16 (повышенный уровень, время – 5 мин)

Тема: Рекурсия. Рекурсивные процедуры и функции

Что проверяется:

Вычисление рекуррентных выражений

1.5.3. Индуктивное определение объектов.

1.1.3. Умение строить информационные модели объектов, систем и процессов в виде алгоритмов.

Что нужно знать:

- для того, чтобы задать рекурсивную функцию, нужно определить
  1) условие окончания рекурсии, то есть значения параметров функции, для которых значение функции известно или вычисляется без рекурсивных вызовов;
  2) рекуррентную формулу (или формулы), с помощью которых значение функции для заданных значений параметров вычисляется через значение (или значения) функции для других значений параметров (то есть, с помощью рекурсивных вызовов)
- задачи, в которых требуется найти значение заданной рекурсивной функции при известных значениях параметров можно решать с помощью ручных вычислений, используя электронные таблицы или с помощью своей программы; последние два способа обычно более эффективны
- функцию

  $F(n) = 1$ при $n \le 1$

  $F(n) = n + 1 + F(n-1)$, при $n > 1$

  можно реализовать следующим образом в виде функций на языках программирования:

  Python:

```
def F( n ):
  if n <= 1:
    return 1
  else:
    return n + 1 + F(n-1)
```

  Паскаль:

```
function F( n: integer ): integer;
begin
  if n <= 1 then
    Result := 1;
  else
    Result := n + 1 + F(n-1);
end;
```

  C++:

```
int F( int n )
{
  if( n <= 1 )
    return 1;
  else
    return n + 1 + F(n-1);
}
```

Пример задания:

Р-05 (И.В. Свиридкин). Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2n$ при $n \le 5$

$F(n) = F(n–2) + 3·F(n/2) + n$, если $n > 5$ и чётно,

$F(n) = F(n–1) + F(n–2) + F(n–3)$, если $n > 5$ и нечётно.

Чему равно значение функции $F(99) + F(100)$?

Решение (электронные таблицы, И.В. Свиридкин):

1) для больших значений n вычислить нужное значение на бумаге очень затруднительно, поэтому будем решать, используя компьютер, а именно, электронные таблицы
2) выражение $F(n) = F(n–1)$ легко реализовать:

	A	B	C
1	n	F(n)	
2	1	1	
3	2	2	
4	3	3	
5	4	=B4	
6	5		

3) но, если в выражении встретится деление ($F(n/2)$), то этот способ решения уже не подходит; такие задачи можно решить с помощью функции **СМЕЩ** из категории ССЫЛКИ И МАССИВЫ:
   =СМЕЩ (<Ссылка>;<Смещение по строкам>;< Смещение по столбцам>)
   Ссылка – адрес ячейки от которой отсчитывается смещение
   Смещение по строкам – на сколько строк вверх или вниз сместить
   Смещение по столбцам – на сколько столбцов влево или вправо сместить
4) сначала заполним значения для аргумента n от 1 до 100 (используем прогрессию), затем введём первые пять значений $F(n)$
5) запишем в ячейку **B7** введём выражение для $F(n) = F(n–2) + 3·F(n/2) + n$ при чётных $n \geq 5$, используя функцию **СМЕЩ**:

СМЕЩ

Ссылка	A7	= 6
Смещ_по_строкам	-ЧАСТНОЕ(A7;2)	= -3
Смещ_по_столбцам	1	= 1
Высота		= число
Ширина		= число

6) в итоге получим:

5	4	8
6	5	10
7	6	=B5+3*СМЕЩ(A7;-ЧАСТНОЕ(A7;2);1)+A7

7) Примечание (**К. Поляков**): можно также использовать формулу, в которой базовая ячейка – A1 (ссылка на неё должна быть абсолютной):
   =B5+3*СМЕЩ(A1;ЧАСТНОЕ(A7;2);1)+A7
8) Следующее выражение $F(n) = F(n–1) + F(n–2) + F(n–3)$ при нечётных $n \geq 5$ вводим в ячейку **B8**:

	A	B	C
6	5	10	
7	6	32	
8	7	=B7+B6+B5	

9) далее выделяем диапазон **B7:B8** и копируем формулы до конца столбца
10) находим значение $F(99) + F(100)$

