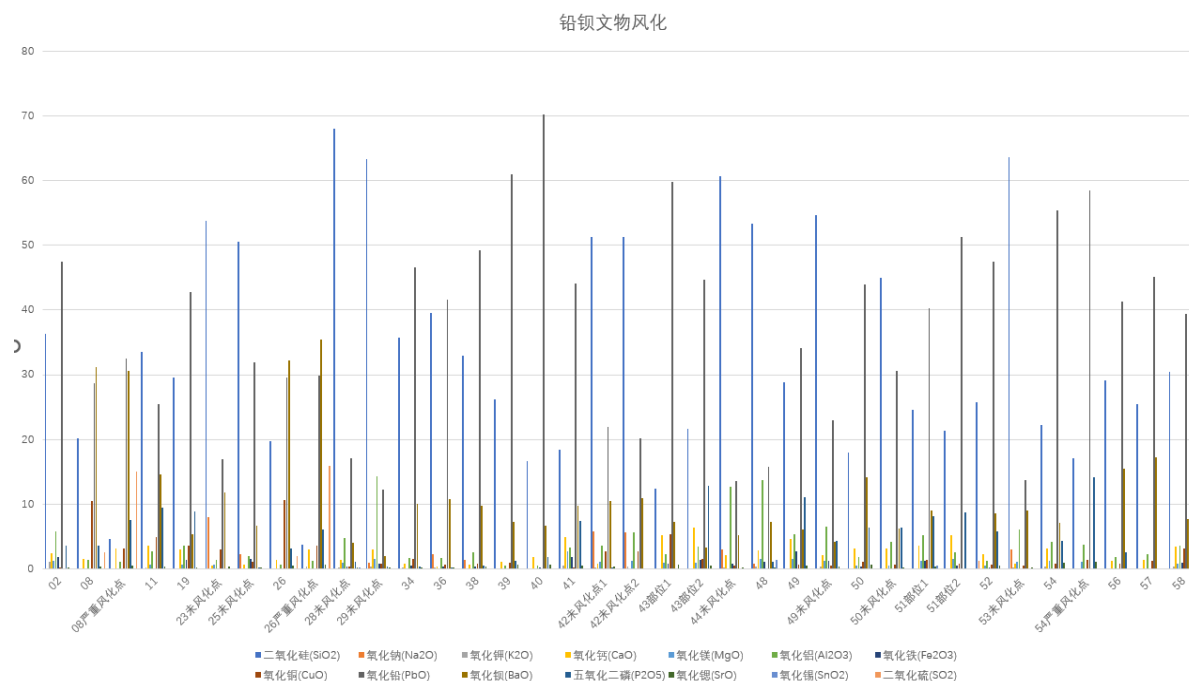


图 6

通过如上图 5 和图 6，在附件中的表单一和表单二给我们的条件下，根据多次测量比较结果可以得出**铅钡玻璃**风化前与风化后相比，通过平均值计算我们得出风化前氧化铅的化学成分含量是 23.81%，风化后氧化铅的化学成分含量是 42.49%，由此可知氧化铅的化学含量风化前比风化后少了 18.68%。为了简便我们做出了下面的数据直观图

	钙	铝	铁	铜	镁
铅钡风化平均值	2.35	3.84	0.55	2	0.7
铅钡未风化平均值	1.23	3.19	0.93	1.6	0.49
差值	1.12	0.65	0.38	0.4	0.21

由此可得，对于铅钡玻璃来说，氧化钙化学成分含量风化前比风化后**减少了** 1.12%，氧化铝化学成分含量风化前比风化后**减少了** 0.65%，氧化铁化学成分含量风化前比风化后**多了** 0.38%，氧化铜化学成分含量风化前比风化后**减少了** 0.4%，氧化镁化学成分含量风化前比风化后**减少了** 0.21%。

