概率论与数理统计(二)　知识点复习

1、一批产品共10件，其中有2件次品，从这批产品中任取3件，则取出的3件中恰有一件次品的概率为$\frac{7}{15}$ 。

2、甲，乙两人向同一目标射击，A表示“甲命中目标”，B表示“乙命中目标”，C表示“命中目标”，则C= A∪B。

3、设二维随机变量（X，Y）的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}c,-1\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 2,\\0,其它,\end{cases}$ 则常数c= 0.25 。

4、某种电子元件的使用寿命X（单位：小时）的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\frac{100}{x^2}, & x\geq 100;\\0, & x<100,\end{cases}$ 任取一只电子元件，则它的使用寿命在150小时以内的概率为$\frac{1}{3}$。

5、设在对总体参数的假设检验中，若给定显著水平α $(0<\alpha<1)$，则犯第一类错误的概率是α

6、若随机变量X的方差为2，则根据契贝晓夫不等式有估计　P{｜X-EX｜≥2}≤$\frac{1}{2}$

7、如果X_1,X_2相互独立且依次服从$N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，则X_1+X_2服从$N(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$

8、甲乙两人对同一目标射击，甲击中目标的概率是0.9，乙击中目标的概率是0.8，甲乙两人各射击一次，则击中目标的概率为0.98

9、设随机变量X与Y相互独立，且X～N(0，1)，Y～N(-1，1)，记Z=X-Y，则Z~ $N(1,2)$ 。

10、从0，1，2，3，4五个数字中不放回地取3次数，每次任取一个，则第三次取到0的概率为0.2。

11、设A，B，C为三个随机事件，且A，B相互独立，则以下结论中不正确的是若C⊂B，则A与C也独立。

12、已知随机变量X~N(4，9)，$P\{X>c\}=P\{X\leqslant c\}$，则常数$c$=4。

13、若$\hat{\theta}$为未知参数θ的估计量，且满足E（$\hat{\theta}$）=θ，则称$\hat{\theta}$是θ的无偏估计量。

14、某假设检验的拒绝域为W，当原假设H_0成立时，样本值($x_1,x_2,\cdots,x_n$)落入W的概率为0.1，则犯第一类错误的概率为0.1。

15、设X、Y独立同分布，且$p(X=-1)=p(Y=-1)=\frac{1}{2}$，　$p(X=1)=p(Y=1)=\frac{1}{2}$，

则 $p(X-Y=0)$ 是 $\frac{1}{2}$

16、设 $\hat{\theta}$ 为未知参数 θ 的一个估计量，若 $E\hat{\theta}\neq\theta$，则 $\hat{\theta}$ 是 θ 的有偏估计

17、设 X 服从参数为 $\boldsymbol{\lambda}$ 的泊松分布，即 $P\{X=k\}=\dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$，$\boldsymbol{k=0,1,2,}\cdots$，则 $E(X)=\lambda$

18、设 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.3$，且 A 与 B 互不相容，则 $P(A\bigcup B)=0.7$

19、随机事件 A、B 满足 P(A)=0.8，P(B)=0.7，P(A|B)=0.8，则结论是 P(AB)=0.56。

20、设总体 X 服从 $[0,\theta]$ 上的均匀分布（参数 θ 未知），$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本，则随机变量中是统计量的为 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$。

21、设有一组观测数据 (x_i,y_i)，i=1，2，…，n,其散点图呈线性趋势，若要拟合一元线性回归方程 $\hat{y}=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 x$，且 $\hat{y}_i=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 x_i, i=1,2,\cdots,n$，则估计参数 β_0，β_1 时应使 $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$ 最小。

22、设 A，B 是随机事件，$P(A)$=0.4，$P(B)$=0.2，$P(A\cup B)$=0.5，则 $P(AB)$= 0.1。

23、设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A|B)=0.2$，则 $P(\bar{A})$ 为 0.8。

24、设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则 $P\{X>x\}=1-\Phi\left(\dfrac{x-\mu}{\sigma}\right)$。

25、设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别为 4 和 2，则随机变量 $X+Y$ 的方差是 6

26、当 $P(A)$ 难求时，可先求出 $P(\overline{A})$，则 $P(A)=1-P(\overline{A})$

27、设 A，B 是随机事件，$P(A)$=0.4，$P(B)$=0.2，$P(A\cup B)$=0.5，则 $P(AB)$= 0.1。

28、设事件{X=K}表示在 n 次独立重复试验中恰好成功 K 次，则称随机变量 X 服从二项分布。

29、设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，则(9—2X)=8。

30、设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布，其中 λ 未知，X_1，X_2，…，X_n 为来自总体 X 的样本，则 λ 的矩估计为 $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k$。

31、一批零件中抽取 9 个零件，测得其直径（毫米）如下：

19.7　20.1　19.8　19.9　20.2　20.0　19.9　20.2　20.3

设零件直径服从正态分布 $N(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\sigma}^2)$，且已知 $\boldsymbol{\sigma}=0.21$（毫米），求这批零件直径均值 $\boldsymbol{\mu}$ 的置信度为 0.95 的置信区间.（其中 $Z_{\alpha/2}=1.96$）

