02197 概率论与数理统计（二） 2024 年 4 月真题

1、【单选题】

设随机变量 X 与 Y 相互独立，

X	-2	-1	0
P	0.3	0.3	0.4

Y	-0.5	1	3
P	0.5	0.25	0.25

则$P\{X=-2 \mid Y=1\}=$

A: 0.25
B: 0.3
C: 0.4
D: 0.5

答案：B

2、【单选题】设随机变量 **X** 与 **Y** 相互独立，且 **D(X)=4,D(Y)=2,**则 **D(3X-2Y)=**
A: 8
B: 16
C: 28
D: 44

答案：D

3、【单选题】某射手射击命中目标的概率为 **0. 8,**如果他向目标独立射击两次，则事件“第一次未命中第二次命中”的概率为
A: 0.04
B: 0.16
C: 0.36
D: 0.64

答案：B

4、【单选题】设总体 **X** 服从区间 **[0,3θ]** 上的均匀分布，未知参数 **θ>0,X** 为样本均值，则 **θ** 的矩估计是

A: $\frac{1}{3}\bar{X}$

B: $\frac{2}{3}\bar{X}$

C: $\frac{3}{2}\bar{X}$

D: $3\bar{X}$

答案：B

5、【单选题】在假设检验中，**H0** 为原假设，已知 **P(** 拒绝 **H0IH0** 成立 **}=0. 01,** 则犯第一类错误的概率等于

A: 0.01
B: 0.02
C: 0.98
D: 0.99

答案：A

6、【单选题】设随机变量 **X~N(1,2),** 则 **E(2X-1)=**

A: 1
B: 2
C: 3
D: 4

答案：A

7、【单选题】对于任意参数，随机变量 **X** 均可满足 **E(X)=D(X),** 则 **X** 服从

A: 二项分布
B: 泊松分布
C: 均匀分布
D: 指数分布

答案：B

8、【单选题】现有10只电子产品，在其中取两次，每次任取一只，取后不放回．已知取出的两只都是正品的概率 $\frac{28}{45}$ ，则其中的次品数为
A: 0
B: 1
C: 2
D: 3

答案：C

9、【单选题】设总体X~N(0, σ2),X1, X2,...,Xn(n>1)为来自X的样本， $\bar{X}$ 为样本均值，则未知参数σ2的无偏估计是
A: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

B: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$
C: $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$
D: $\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$

答案：B

10、【单选题】某射手向一目标射击两次，事件**Ai**表示“第**i**次射击命中目标”**,i=1,2,**事件**B**表示“仅第二次射击命中目标”**,**则**B=**
A: A1A2

B: $A_1\bar{A}_2$

C: $\bar{A}_1A_2$

D: $\bar{A}_1\bar{A}_2$

答案：C

11、【填空题】设 **P(A)=0. 3,P(B)=0. 6,P(A|B)=0. 4,**则 **P(B|A)=______**。

答案：0.8

12、【填空题】设总体 **x** 服从 **0-1** 分布，即 **P{X=1}=p,P{X=0}=1-p,0<p<1\.**
X1,X2,…, X n 为来自该总体的样本，令 **Y=X1+X2+…+X n,**则 **P{Y=n}=______**。

答案：P n

13、【填空题】设二维随机变量**(X,Y)**服从平面区域 **D={(x,y)1O≤x≤2,0≤y≤3]**上的均匀分布，则 **E(XY)=______**。

答案：

$$\frac{3}{2}$$

14、【填空题】设随机变量 **X** 与 **Y** 的相关系数为 **0. 6,**且 **D(X)=D(Y)=10,**则 **Cov(X,Y)=______**。

答案：6

15、【填空题】

设总体$X\sim N\left(\mu,\ \sigma^2\right)$，其中$\sigma^2$未知，$X_1$，$X_2$，…，$X_n$为来自$X$的样本
S为样本标准差，检验假设H_0：$\mu=\mu_0$；　H_1：$\mu\neq\mu_0$，已知在H_0成
$\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t$（19），则$n=$______.

答案：2

16、【填空题】设 **A,B** 是随机事件，则事件“**A,B** 恰有一个发生”可表示为______。

答案：

$$\mathrm{A}\overline{\mathrm{B}}\cup\overline{\mathrm{A}}\mathrm{B}$$

17、【填空题】设随机变量**X~B(100,0. 5),**应用中心极限定理可算得**P{40<X<60}≈_____(**附：**Φ(2)=0. 9772)**

答案：0.9544

18、【填空题】设x1,X2,...,X25为来自正态总体N(μ,52)的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，欲检验假设H0:μ=0;H1:μ≠0,则应采用的U检验统计量的表达式为______。

答案：

$\bar{X}$

19、【填空题】某专科医院只接待**K**型患者和**M**型患者，他们的比例为**6:4,**对应治愈率分别为**0. 8**和**0. 9,**则患者治愈的概率为______。

答案：0.84

20、【填空题】设随机变量**X**与**Y**相互独立，且均服从标准正态分布，令**Z=X+Y,**则**Z**的概率密度**fz(z)=______**。

答案：

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{z^2}{4}}$$

21、【填空题】

设X_1，X_2，…，X_{10}为来自正态总体N（0，1）的样本，则$X_1^2+X_2^2+$

分布是______.