同理，对于高钾玻璃文物的分析我们也做出了如下两图

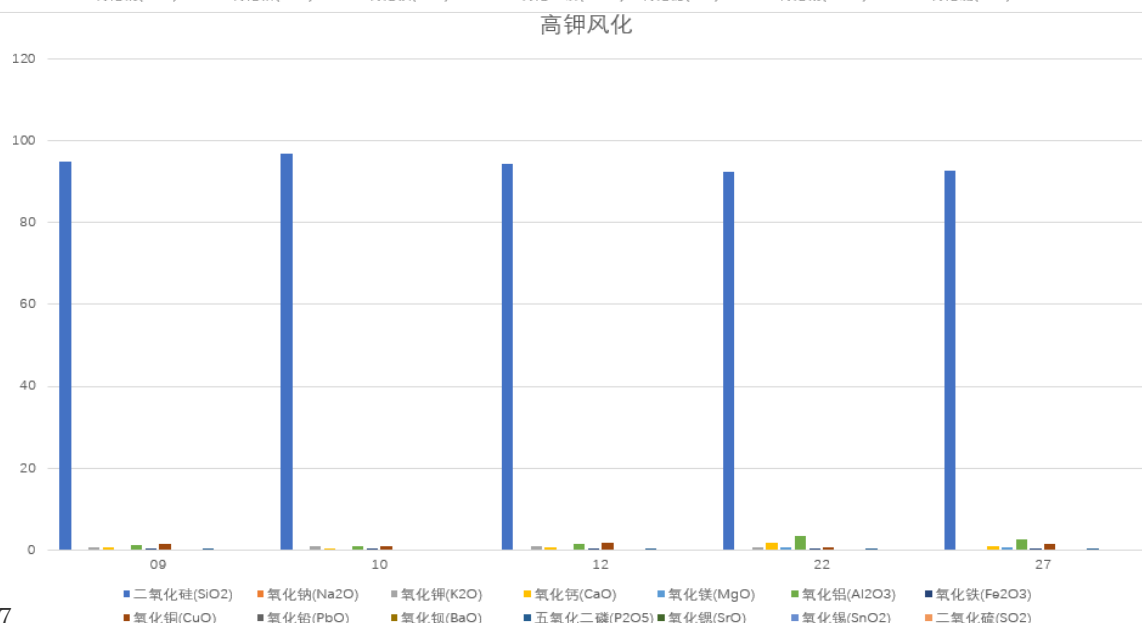
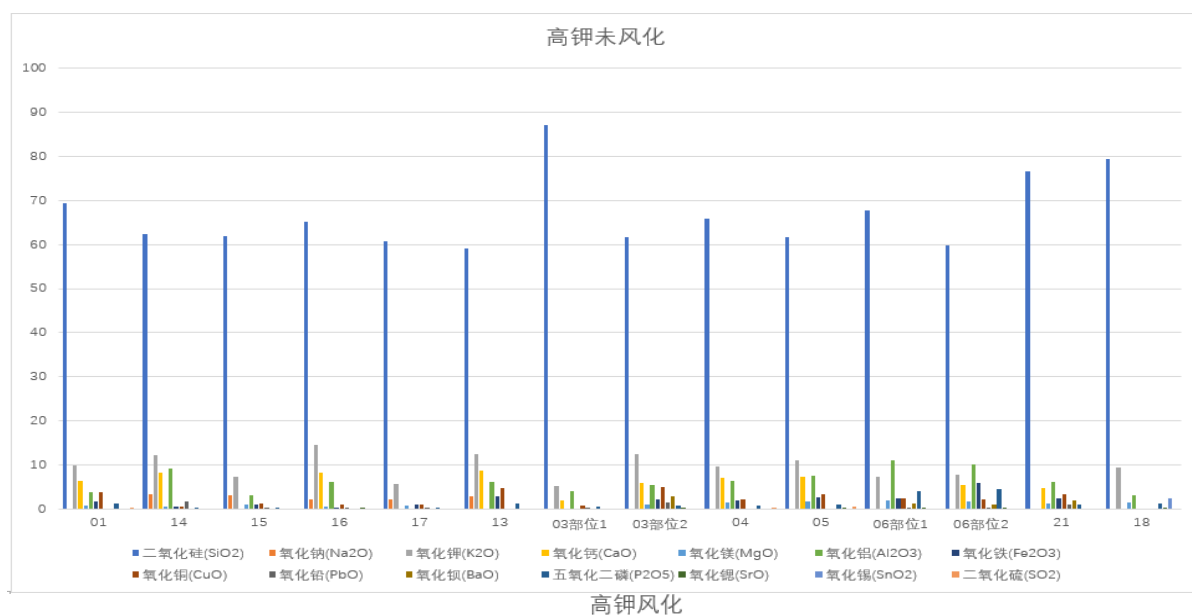


图 7

图 8

通过图 7 和图 8 的对比，我们可知高钾玻璃的氧化钾化学成分在风化前后发生了明显改变，然后我们做出了如下图作为数据改变的直观图

钙	铝	铁	铜	镁	
4.57	6.35	1.8	2.27	1.06	高钾无风化平均值
0.83	1.92	0.28	1.23	0.24	高钾风化平均值
3.74	4.43	1.52	1.04	1.36	差值

由此可知，对于高钾玻璃来说，氧化钙化学成分含量风化前比风化后多 3.74%，氧化铝化学成分含量风化前比风化后多 4.43%，氧化铁化学成分含量风化前比风化后多 1.52%，氧化铜化学成分含量风化前比风化后多 1.04%，氧化镁化学成分含量风化前比风化后多 1.36%。

5.2 问题二的求解

对于问题二，我们在纹饰、颜色、是否风化的情况下比对高钾玻璃和铅钡玻璃的化学成分含量来观察其的明显特点。在我们的数据分析下氧化钡，氧化铅，氧化锶和二氧化硅的含量不同可以辨别出高钾玻璃和铅钡玻璃。

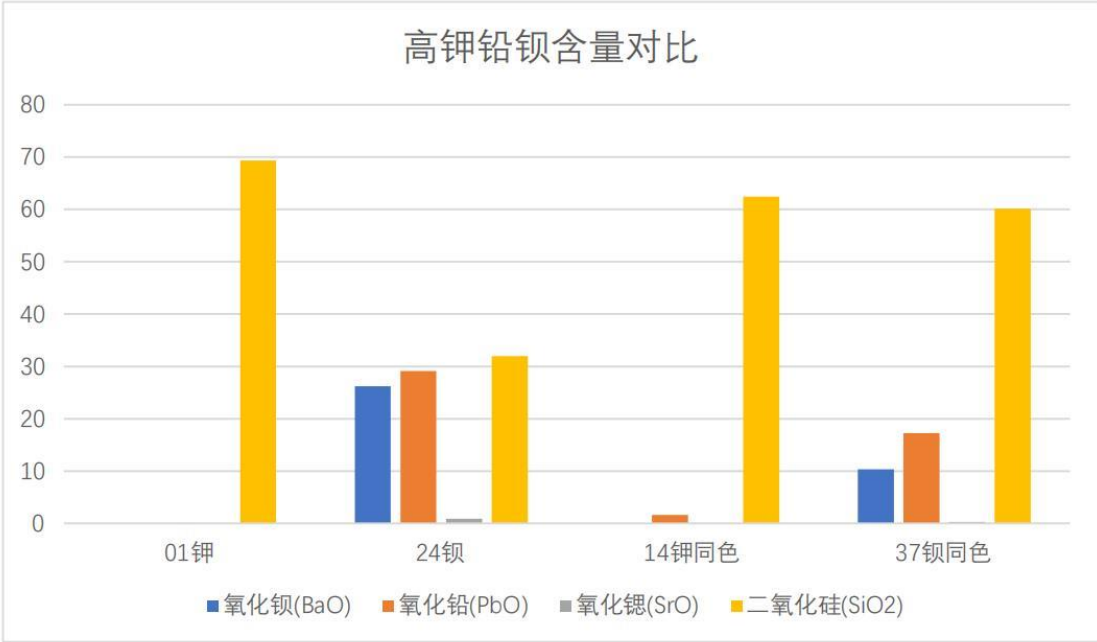


图 9

从图 9 可看出铅钡玻璃的氧化钡含量明显高于高钾玻璃的氧化钡含量；铅钡玻璃的氧化铅含量明显高于高钾玻璃的氧化铅含量；铅钡玻璃的氧化锶含量明显高于高钾玻璃的氧化锶含量；二者不同颜色，则高钾玻璃的二氧化硅含量明显高于铅钡玻璃的二氧化硅含量。

