后续更新试题或答案请加微信 WZXWZXZZ

绝密 ★ 考试结束前

全国2020年8月高等教育自学考试

高等数学(工本)试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共5小题,每小题3分,共15分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点$(-2,0,19)$在

A. oxy平面上　B. oxz平面上　C. oyz平面上　D. y轴上

2. 函数$f(x,y)=|x|+|y|$,在点$(0,0)$处

A. 连续　B. 间断　C. 偏导数存在　D. 可微

3. 设$f(x)$具有连续的一阶导数且$3x^2y^2\mathrm{d}x+yf(x)\mathrm{d}y$是某函数$u(x,y)$的全微分,则

A. $f(x)=3x^2$　B. $f(x)=6x^2$　C. $f(x)=2x^3$　D. $f(x)=6x^3$

4. 以$y=C_1e^x+C_2e^{2x}$为通解的微分方程是

A. $y''+3y'+2y=0$　B. $y''-3y'+2y=0$

C. $y''+3y'+2=0$　D. $y''-3y'+2=0$

5. 下列无穷级数中,发散的无穷级数是

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2^n}$　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}$　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$

后续更新试题或答案请加微信　WZXWZXZZ

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 5 空，每空 2 分，共 10 分。

6. 设向量 $\boldsymbol{\alpha}=\{4,-2,6\}$，$\boldsymbol{\beta}=\{1,1,-1\}$，则 $\boldsymbol{\alpha}+2\boldsymbol{\beta}=$____________.

7. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{\sin(xy)}{x}=$____________.

8. 设 $C:x+y=1(0\leqslant x\leqslant 1)$，则对弧长的曲线积分 $\int_C\sqrt{2}\,\mathrm{d}s=$____________.

9. 微分方程 $y''+9y=18$ 的特解 $y^*=$____________.

10. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，$f(x)$ 的傅里叶级数为 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{(-1)^{n-1}}{n^2}\cos nx+\dfrac{4}{n}\sin nx\right)$，则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $b_1=$____________.

三、计算题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

11. 已知直线 L 过点 $P(-1,-1,2)$，并且与平面 $\pi:2x-y+z=0$ 垂直，求直线 L 的方程.

12. 设函数 $z=\mathrm{e}^{x+y}\sin(x-2y)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

13. 设函数 $z=x^3y+xy^3$，求全微分 $\mathrm{d}z$.

14. 设方程 $xyz-\ln z=0$ 确定函数 $z=z(x,y)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

15. 设函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$，求 $f(x,y)$ 在点 $(1,2)$ 处的梯度 $\mathbf{grad}f(1,2)$.

16. 计算二重积分 $\iint\limits_D(x^2+y^2)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中积分区域 $D:x^2+y^2\leqslant 1$.

17. 计算三重积分 $\iiint\limits_\Omega(x+3y+3z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中积分区域 $\Omega:0\leqslant x\leqslant 2,\ -2\leqslant y\leqslant 2,\ -1\leqslant z\leqslant 1$.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C(x-2y)\mathrm{d}x+(2x-y)\mathrm{d}y$，其中 C 是由点 $(-1,3)$ 沿直线 $2x+y=1$ 到点 $(0,1)$ 的直线段.

后续更新试题或答案请加微信 WZXWZXZZ

19. 求微分方程$\frac{dy}{dx}=\frac{1+2x}{1+2y}$满足 $y(0)=1$ 的特解.

20. 求微分方程$\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=3x$ 的通解.

21. 判断无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2\cdot 5^n}$的敛散性.

22. 将函数$f(x)=\frac{1}{3+x}$展开为 x 的幂级数,并写出收敛区间.

四、综合题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

23. 求函数$f(x,y)=7+14x+32y-8xy-2x^2-10y^2$ 的极值.

24. 求曲线 $x=t,y=t^2,z=t^3$ 在 $t=1$ 对应点处的法平面方程.

25. 用定义证明无穷级数$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}+\cdots$收敛,并且收敛于 1.

后续更新试题或答案请加微信 WZXWZXZZ

绝密★启用前

2020 年 8 月高等教育自学考试全国统一命题考试

高等数学(工本)试题答案及评分参考

(课程代码 00023)

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。

1. B　　2. A　　3. C　　4. B　　5. D

二、填空题:本大题共 5 空,每空 2 分,共 10 分。

6. $\{6,0,4\}$　　7. 0　　8. 2　　9. 2　　10. 4

三、计算题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

11. $\because$ 直线 L 与平面 π 垂直

$\therefore$ 方向向量 $S=\{2,-1,1\}$ (2 分)

又直线过点 $P(-1,-1,2)$,

则直线 L 的方程为 $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$ (3 分)

12. $\frac{\partial z}{\partial x}=e^{x+y}\sin(x-2y)+e^{x+y}\cos(x-2y)$ (3 分)

$=e^{x+y}[\sin(x-2y)+\cos(x-2y)]$ (2 分)

13. $\frac{\partial z}{\partial x}=3x^2y+y^3$, $\frac{\partial z}{\partial y}=x^3+3xy^2$ (2 分)

$\therefore$ $dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=(3x^2y+y^3)dx+(x^3+3xy^2)dy$ (3 分)