解：　由已知给定的 $\alpha=1-0.95=0.05$，样本容量 $n=9,\sigma=0.21$，且知 $Z_{\alpha/2}=1.96$，

故所求置信区间为：$[\overline{X}-\frac{0.21}{\sqrt{9}}\times1.96,\overline{X}+\frac{0.21}{\sqrt{9}}\times1.96]$，即 $[\overline{X}-0.14,\overline{X}+0.14]$

由测得的一组样本观测值 19.7　20.1　19.8　19.9　20.2　20.0　19.9　20.2　20.3

计算 $\overline{X} = 20.01$，故 μ 的置信度为 0.95 的置信区间：

$$[20.01 - 0.14, 20.01 + 0.14] = [19.87, 20.15]$$

32、某工厂有四条流水线生产同一种产品，该四条流水线的产量分别占总产量的 15%、20%、30%和 35%，又这四条流水线的不合格品率依次为 0.05，0.04，0.03 及 0.02。现在从出厂产品中任取一件，问恰好抽到不合格品的概率为多少?

解：设 $A=$“任取一件，恰好抽到不合格品”；　$B_i=$“任取一件，恰好抽到第 i 条流水线的产品”（$i=1,2,3,4$），则由全概率公式可得

$$P(A) = \sum_{i=1}^{4} P(B_i)P(A \mid B_i) = 0.15\times 0.05 + 0.20\times 0.04 + 0.30\times 0.03 + 0.35\times 0.02$$
$$= 0.0325 = 3.15\%$$

33、假定在国际市场上每年对我国某种出口商品的需求量是随机变量 X （单位：吨），它在[2000，4000]上服从均匀分布。设每售出这种商品 1 吨，可为国家挣得外汇 3 万元；但假如销售不出而囤积于仓库，则每吨需花费保养费用 1 万元，问需要组织多少货源，才能使国家的收益最大.

解：　设 Y 表示某年该种商品的预备出口量，由题意知，$\mathbf{2000 \le y \le 4000}$，所以国家收益 Y 为

$$Y = g(X) = \begin{cases} 3y, & \text{当} X \ge y \text{时}; \\ 3X-(y-X), & \text{当} X < y \text{时}. \end{cases}$$

由于 Y 是一随机变量，因此，题中所指的国家收益最大应理解为收益的均值最大，所以根据公式(3-4) 知

$$EY = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx = \frac{1}{2000}\times\int_{2000}^{4000} g(x)dx$$
$$= \frac{1}{2000}\int_{2000}^{y}[3x-(y-x)]dx + \frac{1}{2000}\int_{y}^{4000} 3ydx$$
$$= \frac{1}{1000}[-y^2 + 7000y - 4\times 10^6]$$
$$= \frac{1}{1000}[-(y-3500)^2 + 3500^2 - 4\times 10^6]$$

于是，当 $\mathbf{y = 3500}$ 时，$\boldsymbol{EY}$ 取得最大值。从而组织 3500 吨这种商品，能使国家的收益最大.

34、设随机变量 X 的密度函数为：$f(x) = Ae^{-|x|}$，$-\infty < x < +\infty$

（1）求系数 A；　（2）求 $P\{0 < X < 1\}$；　（3）求 X 的分布函数 $F(x)$.

解：（1）由定义知函数 $f(x)$ 作为随机变量 X 的密度函数，必有

$$f(x) \geq 0，\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} Ae^{-|x|}dx = 1$$

即 $A \geq 0$，$\int_{-\infty}^{0} Ae^{x}dx + \int_{0}^{+\infty} Ae^{-x}dx = 1$，有 $2A = 1$，故 $A = \frac{1}{2} > 0$。

(2) $P\{0 < X < 1\} = \int_0^1 \frac{1}{2}e^{-x}dx = \frac{1-e^{-1}}{2} = \frac{e-1}{2e}$

(3) 由分布函数定义知 $F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{2}e^{-|x|}dx$

当 $x < 0$ 时，$F(x) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{x} e^{x}dx = \frac{1}{2}e^{x}$

当 $x \geq 0$ 时，$F(x) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0} e^{x}dx + \frac{1}{2}\int_{0}^{x} e^{-x}dx = 1 - \frac{1}{2}e^{-x}$

$$故 F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{x}, & x < 0 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

35、甲、乙两人从装有 6 个白球 4 个黑球的盒子中取球，甲先从中任取一个球，不放回，而后乙再从盒中任取两个球，（1）甲取到黑球的概率；（2）乙取到的都是黑球的概率.

36、某日从饮料生产线随机抽取 16 瓶饮料，分别测得重量（单位：克）后算出样本均值 $\bar{x}$ =502.92 及样本标准差 s=12.假设瓶装饮料的重量服从正态分布 N（μ, σ^2），其中 σ^2 未知，问该日生产的瓶装饮料的平均重量是否为 500 克？（α =0.05）

（附：$t_{0.025}(15)=2.13$）

37、设二维随机向量(X,Y)的联合分布列为

Y \ X	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$

(1) （X，Y）关于 X，Y 的边缘分布列；(2)X 与 Y 是否相互独立；(3)计算 P{X+Y=2}.

38、某保险公司有一险种，每个保单收取保险费 600 元，理赔额 10000 元，在有效期内只理赔一次. 设保险公司共卖出这种保单 800 个，每个保单理赔概率为 0. 04. 算（1）理赔保单数的分布律；（2）保险公司在该险种上获得的期望利润.