98	97	111195254	
99	98	10990672	
100	99	130706954	
101	100	11432540	142139494
102			

11) Ответ: 142139494.
12) Примечание: можно оба выражения записать в одну строку используя функцию, если:

	A	B	C	D	E	F
6	5	9				
7	6	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A7;2)=0;B5+3*СМЕЩ(A7;-A7/2;1)+A7;B6+B5+B4)				
8	7	22				

Решение (программа на Python):

1) задача легко решается простой программой на Python с рекурсивной функцией:

```
def F( n ):
  if n <= 5: return 2*n;
  if n % 2 == 0:
    return F(n-2) + 3*F(n//2) + n
  else:
    return F(n-1) + F(n-2) + F(n-3)

print( F(99) + F(100) )
```

2) Ответ: 142139494.

Ещё пример задания:

Р-04 (демо-2021). Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 1$

$F(n) = n + F(n–1)$, если n чётно,

$F(n) = 2 \cdot F(n–2)$, если $n > 1$ и n нечётно.

Чему равно значение функции $F(26)$?

Решение (ручной счёт от последнего значения):

3) чтобы вычислить $F(26)$, используем формулу для чётных n:

$F(26) = 26 + F(25)$

4) нам неизвестно значение $F(25)$, поэтому, применяя формулу для нечётных n, находим

$F(25) = 2 \cdot F(23)$

5) далее так же придётся написать формулы для вычисления $F(23)$, $F(21)$, …, $F(3)$, и в конце мы получим

$F(3) = 2 \cdot F(1)$

6) значение $F(1) = 1$ нам задано, подставляя его в предыдущую формулу, находим

$F(3) = 2 \cdot F(1) = 2$

7) теперь значение подставляем в формулу для $F(5)$, потом найденное значение $F(5)$ – в формулу для $F(7)$, и т.д.
8) после продолжительных вычислений получим $F(26) = 4122$
9) Ответ: 4122.

Решение (ручной счёт от первого значения):

1) примерно то же самое можно сделать, начиная вычисления с малых значений n
2) сразу записываем в таблицу известное значение $F(1) = 1$, затем последовательно вычисляем

   $F(2) = 2 + F(1) = 3$ по формуле для чётных n

   $F(3) = 2 \cdot F(1) = 2$ по формуле для нечётных n

   $F(4) = \ldots$

   …

   $F(26) = 26 + F(25) = 4122$
3) результаты вычислений удобно хранить в виде таблицы:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	26
$F(n)$	1	3	2	6	4	10	8	16	16		4122

4) недостаток этого метода в том, что мы вычисляем все значения $F(n)$ подряд, хотя для нахождения $F(26)$ нам не нужны значения $F(n)$ при чётных n
5) Ответ: 4122.
6) (**И. Степанов, Челябинск**) в данной конкретной задаче можно рассмотреть сначала только нечётные значения n, которые вычисляются по формуле $F(n) = 2 \cdot F(n-2)$
7) из это формулы видно, что значения $F(n)$ при нечётных n – это степени двойки:

   $F(3) = 2 \cdot F(1) = 2$

   $F(5) = 2 \cdot F(3) = 4$

   $F(7) = 2 \cdot F(5) = 8$

   …

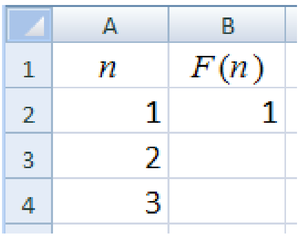
   $F(25) = 2 \cdot F(23) = 4096$
8) тогда по формуле для чётных n получаем

   $F(26) = 26 + F(25) = 4122$
9) Ответ: 4122.

Общий недостаток первых двух методов – **большой объём ручных вычислений**, который приводит к большой вероятности ошибки.

