



7. 设随机变量  $X$  的数学期望  $E(X) = -2$ ,  $D(X) = 0$ , 则  $E(X^2) =$
- A. -2                      B. 0                      C. 2                      D. 4
8. 设随机变量  $X \sim N(0,1)$ ,  $Y \sim \chi^2(7)$ ,  $X, Y$  相互独立, 令  $T = \frac{X}{\sqrt{Y/7}}$ , 则  $T \sim$
- A.  $t(6)$                       B.  $t(7)$                       C.  $F(1,7)$                       D.  $\chi^2(6)$
9. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $x_1, x_2, x_3$  是来自  $X$  的样本, 则  $\mu$  的无偏估计是
- A.  $x_1 + x_2 + x_3$                       B.  $\frac{1}{2}(x_1 + x_2 + x_3)$
- C.  $\frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3)$                       D.  $\frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$
10. 在假设检验中  $H_0$  为原假设, 则犯第一类错误指的是
- A.  $H_0$  成立, 经检验拒绝  $H_0$                       B.  $H_0$  成立, 经检验接受  $H_0$
- C.  $H_0$  不成立, 经检验接受  $H_0$                       D.  $H_0$  不成立, 经检验拒绝  $H_0$

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设事件  $A, B$  互不相容,  $P(A) = 0.4$ , 则  $P(\overline{AB}) =$ \_\_\_\_\_.
12. 设事件  $A, B$  相互独立,  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$ , 则  $P(\overline{AB}) =$ \_\_\_\_\_.
13. 盒中有正品 8 个, 次品 2 个, 随机取两次, 每次取一个, 取后不放回, 则第二次取得次品的概率是\_\_\_\_\_.
14. 设  $P(B) = 0.8$ ,  $P(A|B) = 0.2$ , 则  $P(AB) =$ \_\_\_\_\_.
15. 设  $X$  为连续型随机变量, 则  $P\{X = 3\} =$ \_\_\_\_\_.
16. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-3x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$  则当  $x > 0$  时,  $X$  的概率密度  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
17. 设  $X \sim N(0, 4)$ , 则  $P\{-1 < X \leq 0\} =$ \_\_\_\_\_. (附:  $\Phi(0.5) = 0.6915$ )
18. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

$\begin{array}{c} Y \\ \backslash X \end{array}$	0	1	2
0	0.1	0.2	0.3
1	0.1	0.2	0.1

则  $P\{X = Y\} =$ \_\_\_\_\_.

19. 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且  $P\{X \leq 1\} = \frac{1}{4}$ ,  $P\{Y \leq 1\} = \frac{1}{3}$ , 则  $P\{X \leq 1, Y \leq 1\} =$ \_\_\_\_\_.
20. 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且均服从参数为 3 的泊松分布, 则  $P\{X + Y = 1\} =$ \_\_\_\_\_.
21. 设总体  $X \sim N(0, 0.2^2)$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_8$  为来自  $X$  的样本, 若要使  $c \sum_{i=1}^8 x_i^2 \sim \chi^2(8)$ , 则常数  $c$  \_\_\_\_\_.
22. 设总体  $X \sim N(\mu, 3^2)$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_9$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{x} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i$ , 则  $D(\bar{x}) =$ \_\_\_\_\_.
23. 设总体  $X$  服从区间  $[0, \theta]$  上的均匀分布,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为来自  $X$  的样本,  $\bar{x}$  为样本均值, 则未知参数  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta} =$ \_\_\_\_\_.

24. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$  为未知参数,  $x_1, x_2, x_3, x_4$  为来自  $X$  的样本,

$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$ ,  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{8}x_1 + \frac{1}{8}x_2 + \frac{1}{8}x_3 + \frac{5}{8}x_4$  作为  $\mu$  的无偏估计, 则它们中较有效的是\_\_\_\_\_.

25. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为来自  $X$  的样本,  $s^2$  为样本方差, 若检验假设  $H_0: \sigma^2 = 2$ ,  $H_1: \sigma^2 \neq 2$ , 则应采用的检验统计量表达式为\_\_\_\_\_.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 设随机变量  $X \sim B(4, 0.3)$ , 求  $E(-2X+3)$ ,  $D(-2X+3)$ .

27. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\theta} e^{-\frac{2x}{\theta}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$  其中未知参数  $\theta > 0$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为

来自  $X$  的样本,  $\bar{x}$  为样本均值. 求: (1)  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta}_1$ ; (2)  $\theta$  的极大似然估计  $\hat{\theta}_2$ .

四、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

28. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	$a$	0.1	0.2
1	0.1	$b$	0.2

且  $P\{X=0\} = 0.5$ .

(1) 求常数  $a, b$ ; (2) 求  $(X, Y)$  关于  $X$  和关于  $Y$  的边缘分布律;

(3) 问  $X$  与  $Y$  是否相互独立? 为什么? (4) 求  $P\{X+Y=0\}$ .

29. 设随机变量  $X$  服从  $[1, 5]$  上的均匀分布,  $Y$  服从参数为 3 的指数分布, 且  $X, Y$  相互独立.

