

2023 年 4 月高等教育自学考试
概率论与数理统计(二) 试题

课程代码:02197

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设事件 A, B 满足 $P(B) = 0.4$, $P(AB) = 0.2$, 则 $P(\bar{A} | B) =$

- A. 0.1 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.7

2. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{array}$, 则 $P\{X < 1\} =$

- A. 0 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.5

3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $P\{-2 \leq X \leq 2\} =$

- A. $1 - e^{-2}$ B. $e^2 - e^{-2}$ C. $2(1 - e^{-2})$ D. $1 - 2e^{-2}$

4. 设随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 \leq X \leq 4\} = 0.1$, 则 $P\{X \leq 0\} =$

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

5. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 2 \\ \hline P & 2c & c & 3c \end{array}$, 则 $E(X^2) =$

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{7}{3}$

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 它们的分布律分别为
- | | | |
|-----|---------------|---------------|
| X | 1 | 2 |
| P | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{4}$ |
- ,
- | | | |
|-----|---------------|---------------|
| Y | 0 | 1 |
| P | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |

则 $P\{X - Y = 1\} =$

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

7. 对于两个随机变量 X 和 Y , 若 $E(XY) = E(X)E(Y)$, 则必有

- A. $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$ B. $D(XY) = D(X)D(Y)$
C. X 与 Y 相互独立 D. X 与 Y 不相关

8. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布 ($\lambda > 0$), 则 $\frac{D(X+2)}{E(X)} =$

- A. 1 B. $\frac{\lambda+2}{\lambda}$ C. $\frac{1}{\lambda}$ D. λ

9. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自总体 X 的样本, θ 是 X 的分布中的未知参数, 若 $\hat{\theta}$ 为 θ 的无偏估计, 则必有

- A. $E(\hat{\theta}) = \theta$ B. $E(\hat{\theta}^2) = \theta$ C. $D(\hat{\theta}) = \theta$ D. $\hat{\theta} = \theta$

10. 在假设检验问题中, 第二类错误是

- A. 在 H_0 成立的情况下, 经检验 H_0 被接受
B. 在 H_1 成立的情况下, 经检验 H_0 被接受
C. 在 H_0 成立的情况下, 经检验 H_0 被拒绝
D. 在 H_1 成立的情况下, 经检验 H_0 被拒绝

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 设事件 A, B 满足 $A \subset B$, $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$, 则 $P(B - A) =$ _____.
12. 将一枚均匀硬币连续投掷 4 次, 则正面、反面恰好各出现 2 次的概率为_____.
13. 已知 5 件产品中有 2 件一等品, 3 件二等品, 从中任取 3 件, 则恰好取出 2 件一等品的概率为_____.

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{a^3}, & 0 \leq x \leq a, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $P\left\{X = \frac{a}{2}\right\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设随机变量 $X \sim B\left(n, \frac{1}{3}\right)$, 且 $D(X) = 8$, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 设随机变量 X 服从泊松分布, 且 $P\{X = 1\} = 2P\{X = 2\}$, 则 $D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

		Y	
		1	2
X	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
	2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

则 $P\{X = Y\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $D(X) = 4$, $D(Y) = 5$, 则 $D(3X - Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 设随机变量 $X \sim N(1, 2^2)$, Y 服从区间 $[0, \sqrt{3}]$ 上的均匀分布, 且 X 与 Y 的相关系数

$\rho_{XY} = \frac{1}{2}$, 则 $\text{Cov}(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 设随机变量 X 服从参数为 2 的指数分布, 则由切比雪夫不等式估计概率 $P\{|X - 0.5| < 1\} \geq \underline{\hspace{2cm}}$.

21. 设总体 $X \sim N(\mu, 3^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n 是来自 X 的样本, 则样本均值 $\bar{x} \sim \underline{\hspace{2cm}}$.

22. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, x_1, x_2, x_3, x_4 是来自 X 的样本, 样本均值为 \bar{x} ,

则 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2$ 服从分布的自由度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

23. 设总体 X 的数学期望 $E(X) = \frac{\alpha}{2}$, α 是未知参数, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, \bar{x} 是样本均值, 则 α 的矩估计 $\hat{\alpha} = \underline{\hspace{2cm}}$.