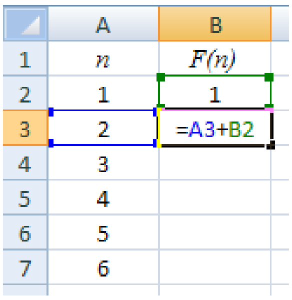
Решение (использование табличного процессора):

1) для выполнения большого объёма вычислений можно использовать табличный процессор; удобнее строить таблицу из двух столбцов (хотя можно, конечно использовать и две строки) – n и $F(n)$
2) сразу записываем известное значение $F(1) = 1$



	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	
4	3	

3) в ячейку B3, где вычисляется $F(2)$, записываем формулу для чётных n; здесь соответствующее значение n хранится в A3, а значение $F(n-1) = F(1)$ – в ячейке B2



	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	=A3+B2
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	

4) в ячейку B4 , где вычисляется $F(3)$, записываем формулу для нечётных n; для этой ячейки соответствующее значение $F(n–2) = F(1)$ – в ячейке B2

	A	B
1	*n*	*F(n)*
2	1	1
3	2	3
4	3	=2*B2
5	4	

5) поскольку формулы чередуются (для чётных и нечётных n), выделяем **две** введённые формулы и «протягиваем» их, копируя вниз до строки с $n = 24$:

	A	B
1	*n*	*F(n)*
2	1	1
3	2	3
4	3	2
5	4	

6) напротив значения $n = 26$ считываем ответ – 4122

7) Ответ: 4122.

8) можно обойтись и одной формулой, только в ней придётся использовать функцию, если:

	A	B
1	*n*	*F(n)*
2	1	1
3	2	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A3;2)=0;A3+B2;2*B1)
4	3	

Функция ОСТАТ вычисляет остаток от деления n на 2;, если этот остаток равен нулю, то значение n чётное.

Решение (составление программы – рекурсивная функция):

1) составление программы – самый простой и наглядный способ решения задачи; для этого нужно просто реализовать заданные формулы в виде функции на языке программирования;
2) эта задача не должна представлять какой-то сложности; главная проблема – не получить бесконечную рекурсию; для этого рекомендуется сразу в начале функции записать условие окончания рекурсии, которое задаётся условием «$F(n) = 1$ при $n = 1$», и сразу выйти из функции
3) программа на языке Python:

```
def F( n ):
  if n == 1: return 1
  if n % 2 == 0:
    return n + F(n-1)
  else:
    return 2 * F(n-2)

print( F(26) )
```

4) программа на языке Паскаль:

```
function F( n: integer ): integer;
begin
  if n = 1 then begin
    Result := 1;
```

```
      Exit;
    end;
    if n mod 2 = 0 then
      Result := n + F(n-1)
    else
      Result := 2 * F(n-2);
  end;
  begin
    writeln( F(26) )
  end.
```

5) программа на языке C++:

```
#include <iostream>
using namespace std;

int F( int n )
{
  if( n == 1 ) return 1;
  if( n % 2 == 0 )
    return n + F(n-1);
  else
    return 2 * F(n-2);
}
int main()
{
  cout << F(26);
}
```

Решение (составление программы – динамическое программирование):

1) если рекурсивная функция вызывает сама себя несколько раз (для рассматриваемой задачи это не так, но вполне может быть…), при больших значениях аргумента функция $F(n)$ может вычисляться очень (и даже недопустимо!) долго – это один из недостатков рекурсивной реализации
2) во многих случаях достаточно просто заменить рекурсивную функцию нерекурсивной (в принципе, это можно сделать всегда, вопрос лишь в том, какие усилия придётся для этого приложить)
3) один из простых приёмов – использование динамического программирования, которое позволяет свести вычисление значения функции, заданной рекурсивно, к заполнению массива (таблицы) – так же, как при ручном счёте (этот метод решения задачи описан выше)
4) пусть известно значение n; построим массив `a`, так чтобы значение элемента `a[n]` совпадало со значением $F(n)$
5) учитывая, что в Python и в C++ нумерация элементов массива начинается с нуля, будем использовать фиктивный нулевой элемент – не будем его использовать вообще; согласно условию, в первый элемент нужно записать число 1 («$F(n) = 1$ при $n = 1$»):

```
    a = [0, 1]
```

