绝密 ★ 考试结束前

全国2020年8月高等教育自学考试

概率论与数理统计(二)试题

课程代码:02197

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．将一枚骰子连掷两次，事件A表示“两次均出现1点”，则$P(A)=$

A．$\frac{1}{36}$　　B．$\frac{1}{18}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{3}$

2．设事件A与B相互独立，且$P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{4}$，则$P(\overline{A}\overline{B})=$

A．$\frac{1}{12}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

3．设A与B互为对立事件，且$P(A)>0$，$P(B)>0$，则下列结论**不成立**的是

A．$P(B)=1-P(A)$　　B．$P(A|B)=0$

C．$P(A|\overline{B})=1$　　D．$P(\overline{A\cup B})=1$

4．设随机变量$X\sim N(-1,2^2)$，$\Phi(x)$为标准正态分布函数，则$P\{-1<X\leq 2\}=$

A．$\Phi(2)-\Phi(-1)$　　B．$\Phi\left(\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{2}$

C．$\Phi\left(\frac{3}{2}\right)$　　D．$\Phi(3)-\frac{1}{2}$

5．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} ce^{-2x}, & x>0, \\ 0, & x\le 0, \end{cases}$ 则常数 $c=$

A．-2　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

6．设随机变量 X 与 Y 相互独立，

X	-2	-1	0
P	0.3	0.3	0.4

，

Y	-0.5	1	3
P	0.5	0.25	0.25

，

则 $P\{X=-2|Y=1\}=$

A．0.25　　B．0.3　　C．0.4　　D．0.5

7．设 X 与 Y 为随机变量，C 是任意常数，则下列结论一定成立的是

A．$D(XY)=D(X)D(Y)$　　B．$D(X-Y)=D(X)-D(Y)$

C．$D(X-Y+C)=D(X-Y)$　　D．$D(X-Y)=D(X)+D(Y)$

8．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim N(2,3^2)$，$Y\sim N(3,4^2)$，则 $D(2X-Y+1)=$

A．8　　B．20　　C．52　　D．53

9．设总体 X 服从区间 $[0,3\theta]$ 上的均匀分布，未知参数 $\theta>0$，$\bar{X}$ 为样本均值，则 θ 的矩估计是

A．$\frac{1}{3}\bar{X}$　　B．$\frac{2}{3}\bar{X}$　　C．$\frac{3}{2}\bar{X}$　　D．$3\bar{X}$

10．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 σ^2 未知，$\bar{X}$ 和 S^2 分别是样本均值和样本方差，对于检验假设 $H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\ne\mu_0$，当显著性水平为 α 时 H_0 的拒绝域为

A．$\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|>u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$　　B．$\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|<u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$

C．$\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}$　　D．$\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right|<t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．设 A,B 为随机事件，且 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{4}$, $P(AB)=\frac{1}{8}$，则 $P(A\cup B)=$________.

12．设某电梯从第一层升到第 12 层，在第一层时电梯内共有 10 位乘客，每位乘客从第 2 层到第 12 层每层离开电梯是等可能的，事件 A 表示“这 10 位乘客在同一层离开电梯”，则 $P(A)=$________.

13．设 $P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{AB})=$________.

14．设随机变量 X 服从区间 $[1,5]$ 上的均匀分布，则 $P\{2<X\leq 3\}=$________.

15．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，且 $F(3)=0.8$，$F(0)=0$，

则 $P\{0<X\leq 3\}=$________.

16．设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	-1	0	1
-1	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$
1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$

则 $P\{X=Y\}=$________.

17．设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 和 Y 的概率密度分别为 $f_X(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0,\\ 0, & x\leq 0,\end{cases}$

$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{5}, & 0\leq y\leq 5,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 则当 $x>0,\ 0\leq y\leq 5$ 时，(X,Y) 的概率密度 $f(x,y)=$________.

18．设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 和 Y 的概率密度分别为 $f_X(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0,\\ 0, & x\leq 0,\end{cases}$

$f_Y(y)=\begin{cases}4e^{-4y}, & y>0,\\ 0, & y\leq 0,\end{cases}$ 则 $P\{0\leq X\leq 1,\ 0\leq Y\leq 2\}=$________.

19．设随机变量 $X\sim B(6,0.2)$，则 $D(-2X+3)=$________.

20．设随机变量 X 服从区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，则由切比雪夫不等式可得

$P\left\{\left|X-\frac{1}{2}\right|\geq\frac{1}{3}\right\}\leq$________.

21．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则 $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim$________.

22．设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自总体 X 的样本，且 $X\sim N(\mu,3^2)$，$\bar{X}$ 为样本均值，则 $E(\bar{X}-\mu)^2=$________.

23．设 $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 为来自正态总体 $N(0,1)$ 的样本，则 $\sum_{i=1}^{9}X_i^2$ 服从的分布是________.

24．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma_0^2)$ 的样本，σ_0^2 已知，S^2 为样本方差，则 $E(S^2)=$________.

25．设某个检验假设的拒绝域为 W，当原假设 H_0 成立时，样本 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)\in W$ 的概率为0.1，则犯第一类错误的概率为________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．设 $P(\bar{A})=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(A\bar{B})=0.5$.求：$P\left(B\middle|(A\cup\bar{B})\right)$.

27．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{16}x^2, & -2\le x\le 2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

求：（1）$E(X)$，$D(X)$；（2）$P\left\{|X-E(X)|<D(X)\right\}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．设二维随机变量 $(X,\ Y)$ 的分布律为

X \ Y	0	1
0	$\frac{2}{25}$	b
1	a	$\frac{3}{25}$
2	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$

且 $P\{Y=1|X=0\}=\dfrac{3}{5}$.

