C051·02197(通卡)

绝密★启用前

2021年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）

（课程代码　02197）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 对于事件A,B,C，下列命题不成立的是

A. 若$A\subset B$，则$A\cup B=B$　　B. 若$A\subset B$，则$AB=B$

C. 若$A\subset B$，则$\overline{B}\subset\overline{A}$　　D. 若$AB=\varnothing$，且$C\subset A$则$BC=\varnothing$

2. 设事件A与B互不相容，且$P(A)=0.5$，$P(B)=0.3$，则$P(A-B)=$

A. 0.2　　B. 0.3　　C. 0.5　　D. 0.8

3. 现有10只电子产品，在其中取两次，每次任取一只，取后不放回. 已知取出的两只都是正品的概率为$\frac{28}{45}$，则其中的次品数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 设随机变量$X\sim N(3,2^2)$，且$P\{X>c\}=P\{X\le c\}$，则常数$c=$

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 对于任意参数，随机变量X均可满足$E(X)=D(X)$，则X服从的分布一定是

A. 二项分布　　B. 泊松分布　　C. 均匀分布　　D. 指数分布

6. 设随机变量$X \sim N(2,2^2)$，在下列随机变量中服从标准正态分布的是

A. $\frac{X-2}{2}$　　B. $\frac{X-2}{4}$　　C. $\frac{X}{2}$　　D. $\frac{X}{4}$

7. 设随机变量$X \sim N(1,4^2)$，$Y \sim N(0,2^2)$，X与Y相互独立，则$D(X-Y)=$

A. 2　　B. 6　　C. 12　　D. 20

8. 设总体$X \sim N(0,1)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$为来自X的样本，$\bar{X}$与S^2分别为样本均值与样本方差，则服从自由度为$n-1$的χ^2分布的统计量是

A. $(n-1)S^2$　　B. $(n-1)\bar{X}^2$

C. S　　D. $\bar{X}$

9. 设总体$X \sim N(0,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$为来自X的样本，$\bar{X}$为样本均值，则未知参数σ^2的无偏估计是

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$　　B. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

C. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$　　D. $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

10. 设总体$X \sim N(\mu,\sigma_0^2)$，其中σ_0^2已知，样本容量n和置信水平$1-\alpha$均不变，则对不同的样本观测值，μ的置信区间长度l的变化是

A. 变小　　B. 变大　　C. 不变　　D. 不确定

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 已知 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$________.

12. 设随机事件 A 与 B 相互独立，$P(A)=P(B)=\frac{1}{3}$，则 $P(\overline{A}\overline{B})=$________.

13. 甲、乙两人对弈一局，两人下成和棋的概率是 $\frac{1}{2}$，乙获胜的概率是 $\frac{1}{3}$，则甲获胜的概率是________.

14. 某射手射击所得环数 X 的分布律为

X	6	7	8	9	10
P	0.1	0.28	0.11	0.29	0.22

，如果命中 8～10 环为优秀，则这名射手射击一次为优秀的概率是________.

15. 设随机变量 $X\sim N(0,1)$，已知 $P\{|X|>x\}=0.05$，$P\{X\le 1.96\}=0.975$，则 $x=$________.

16. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，随机变量 Y 服从二项分布 $B\left(2,\frac{1}{2}\right)$，且满足 $P\{X=0\}=P\{Y=0\}$，则 $\lambda=$________.

17. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，则 $P\{X\ge 2\}=$________.

18. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	1
0	0.1	b
1	a	0.4

且 $P\{Y=1\}=0.6$,则 $a=$________，$b=$________.

19. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\ 0<y<1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

则当 $0<x<1$ 时，X 的概率密度 $f_X(x)=$________.

20. 设二维随机变量 (X,Y) 服从平面区域 $D=\{(x,y)|0\le x\le 2, 0\le y\le 3\}$ 上的均匀分布，则 $E(XY)=$________.

21. 设总体 X 服从 $0-1$ 分布，即 $P\{X=1\}=p$，$P\{X=0\}=1-p$，$(0<p<1)$.

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的样本，令 $Y=X_1+X_2+\cdots+X_n$，则 $P\{Y=n\}=$________.

22. 某理财产品每月的收益率 X 服从正态分布 $N(\mu,0.2)$，现随机抽取 5 个月的收益率分别为 -0.2, 0.1, 0.8, -0.6, 0.9，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为________.

（附：$\Phi(1.96)=0.975$）

23. 设 H_0 是假设检验的原假设，显著性水平为 0.05，则 $P\{\text{拒绝}H_0|H_0\text{成立}\}=$________.

24. 设总体 $X\sim N(\mu,4)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则检验假设

$H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\neq\mu_0$ 应采用的统计量表达式为________.

25. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S 为样本标准差，检验假设 $H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\neq\mu_0$，已知在 H_0 成立的条件下，

$\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(19)$，则 $n=$________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 某在线支付设置的支付密码共有 6 位数字，每位数字都可从 $0\sim9$ 中任选一个．某客户一次购物进行在线支付时，忘记了密码的最后一位数字.

求：（1）任意选择最后一位数字，不超过 2 次就选正确的概率；

（2）如果该客户记得密码的最后一位是奇数，不超过 2 次选正确的概率.

27. 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1,\\ 1-\theta, & 1\le x<2,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 其中 θ 为未知参数 $(0<\theta<1)$，

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的样本，记 N 为样本在区间 $(0,1)$ 内的个数 $(0<N<n)$，其余的样本均在区间 $[1,2)$ 中.