6) затем перебираем в цикле все значения индексов элементов, начиная с 2 и до n включительно, вычисляя для каждого значение функции; фактически сначала вычисляется $F(2)$ и записывается в элемент массива `a[2]`, затем находим $F(3)$ и записываем в элемент массива `a[3]` и т.д. :

```
  for i in range(2, n+1):
    if i % 2 == 0:
```

```
      a.append( i + a[i-1] )
    else:
      a.append( 2*a[i-2] )
```

7) заметьте, что вместо рекурсивных вызовов здесь используются уже готовые значения $F(n)$ для меньших значений n, ранее записанные в массив **a** (см. выделение синим цветом)
8) теперь можно построить функцию, которая возвращает значение **a[n]**:

```
def F( n ):
  a = [0, 1]
  for i in range(2, n+1):
    if i % 2 == 0:
      a.append( i + a[i-1] )
    else:
      a.append( 2*a[i-2] )
  return a[n]
```

9) при вызове

```
print( F(26) )
```

эта функция возвращает тот же результат 4122, что и рекурсивная функция

10) Ответ: 4122.
11) преимущество такого подхода проявится, если функция вызывает сама себя несколько раз; в этом случае каждое значение будет вычисляться только один раз и сохраняться в массиве; когда это значение понадобится снова, оно будет взято сразу из массива в готовом виде (этот приём иногда называют *мемоизацией* – запоминанием)
12) учитывая, что преобразования программы не слишком простые, рекомендуется использовать такой метод на экзамене только тогда, когда «лобовое» решение работает слишком медленно (вы не смогли дождаться результата); помните, что любой шаг в сторону от простейшего решения может стать источником дополнительных ошибок
13) решение на языке Паскаль (элементы массива нумеруются с единицы):

```
function F( n: integer ): integer;
var a: array[1..100] of integer;
    i: integer;
begin
  a[1] := 1;
  for i:=2 to n do
    if i mod 2 = 0 then
      a[i] := i + a[i-1]
    else
      a[i] := 2 * a[i-2];
  Result := a[n];
end;
begin
  writeln( F(26) )
end.
```

14) решение на языке C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
int F( int n )
{
  int i, a[100] = {};
  a[1] = 1;
  for( i = 2; i <= n; i++ )
```

```
    if( i % 2 == 0 )
      a[i] = i + a[i-1];
    else
      a[i] = 2 * a[i-2];
  return a[n];
}
int main()
{
  cout << F(26);
}
```

Решение (составление программы – вообще без массива и рекурсии):

1) описанный далее метод решения задачи, в принципе, можно использовать, но при сдаче экзамена он **не имеет никаких преимуществ** перед методом динамического программирования, и в то же время повышает ваши шансы сделать ошибку; поэтому подумайте дважды (трижды, четырежды, …), прежде чем попытаться «блеснуть мастерством», к сожалению, при текущей модели экзамена это никто не оценит…
2) в данной задаче можно заметить, что очередное значение $F(n)$ зависит только от $F(n–1)$ или от $F(n–2)$; следовательно, знания значений $F(n–1)$ и $F(n–2)$ всегда будет достаточно для вычисления $F(n)$
3) поэтому можно вычислить $F(n)$, вообще не используя массив, нужно только хранить значения $F(n–1)$ и $F(n–2)$ в переменных
4) в приведённой далее программе переменные **fn1** и **fn2** хранят соответственно значения $F(n–1)$ и $F(n–2)$; начальное значение **fn1** должно быть равно 1 ($F(1) = 1$), а начальное значение **fn2** можно выбрать любым (например, 0), потому что на первой итерации цикла (при вычислении $F(2)$) оно все равно не используется
   ```
   def F( n ):
     fn2 = 0  # эту строку можно удалить
     fn1 = 1
     for i in range(2, n+1):
       if i % 2 == 0:
         fn = i + fn1
       else:
         fn = 2*fn2
       fn2, fn1 = fn1, fn
     return f
   ```
   Очередное значение $F(n)$ хранится в переменной **fn**. Строка
   ```
   fn2, fn1 = fn1, fn
   ```
   выполняет сдвиг переменных при переходе к следующему значению n: $F(n–1)$ записывается на место $F(n–2)$, а $F(n)$ – на место $F(n–1)$. При вызове
   ```
   print( F(26) )
   ```
   эта функция возвращает тот же результат 2074, что и рекурсивная функция
5) Ответ: 4122.
6) решение на языке Паскаль:
   ```
   function F( n: integer ): integer;
   var fn1, fn2, fn, i: integer;
   begin
     fn1 := 1;
     for i:=2 to n do begin
   ```