24. 设 x_1, x_2, x_3 是来自总体 X 的样本, 且 $D(X) = 1$, 记 $\hat{\mu} = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{6}x_3$,
则 $D(\hat{\mu}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

25. 已知总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n 是来自 X 的样本, 样本方差为 s^2 , 欲检验假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$, 其中 σ_0^2 为已知数, 则可采用的检验统计量的表达式是 _____.

三、计算题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分。

26. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} cy, & 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求: (1) 常数 c ; (2) X, Y 的概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$.

27. 设二维随机变量 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y): 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$ 上的均匀分布.

求: (1) (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$; (2) $E(X+Y)$; (3) $E(XY)$.

四、综合题: 本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分。

28. 设袋中有 3 个白球, 2 个红球, 连续不放回地从袋中取两次球, 每次取一个.

求: (1) 第一次取到白球, 第二次取到红球的概率 p_1 ;

(2) 两次取到不同颜色球的概率 p_2 ;

(3) 第二次取球取到红球的概率 p_3 .

29. 设随机变量 $X \sim N(1, 9), Y \sim N(0, 16)$, 且 X 与 Y 的相关系数为 $\rho_{XY} = -0.5$,

$Z = \frac{1}{3}X + \frac{1}{2}Y$. 求: (1) $E(Z), D(Z)$; (2) $\text{Cov}(X, Z)$.

五、应用题: 本题 10 分。

30. 设某厂生产的零件长度 $X \sim N(\mu, 2^2)$ (单位: mm), 现从生产出的一批零件中随机抽取了 16 件, 经测量并算得零件长度的平均值 $\bar{x} = 56$, 求总体均值 μ 的置信度为 $1 - \alpha$ 的置信区间 ($\alpha = 0.05, u_{0.025} = 1.96$).

绝密★启用前

2023 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试
概率论与数理统计（二）试题答案及评分参考

（课程代码 02197）

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

1. C 2. C 3. A 4. D 5. D
6. C 7. D 8. A 9. A 10. B

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 0.2 12. $\frac{3}{8}$ 13. $\frac{3}{10}$ 14. 0
15. 36 16. 1 17. $\frac{2}{3}$ 18. 41
19. $\frac{1}{2}$ 20. $\frac{3}{4}$ 21. $N\left(\mu, \frac{3^2}{n}\right)$ 22. 3
23. $2\bar{x}$ 24. $\frac{7}{18}$ 25. $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 解 (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = \int_0^1 \int_x^1 c y dx dy = \frac{2}{5} c = 1, \quad c = \frac{5}{2}; \quad \cdots \cdots 2 \text{ 分}$

(2) $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \begin{cases} \frac{5}{4}(1-x^4), & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad \cdots \cdots 5 \text{ 分}$

$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} \frac{5}{2} y^{\frac{3}{2}}, & 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad \cdots \cdots 8 \text{ 分}$

27. 解 (1) $f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}, & (x,y)\in D, \\ 0, & \text{其他;} \end{cases}$ 3 分

(2) $E(X+Y)=E(X)+E(Y)=\frac{3}{2}$;6 分

(3) $E(XY)=E(X)E(Y)=\frac{1}{2}$8 分

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 解 (1) $p_1=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$;4 分

(2) $p_2=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$;8 分

(3) 设 A_i 表示“第 i 次取球取到红球”， $i=1,2$,

$$p_3=P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1)=\frac{2}{5}. \quad \text{.....12 分}$$

29. 解 由 $D(X)=9$, $D(Y)=16$, $\rho_{XY}=-0.5$,

可得 $\text{Cov}(X,Y)=\rho_{XY}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}=-6$3 分

(1) $E(Z)=\frac{1}{3}E(X)+\frac{1}{2}E(Y)=\frac{1}{3}$,6 分

$$D(Z)=\frac{1}{9}D(X)+\frac{1}{4}D(Y)+2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\text{Cov}(X,Y)=3; \quad \text{.....9 分}$$

(2) $\text{Cov}(X,Z)=\frac{1}{3}\text{Cov}(X,X)+\frac{1}{2}\text{Cov}(X,Y)=0$12 分

五、应用题：本题 10 分。

30. 解 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为 $\left[\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}, \bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right]$,4 分

由题设 $n=16$, $\bar{x}=56$, $\alpha=0.05$, $\sigma=2$, $u_{0.025}=1.96$,6 分

代入计算得所求置信区间为 $[55.02, 56.98]$10 分