

2021 高教社杯全国大学生数学建模竞赛评阅要点

说明：评阅总则

- 1、各赛区组委会应严格按照《全国大学生数学建模竞赛章程》、《全国大学生数学建模竞赛参赛规则》和《全国大学生数学建模竞赛赛区评阅工作规范》（均可从竞赛网站 <http://www.mcm.edu.cn> 的“竞赛组织/章程及规则”栏目下载）等有关文件的精神，组织好本赛区的阅卷工作。
- 2、各题的评阅要点仅供参考，各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答，自主地进行评阅。
- 3、评阅工作要坚持数学建模竞赛的宗旨和正确导向。应特别注意：
 - （1）鼓励针对具体问题，分析问题、自主创新、建立模型，求解得到真实有效的结果。
 - （2）不鼓励非针对具体问题的数学方法堆积与罗列、通用模型和算法的简单拷贝；严禁弄虚作假和违规违纪。
 - （3）不鼓励“套路化”、“形式化”、“虚拟化”的表面文章和没有实质内容的论文！
 - （4）建议在有条件的情况下，对参赛队提交的程序和结果进行验证。

2021 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题评阅要点

本要点仅供参考，各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答，自主地进行评阅

本题讨论如何调节 FAST 反射面板，以期达到观察天体电磁波被反射后的最佳接收效果。主要考察学生对复杂现实问题的建模能力，以及对大型非线性优化问题的求解能力。

第 1 问

由于理想抛物面的焦点位置 P 及对称轴 SC 已知，只需确定顶点的位置。本问含三个评阅点：

1.1 理想抛物面优化模型：该模型为单变量（顶点位置的 Z 坐标）的非线性优化模型。优化目标可以按照对题意的理解自行设定，例如：与基准球面的平均径向距离最小，与基准球面的径向距离的最大值最小，以及文献上查到的或者自行设定的其他优化目标。抛物面应满足的条件包括：（1）满足焦点 P 及对称轴 SC 约束；（2）由于促动器顶端伸缩幅度限制与抛物面位置关系不直接，描述较复杂，故可近似代之以抛物面与基准球面的同一径向上两点之间距离应小于 0.6 米。

1.2 模型求解：由于是单变量优化模型，计算较简单。基准球面顶点为(0,0,-300.40)，理想抛物面顶点应在基准球面顶点正下方。

1.3 由于后续还要通过接收比效果来检验哪个抛物面更“理想”，所以此问能够给出多个不同优化目标下的理想抛物面为更佳。

第 2 问

本问是建模的主体部分，根据建模、求解及结果分为以下 4 个评阅点：

2.1 确定理想抛物面：可以根据天体 S 的方位，直接由焦点 P 及对称轴 SC ，按照问题 1 的方法重新确定理想抛物面。另一种较简单的方法是根据天体 S 的方位变化，直接依据第 1 问中得到的理想抛物面顶点坐标写出新的理想抛物面顶点坐标，由此即可写出抛物面方程。

不同优化方法得到的顶点可能不同，但顶点坐标三个分量均应小于 0。顶点位置可参考 SC 与基准球面的交点(-49.319,-36.889,-294.019)。

理想抛物面确定后，筛选 300 米口径内需要调节的节点，共有约 700 个主索节点（不同处理方法涉及主索节点个数可能会有所不同），依题意，其他主索节点可以不考虑。

2.2 反射面板调节模型：

优化目标选择：为了使 300 米口径内反射面板尽量贴近理想抛物面，形成工作抛物面，可以有多种优化目标选择，例如：主索节点尽量贴近理想抛物面；工作抛物面与理想抛物面平均径向距离最小；工作抛物面与理想抛物面最大径向距离最小等等。多做几种进行比较后作出选择更好，只做一种亦可，但需说明目标函数选择的理由。

主要约束条件：（a）每根下拉索长度不变；（b）每根主索长度变化幅度 $\leq 0.07\%$ ；（c）促动器顶点伸缩幅度 ≤ 0.6 米。

重点关注：模型的完整性、正确性、清晰性。

凡是假设下拉索与促动器共线，由题目数据可知是错误假设，本模型应减分。

2.3 模型求解：如果按照需调节主索节点数为 700 个，则共有 $700 \times 3 = 2100$ 个决策变量，有数千个非线性约束条件，这是一个大型非线性优化问题，需要考虑算法的速度与精度的均衡。