```
    if i mod 2 = 0 then
      fn := i + fn1
    else
      fn := 2 * fn2;
    fn2 := fn1;
    fn1 := fn;
  end;
  Result := fn;
end;
begin
  writeln( F(26) )
end.
```

7) решение на языке C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
int F( int n )
{
  int i, fn, fn1, fn2;
  fn1 = 1;
  for( i = 2; i <= n; i++ ) {
    if( i % 2 == 0 )
      fn = i + fn1;
    else
      fn = 2 * fn2;
    fn2 = fn1;
    fn1 = fn;
    }
  return fn;
}
int main()
{
  cout << F(26);
}
```

Ещё пример задания:

Р-03. Определите наименьшее значение n, при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 500000. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

<table>
<tr><th>Python</th><th>Паскаль</th><th>C++</th></tr>
<tr><td><pre>def F(n):
  print(2*n)
  if n > 1:
    print(n-5)
    F(n-1)
    F(n-2)</pre></td><td><pre>procedure F
    (n: integer);
begin
  writeln(2*n);
  if n > 1 then begin
    writeln(n-5);
    F(n-1);
    F(n-2);
  end;
end;</pre></td><td><pre>void F(int n)
{
  cout << 2*n << endl;
  if(n > 1) {
    cout << n-5 << endl;
    F(n-1);
    F(n-2);
    }
}</pre></td></tr>
</table>

Для выполнения задания можно также написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

Решение (с помощью глобальной переменной):

1) первое, что может прийти в голову – вызывать приведённую процедуру при разных значениях параметра и увеличивать это значение до тех пор, пока сумма выведенных чисел не превысит заданное значение 500000; это тупиковый подход, поскольку чисел очень много и сложение займет очень много времени при низкой вероятности правильного ответа
2) можно попробовать изменить программу так, чтобы сумма выводимых чисел считалась автоматически: добавим в программу глобальную переменную **s** и будем увеличивать её при выводе каждого числа на значение этого числа; при этом для ускорения (значительного!) работы программы сразу закомментируем вывод чисел на экран:
```
def F( n ):
  global s    #, если не объявить s глобальной – ошибка!
  # print(2*n)
  s += 2*n
  if n > 1:
    # print(n-5)
    s += n - 5
    F(n-1)
    F(n-2)
```
3) дальше можно написать такую программу и запускать её при различных значениях переменной **n**:
```
n = 15
s = 0
F(n)
print( n, s )
```
4) увеличивая каждый раз значение n на 1, мы в конце концов найдём первое (минимальное) значение n, при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 500000 – это $F(24) = 531864$
5) можно оформить поиск нужного значения n в виде цикла, например, так:
```
n = 0
while True:
  n += 1        # первое значение n = 1
  s = 0         # нужно обнулять сумму перед каждым вызовом
  F(n)          # подсчитали сумму
  if s > 500000: break; #, если нашли, выход из цикла
print( n, s )  # вывод результата
```
6) решение на языке Паскаль (строки с выводом чисел закомментированы):
```
var s, n: integer;
procedure F( n: integer );
begin
  // writeln(2*n);
  s := s + 2*n;
  if n > 1 then begin
    // writeln(n-5);
    s := s + n - 5;
    F(n-1);
    F(n-2);
  end;
```

```
  end;
  begin
    n := 0;
    repeat
      n := n + 1;
      s := 0;
      F(n);
    until s > 500000;
    writeln( n, ' ', s);
  end.
```

7) решение на языке C++ (строки с выводом чисел закомментированы):

```
#include <iostream>
using namespace std;
int s;
void F( int n )
{
  // cout << 2*n << endl;
  s += 2*n;
  if( n > 1 ) {
    // cout << n-5 << endl;
    s += n - 5;
    F(n-1);
    F(n-2);
    }
}
int main()
{
  int n = 0;
  do {
    n += 1;
    s = 0;
    F(n);
    }
  while( s <= 500000 );
  cout << n << " " << s;
}
```