并且我们可以从高钾玻璃的助熔剂和铅钡玻璃的助熔剂成分上来鉴别两者，例如高钾玻璃的助熔剂成分以钾为主，铅钡玻璃的助熔剂成分主要是氧化铅。

然后对于每个类别进行合适的化学成分对其进行亚类分析的话，我们首先对于高钾玻璃来进行分析，我们通过数据运算得出图 6

文物采样点	二氧化硅(SiO ₂)	氧化钠(Na ₂ O)	氧化钾(K ₂ O)	氧化钙(CaO)	氧化镁(MgO)	氧化铝(Al ₂ O ₃)	氧化铁(Fe ₂ O ₃)	氧化铜(CuO)	氧化铅(PbO)	氧化钡(BaO)	五氧化二磷(P ₂ O ₅)	氧化锶(SrO)	氧化锡(SnO ₂)	二氧化硫(SO ₂)		
01	69.33		9.99	6.32	0.87	3.93	1.74	3.87			1.17			0.39	蓝绿	c
14	62.47	3.38	12.28	8.23	0.66	9.23	0.5	0.47	1.62		0.16				深绿	c
15	61.87	3.21	7.44		1.02	3.15	1.04	1.29	0.19	0	0.26				浅蓝	c
16	65.18	2.1	14.52	8.27	0.52	6.18	0.42	1.07	0.11	0		0.04			浅蓝	c
17	60.71	2.12	5.71		0.85		1.04	1.09	0.19	0	0.18		0		浅蓝	c
13	59.01	2.86	12.53	8.7		6.16	2.88	4.73			1.27				浅蓝	c
03部位1	87.05		5.19	2.01		4.06		0.78	0.25		0.66				蓝绿	a
03部位2	61.71		12.37	5.87	1.11	5.5	2.16	5.09	1.41	2.86	0.7	0.1			蓝绿	a
04	65.88		9.67	7.12	1.56	6.44	2.06	2.18			0.79			0.36	蓝绿	a
05	61.58		10.95	7.35	1.77	7.5	2.62	3.27			0.94	0.06		0.47	蓝绿	a
06部位1	67.65		7.37		1.98	11.15	2.39	2.51	0.2	1.38	4.18	0.11			蓝绿	a
06部位2	59.81		7.68	5.41	1.73	10.05	6.04	2.18	0.35	0.97	4.5	0.12			蓝绿	a
21	76.68			4.71	1.22	6.19	2.37	3.28		1	1.97				蓝绿	a
18	79.46		9.42		1.53	3.05					1.36	0.07	2.36		深蓝	a
07	92.63			1.07		1.98	0.17	3.24			0.61				蓝绿	b
09	95.02		0.59	0.62		1.32	0.32	1.55			0.35				蓝绿	b
10	96.77		0.92	0.21		0.81	0.26	0.84							蓝绿	b
27	92.72			0.94	0.54	2.51	0.2	1.54			0.36				蓝绿	b

图 10

由图 10 我们可以明显得出高钾玻璃的亚类划分可以分为蓝绿色高钾玻璃、浅蓝色高钾玻璃、深绿色高钾玻璃、深蓝色高钾玻璃四个亚类。我们可以根据他们的化学成分含量来进行分类，主要以氧化钠、氧化铅、二氧化硫和氧化锡四种化学成分来举例：

- 1. 只有深绿色高钾玻璃和浅蓝色高钾玻璃存在氧化钠的化学成分含量
- 2. 深绿色高钾玻璃氧化铅的化学成分含量明显高于浅蓝色高钾玻璃的化学成分含量
- 3. 只有蓝绿色高钾玻璃可能存在二氧化硫化学成分含量
- 4. 只有深蓝色高钾玻璃存在氧化锡化学成分含量