2.4 结果可行性验证：根据结果文件数据验证（a）~（c）3 个约束条件是否得到满足？

第 3 问

3.1 接收比计算模型建立：计算某一入射光线的反射线，这里涉及到反射面板所在的球面球心的确定、反射光线方程的确定。反射面板必须考虑为球面，不能简化为平面。

3.2 仿真算法设计及接收效果。基准球面接收比约为 5.6%。

结果优劣性：在满足约束条件前提下，接收比越大越好（工作抛物面接收比超过 70% 建议严格审查约束条件是否满足）。如果可行性不满足，要视不满足程度，酌情扣分。

2021 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 B 题评阅要点

[说明]本要点仅供参考，各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答，自主地进行评阅。

本题要求探究催化剂组合（Co 负载量、Co/SiO₂ 和 HAP 装料比、乙醇浓度的组合）、温度对 C₄ 烯烃的选择性和 C₄ 烯烃收率的影响，以更好地进行催化剂结构设计并提高乙醇偶合制备 C₄ 烯烃收率。本题目主要考察学生对实验数据的认识处理以及数据对模型影响的分析能力，包括数据处理和可视化、相关性分析、检验、多元非线性回归分析、实验设计、误差分析以及影响因素的分析能力。

（1）对实验数据进行探索性分析，包括对数据的预处理、可视化以及简单的数据相关性展示，对不同催化剂作用下乙醇转化率、C₄ 烯烃的选择性与温度进行相关分析，并说明其显著性。尝试多种拟合模型，选择较优的拟合函数，并得到乙醇转化率、C₄ 烯烃的选择性与温度的函数关系。在对给定催化剂在温度为 350℃ 的情况下进行稳定性分析时可以使用最值差值法或方差分析。如果用某类函数（比如一次，二次等）直接拟合得到关系，且没有进行误差分析或检验，则不是好的做法。

（2）以 Co 负载量、Co/SiO₂ 和 HAP 装料比、乙醇浓度、温度为自变量，分别对乙醇转化率、C₄ 烯烃的选择性影响进行分析（如多因素方差分析），给出他们对乙醇转化率、C₄ 烯烃的选择性的影响程度。考虑到乙醇转化率和 C₄ 烯烃选择性数据特点，可以先将数据进行某些变换，然后建立回归等模型，并与数据转换前的拟合结果进行比较。如能给出模型的预测精度，则应当鼓励。

（3）分别讨论 Co 负载量、Co/SiO₂ 和 HAP 装料比、乙醇浓度、温度对乙醇转化率和 C₄ 烯烃的选择性的影响，分析各个影响因素之间的交互作用，建立 C₄ 烯烃收率与温度、装料比、Co 负载量、乙醇浓度之间的模型，并给出 C₄ 烯烃收率最大时的催化剂组合。也可以将 C₄ 烯烃的选择性最大为目标进行类似处理。化学反应是在以上影响因素的共同作用下的结果，如果没有进行交互作用分析，没有给出最佳的催化剂组合，则不是好的做法。如果 C₄ 烯烃收率最大时温度远高于实验最高温度，不是好的结果。

（4）学生应该先给出新实验设计的思路、准则或模型，在此基础上给出 5 次具体的实验方案，包括催化剂组合与温度。最好能考虑实验样本点空间均匀分布性，也希望包括 C₄ 烯烃收率最大的实验。若只给出 5 次实验，而且缺少必要的模型或者实验设计，则不是好做法。

2021 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 C 题评阅要点

[说明]本要点仅供参考，各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答，自主地进行评阅。

这是一个利用生产企业实际数据进行综合分析并确定原材料的订购与运输方案的优化决策问题。要求根据历史数据和实际建立原材料的订购与运输决策模型，并给出具体的订购与运输方案。由于该问题的开放性和数据的复杂性，供货特征的选取、指标量化、数据处理等方法的不同，会有不同的模型和结果。应重点关注其分析建模的过程和模型的正确性与结果的合理性。

问题 1：关注供应商供货特征的选取、特征指标的量化方法、反映供应商对保障企业生产重要性程度的模型和结果的合理性。

(1) 根据附件 1 提炼出供应商的供货特征，如供货量、供货率（供货量占订货量的比例）、订货完成率（供货次数占订货次数的比例）、供货稳定性和连续性等，关注其供货特征的合理性。

(2) 由供应商的供货特征确定相应的指标值。由于三类原材料的利用率不同，应将其订货量和供货量转化为产能使其具有可比性。关注其指标的量化、处理和利用方法。

(3) 利用供应商的供货特征指标，建立供应商对保障企业生产重要程度的模型，并给出 50 家最重要的供应商。

(4) 直接用相关的特征指标做综合加权和作为反映“重要性”的模型是不合理的；直接用灰色预测、时间序列等方法对历史的订货量或供货量做预测给出未来 24 周的方案都是不实际的。

