绝密★启用前

2021年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

离散数学

（课程代码　02324）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共15小题，每小题1分，共15分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设p：今年是2020年，q：明年是2021年，命题“只有今年是2020年，明年才是2021年”的符号化为

A. $p\wedge q$　　B. $p\vee q$　　C. $p\leftrightarrow q$　　D. $q\rightarrow p$

2. 下列命题公式是永真式的是

A. $p\wedge(p\rightarrow q)$　　B. $p\wedge(p\leftrightarrow q)$　　C. $p\vee(p\rightarrow q)$　　D. $p\vee(p\leftrightarrow q)$

3. 下列式子**不正确**的是

A. $\forall x(A(x)\wedge B(x))\Leftrightarrow\forall xA(x)\wedge\forall xB(x)$

B. $\exists x(A(x)\vee B(x))\Leftrightarrow\exists xA(x)\vee\exists xB(x)$

C. $\forall xA(x)\vee\forall xB(x)\Rightarrow\forall x(A(x)\vee B(x))$

D. $\exists xA(x)\wedge\exists xB(x)\Rightarrow\exists x(A(x)\wedge B(x))$

4. 设论域为整数集，下列选项中，真值为真的是

A. $\forall x\exists y(x+y=2020)$　　B. $\exists x\forall y(x+y=2020)$

C. $\forall x\forall y(x+y=2020)$　　D. $\exists y\forall x(x+y=2020)$

5. 下列关系矩阵所对应的关系具有对称性的是

A. $\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$

6. 设 $A=\{a,b,c,d,e\}$，$B=\{1,2\}$，则从 A 到 B 的所有不同满射的个数是

A. 10　　B. 30　　C. 31　　D. 32

7. 设 $A=\{1,2,3\}$，A 上的二元关系 $R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,2\rangle\}$，则 R 具有

A. 自反性　　B. 反自反性　　C. 对称性　　D. 传递性

8. 设 R,S 均是非空集合 A 上的等价关系，则下列关系仍是等价关系的是

A. R^{-1}　　B. $R-S$　　C. $S-R$　　D. $A\times A-R$

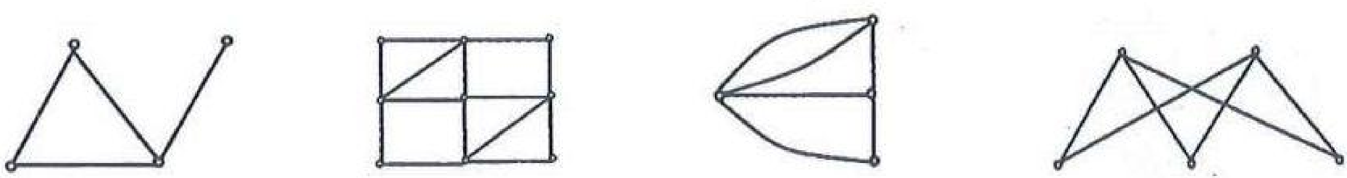
9. 设无向图有 6 条边，3 度与 5 度顶点各一个，其余都是 2 度顶点，则该图的顶点个数为

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

10. 下列无向完全图中**不是**平面图的是

A. K_2　　B. K_3　　C. K_4　　D. K_5

11. 下列图为欧拉图的是



A.　　B.　　C.　　D.

12. 下列图中**不是**哈密顿图的是

A.　　B.　　C.　　D.

13. 设<L, ≤>是有界格，则下列叙述中，正确的是

A. 全上界与全下界没有补元　　B. 每个元都有补元

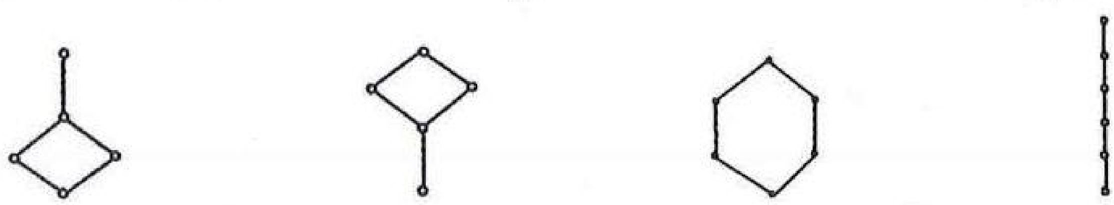
C. 每个元都没有补元　　D. 至少有两个元素存在补元

14. 设 $S=\{a,b\}$，$\circ$是 S 上二元运算，满足 $a\circ a=b\circ a=a$，$a\circ b=b\circ b=b$，则 $\langle S,\circ\rangle$ 满足