其次我们对于铅钡玻璃进行分析，我们将对图 7 进行数据对比

文物采样点	二氧化硅(SiO ₂)	氧化钠(Na ₂ O)	氧化钾(K ₂ O)	氧化钙(CaO)	氧化镁(MgO)	氧化铝(Al ₂ O ₃)	氧化铁(Fe ₂ O ₃)	氧化铜(CuO)	氧化铅(PbO)	氧化钡(BaO)	氧化锶(SrO)	氧化锡(SnO ₂)	二氧化硅(SiO ₂)	颜色	纹饰
49未风化点	54.61		0.3	2.08	1.2	6.5	1.27	0.45	23.02	4.19	4.32	0.3		黑	A
50	17.98			3.19	0.47	1.87	0.33	1.13	44	14.2	6.34	0.66		黑	A
23未风化点	53.79	7.92		0.5	0.71	1.42		2.99	16.98	11.86		0.33		蓝绿	A
02	36.28		1.05	2.34	1.18	5.73	1.86	0.26	47.43		3.57	0.19		浅蓝	A
20	37.36		0.71			5.45	1.51	4.78	9.3	23.55	5.75			浅蓝	A
28未风化点	68.08		0.26	1.34	1	4.7	0.41	0.33	17.14	4.04	1.04	0.12	0.23	浅蓝	A
29未风化点	63.3	0.92	0.3	2.98	1.49	14.34	0.81	0.74	12.31	2.03	0.41	0.25		浅蓝	A
42未风化点1	51.26	5.74	0.15	0.79	1.09	3.53		2.67	21.88	10.47	0.08	0.35		浅蓝	A
42未风化点2	51.33	5.68	0.35		1.16	5.66		2.72	20.12	10.88				浅蓝	A
44未风化点	60.74	3.06	0.2	2.14		12.69	0.77	0.43	13.61	5.22		0.26		浅蓝	A
45	61.28	2.66	0.11	0.84	0.74	5		0.53	15.99	10.96		0.23		浅蓝	A
46	55.21		0.25		1.67	4.79		0.77	25.25	10.06	0.2	0.43		浅蓝	A
47	51.54	4.66	0.29	0.87	0.61	3.06		0.65	25.4	9.23	0.1	0.85		浅蓝	A
53未风化点	63.66	3.04	0.11	0.78	1.14	6.06		0.54	13.66	8.99		0.27		浅蓝	A
30部位1	34.34		1.41	4.49	0.98	4.35	2.12		39.22	10.29		0.35	0.4	深蓝	A
30部位2	36.93			4.24	0.51	3.86	2.74		37.74	10.35	1.41	0.48	0.44	深蓝	A
19	29.64			2.93	0.59	3.57	1.33	3.51	42.82	5.35	8.83	0.19		无	A
48	53.33	0.8	0.32	2.82	1.54	13.65	1.03		15.71	7.31	1.1	0.25	1.31	无	A
56	29.15			1.21		1.85		0.79	41.25	15.45	2.54			蓝绿	C
57	25.42			1.31		2.18		1.16	45.1	17.3				蓝绿	C
55	49.01	2.71		1.13		1.45		0.86	32.92	7.95	0.35			绿	C
11	33.59		0.21	3.51	0.71	2.69		4.93	25.39	14.61	9.38	0.37		浅蓝	C
25未风化点	50.61	2.31		0.63		1.9	1.55	1.12	31.9	6.65	0.19	0.2		浅蓝	C
43部位1	12.41			5.24	0.89	2.25	0.76	5.35	59.85	7.29		0.64		浅蓝	C
43部位2	21.7			6.4	0.95	3.41	1.39	1.51	44.75	3.26	12.83	0.47		浅蓝	C
51部位1	24.61			3.58	1.19	5.25	1.19	1.37	40.24	8.94	8.1	0.39	0.47	浅蓝	C
51部位2	21.35			5.13	1.45	2.51	0.42	0.75	51.34		8.75			浅蓝	C
52	25.74	1.22		2.27	0.55	1.16	0.23	0.7	47.42	8.64	5.71	0.44		浅蓝	C
54	22.28		0.32	3.19	1.28	4.15		0.83	55.46	7.04	4.24	0.88		浅蓝	C
92	69.71		0.21	0.46		2.36	1	0.11	19.76	4.88	0.17			浅绿	C
35	65.91			0.38		1.44	0.17	0.16	22.05	5.68	0.42			浅绿	C
41	18.46		0.44	4.96	2.73	3.33	1.79	0.19	44.12	9.76	7.46	0.47		浅绿	C
33	75.51		0.15	0.64	1	2.35		0.47	16.16	3.55	0.13			深绿	C
34	35.78		0.25	0.78		1.62	0.47	1.51	46.55	10	0.34	0.22		深绿	C
36	39.57	2.22	0.14	0.37		1.6	0.32	0.68	41.61	10.83	0.07	0.22		深绿	C
37	60.12		0.23	0.89		2.72		3.01	17.24	10.34	1.46	0.31	3.66	深绿	C
38	32.93	1.38		0.68		2.57	0.29	0.73	49.31	9.79	0.48	0.41		深绿	C
39	26.25			1.11		0.5		0.88	61.03	7.22	1.16	0.61		深绿	C
40	16.71			1.87		0.45	0.19		70.21	6.69	1.77	0.68		无	C
58	30.39		0.34	3.49	0.79	3.52	0.86	3.13	39.35	7.66	8.99	0.24		无	C
08	20.14			1.48		1.34		10.41	28.68	31.23	3.59	0.37	2.58	紫	C
08严重风化点	4.61			3.19		1.11		3.14	32.45	30.62	7.56	0.53	15.03	紫	C
24	31.94			0.47		1.59		8.46	29.14	26.23	0.14	0.91		紫	C
26	19.79			1.44		0.7		10.57	29.53	32.25	3.13	0.45	1.96	紫	C
31	65.91			1.6	0.89	3.11	4.59	0.44	16.55	3.42	1.62	0.3		紫	C

图 11

由图 11 我们将铅钡玻璃亚类划分为纹饰 A 铅钡玻璃和纹饰 C 铅钡玻璃两种亚类。我们根据其化学成分含量来进行分类，主要以二氧化硫、氧化锡和氧化铝三种化学成分来举例：

- 1、 只有纹饰 C 铅钡玻璃存在二氧化硫成分
- 2、 纹饰 A 铅钡玻璃的氧化锡成分存在率明显高于纹饰 C 铅钡玻璃
- 3、 纹饰 A 铅钡玻璃氧化铝成分含量明显多于纹饰 C 铅钡玻璃

综上所述，我们对于高钾玻璃和铅钡玻璃的划分通过氧化铅，氧化钡，氧化锶和二氧化硅的平均含量来划分是合理的。然后对于高钾玻璃来说，我们从四种主要的化学成分含量来进行对比，来比对四个亚类之间的独特性联系，经过我们的数据分析图我们可以将高钾玻璃的下一级亚类通过化学成分含量的不同来确定其四个颜色亚类。同理我们通过铅钡玻璃的数据分析图来确定了铅钡玻璃的两种纹饰亚类。对于敏感性来分析的话，我们用确定性因素的百分率和不确定性因素的百分率之比，用 $E = \Delta A / \Delta F$ 这个公式，我们计算出 $|E| < 1$ ，由此我们可得出高钾玻璃和铅钡玻璃的敏感性比较稳定。