8) в этой задаче процедура вызывает сама себя дважды, такая «ветвистость» может значительно увеличить время вычислений;, если вы видите, что программа работает очень долго (результата не дождаться), нужно применить другой подход – искать решение через рекуррентную формулу (см. следующее решение) и применять метод динамического программирования, сохраняя в массиве все промежуточные результаты (см. подробности в решении задачи P-01)
9) Ответ: 24 531864.

Решение (с помощью функции):

1) можно преобразовать процедуру в функцию, не используя глобальную переменную:

```
def F( n ):
  # print(2*n)
  s += 2*n
  if n > 1:
    # print(n-5)
```

```
    s += n - 5
    return s + F(n-1) + F(n-2)
  return s
```

2) основная программа не требует использования глобальной переменной:

```
n = 0
while True:
  n += 1                  # первое значение n = 1
  s = F(n)                # подсчитали сумму
  if s > 500000: break;   #, если нашли, выход из цикла
print( n, s )             # вывод результата
```

3) Решение на Паскале:

```
var s, n: integer;
function F( n: integer ): integer;
begin
  // writeln(2*n);
  Result := 2*n;
  if n > 1 then begin
    // writeln(n-5);
    Result := Result + n - 5;
    Result := Result + F(n-1) + F(n-2);
  end;
end;
begin
  n := 0;
  repeat
    n := n + 1;
    s := F(n);
  until s > 500000;
  writeln( n, ' ', s);
end.
```

4) Решение на C++:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int F( int n )
{
  // cout << 2*n << endl;
  int s = 2*n;
  if( n > 1 ) {
    // cout << n-5 << endl;
    s += n - 5;
    s += F(n-1) + F(n-2);
    }
  return s;
}
int main()
{
  int n = 0, s;
  do {
    n += 1;
    s = F(n);
    }
```

```
    while( s <= 500000 );
    cout << n << " " << s;
  }
```

5) Ответ: 24 531864.

Решение (с помощью формулы):

1) можно построить рекурсивную функцию $f(n)$, которая определяет сумму выведенных чисел; после этого можно использовать любой из методов вычислений, рассмотренных ниже для задачи P-01 – считать вручную, использовать электронную таблицу или написать свою собственную программу
2) итак, согласно условию, при $n \le 1$ выводится только число $2n$, то есть
   $f(n) = 2n$ при $n \le 1$
   это условие окончания рекурсии
3) основная часть определения рекурсивной функции – рекуррентная формула для остальных случаев; при $n > 1$ процедура печатает число $2n$ сразу при входе в процедуру, затем – ещё число n–5 в теле условного оператора, а затем дважды вызывает сама себя с разными значениями параметра, так что
   $f(n) = 2n + n - 5 + f(n-1) + f(n-2)$ при $n > 1$
4) теперь эту функцию можно записать, например, в виде программного кода:

```
def f( n ):
  if n <= 1:
    return 2*n
  else:
    return 2*n + n - 5 + f(n-1) + f(n-2)
```

5) запишем основную программу – алгоритм поиска нужного значения n:

```
n = 0
while True:
  n += 1
  s = f(n)
  if s > 500000: break;
print( n, s )
```

6) решение на языке Паскаль:

```
var s, n: integer;
function f( n: integer ): integer;
begin
  if n <= 1 then
    Result := 2*n
  else
    Result := 2*n + n - 5 + f(n-1) + f(n-2);
end;
begin
  n := 0;
  repeat
    n := n + 1;
    s := f(n);
  until s > 500000;
  writeln( n, ' ', s);
end.
```

7) решение на языке C++:

