自考 00023《高等数学（工本）》

考前划重点

说明：

（一）、所谓“考前划重点”是自考资深专业老师经过多年教学的研究，结合考试大纲，归纳考试规律和命题趋势，并为学员缩小考试范围、浓缩考试内容，圈定重点考点，总结提炼出各门课程的必考点、常考点、易考点和预测考点，学员通过对考前划重点的学习，能够在最短时间内高效掌握考试重点，快速通关。

（二）、我们将知识点按考查几率及重要性分为三个等级，即一级重点、二级重点、三级重点，其中，一级重点为必考点，本次考试考查频率高；二级重点为次重点，考查频率较高；三级重点为预测考点，考查频率一般，但有可能考查的知识点。

一、《高等数学(工本)》考试题型分析：

根据最近几年考试情况来看，这门课程题型基本不变：

题号	题型	题量及分值
第一题	单项选择题	{共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分}
第二题	填空题	{共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分}
第三题	计算题	{共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分}
第四题	综合题	{共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分}

由各题型分值分布比重我们可以看出，计算题占整体试卷的60%，因此，考试复习重点应放在这一题的知识点上。

二、《高等数学(工本)》考试重点

第一章　解析几何与向量代数

1：向量的数量积{**一级重点**}{**填空、选择**}

公式：设$\vec{a}=\{a_x,a_y,a_z\},\vec{b}=\{b_x,b_y,b_z\}$

$1°.\ \vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$

$2°.\ \vec{a}\perp\vec{b}$的充要条件是：$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$$3°.\ \cos(\hat{\vec{a}\vec{b}})=\frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

2：向量的向量积{**一级重点**}{**选择、计算**}

公式：

$$1°.\ \vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}=(a_yb_z-a_zb_y)\vec{i}+(a_zb_x-a_xb_z)\vec{j}+(a_xb_y-a_yb_x)\vec{k}$$

$$2°.\ \sin\varphi=\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$3°.\ \vec{a}//\vec{b}$的充要条件是$\vec{a}\times\vec{b}=0$

以选择题和计算题的形式考查

3：平面方程{**一级重点**}{**计算题**}

公式：$M_o(x_o,y_o,z_o)$ $\vec{n}=\{A,B,C\}$ 点法式：$A(x-x_o)+B(y-y_o)+C(z-z_o)=0$

多以计算题的形式考查

4：直线方程{**一级重点**}{**计算题**}

公式：$\vec{S}=\{l,m,n\}$ ，$M_o(x_o,y_o,z_o)$ 点向式：$\dfrac{x-x_o}{l}=\dfrac{y-y_o}{m}=\dfrac{z-z_o}{n}$

多以计算题的形式考查

第二章　多元函数的微分学

1：偏导数{**三类重点**}{**填空题、计算题**}

公式：1°. $z=f(u,v),u=\varphi(x,y),v=\psi(x,y)$

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}\qquad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}$$

2°. 设 $z=f(u,v),u=\varphi(x,y),v=\psi(x,y)$

$$\frac{dz}{dx}=\frac{\partial z}{\partial u}\frac{du}{dx}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{dv}{dx}$$

3°. 设 $F(x,y,z)=0$　　$\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{Fx}{Fz}$　$\dfrac{\partial z}{\partial y}=-\dfrac{Fy}{Fz}$

2：高阶偏导{**三类重点**}{**填空题、计算题**}

说明：高阶导数一般会考到二阶导数，最高也不会超过三阶。

3：全微分{**二类重点**}{**填空、选择、计算**}

公式：设 $z=f(x,y)$, $dz=\dfrac{\partial z}{\partial x}dx+\dfrac{\partial z}{\partial y}dy$

4：二元函数的极值{**二类重点**}{**计算、综合**}

说明：注意这个函数求极值的解题步骤。

第三章　重积分

1：二重积分的计算{**一类重点**}{**填空、计算**}

公式：1°. $\iint\limits_D kd\sigma=kA$ { A 为 D 的面积}

2°. $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma=\int_a^b dx\int_{\varphi_2(x)}^{\varphi_1(x)}f(x,y)dy=\int_d^c dy\int_{\varphi_2(y)}^{\varphi_1(y)}f(x,y)dx$