问题 2：关注各供应商供货能力的量化方法、未来 24 周的最优订购与转运模型正确性，以及具体订购与转运方案的合理性。

(1) 对于各供应商供货能力的量化方法，应考虑近五年各供应商的订货完成率和供货率等不确定因素及某些异常值的影响。直接用其均值或最大值作为供货能力是不太合理的。

(2) 对三类原材料的成本进行核算，应考虑各类原材料单位产能的成本、运输成本和存储成本，建立优化订购模型并给出订购方案。关注原材料成本的核算方法和订购模型的正确性及相应订购方案的合理性。

(3) 对各转运商的损耗率、各供应商的供货量进行核算，在保证完成全部供货量运输的条件下，建立转运模型，并给出转运方案和企业接收量的结果。关注转运商损耗率和供应商供货量的核算方法、转运模型的正确性及转运方案的合理性。

(4) 每周的订购方案和相应转运方案都与前一周的库存量有关，而库存量又与当周的订货量、供货量、损耗量和接收量有关，即

第 i 周库存量 = 第 $i-1$ 周库存量 + 第 i 周接收量 - 第 i 周产能消耗量 ($i=1,2,\dots,24$)；

接收量 = 供货量(转运量) - 转运损耗量；供货量由订货量、订货完成率与供货率决定。

注意：每周的订购方案和转运方案都是随前一周的库存量动态变化的，各周应不相同。

问题 3：关注尽量多地订购 A 类和尽量少地订购 C 类原材料的处理方法、相应的订购和转运模型的正确性以及具体订购和转运方案的合理性。

(1) 应采用适当的处理方法（如控制函数等）实现尽量多地订购 A 类原材料，尽量少地订购 C 类原材料。

(2) 将其处理方法（如控制函数）引入到订购和转运模型中，给出订购和转运方案。

问题 4：关注所有供应商的供货能力、企业原材料接收量的核算方法，确定企业的产能增量以及相应的订购和转运模型。

(1) 企业每周的产能增加量取决于每周原材料的接收量，接收量取决于供应商的供货能力和转运商的转运能力与损耗率。

(2) 依据企业每周的产能，建立订购和转运模型，并给出订购和转运方案。

关于数值结果的验证说明

1. 订购方案的合理性验证

(1) 文件名: “附件 A 订购方案数值结果.xlsx”, 文件中含有问题 2 的方案结果、问题 3 的方案结果和问题 4 的方案结果三个表单, 可分别做同样的验证。

(2) 应有 24 周的完整方案, 订购量应为整数; 每周的方案应不相同。

(3) 实现订货量到产能的转换: 先对每一行 (供应商) 的订货量 \times 相应原材料的转换率, 再对每一列 (周次) 求和应等于每周总订货量的产能 $W_n (n=1, 2, \dots, 24)$ 。原材料的转换率为

$$p = \begin{cases} \frac{1}{0.6}, & \text{供应商供应A类原材料,} \\ \frac{1}{0.66}, & \text{供应商供应B类原材料,} \\ \frac{1}{0.72}, & \text{供应商供应C类原材料.} \end{cases}$$

(4) 验证方案的合理性: 不妨设第一周前的 (初始) 库存量 $S_0 = 3 \times 28200 - W_1$, 则第 n 周的库存量应满足 $S_n = W_n + S_{n-1} - 28200 \geq 2 \times 28200$ 或 $W_n + S_{n-1} \geq 3 \times 28200 (n=1, 2, \dots, 24)$, 满足即合理。

2. 转运方案的合理性验证

(1) 文件名: “附件 B 转运方案数值结果.xlsx”, 文件中共含有问题 2 的方案结果、问题 3 的方案结果和问题 4 的方案结果三个表单, 可分别做同样的验证。

(2) 应有 24 周的完整方案, 转运量应为整数; 每周的方案应不相同, 且与订购方案相对应。

(3) 按每一列 (转运商) 求和 = 每周每一转运商转运量 ≤ 6000 。

(4) 实现周转运量到产能的核算: 对每一行 (供应商) 的转运量 \times 相应原材料的转换率。

(5) 检验转运方案的合理性: 先对每一列求和, 再对求和结果分别按 $8(n-1)+1$ 列至 $8n$ 列 ($n=1, 2, \dots, 24$) 求和 (即周合计), 其值应等于第 n 周的订货量 (产能) $W_n (n=1, 2, \dots, 24)$ 。

2021 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 D 题评阅要点

本要点仅供参考，各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答，自主地进行评阅。

题目的内容主要包括两个方面——尾坯的优化切割和连铸坯的在线优化切割。题目给出的数据量较少，这些数据主要用于模型（或算法）的检验与验证。

1. 依据尾坯的长度，制定最优的切割方案。

该问题的重点是建立尾坯最优切割的数学模型（或设计算法），论文应对模型（或算法，特别是算法）给出合理的解释或说明。在确定模型之后，再利用题目给出的数据，验证模型（或算法）的正确性。