5.3 问题三的求解

对于问题三，要对表单三八个文物通过化学成分比对鉴别其所属类型，我们先将

A2、A5、A6、A7 四个风化的文物与风化了的高钾玻璃和铅钡玻璃的化学成分进行对比，以此来辨别它们的所属类型。

序号	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	表面风化	二氧化硅 (SiO2)	氧化钠 (Na2O)	氧化钾 (K2O)	氧化钙 (CaO)	氧化镁 (MgO)	氧化铝 (Al2O3)	氧化铁 (Fe2O3)	氧化铜 (CuO)	氧化铅 (PbO)	氧化钡 (BaO)	五氧化二磷 (P2O5)	氧化锶 (SrO)	氧化锡 (SnO2)	二氧化硫 (SO2)	文物编号
2	风化	37.75			7.63		2.33			34.3		14.27				A2
3	风化	64.29	1.2	0.37	1.64	2.34	12.75	0.81	0.94	12.23	2.16	0.19	0.21	0.49		A5
4	风化	93.17		1.35	0.64	0.21	1.52	0.27	1.73			0.21				A6
5	风化	90.83		0.98	1.12		5.06	0.24	1.17			0.13			0.11	A7
6	铅钡玻璃															
7	风化	36.28		1.05	2.34	1.18	5.73	1.86	0.26	47.43		3.57	0.19			
8	风化	20.14			1.48		1.34		10.41	28.68	31.23	3.59	0.37		2.58	
9	风化	4.61			3.19		1.11		3.14	32.45	30.62	7.56	0.53		15.03	
10	风化	33.59		0.21	3.51	0.71	2.69		4.93	25.39	14.61	9.38	0.37			
11	风化	29.64			2.93	0.59	3.57	1.33	3.51	42.82	5.35	8.83	0.19			
12	风化	53.79	7.92		0.5	0.71	1.42		2.99	16.98	11.86		0.33			
13	风化	50.61	2.31		0.63		1.9	1.55	1.12	31.9	6.65	0.19	0.2			
14	风化	19.79			1.44		0.7		10.57	29.53	32.25	3.13	0.45		1.96	
15	风化	3.72		0.4	3.01		1.18		3.6	29.92	35.45	6.04	0.62		15.95	
16	风化	68.08		0.26	1.34	1	4.7	0.41	0.33	17.14	4.04	1.04	0.12	0.23		
17	风化	63.3	0.92	0.3	2.98	1.49	14.34	0.81	0.74	12.31	2.03	0.41	0.25			
18	风化	35.78		0.25	0.78		1.62	0.47	1.51	46.55	10	0.34	0.22			
19	风化	39.57	2.22	0.14	0.37		1.6	0.32	0.68	41.61	10.83	0.07	0.22			
20	风化	32.93	1.38		0.68		2.57	0.29	0.73	49.31	9.79	0.48	0.41			
21	风化	26.25			1.11		0.5		0.88	61.03	7.22	1.16	0.61			
22	风化	16.71			1.87		0.45	0.19		70.21	6.69	1.77	0.68			
23	风化	18.46		0.44	4.96	2.73	3.33	1.79	0.19	44.12	9.76	7.46	0.47			
24	风化	51.26	5.74	0.15	0.79	1.09	3.53		2.67	21.88	10.47	0.08	0.35			
25	风化	51.33	5.68	0.35		1.16	5.66		2.72	20.12	10.88					
26	风化	12.41			5.24	0.89	2.25	0.76	5.35	59.85	7.29		0.64			
27	风化	21.7			6.4	0.95	3.41	1.39	1.51	44.75	3.26	12.83	0.47			
28	风化	60.74	3.06	0.2	2.14		12.69	0.77	0.43	13.61	5.22		0.26			
29	风化	53.33	0.8	0.32	2.82	1.54	13.65	1.03		15.71	7.31	1.1	0.25	1.31		
30	风化	28.79			4.58	1.47	5.38	2.74	0.7	34.18	6.1	11.1	0.46			
31	风化	54.61		0.3	2.08	1.2	6.5	1.27	0.45	23.02	4.19	4.32	0.3			
32	风化	17.98			3.19	0.47	1.87	0.33	1.13	44	14.2	6.34	0.66			
33	风化	45.02			3.12	0.54	4.16		0.7	30.61	6.22	6.34	0.23			
34	风化	24.61			3.58	1.19	5.25	1.19	1.37	40.24	8.94	8.1	0.39	0.47		
35	风化	21.35			5.13	1.45	2.51	0.42	0.75	51.34		8.75				
36	风化	25.74	1.22		2.27	0.55	1.16	0.23	0.7	47.42	8.64	5.71	0.44			
37	风化	63.66	3.04	0.11	0.78	1.14	6.06		0.54	13.66	8.99		0.27			
38	风化	22.28		0.32	3.19	1.28	4.15		0.83	55.46	7.04	4.24	0.88			
39	风化	17.11				1.11	3.65		1.34	58.46		14.13	1.12			
40	风化	29.15			1.21		1.85		0.79	41.25	15.45	2.54				
41	风化	25.42			1.31		2.18		1.16	45.1	17.3					
42	风化	30.39		0.34	3.49	0.79	3.52	0.86	3.13	39.35	7.66	8.99	0.24			
43	高钾玻璃															
44																
45	风化	95.02		0.59	0.62		1.32	0.32	1.55			0.35				
46	风化	96.77		0.92	0.21		0.81	0.26	0.84							
47	风化	94.29		1.01	0.72		1.46	0.29	1.65			0.15				
48	风化	92.35		0.74	1.66	0.64	3.5	0.35	0.55							
49	风化	92.72			0.94	0.54	2.51	0.2	1.54			0.36				
50																
51																