A. 交换律、结合律　　B. 交换律、幂等律

C. 结合律、幂等律　　D. 交换律、消去律

15. 下列格中**不是**分配格的是



A.　　B.　　C.　　D.

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

16. 两个不同小项的合取式的真值是______。

17. 公式 $\forall xA(x)\rightarrow\exists yB(y)$ 的前束范式为______。

18. 公式 $\forall x(A(x)\wedge\exists yB(y))\leftrightarrow C(x)$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是______。

19. 设 $A=\{1,2,3\}$ 上的二元关系 $R=\{\langle 1,2\rangle,\langle 2,2\rangle,\langle 3,2\rangle\}$，$S=\{\langle 3,1\rangle\}$，则 $dom(R\cup S^{-1})=$ ______。

20. 设 $A=\{1,2,3,4\}$ 的一个划分为 $S=\{\{1,4\},\{2,3\}\}$，则 S 确定的 A 上等价关系 $R=$ ______。

21. 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$P(A)$ 表示 A 的幂集，$\oplus$表示集合的对称差，则$(P(A),\oplus)$ 的单位元是______。

22. Klein 四元群中除了单位元外的其它元素的阶都是______。

23. 设 G 为连通平面图，有 7 个顶点，其平面表示中共有 5 个面，则边数为______。

24. 6 阶非同构的树共有______棵。

25. 有 10 个顶点的无向完全图，需要删除______条边才能得到生成树。

三、简答题：本大题共 8 小题，第 26～30 小题，每小题 6 分；第 31～33 小题，每小题 7 分，共 51 分。

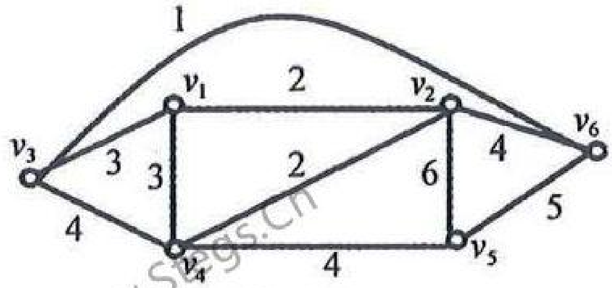
26. 用真值表法判定命题公式$(p\wedge q)\leftrightarrow(q\vee\neg r)$ 是否为非重言式的可满足式。

27. 用等值演算法求命题公式$(p\vee q)\wedge(q\rightarrow\neg r)$ 的主合取范式。

28. 设集合 $A=\{1,2,3\}$ 上的二元关系 $R=\{\langle 1,1\rangle,\langle 2,1\rangle\langle 2,3\rangle,\langle 3,2\rangle\}$，写出自反闭包 $r(R)$，对称闭包 $s(R)$ 和传递闭包 $t(R)$ 的集合表达式。

29. 画出 $A=\{1,2,3,9,18\}$ 上整除关系的哈斯图，并求 $B=\{2,3,9\}$ 的极大元、极小元。

30. 利用 Kruskal 算法求题 30 图所示的连通带权图的最小生成树，请给出详细过程并画出最小生成树，计算最小生成树的权。



题 30 图

31. 设 R 为 $N\times N$ 上的二元关系，

$\forall\langle a,b\rangle,\langle c,d\rangle\in N\times N,\langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle\Leftrightarrow a=c$

(1)证明 R 为等价关系；

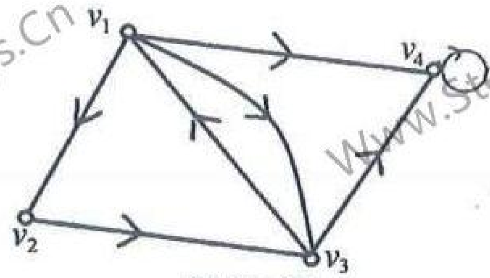
(2)求 R 导出的等价类。

32. 设有向图 D 如题 32 图所示，

(1)写出图 D 的邻接矩阵 M_D；

(2)计算图 D 中长度为 4 的通路数；

(3)计算图 D 中长度小于或等于 4 的回路数。



题 32 图

33. 用二叉树表示算术表达式$(a+3*b)\div(c-d)$，并给出该树的先序、中序、后序遍历序列。

四、证明题：本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分。

34. 证明：正实数集 R^+，对于普通乘法构成交换群。

35. 用归谬法证明下面有效推理。

前提：$p\rightarrow\neg q, q\vee\neg r, r\wedge s$

结论：$\neg p$