（1）求常数 a,b；（2）求 (X,Y) 关于 X,Y 的边缘分布律；（3）判断 X 与 Y 的独立性.

29．设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(0,1,1^2,2^2,\rho)$.

求：（1）当 $\rho=0$ 时，$E(X-2Y+1)$，$D(X-2Y+1)$；

（2）当 $\rho=-\dfrac{1}{2}$ 时，$E(Y^2-XY)$，$D(X-2Y)$.

五、应用题：10 分。

30．设某产品长度（单位：mm）服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，现随机抽取该产品 36 件，测其长度并算得样本均值 $\bar{x}=2050$，样本标准差 $s=250$.可否认为这批产品的平均长度为2000（mm）？（附：$\alpha=0.1,t_{0.05}(35)=1.6896$）

绝密★启用前

2020 年 8 月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）试题答案及评分参考

（课程代码 02197）

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

1．A

2．D

3．D

4．B

5．D

6．B

7．C

8．C

9．B

10．C

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．$\frac{5}{8}$

12．$\frac{1}{11^9}$

绝密★启用前

2020年8月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）试题答案及评分参考

（课程代码　02197）

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

1．A	2．D	3．D	4．B	5．D
6．B	7．C	8．C	9．B	10．C

二、填空题：本大题共15小题，每小题2分，共30分。

11．$\frac{5}{8}$	12．$\frac{1}{11^9}$	13．0.6	14．$\frac{1}{4}$
15．0.8	16．$\frac{1}{3}$	17．$\frac{2}{5}\mathrm{e}^{-2x}$	18．$(1-\mathrm{e}^{-3})(1-\mathrm{e}^{-8})$
19．3.84	20．$\frac{3}{4}$	21．$t(n-1)$	22．$\frac{9}{4}$
23．$\chi^2(9)$	24．σ_0^2	25．0.1	

三、计算题：本大题共2小题，每小题8分，共16分。

26．解　$P\left(B\middle|(A\cup\bar{B})\right)=\frac{P\left(B(A\cup\bar{B})\right)}{P(A\cup\bar{B})}=\frac{P(AB)}{P(A\cup\bar{B})}$，　……2分

$P(A\cup\bar{B})=P(A)+P(\bar{B})-P(A\bar{B})=0.8$，

$P(A\bar{B})=P(A-AB)=P(A)-P(AB)$，　……4分

$P(AB)=P(A)-P(A\bar{B})=0.2$，

$P\left(B\middle|(A\cup\bar{B})\right)=0.25$.　……8分

27．解　（1）$E(X)=\int_{-2}^{2}\frac{3}{16}x^3\mathrm{d}x=0$，$E(X^2)=\int_{-2}^{2}\frac{3}{16}x^4\mathrm{d}x=\frac{12}{5}$，

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{12}{5}$；　……4分

（2）$P\{|X-E(X)|<D(X)\}=P\left\{|X|<\frac{12}{5}\right\}=1$.　……8分

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．解 （1）由 $P\{Y=1|X=0\}=\dfrac{P\{Y=1,X=0\}}{P\{X=0\}}=\dfrac{b}{\frac{2}{25}+b}=\dfrac{3}{5}$，

又 $a+b+\dfrac{8}{25}=1$，得 $a=\dfrac{14}{25}$， $b=\dfrac{3}{25}$； ……4 分

（2）

X	0	1	2
P	$\frac{5}{25}$	$\frac{17}{25}$	$\frac{3}{25}$

，

Y	0	1
P	$\frac{17}{25}$	$\frac{8}{25}$

； ……8 分

（3）由于 $P\{X=0,Y=0\}=\dfrac{2}{25}$，

$P\{X=0\}\cdot P\{Y=0\}=\dfrac{5}{25}\cdot\dfrac{17}{25}=\dfrac{17}{125}$，

$P\{X=0,Y=0\}\neq P\{X=0\}\cdot P\{Y=0\}$，

故 X 与 Y 不独立. ……12 分

29．解 （1）当 $\rho=0$ 时， X 与 Y 独立，

$E(X-2Y+1)=E(X)-2E(Y)+1=-1$，

$D(X-2Y+1)=D(X)+4D(Y)=17$； ……4 分

（2） $E(Y^2)=D(Y)+\left[E(Y)\right]^2=5$，

$\mathrm{Cov}(X,Y)=\rho_{XY}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}=-1$，

$E(XY)=\mathrm{Cov}(X,Y)+E(X)E(Y)=-1$， ……8 分

$E(Y^2-XY)=E(Y^2)-E(XY)=6$， ……10 分

$D(X-2Y)=D(X)+4D(Y)-4\mathrm{Cov}(X,Y)=21$. ……12 分

五、应用题：10 分。

30．解 假设 $H_0:\mu=\mu_0;H_1:\mu\neq\mu_0$，

取检验统计量 $t=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$， 当 $|t|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 时，拒绝 H_0； ……4 分

由题意可知 $\bar{x}=2050$， $s=250$， $n=36$， $\mu_0=2000$，

$\alpha=0.1$， $t_{0.05}(35)=1.6896$，计算可得 $t=1.2$， ……8 分

由于 $|t|<t_{0.05}(35)$，故接受 H_0，

即可以认为这批产品的平均长度为 2000 mm. ……10 分