图 12

由图 12 的数据对比我们可知 A2、A5 文物为铅钡玻璃，A6、A7 文物为高钾玻璃。A2 文物为例子来讲，从表单三我们可知 A2 文物的化学成分有氧化铅，而通过图 8 对比我们可知只有铅钡玻璃含有氧化铅的成分，由此可知 A2 应当属于铅钡玻璃。A5、A6 和 A7 同理可得。

同理可得

序号	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	表面风化	二氧化硅 (SiO ₂)	氧化钠 (Na ₂ O)	氧化钾 (K ₂ O)	氧化钙 (CaO)	氧化镁 (MgO)	氧化铝 (Al ₂ O ₃)	氧化铁 (Fe ₂ O ₃)	氧化铜 (CuO)	氧化铅 (PbO)	氧化钡 (BaO)	五氧化二磷 (P ₂ O ₅)	氧化锶 (SrO)	氧化锡 (SnO ₂)	二氧化硫 (SO ₂)	文物编号
2	无风化	78.45			6.08	1.86	7.23	2.15	2.11		1.06	0.03				A1
3	无风化	31.95		1.36	7.19	0.81	2.93	7.06	0.21	39.58	4.69	2.68	0.52			A3
4	无风化	35.47		0.79	2.89	1.05	7.07	6.45	0.96	24.28	8.31	8.45	0.28			A4
5	无风化	51.12	0.00	0.23	0.89	0.00	2.12	0.00	9.01	21.24	11.34	1.46	0.31	0.00	2.26	A8
6																
7																
8	无风化	37.36		0.71			5.45	1.51	4.78	9.3	23.55	5.75				
9	无风化	31.94			0.47		1.99		8.46	29.14	26.23	0.14	0.91			
10	无风化	34.34		1.41	4.49	0.98	4.35	2.12		39.22	10.29		0.35	0.4		
11	无风化	36.93			4.24	0.51	3.86	2.74		37.74	10.35	1.41	0.48	0.44		
12	无风化	65.91			1.6	0.89	3.11	4.59	0.44	16.55	3.42	1.62	0.3			
13	无风化	69.71		0.21	0.46		2.36	1	0.11	19.76	4.88	0.17				
14	无风化	75.91		0.15	0.64	1	2.35		0.47	16.16	3.55	0.13				
15	无风化	65.91			0.38		1.44	0.17	0.16	22.05	5.68	0.42				
16	无风化	60.12		0.23	0.89		2.72		3.01	17.24	10.34	1.46	0.31		3.66	
17	无风化	61.28	2.66	0.11	0.84		0.74	5	0.53	15.99	10.96		0.23			
18	无风化	55.21		0.25			1.67	4.79	0.77	25.25	10.06	0.2	0.43			
19	无风化	51.54	4.66	0.29	0.87	0.61	3.06		0.65	25.4	9.23	0.1	0.85			
20	无风化	49.01	2.71			1.13	1.45		0.86	32.92	7.95	0.35				
21																
22																
23	无风化	69.33		9.99	6.32	0.87	3.93	1.74	3.87		1.17				0.39	
24	无风化	62.47	3.38	12.28	8.23	0.66	9.23	0.5	0.47	1.62		0.16				
25	无风化	61.87	3.21	7.44		1.02	3.15	1.04	1.29	0.19	0	0.26				
26	无风化	65.18	2.1	14.52	8.27	0.52	6.18	0.42	1.07	0.11	0		0.04			
27	无风化	60.71	2.12	5.71		0.85		1.04	1.09	0.19	0	0.18		0		
28	无风化	59.01	2.86	12.53	8.7		6.16	2.88	4.73			1.27				
29	无风化	57.05		5.19	2.01		4.06		0.78	0.25		0.66				
30	无风化	61.71		12.37	5.87	1.11	5.5	2.16	5.09	1.41	2.86	0.7	0.1			
31	无风化	65.88		9.67	7.12	1.56	6.44	2.06	2.18			0.79			0.36	
32	无风化	61.58		10.95	7.35	1.77	7.5	2.62	3.27			0.94	0.06		0.47	
33	无风化	67.65		7.37		1.98	11.15	2.39	2.51	0.2	1.38	4.18	0.11			
34	无风化	59.81		7.68	5.41	1.73	10.05	6.04	2.18	0.35	0.97	4.5	0.12			
35	无风化	76.68			4.71	1.22	6.19	2.37	3.28	1	1.97	1.1				
36	无风化	79.46		9.42		1.53	3.05				1.36	0.07	2.36			
37																
38																

图 13

由图 13 的数据对比我们可知 A1 文物为高钾玻璃，A3、A4、A8 文物为铅钡玻璃。A1 文物为例子来讲，从表单三中我们可知 A1 文物的化学成分中没有氧化铅和氧化钡，而通过图 9 分析我们得出铅钡玻璃中一定含有氧化铅和氧化钡化学成分，由此可知 A1 文物为高钾玻璃。A3、A4 和 A8 同理可得。