求：（1）θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$；（2）θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_2$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．设二维随机变量(X,Y)的分布律为

$X \backslash Y$	-1	2	3
-1	0.1	0.2	0.1
2	0.2	0.2	0.2

且$Z=|X+Y|$.

求：（1）(X,Y)关于Y的边缘分布律；（2）Z的分布律；（3）$P\{Y\le 2|X=2\}$.

29．设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{1}{8}x^3, & 0\le x<2,\\ 1, & x\ge 2,\end{cases}$

又$Y=2X-1$.

求：（1）$E(X),E(X^2)$；（2）$D(X),D(Y)$；（3）ρ_{XY}；（4）$\mathrm{Cov}(X,Y)$.

五、应用题：10 分。

30．某制药厂广告宣称某种药品的疾病治愈率为80%，药品主管部门随机抽查了 100 名服用此药的疾病患者，如果其中有超过75%的患者治愈就认为该广告宣称是真实的，否则为虚假广告.

求：（1）若此药的实际治愈率为75%，不接受这一广告宣称的概率p_1；

（2）若此药的治愈率确为80%，接受这一广告宣称的概率p_2.

（附：$\Phi(1.25)=0.8944$）

绝密★启用前

2021年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）试题答案及评分参考

（课程代码 02197）

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

1. B	2. C	3. C	4. C	5. B
6. A	7. D	8. A	9. B	10. C

二、填空题：本大题共15小题，每小题2分，共30分。

11. $\frac{1}{3}$　12. $\frac{4}{9}$　13. $\frac{1}{6}$　14. 0.62　15. 1.96　16. $\ln 4$

17. e^{-2}　18. 0.3,0.2　19. $2x$　20. $\frac{3}{2}$　21. p^n

22. $[-0.192,0.592]$　23. 0.05　24. $2(\bar{X}-\mu_0)$　25. 20

三、计算题：本大题共2小题，每小题8分，共16分。

26. 解　设事件 A_i 表示“第 i 次选正确密码” $(i=1,2)$，

A 表示“不超过2次选正确密码”，B 表示“最后一位选奇数”．……2分

（1）$A=A_1\cup\bar{A}_1A_2$，$P(A)=P(A_1)+P(\bar{A}_1A_2)=\frac{1}{10}+\frac{9\times1}{10\times9}=\frac{1}{5}$；……5分

（2）$P(A|B)=P(A_1|B)+P(\bar{A}_1A_2|B)=\frac{1}{5}+\frac{4\times1}{5\times4}=\frac{2}{5}$．……8分

27. 解　（1）由 $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}-\theta$，……2分

令 $\frac{3}{2}-\theta=\bar{X}$，得 $\theta=\frac{3}{2}-\bar{X}$，即 $\hat{\theta}_1=\frac{3}{2}-\bar{X}$；……4分

（2）似然函数为 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\theta^N(1-\theta)^{n-N}$，……6分

对数似然函数为 $\ln L(\theta)=N\ln\theta+(n-N)\ln(1-\theta)$，

令 $\frac{\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{N}{\theta}-\frac{n-N}{1-\theta}=0$，得 $\theta=\frac{N}{n}$，

所以 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}_2=\frac{N}{n}$．……8分

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 解 （1）(X,Y) 关于 Y 的边缘分布律为

Y	-1	2	3
P	0.3	0.4	0.3

；……3 分

（2）Z 的边缘分布律为

Z	1	2	4	5
P	0.4	0.2	0.2	0.2

；……8 分

（3）$P\{Y \le 2 | X=2\} = \dfrac{P\{X=2, Y\le 2\}}{P\{X=2\}} = \dfrac{0.4}{0.6} = \dfrac{2}{3}$. ……12 分

29. 解 随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3}{8}x^2, & 0\le x<2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ ……2 分

（1）$E(X)=\int_0^2 x\dfrac{3}{8}x^2\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}, E(X^2)=\int_0^2 x^2\dfrac{3}{8}x^2\mathrm{d}x=\dfrac{12}{5}$； ……6 分

（2）$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\dfrac{3}{20}, D(Y)=4D(X)=\dfrac{3}{5}$； ……8 分

（3）$\rho_{XY}=1$； ……10 分

（4）$\mathrm{Cov}(X,Y)=\rho_{XY}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}=2D(X)=\dfrac{3}{10}$. ……12 分

五、应用题：10 分。

30. 解 设随机抽查的 100 名患者中被治愈的人数为 X，p 为治愈率，

则 $X\sim B(100,p)$，$E(X)=100p$，$D(X)=100p(1-p)$. ……2 分

（1）当 $p=0.75$ 时，

$$p_1=P\{X\le 75\}=P\left\{\frac{X-100\times 0.75}{\sqrt{100\times 0.75\times 0.25}}\le\frac{75-100\times 0.75}{\sqrt{100\times 0.75\times 0.25}}\right\}$$

$\approx \Phi(0)=0.5$； ……6 分

（2）当 $p=0.8$ 时，

$$p_2=P\{X>75\}=P\left\{\frac{X-100\times 0.8}{\sqrt{100\times 0.8\times 0.2}}>\frac{75-100\times 0.8}{\sqrt{100\times 0.8\times 0.2}}\right\}$$

$\approx 1-\Phi(-1.25)=\Phi(1.25)=0.8944$. ……10 分