3°. $\iint\limits_D f(x,y)d\sigma=\int_\alpha^\beta d\vartheta\int_{\varphi_2(\theta)}^{\varphi_1(\theta)}f(r\cos\vartheta,r\sin\vartheta)rdr$

2：三重积的计算{**一类重点**}{**计算、选择**}

公式：1°. 利用直角坐标系计算，Ω 为 $\begin{cases} z_1(x,y) \le z \le z_2(x,y) \\ y_1(x) \le y \le y_2(x) \\ a \le x \le b \end{cases}$

$$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)d\sigma = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} dy \int_{z_1(x,y)}^{z_2(x,y)} f(x,y,z)dz$$

2°. 利用柱面坐标计算：Ω 为 $\begin{cases} x = r\cos\vartheta \\ y = r\sin\vartheta \\ y = z \end{cases}$

$$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dv = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} dx \int_{r_1(\vartheta)}^{r_2(\vartheta)} rdr \int_{z_1(r,\vartheta)}^{z_2(r,\vartheta)} f(r\cos\vartheta, r\sin\vartheta, z)dz$$

3°. 利用球面坐标计算：Ω 为 $\begin{cases} x = r\cos\vartheta\sin\varphi \\ y = r\sin\vartheta\sin\varphi \\ y = r\cos\varphi \end{cases}$

$$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dv = \int_\alpha^\beta d\vartheta \int_{\varphi_1(\vartheta)}^{\varphi_2(\vartheta)} d\varphi \int_{r_1(\varphi,\vartheta)}^{r_2(\varphi,\vartheta)} f(r\cos\vartheta\sin\varphi, r\sin\vartheta\sin\varphi, r\cos\varphi)r^2\sin\varphi dr$$

3：重积分的应用{**一类重点**}{**多以计算题的形式考查**}

公式：1°. 曲顶柱体的体积：$V = \iint\limits_D f(x,y)dxdy$, 曲面 $\sum : z = f(x,y)$

2°. 设 V 为 Ω 的体积：$V = \iiint\limits_{\Omega} dv$

3°. 设 $\sum$ 为曲面 $z = f(x,y)$

曲面的面积为 $S = \iint\limits_D \sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2}\, d\sigma$

第四章 曲线积分与曲面积分

1：两类曲线积分的计算{**一类重点**}{**计算题**}

公式：1°. 对弧长的曲线积分计算：

{1} 若 L：$y = f(x), a \le x \le b$，则 $\int\limits_L f(x,y)dl = \int_a^b f[x,\varphi(x)]\sqrt{1+\varphi^2(x)}dx$

{2}若 L：$\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\psi(t) \end{cases}, \alpha \le t \le \beta$

$$则\int_L f(x,y)dl = \int_\alpha^\beta f[\varphi(t),\psi(t)]\sqrt{\varphi^{2'}(t)+\psi^{2'}(t)}dx$$

{3}当 $f(x,y)=1$ 时，曲线 L 由 B 的弧长为 $S=\int_L dl$。

2°. 对坐标的曲线积分计算：

{1} $\int_{L_{AB}} P(x,y)dx = \int_a^b P[x,\varphi(x)]dx \quad L_{AB}: y=\varphi(x) \begin{matrix} A(a)起点 \\ B(b)终点 \end{matrix}$

{2} $\int_{L_{AB}} P(x,y)dx = \int_\alpha^\beta P[\varphi(t),\psi(t)]\varphi'(t)]dt \quad L_{AB}: \begin{cases} x=\varphi(t) \ A(\alpha)起点 \\ y=\psi(t)\ B(\beta)终点 \end{cases}$

{3}格林公式：$\iint_D (\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y})dxdy = \oint_L Pdx+Qdy$