由于敏感性分析，在此对比方法中我们可以用 A7 作为例子，从图 11 分析来看 A7 含有二氧化硫化学成分，有四种铅钡玻璃含有二氧化硫化学成分而高钾玻璃都不含有化学成分，若从此处分析好像可得出 A7 是铅钡玻璃，但是根据我们的分析，虽然有四种铅钡玻璃含有二氧化硫但还是存在不含二氧化硫的铅钡玻璃，高钾玻璃样本数量太少不能如此绝对。所以我们可以从二氧化硅入手，A7 文物的二氧化硅含量有 90.83%，而我们的样本中所有铅钡玻璃的二氧化硅含量中最高的是 68.08%，而样本中的高钾玻璃二氧化硅成分含量都是 90%以上，与 A7 文物符合，由此我们推断出 A7 文物为高钾玻璃。（注：由于 A7 文物是风化状态，所以与其比较高钾玻璃和铅钡玻璃都是风化状态）由此我们从多出分析得出文物 A1、2、3、4、5、6、7、8 是具有充分的理论依据的，符合敏感性比较稳定。

5.4 问题四的求解

对于问题四，我们先把无风化的高钾玻璃和铅钡玻璃提取出来做成如下图进行比较

铅钡文物未风化													
文物名称	二氧化硅 (SiO ₂)	氧化钠 (Na ₂ O)	氧化钾 (K ₂ O)	氧化钙 (CaO)	氧化镁 (MgO)	氧化铝 (Al ₂ O ₃)	氧化铁 (Fe ₂ O ₃)	氧化铜 (CuO)	氧化铅 (PbO)	氧化钡 (BaO)	五氧化二磷 (P ₂ O ₅)	氧化锶 (SrO)	氧化锡 (SnO ₂)
A0	37.36					5.45	1.51	4.78	9.3	23.55	5.75		
A1	78.45		0.47			7.19	0.81	2.93	7.06	0.21	39.58	4.69	2.68
A2	34.34	1.41	0.48	0.98	4.35	2.12		39.32	10.29				
A3	36.93	4.24	0.51	3.86	2.74		37.74	10.35	1.41	0.48	0.44		
A4	61.8	1.4	0.39	3.11	4.48	16.55	1.42	1.63	0.3				
A5	69.71	0.21	0.46	2.56	1	0.44	19.76	4.88	0.17				
A6	75.91	0.13	0.61	1	2.33	0.47	16.16	13.55	0.33				
A7	65.91	0.38	1.4	0.38	0.16	0.17	22.05	5.68	0.42				
A8	60.12	0.33	0.89	2.72		3.01	17.74	3.34	1.48	0.31	3.66		
A9	61.28	2.66	0.11	0.84	0.74	5	0.39	15.99	10.96		0.23		
A10	55.21	0.22	1.87	4.79	0.71	0.71	25.25	10.66	0.2	0.43			
A11	51.54	4.66	0.29	0.87	0.61	3.08	29.4	9.23	0.1	0.87			
A12	49.01	2.71	1.13		1.45	0.86	32.92	9.5	0.33				

高钾未风化													
文物名称	二氧化硅 (SiO ₂)	氧化钠 (Na ₂ O)	氧化钾 (K ₂ O)	氧化钙 (CaO)	氧化镁 (MgO)	氧化铝 (Al ₂ O ₃)	氧化铁 (Fe ₂ O ₃)	氧化铜 (CuO)	氧化铅 (PbO)	氧化钡 (BaO)	五氧化二磷 (P ₂ O ₅)	氧化锶 (SrO)	氧化锡 (SnO ₂)
A13	69.33												
A14	62.47	3.38											
A15	61.87	3.21											
A16	65.18	2.1	14.52	8.27	0.32	0.18	6.18	0.42	1.07	0.11	0	0.04	0
A17	60.71	2.12				0.85	1.04	1.08	0.19	0	0.18	0	0
A18	59.01	2.86	12.53	8.7			6.16	2.88	4.3	1.37			
A19	57.05												
A20	61.71												
A21	65.88												
A22	61.58	10.95	7.33	1.77	7.3	2.62	3.27	0.44	0.06	0.47			
A23	67.65	7.37				11.15	23.9	2.21		1.38	4.18	0.11	0
A24	59.81	7.98	5.41	7.7	7.05	4.64	2.18	0.35	0.39	4.5	2.12		
A25	76.68					4.71	1.22	6.19	2.37	1.38	1	1.97	1
A26	79.46					4.42	1.53	3.05			1.36	0.07	2.36