答案：X2(10)

22、【填空题】

设A，B为随机事件，且$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{4}$，$P(AB)=\frac{1}{8}$，

______.

答案:

$$\frac{5}{8}$$

23、【填空题】设随机变量 **X** 服从参数为 **0. 5** 的指数分布，则由切比雪夫不等式估计概率 **P{|X-2|≥4}≤_____**。

答案:

$$\frac{1}{4}$$

24、【填空题】设随机变量 **X** 的分布函数为 **F(x),** 且 **F(3)=0. 8,F(0)=0,** 则 **P{0<X≤3}=_____**。

答案: 0.8

25、【填空题】设随机变量 **X~N(2,1),** 为使 **X+c~N(0,1),** 则常数 **c=_____**。

答案: -2

26、【计算题】

设总体X的概率密度$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$ 其中未知参数$\lambda>0$，

为来自该总体的样本.

求：（1）$E(X)$；

（2）λ的矩估计$\hat{\lambda}$.

答案：

解：（1）$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_{0}^{+\infty}x\frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}dx=\lambda$;（4 分）

（2）令$E(X)=\overline{X}$，得$\hat{\lambda}=\overline{X}$.（8 分）

27、【计算题】

已知连续型随机变量 X 的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ ax^2, & 0\le x<1,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$

求：（1）常数a;

（2）$P\{0.3<X\le 2\}$;

（3）X的概率密度$f(x)$.

答案：

解：（1）由$\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=F(1)$，可得$a=1$;（3 分）

（2）$P\{0.3<X\le 2\}=F(2)-F(0.3)=1-(0.3)^2=0.91$;（6 分

（3）$f(x)=F'(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ （8 分）

28、【应用题】黄金(比例)矩形是指宽度与长度的“比值”近似为 0. 618 的矩形. 现从某工艺品生产的矩形工艺品中随机抽测了 9 件，测算其“比值”,并得到样本平均值

$A\overline{B}\cup\overline{A}B$,样本标准差 s=0. 036. 若矩形工艺品的“比值”服从正态分布 N(μ, σ2), 则在显著性水平 α=0.05 下，可否认为该厂生产的矩形工艺品符合黄金比例设计?(附：

t0\. 025(8)=2. 306)

答案:

假设H_0：$\mu=\mu_0$；　H_1：$\mu\neq\mu_0$，

取检验统计量$t=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$，（4分）

由题意可知$\bar{x}=0.614$，$s=0.036$，$n=9$，$\mu_0=0.618$，

$\alpha=0.05$，$t_{0.025}(8)=2.306$，计算得$t=-\dfrac{1}{3}$，（8分）

由于$|t|<t_{0.025}(8)=2.306$，故不能拒绝H_0，

即可认为该厂生产的矩形工艺品符合黄金比例设计.（10分）

29、【综合题】

设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{1}{8}x^3, & 0\le x<2,\\ 1, & x\ge 2,\end{cases}$又$Y=2X$

求：（1）$E(X)$，$E(X^2)$；

（2）$D(X)$，$D(Y)$；

（3）ρ_{XY}；

（4）$Cov(X,Y)$.

答案:

解：随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{8}x^2, & 0\le x<2,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ （2 分）

（1）$E(X)=\int_0^2 x\frac{3}{8}x^2dx=\frac{3}{2}$，$E\{(X^2)=\int_0^2 x^2\frac{3}{8}x^2dx=\frac{12}{5}$；（6 分

（2）$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{3}{20}$，$D(Y)=4D(X)=\frac{3}{5}$；（8 分）

（3）$\rho_{XY}=1$；（10 分）

（4）$Cov(X，Y)=\rho_{XY}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}=2D(X)=\frac{3}{10}$.（12 分）

30、【综合题】设随机变量 **X** 服从 **[0,1]** 上的均匀分布，随机变量 **γ** 服从参数为 **1** 的指数分布，且 **X** 与 **Y** 相互独立. 求：**(1)X** 与 **Y** 的概率密度 **fx(x)** 与 **fy(y)**；**(2)P{X≤1,Y≤1}**；**(3)(X,Y)** 的概率密度 **f(x,y)**；**(4)P{Y≥X]**.

答案：

解：（1）$f_X(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}$ （4

（2）$P\{X\le 1，Y\le 1\}=P\{X\le 1\}P\{Y\le 1\}=\int_0^1 dx\int_0^1 e^{-y}dy=1-$

（3）$f(x，y)=f_X(x)f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & 0\le x\le 1，y>0,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ （9 分

（4）$P\{Y\ge X\}=\int_0^1 dx\int_x^{+\infty}e^{-y}dy=1-e^{-1}$.（12 分）