```
#include <iostream>
```

```
using namespace std;
int f( int n )
{
  if( n <= 1 )
    return 2*n;
  else
    return 2*n + n - 5 + f(n-1) + f(n-2);
}
int main()
{
  int n = 0, s;
  do {
    n += 1;
    s = f(n);
    }
  while( s <= 500000 );

  cout << n << " " << s;
}
```

8) заметим, что когда мы получили математическую форму записи функции (см. пп. 2 и 3), для решения задачи можно использовать любой из методов, описанных в разборе задачи P-01 ниже (например, ручной счёт или электронные таблицы)
9) недостаток такого подхода в том, что он *косвенный*, то есть требует преобразований; поэтому есть неплохой шанс ошибиться при выводе формулы и поэтому получить неверный результат
10) если вы видите, что программа работает очень долго (результата не дождаться), нужно применять метод динамического программирования, сохраняя в массиве все промежуточные результаты (см. подробности в решении задачи P-01)
11) Ответ: 24 531864.

Ещё пример задания:

P-02. Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове $F(22)$:

<table>
<tr><th>Python</th><th>Паскаль</th><th>C++</th></tr>
<tr><td><pre>def F(n):
  print('*')
  if n >= 1:
    print('*')
    F(n-1)
    F(n-2)
    F(n-3)</pre></td><td><pre>procedure F(n: integer);
begin
  write('*');
  if n >= 1 then begin
    write('*');
    F(n-1);
    F(n-2);
    F(n-3);
  end;
end;</pre></td><td><pre>void F(int n)
{
  cout << '*';
  if(n >= 1) {
    cout << '*';
    F(n-1);
    F(n-2);
    F(n-3);
    }
}</pre></td></tr>
</table>

Для выполнения задания можно также написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

Решение (с помощью счётчика):

1) может показаться, что эта задача легче, чем задача P-01, разобранная ниже: ведь нам уже дана реализация функции на языке программирования, остаётся только запустить её и посмотреть, что она выведет

2) первое впечатление очень обманчиво; при вызове $F(22)$ программа выводит огромное количество звёздочек (**больше миллиона!**), подсчитать их вручную не представляется возможным
3) можно попробовать изменить программу так, чтобы выводимые звёздочки считались автоматически: добавим в программу глобальную переменную-счётчик **count** и будем увеличивать его при выводе каждой звёздочки:

```
count = 0
def F( n ):
  global count #, если не объявить count глобальной – ошибка!
  print('*')
  count += 1
  if n >= 1:
    print('*')
    count += 1
    F(n-1)
    F(n-2)
    F(n-3)

F(22)
print(count)
```

4) запуск программы с вызовов $F(22)$ показывает, что очень много времени занимает вывод звёздочек на экран, мы рискуем не дождаться ответа
5) поэтому убираем из программы операторы вывода в теле функции (например, их можно временно отключить с помощью комментариев):

```
count = 0
def F( n ):
  global count #, если не объявить count глобальной – ошибка!
  # print('*')
  count += 1
  if n >= 1:
    # print('*')
    count += 1
    F(n-1)
    F(n-2)
    F(n-3)

F(22)
print(count)
```

6) запустив такую программу, быстро получаем ответ: 1957585
7) решение на языке Паскаль (строки с выводом звёздочек закомментированы):

```
var count: integer;
procedure F( n: integer );
begin
  // write('*');
  count := count + 1;
  if n >= 1 then begin
    // write('*');
    count := count + 1;
    F(n-1);
    F(n-2);
```

```
      F(n-3);
    end;
  end;
  begin
    count := 0;
    F(22);
    writeln(count);
  end.
```

8) решение на языке C++ (строки с выводом звёздочек закомментированы):