分，但高钾玻璃的二氧化硅含量整体高于铅钡玻璃的二氧化硅含量。

再进行比对风化的高钾玻璃和铅钡玻璃

铅钡文物风化														高钾风化													
文物名称	二氧化硅(SiO ₂)	氧化钠(Na ₂ O)	氧化钾(K ₂ O)	氧化钙(CaO)	氧化镁(MgO)	氧化铝(Al ₂ O ₃)	氧化铁(Fe ₂ O ₃)	氧化铜(CuO)	氧化钡(BaO)	氧化锶(SrO)	氧化钡(BaO)	氧化锶(SrO)	氧化钡(BaO)	文物名称	二氧化硅(SiO ₂)	氧化钠(Na ₂ O)	氧化钾(K ₂ O)	氧化钙(CaO)	氧化镁(MgO)	氧化铝(Al ₂ O ₃)	氧化铁(Fe ₂ O ₃)	氧化铜(CuO)	氧化钡(BaO)	氧化锶(SrO)	氧化钡(BaO)	氧化锶(SrO)	氧化钡(BaO)
50	62.28	1.65	2.34	1.18	3.73	1.86	0.35	0.43	38.68	31.23	3.59	0.37	2.58	65	92.02	0.59	0.42	1.33	0.32	1.25	0.33						
51	20.14		1.48		3.34		10.41	38.68	31.23	3.59	0.37			66	96.77		0.92	0.21		0.81	0.26	0.84					
28严重风化	4.61		3.19		1.11		3.14	32.43	30.82	7.56	0.55		15.03	67	94.29	1.01	0.72		1.46	0.29	1.65						
41	22.59	0.21	3.51	0.71	2.69		4.89	23.59	14.61	9.38	0.37			68	92.35	0.74	1.66	0.64	2.3	0.35	0.53						
42	29.84		2.93	0.59	3.57	1.33	3.51	42.92	3.35	8.83	0.19			69	92.72		0.94	0.54	2.31	0.2	1.54						
23未风化	53.79	7.92		0.5	0.71	1.42		2.99	16.98	11.86	0.33																
23未风化	20.61	2.31		0.65		1.9	1.12	31.9	6.65	0.19	0.2																
58	19.79		1.44		0.7		10.57	29.33	32.25	3.13	0.43		1.96														
28严重风化	3.72		0.4	1.01		1.18		3.6	29.92	35.45	6.04	0.62	15.95														
23未风化	48.08		0.26	1.34	1	4.7	0.41	0.33	17.74	4.04	1.04	0.12	0.23														
23未风化	63.3	0.82	0.3	2.98	1.49	14.34	0.81	0.74	12.31	2.03	0.41	0.25															
64	35.79		0.25	0.78		1.62	0.47	1.31	48.53	10	0.34	0.22															
66	29.37	2.22	0.14	0.37		1.6	0.22	0.68	41.61	10.83	0.07	0.22															
68	32.93	1.38		0.68		2.57	0.29	0.13	49.31	9.79	0.48	0.41															
69	28.25		1.11			0.5	0.88	61.03	7.22	1.16	0.61																
70	18.71		1.87		0.45	0.38		70.21	6.89	1.77	0.88																
71	18.46		0.44	4.96	2.73	3.33	1.79	0.19	44.12	9.76	0.46	0.41															
42未风化	51.26	5.74	0.15	0.79	1.09	3.53		2.67	21.88	10.47	0.08	0.35															
42未风化	31.33	5.88	0.35		1.18	3.66		2.72	20.12	10.88																	
43风化1	12.41			3.24	0.89	2.25	0.78		5.35	39.63	7.29	0.64															
43风化2	21.7		6.4	0.93	1.41	1.39	1.31		44.73	3.26	12.83	0.47															
44未风化	60.74	3.06	0.2	2.14		12.69	0.77	0.43	13.61	3.22	0.26																
45	33.33	6.8	0.32		1.34	13.63	1.09		17.11	7.31	1.1	0.23	1.31														
50	28.79		4.58	1.47	3.38	2.74	0.7		34.18	6.1	11.1	0.46															
46未风化	34.61		0.3	2.08	1.2	6.5	1.27	0.45	25.02	4.19	4.21	0.3															
47	17.98			3.19	0.47	1.97	0.33	1.13	48	14.2	0.84	0.66															
50未风化	43.02		3.12	0.34	4.16		0.7	30.61	6.22	6.34	0.23																
51风化1	24.81		3.58	1.19	2.27	1.19	1.37	40.34	8.84	8.1	0.39	0.47															
51风化2	21.33		3.13	1.45	2.51	0.42	0.75	31.34		8.75																	
52	25.74	1.22		2.27	0.35	1.16	0.23	0.7	47.42	8.64	5.71	0.44															
53未风化	43.68	3.04	0.11	0.78	1.14	6.06		0.54	13.66	8.99	0.27																
54	32.28		0.32	3.19	1.28	4.15		0.85	25.46	7.04	4.24	0.88															
54严重风化	17.11			1.11	1.65			1.34	38.46		14.13	1.12															
56	29.15			1.21		1.85		0.79	41.25	15.43	2.54																
57	25.42			1.31		1.18		1.16	45.13	13.3																	
59	30.39		0.34	3.49	0.79	3.52	0.88	3.13	39.35	7.66	8.99	0.34															

图 15

由图 15 的数据对比分析，我们可知风化的高钾玻璃和铅钡玻璃比较中，铅钡玻璃和高钾玻璃同样主要成分有二氧化硅，且氧化钙、氧化铜的含量相近，但氧化铅、氧化钡的含量铅钡玻璃明显多于高钾玻璃，而高钾玻璃在数据中并未含有氧化铅、氧化钡、氧化锶、氧化锡和二氧化磷的化学成分含量。

结合数据对比分析图所得出的结论检验，在问题三和问题四中，我们通过数据对比分析图重新整合数据，用直观的图形对比我们将模型在问题中进行分析并且得到了合理性的结果，由此我们认为，在一定的误差范围允许内，我们所建立的数据对比分析图具有很强的可靠性

六 参考文献

[1] SPSSPRO 数据分析网站: <https://www.spsspro.com/mydata/index>

[2] 决策树模型_百度百科:

<https://baike.baidu.com/item/%E5%86%B3%E7%AD%96%E6%A0%91%E6%A8%A1%E5%9E%8B/17235752?fr=aladdin>

[3] 敏感性分析的方法和步骤_百度文库:

<https://wenku.baidu.com/view/dd62e90b5a0102020740be1e650e52ea5518ce9a.html> (baidu.com)

七 附录

7.1 问题一的程序

7.1.1 决策树分析

1) 输入方法

1. 通过训练集数据来建立决策数回归模型，得到决策树结构。
2. 通过建立的决策树来计算特征重要性。
3. 将建立的决策树回归模型应用到训练、测试数据，得到模型评估结果。
4. 由于决策树具有随机性，每次运算的结果不一样，若保存本次训练模型，后续可以直接上传数据代入到本次训练模型进行计算预测。
5. 注：决策树无法像传统模型一样得到确定的方程，通常通过测试数据预测精度来对模型进行评价。

2) 模型参数输出

参数名	参数值
训练用时	0.004s
数据切分	0.7
数据洗牌	否
交叉验证	否
节点分裂评价准则	friedman_mse
特征划分点选择标准	best
划分时考虑的最大特征比例	None
内部节点分裂的最小样本数	2
叶子节点的最小样本数	1
叶子节点中样本的最小权重	0
树的最大深度	10
叶子节点的最大数量	50
节点划分不纯度的阈值	0