14. 设 $F(x,y,z)=xyz-\ln z$,则

$F_y=xz, F_z=xy-\frac{1}{z}$. (3 分)

从而 $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y}{F_z}=-\frac{xz}{xy-\frac{1}{z}}=-\frac{xz^2}{xyz-1}$ (2 分)

后续更新试题或答案请加微信 wzxwzxzz

15. $\because \quad \frac{\partial f}{\partial x}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ (2 分)

$\therefore \quad \mathbf{grad}f(1,2)=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\boldsymbol{i}+\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\boldsymbol{j}\Big|_{(1,2)}$

$=\frac{1}{\sqrt{5}}\boldsymbol{i}+\frac{2}{\sqrt{5}}\boldsymbol{j}$ (3 分)

16. 在极坐标系中,$D:0\leqslant\rho\leqslant1,0\leqslant\theta\leqslant2\pi.$

$\iint\limits_D(x^2+y^2)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\rho^4\rho\mathrm{d}\rho$ (3 分)

$=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\rho^5\mathrm{d}\rho$

$=2\pi\cdot\frac{1}{6}$

$=\frac{\pi}{3}$ (2 分)

17. 积分区域 $\Omega:0\leqslant x\leqslant2,\ -2\leqslant y\leqslant2,\ -1\leqslant z\leqslant1$ 可得:

$\iiint\limits_\Omega(x+3y+3z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$

$=\int_0^2\mathrm{d}x\int_{-2}^2\mathrm{d}y\int_{-1}^1(x+3y+3z)\mathrm{d}z$ (2 分)

$=\int_0^2\mathrm{d}x\int_{-2}^2 2(x+3y)\mathrm{d}y$

$=\int_0^2 8x\mathrm{d}x=16$ (3 分)

18. $\because \quad C:y=1-2x,x$ 从 -1 变到 0,

$\therefore \quad \int_C(x-2y)\mathrm{d}x+(2x-y)\mathrm{d}y$

$=\int_{-1}^0[(x-2+4x)+(2x-1+2x)\cdot(-2)]\mathrm{d}x$ (3 分)

$=\int_{-1}^0(-3x)\mathrm{d}x$

$=\frac{3}{2}$ (2 分)

后续更新试题或答案请加微信　　WZXWZXZZ

19. 分离变量得$(1+2y)\mathrm{d}y=(1+2x)\mathrm{d}x$

两端积分得 $y+y^2=x+x^2+C$　　(3 分)

代入 $y(0)=1$ 得 $C=2$

则所求特解为 $y+y^2=x^2+x+2$　　(2 分)

20. $P(x)=\dfrac{1}{x},Q(x)=3x$

$$y=\mathrm{e}^{-\int P(x)\mathrm{d}x}\left(\int Q(x)\mathrm{e}^{\int P(x)\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+C\right)$$

$$=\mathrm{e}^{-\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x}\left(\int 3x\mathrm{e}^{\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+C\right)$$　　(2 分)

$$=\frac{1}{x}\left(\int 3x\cdot x\mathrm{d}x+C\right)$$

$$=\frac{1}{x}(x^3+C)$$　　(3 分)

21. $\because\quad \dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{2^{n+1}}{(n+1)^2\cdot 5^{n+1}}\cdot\dfrac{n^2\cdot 5^n}{2^n}=\dfrac{2n^2}{5(n+1)^2}$

$\therefore\quad \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2}{5(n+1)^2}=\dfrac{2}{5}$　　(3 分)

又$\dfrac{2}{5}<1$,由比值审敛法可知所给级数收敛.　　(2 分)

22. $\because\quad \dfrac{1}{1+x}=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n\qquad(-1<x<1)$　　(2 分)

$\therefore\quad \dfrac{1}{3+x}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{1+\frac{x}{3}}=\dfrac{1}{3}\cdot\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\dfrac{x}{3}\right)^n$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{3^{n+1}}\qquad(-3<x<3)$$　　(3 分)

四、综合题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。

23. 由 $\begin{cases}f_x(x,y)=14-8y-4x=0\\ f_y(x,y)=32-8x-20y=0\end{cases}$ 可解得 $\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\ y=1\end{cases}$　　(2 分)

又 $A=f_{xx}(\frac{3}{2},1)=-4,B=f_{xy}(\frac{3}{2},1)=-8,C=f_{yy}(\frac{3}{2},1)=-20$

则 $AC-B^2>0$,且 $A<0$,所以函数在$(\frac{3}{2},1)$ 处有极大值$f(\frac{3}{2},1)=\dfrac{67}{2}$.　　(3 分)

后续更新试题或答案请加微信 WZXWZXZZ

24. $\because \quad x_t' = 1, y_t' = 2t, z_t' = 3t^2$

$\therefore \quad t = 1$ 时，$\boldsymbol{T} = \{1,2,3\}$ （3 分）

又 $t = 1$ 对应点为$(1,1,1)$，则所求法平面方程为

$$(x-1)+2(y-1)+3(z-1)=0$$

即 $\quad x + 2y + 3z = 6$ （2 分）

25. $\because \quad u_n = \dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$

$$\therefore \quad S_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=1-\frac{1}{n+1}$$ （3 分）

从而$\lim\limits_{n\to\infty}S_n = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)=1$

则由定义可知该级数收敛，且收敛于 1. （2 分）