在模型的验证过程中，应给出具体的切割方案。例如，长度为 62.7 米的尾坯，其切割损失是 2.7 米。如果在切割方案中，出现 12.7 米长度的钢坯经二次离线切割再切掉 2.7 米，则该方案是错误的，因为 12.7 米超出了题目设定的范围（4.8 米~12.6 米）。对于没有具体切割方案的结果，可视为切割方案不正确。

2. 连铸坯的在线优化切割，在出现瑕疵时，明确回答是否调整当前段的切割方案。

此问题的重点仍然是建模（或设计算法），模型（或算法）可依据问题 1 中给出的模型（或算法）经改进得到。

在问题 2 和问题 3 的数值结果中，（1）需要明确给出具体的切割方案，特别是二次离线切割中需要切掉的部分；（2）应明确指出：在哪些时刻应对哪一段的切割方案进行调整，以及为什么要调整方案的理由。

3. 评阅建议：

- 1) 回答问题的重点是建立数学模型，如果建模有困难，设计出相关算法可视为成功建模。
- 2) 无论模型还是算法（特别是算法），应有必要的解释，说明模型（或算法）可获得最优切割方案的合理性。
- 3) 数值计算只是检验模型（或算法）是否正确的手段，仅给出数值计算结果但没有给出建模过程（或设计算法的过程），不能视为是一篇好的论文，即便其数值结果是正确的。
- 4) 在数值结果中，应包含具体的切割方案，如哪一部分钢坯需要在二次离线切割中切掉。
- 5) 题目要求在线优化，因此，在算法的设计及计算中，不能使用“未来时间”的数据。

2021 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 E 题评阅要点

[说明]本要点仅供参考，各赛区评阅组应根据对题目的理解及学生的解答，自主地进行评阅。

本题要求通过近红外光谱特性和中红外光谱特性对中药材进行鉴别。主要考察学生关于高维问题的建模能力以及利用机器学习方法开展无监督聚类、有监督和半监督分类的能力。

评阅时应注意：本问题中光谱特征多而且光谱特征具有波数上的连续性。特征提取尤为重要。可以有多种方式进行特征提取，简单的做法是对波数区域分段，分区域提取特征。或者采用统计方法进行降维处理、变量选择，亦或将区域分段和统计方法相融合来提取特征。所有四个问题都应建立特征提取基础上。其次，针对不同的样本量的鉴别任务宜采用不同的方法，以达到好的分类效果。

对能够自行设计和改进常规算法的论文，应给予较好的评价。对系统比较不同特征提取方法对后期聚类或者分类任务影响的论文应当给予一定的鼓励。

1. 问题（1）基于中红外光谱数据，对 425 个药材进行类别鉴定，是一个无监督聚类问题。首先对数据进行预处理，比如剔除异常值 No. 64、136、201 等，其次采用波数区域分段、线性或者非线性降维、变量筛选等方式进行特征提取，然后通过非监督方法进行聚类，鉴别药材的种类。降维或者变量选择时应充分考虑到光谱特征在波数上的连续性这一特点。由于所选聚类方法不同，得到 3 类或者 4 类的聚类结果都是合理的。（由于有一种药材存在合格品和不合格品，且差异较大，可以看成是两种药材）
2. 问题（2）基于中红外光谱数据，利用 658 个已知产地的药材对 15 个未知药材进行产地预测，这是一个有监督分类问题。需要先通过波数区域分段、线性或者非线性降维、变量筛选等方式进行特征提取，然后应用监督学习方法加以分类。
3. 问题（3）基于中红外和近红外两种光谱数据，利用 245 个已知产地的药材对 10 个未知药材进行产地预测，还是一个有监督分类问题。相比于问题(2)此时样本量相对少，但每个产地药材样本有近红外和中红外两种光谱数据，将两种光谱数据合并后，识别任务和问题(2)相同。仍然需要先通过波数区域分段、线性和非线性降维、变量筛选等方式进行特征提取，然后应用监督学习方法加以分类。
4. 问题（4）基于近红外光谱数据，同时对未知药材进行类别和产地预测，但样本中有大量的标签缺失，是一个典型的半监督分类问题。仍然需要先通过波数区域分段、线性和非线性降维、变量筛选等方式进行特征提取，然后应用半监督学习方法加以分类。而且由于类型区分比产地区分容易，可以采用两阶段方式进行鉴别，即先进行类别鉴别，然后进行产地鉴别。