其中 L 是沿正向取的闭区域的边界曲线。

2：两类曲面积分的计算{一类重点}{**计算题**}：

公式：1°. 对面积的曲面积分计算

$$\iint_\Sigma f(x,y,z)ds = \iint_{Dxy} f[x,y,z(x,y)]\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}dxdy \quad \sum: z=z(x,y)$$

2°. 对坐标的曲面积分计算：

$$\iint_\Sigma R(x,y,z)dxdy = \pm\iint_{Dxy} R[x,y,z(x,y)]dxdy$$

$$\sum: z=z(x,y) \begin{matrix} 上侧取正号 \\ 下侧取负号 \end{matrix}$$

3：格林公式及其应用{三类重点}{**多以计算题、选择题的形式考查**}

熟记格林公式的条件、结论以及在题中的应用

第五章　常微分方程

1：三类一阶微分方程{二类重点}{**计算、填空、选择**}

公式：一阶线性微分方程：$y'+p(x)y=Q(x)$

通解 $y=e^{-\int p(x)dx}[\int Q(x)e^{\int p(x)dx}dx+C]$

2：二阶常系数线性齐次微分方程{三类重点}{**填空、计算**}

公式：$y''+py'+qy=0$ 特征方程：$r^2+pr+q=0$

$1°$. $r_1\neq r_2$ 实根：通解为 $y=c_1e^{r_1x}+c_2e^{r_2x}$

$2°$. $r_1=r_2$ 实根：通解为 $y=(c_1+c_2)e^{r_1x}$

$3°$. $r_{1,2}=\alpha\pm\beta i$：通解为 $y=e^{\alpha x}(c_1\cos\beta+c_2\sin\beta x)$

3：二阶常系数线性非齐次微分方程{三类重点}{**填空，选择、计算**}

公式：$y''+py'+qy=P_m(x)e^{ax}$

通解为 $y=\overline{y}+y^*$　　$\overline{y}$ 为对应齐次方程的通解

$y^*=x^kQ_m(x)e^{\alpha x}$　　y^* 为所求方程的一个特解

$k=0$：a 不是特征方程的根
$k=1$：a 是特征方程的单根
$k=2$：a 是特征方程的重根

第六章　无穷级数

1：正项级数及其审敛准则{二类重点}{**计算、选择**}

公式：$1°$. 比值判别法：$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=q\begin{cases}<1,\text{级数}\sum_{n=1}^{\infty}u_n\text{收敛}\\>1(\infty),\text{级数}\sum_{n=1}^{\infty}u_n\text{发散}\\=1,\text{级数}\sum_{n=1}^{\infty}u_n\text{不定}\end{cases}$$

$2°$. 比较判别法：

1}设 $u_n\le v_n$，而 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 收敛，则 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛。

2}设 $u_n\ge v_n$，而 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 发散，则 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散。

2：幂级数的收敛半径和收敛区间{一类重点}{**多以计算题的形式考查**}

公式：$1°$. 收敛半径 $R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$

$2°$. 收敛区间：

1}[-R,R]

2}[-R,R}

3}{-R，R]

设 $x=R:\sum_{n=1}^{\infty}a_nR^n$ 收敛，右边闭；发散，右边开

$x=-R:\sum_{n=1}^{\infty}a_n(-R)^n$ 收敛，左边闭；发散，左边开

$3^\circ.\ \sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-x_0)^n$ 令 $x-x_0=R\quad x=x_0+R$

$x-x_0=-R\quad x=x_0-R$

3：幂级数的展开式{一类重点}{**计算、填空**}

公式：$1^\circ.\ e^x=1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\cdots+\dfrac{x^n}{n!}+\cdots\qquad -\infty<x<+\infty$

$$2^\circ.\ \sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}\cdots\qquad -\infty<x<+\infty$$

$$3^\circ.\ \cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}\cdots\qquad -\infty<x<+\infty$$

$$4^\circ.\ \ln(x+1)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\cdots\qquad -1<x\le 1$$

$$5^\circ.\ \frac{1}{1-x}=1+x+x^2+x^3\cdots\qquad -1<x<1$$