求: (1)  $X$  的概率密度  $f_X(x)$  和  $Y$  的概率密度  $f_Y(y)$ ;

(2)  $P\{X > 1, Y < 2\}$ ;

(3)  $E(X-2Y), D(X-2Y)$ .

五、应用题: 10 分。

30. 设某射手命中率为 0.8, 共射击 100 次, 利用中心极限定理, 求命中 80 次至 90 次的概率. (附:  $\Phi(2.5) = 0.9938$ )

2021 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试

## 概率论与数理统计（二）试题答案及评分参考

（课程代码 02197）

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

- |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. C | 3. A | 4. A | 5. C  |
| 6. D | 7. D | 8. B | 9. D | 10. A |

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

- |                    |                   |                          |          |
|--------------------|-------------------|--------------------------|----------|
| 11. 0.4            | 12. 0.28          | 13. 0.2                  | 14. 0.16 |
| 15. 0              | 16. $3e^{-3x}$    | 17. 0.1915               | 18. 0.3  |
| 19. $\frac{1}{12}$ | 20. $6e^{-6}$     | 21. 25                   | 22. 1    |
| 23. $2\bar{x}$     | 24. $\hat{\mu}_1$ | 25. $\frac{(n-1)s^2}{2}$ |          |

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 解  $E(X) = 4 \times 0.3 = 1.2$ ,  $D(X) = 4 \times 0.3 \times 0.7 = 0.84$ ,  
 $E(-2X + 3) = -2E(X) + 3 = 0.6$ ,  
 $D(-2X + 3) = 4D(X) = 3.36$ .  
.....2 分  
.....5 分  
.....8 分

27. 解 (1) 由  $E(X) = \int_0^{+\infty} \frac{2x}{\theta} e^{-\frac{2x}{\theta}} dx = \frac{\theta}{2}$ ,  
令  $\frac{\theta}{2} = \bar{x}$ , 得  $\hat{\theta}_1 = 2\bar{x}$ ;  
.....3 分

- (2) 当  $x_i > 0 (i=1, 2, \dots, n)$  时, 似然函数为  $L(\theta) = \left(\frac{2}{\theta}\right)^n e^{-\frac{2}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i}$ ,

$$\ln L(\theta) = n \ln 2 - n \ln \theta - \frac{2}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$\frac{d}{d\theta} \ln L(\theta) = -\frac{n}{\theta} + \frac{2}{\theta^2} \sum_{i=1}^n x_i = -\frac{n}{\theta} + \frac{2n}{\theta^2} \bar{x} = 0,$$

- 得  $\theta$  的极大似然估计  $\hat{\theta}_2 = 2\bar{x}$ .  
.....8 分



四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 解 (1) 由  $P\{X=0\} = a + 0.1 + 0.2 = 0.5$ , 得  $a = 0.2$ ,  
又由分布律的性质可知  $a + 0.1 + 0.2 + 0.1 + b + 0.2 = 1$ ,  
得  $b = 0.2$ ; .....4 分

(2)  $(X,Y)$  关于  $X$  的边缘分布律为  $\begin{array}{c|cc} X & 0 & 1 \\ \hline P & 0.5 & 0.5 \end{array}$ ,

$(X,Y)$  关于  $Y$  的边缘分布律为  $\begin{array}{c|ccc} Y & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$ ; .....8 分

(3) 因为  $P\{X=0, Y=0\} = 0.1$ ,  $P\{X=0\} = 0.5$ ,  $P\{Y=0\} = 0.3$ ,

$P\{X=0, Y=0\} \neq P\{X=0\}P\{Y=0\}$ ,

故  $X$  与  $Y$  不相互独立; .....10 分

(4)  $P\{X+Y=0\} = P\{X=0, Y=0\} + P\{X=1, Y=-1\}$   
 $= 0.1 + 0.1 = 0.2$ . .....12 分

29. 解 (1)  $X$  的概率密度  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$

$Y$  的概率密度  $f_Y(y) = \begin{cases} 3e^{-3y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0; \end{cases}$  .....4 分

(2)  $P\{X > 1, Y < 2\} = P\{X > 1\}P\{Y < 2\}$

$$= \left( \int_1^5 \frac{1}{4} dx \right) \left( \int_0^2 3e^{-3y} dy \right) = 1 - e^{-6};$$
 .....8 分

(3)  $E(X-2Y) = E(X) - 2E(Y) = 3 - 2 \times \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ ,

$$D(X-2Y) = D(X) + 4D(Y) = \frac{4}{3} + 4 \times \frac{1}{9} = \frac{16}{9}.$$
 .....12 分

五、应用题：10 分。

30. 解 设  $X$  表示射手在 100 次射击中命中的次数，则  $X \sim B(100, 0.8)$ , .....3 分

$E(X) = 80$ ,  $D(X) = 16$ , .....5 分

依中心极限定理可得，命中 80 次至 90 次的概率为

$$P\{80 \leq X \leq 90\} = P\left\{ \frac{80-80}{\sqrt{16}} \leq \frac{X-80}{\sqrt{16}} \leq \frac{90-80}{\sqrt{16}} \right\}$$

$$\approx \Phi(2.5) - \Phi(0) = 0.9938 - 0.5 = 0.4938. \quad \text{.....10 分}$$