02197概率论与数理统计（二）2023年10月真题

1、【单选题】设A,B为随机事件，则$\overline{AB}=$

A: $\overline{A}\cap\overline{B}$

B: $A\cap\overline{B}$

C: $\overline{A}\cap B$

D: $\overline{A}\cup\overline{B}$

答案：D

2、【单选题】设A,B是事件，且$P(A)=0.4$，$P(A\overline{B})=0.3$，则$P(B|A)=$

A: 1/4
B: 1/2
C: 2/3
D: 3/4

答案：A

3、【单选题】设随机变量**X～N(-3,2),**则下列随机变量服从标准正态分布的是

A: $\frac{X+3}{2}$

B: $\frac{X+3}{\sqrt{2}}$

C: $\frac{X-3}{2}$

D: $\frac{X-3}{\sqrt{2}}$

答案：B

4、【单选题】

设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{4} & c & 2c \end{array}$，则 $P\{X \geqslant 1\}=$

A: 1/4
B: 1/2
C: 3/4
D: 1

答案：C

5、【单选题】设 **X** 服从区间**[0,3]**上的均匀分布，则 **P{|X|<1}=**
A: 0
B: 1/3
C: 2/3
D: 1

答案：B

设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	1	2
0	0.1	0.2
1	0.4	0.3

则 $P\{Y-X \geqslant 1\}=$

6、【单选题】
A: 0.3
B: 0.5
C: 0.6
D: 0.8

答案：C

7、【单选题】设随机变量 **X** 与 **Y** 相互独立，且分别服从参数为 **2** 与 **3** 的泊松分布，则 **P{X+Y=0)=**
A: e-5
B: e-3
C: e-2
D: e-1

答案：A

8、【单选题】设随机变量 **X** 与 **Y** 相互独立，且 **D(X)=3,D(Y)=2,**则 **D(2X-Y)=**

A: 4

B: 8

C: 14

D: 16

答案：C

9、【单选题】

设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	2	3
0	0.2	0
1	0.3	0.5

则 $E(XY)=$

A: 0.8

B: 1.5

C: 2.1

D: 2.5

答案：C

10、【单选题】

设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\dots,X_n$ 是来自 X 的样本，其中 σ^2 未知，$\bar{X}$ 与 S^2 分别是样本均值和样本方差，检验假设 $H_0:\mu=1$；$H_1:\mu\neq1$，采用的检验统计量为

A: $\dfrac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}}$

B: $\dfrac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}}$

C: $\dfrac{\bar{X}-1}{\sigma/\sqrt{n}}$

D: $\dfrac{\bar{X}}{\sigma / \sqrt{n}}$

答案：A

11、【填空题】设 **A**，**B** 是随机事件，则随机事件“**A**，**B** 中至少有一个发生”表示为**().**

答案：AUB

12、【填空题】盒中有 **3** 个白球，**2** 个红球，若不放回地随机取出两球，则第二次才取到白球的概率是**().**

答案：0.3

13、【填空题】设事件 **A** 与 **B** 相互独立，**P(A)=0.6,P(B)=0.5,**则 **P(AUB)=().**

答案：0.8

14、【填空题】

设随机变量 X 的分布律为

X	-1	1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

，$F(x)$ 是 X 的分布函数，

则 $F(1.5)=$________.

答案：5/6

15、【填空题】

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} c\sqrt{x}, & 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 则常数 $c=$________.

答案：3/2

16、【填空题】设随机变量 **X** 服从参数为 **λ** 的指数分布，且 **P{X>1}=e-1,**则 **P{X>3)=().**

答案：e-3

17、【填空题】设随机变量 **X~N(0,1),Y~N(0,1),**且 **X,Y** 相互独立，则二维随机变量**(X,Y)**的概率密度 **f(x,y)=().**

答案:

$$\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$$

18、【填空题】设随机变量 **X~N(2,4),** 且 **Y=3-2X,** 则 **D(Y)=().**

答案: 16

19、【填空题】设随机变量 **X～B(16,0.5),** 随机变量 **Y** 服从参数为 **9** 的泊松分布，则 **E(X-2Y+1)=().**

答案: -9

20、【填空题】已知 **E(X)=2,E(Y)=2,E(XY)=4,** 则 **X,Y** 的协方差 **Cov(X,Y)=().**

答案: 0

21、【填空题】设 **X~B(100,0.4),** 则利用切比雪夫不等式估计 **P{|X-40|≥6}≤().**

答案: 2/3

22、【填空题】

设 X_1,X_2,X_3 是来自总体 X 的样本，若 $\hat{\mu}=3aX_1+aX_2-X_3$ 是 X 的期望 μ 的无偏估计，则常数 $a=$__________.

答案: 1/2

23、【填空题】

设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$X_1,X_2,\cdots,X_8$ 是来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，

则 $E(\bar{X})=$__________.

答案: μ

24、【填空题】

设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本值，其样本均值 $\overline{x}=3$，则 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda}=$________.

答案：3

25、【填空题】

设总体 $X\sim N(\mu,16)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值. 欲检验假设：$H_0:\mu=\mu_0\,;H_1:\mu\neq\mu_0$，则采用检验统计量的表达式为________.

答案：

$$\frac{\sqrt{n}}{4}(\bar{X}-\mu_0)$$

26、【计算题】据统计某仪器在 **A**，**B**，**C** 三种不同状态下工作时间比例为 **7:2:1,** 且发生故障的概率分别为 **0.01,0.02,0.04.** 求：**(1)** 该仪器发生故障的概率； **(2)** 当仪器发生故障时，恰在状态 **B** 下工作的概率，

答案：(1)设事件A,B,C分别表示仪器在A,B,C状态下工作，D表示仪器发生故障，由题意，可知P(A)=0.7,P(B)=0.2,P(C)=0.1，P(D|A)=0.01,P(D|B)=0.02,P(D|C)=0.04,由全概率公式，有 P(D)=P(A)P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)=0.015；(2)P(B|D)=[P(B)P(D|B)]/P(D)=4/15

27、【计算题】

设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, & x>0,y>0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

（1）求 (X,Y) 的边缘概率密度；

（2）判断 X 与 Y 是否相互独立？为什么？

答案：

（1）(X,Y) 关于 X 的边缘概率密度为

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\mathrm{d}y=\begin{cases} 0, & x\leqslant 0, \\ \int_0^{+\infty}e^{-(x+y)}\mathrm{d}y, & x>0 \end{cases}=\begin{cases} 0, & x\leqslant 0, \\ e^{-x}, & x>0, \end{cases}$$

(X,Y)关于Y的边缘概率密度为

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)\mathrm{d}x=\begin{cases}0, & y\leqslant 0,\\ \int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-(x+y)}\mathrm{d}x, & y>0\end{cases}=\begin{cases}0, & y\leqslant 0,\\ \mathrm{e}^{-y}, & y>0;\end{cases}$$

（2）因为对任意实数x,y均有$f_X(x)\cdot f_Y(y)=f(x,y)$，

故X与Y相互独立.

28、【应用题】

黄金矩形是指宽度与长度的“比值”近似为0.618的矩形，这种矩形会给人比较舒适的视觉感．设某厂生产的矩形工艺品宽度与长度的“比值”$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从一批产品中随机抽查9件测其“比值”，并计算得样本均值$\bar{x}=0.614$，样本标准差$s=0.036$．试问该厂生产的矩形工艺品是否采用了黄金比例设计？

（附：$\alpha=0.05,t_{0.025}(8)=2.306$）.

答案：

按题意，欲检验假设$H_0:\mu=0.618$；$H_1:\mu\neq 0.618$，

此时 $\mu_0=0.618,n=9,\bar{x}=0.614,s=0.036$，

$$t=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}=-\frac{1}{3},$$

由于$|t|=\frac{1}{3}<t_{0.025}(8)=2.306$，

故不拒绝H_0，即该工艺品厂采用了黄金比例设计.

29、【综合题】

设随机变量 X 服从区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & y>0, \\ 0, & y\leqslant 0, \end{cases}$$

且 X 与 Y 相互独立.

求：（1）X 的概率密度 $f_X(x)$；（2）$(X,\ Y)$ 的概率密度 $f(x,y)$；（3）$P\{X+Y\leqslant 1\}$.

答案:

（1）$f_X(x)=\begin{cases} 1, & 0\leqslant x\leqslant 1, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$

（2）$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & 0\leqslant x\leqslant 1, y>0, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$

（3）$P\{X+Y\leqslant 1\}=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} e^{-y}dy=e^{-1}$.

30、【综合题】

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} c, & -3\leqslant x\leqslant 3, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

求：（1）常数 c；（2）$P\{|X|\leqslant 2\}$；（3）$E(X),D(X)$.

答案:

（1）由 $1=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{-3}^{3} c dx=6c$，得 $c=\frac{1}{6}$；

（2）$P\{|X|\leqslant 2\}=\int_{-2}^{2}\frac{1}{6}dx=\frac{2}{3}$；

（3）得 $E(X)=\int_{-3}^{3}\frac{1}{6}x dx=0$，$E(X^2)=\int_{-3}^{3}\frac{1}{6}x^2 dx=3$，

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=3$.