```
#include <iostream>
using namespace std;
int count = 0;
void F( int n )
{
  // cout << '*';
  count ++;
  if( n >= 1 ) {
    // cout << '*';
    count ++;
    F(n-1);
    F(n-2);
    F(n-3);
    }
}
int main()
{
  F(22);
  cout << count;
}
```

9) в этой задаче процедура вызывает сама себя трижды, такая «ветвистость» может значительно увеличить время вычислений;, если вы видите, что программа работает очень долго (результата не дождаться), нужно применить другой подход – искать решение через рекуррентную формулу (см. следующее решение) и применять метод динамического программирования, сохраняя в массиве все промежуточные результаты (см. подробности в решении задачи P-01)
10) Ответ: 1957585.

Решение (с помощью формулы):

1) возможен другой приём: построить рекурсивную функцию $f(n)$, которая определяет количество выведенных звёздочек; после этого можно использовать любой из методов вычислений, рассмотренных ниже для задачи P-01 – считать вручную, использовать электронную таблицу или написать свою собственную программу
2) итак, согласно условию, при $n < 1$ выводится только одна звёздочка, то есть
   $f(n) = 1$ при $n < 1$
   это условие окончания рекурсии
3) основная часть определения рекурсивной функции – рекуррентная формула для остальных случаев; при $n \geq 1$ процедура печатает одну звёздочку сразу при входе в процедуру, затем – ещё одну в теле условного оператора, а затем трижды вызывает сама себя с разными значениями параметра, так что
   $f(n) = 1 + 1 + f(n–1) + f(n–2) + f(n–3)$ при $n \geq 1$

4) теперь эту функцию можно записать, например, в виде программного кода:
```
def f( n ):
  if n < 1:
    return 1
  else:
    return 2 + f(n-1) + f(n-2) + f(n-3)
```
вызвать и вывести полученный ответ:
```
print( f(22) )
```
5) решение на языке Паскаль:
```
function f( n: integer ): integer;
begin
  if n < 1 then
    Result := 1
  else
    Result := 2 + f(n-1) + f(n-2) + f(n-3);
end;
begin
  writeln( f(22) );
end.
```
6) решение на языке C++:
```
#include <iostream>
using namespace std;
int f( int n )
{
  if( n < 1 )
    return 1;
  else
    return 2 + f(n-1) + f(n-2) + f(n-3);
}
int main()
{
  cout << f(22);
}
```
7) заметим, что когда мы получили математическую форму записи функции (см. пп. 2 и 3), для вычисления $f(22)$ можно использовать любой из методов, описанных в разборе задачи P-01 ниже (например, ручной счёт или электронные таблицы)
8) недостаток такого подхода в том, что он *косвенный*, то есть требует преобразований; поэтому есть неплохой шанс ошибиться при выводе формулы и поэтому получить неверный результат
9) если вы видите, что программа работает очень долго (результата не дождаться), нужно применять метод динамического программирования, сохраняя в массиве все промежуточные результаты (см. подробности в решении задачи P-01)
10) Ответ: 1957585.

Ещё пример задания:

P-01. Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 1$

$F(n) = n + 2 + F(n–1)$, если n чётно,

$F(n) = 2 \cdot F(n–2)$, если n нечётно.

Чему равно значение функции $F(24)$? Для выполнения задания можно также написать программу или воспользоваться редактором электронных таблиц.

Решение (ручной счёт от последнего значения):

10) чтобы вычислить $F(24)$, используем формулу для чётных n:
$$F(24) = 24 + 2 + F(23)$$
11) нам неизвестно значение $F(23)$, поэтому, применяя формулу для нечётных n, находим
$$F(23) = 2 \cdot F(21)$$
12) далее так же придётся написать формулы для вычисления $F(21)$, $F(19)$, …, $F(3)$, и в конце мы получим
$$F(3) = 2 \cdot F(1)$$
13) значение $F(1) = 1$ нам задано, подставляя его в предыдущую формулу, находим
$$F(3) = 2 \cdot F(1) = 2$$
14) теперь значение подставляем в формулу для $F(5)$, потом найденное значение $F(5)$ – в формулу для $F(7)$, и т.д.
15) после продолжительных вычислений получим $F(24) = 2074$
16) Ответ: 2074.

Решение (ручной счёт от первого значения):

10) примерно то же самое можно сделать, начиная вычисления с малых значений n
11) сразу записываем в таблицу известное значение $F(1) = 1$, затем последовательно вычисляем

$F(2) = 2 + 2 + F(1) = 5$ по формуле для чётных n

$F(3) = 2 \cdot F(1) = 2$ по формуле для нечётных n

$F(4) = \ldots$

…

$F(24) = 24 + 2 + F(23) = 2074$

12) результаты вычислений удобно хранить в виде таблицы:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	24
$F(n)$	1	5	2	8	4	12	8	18	16		2074

13) недостаток этого метода в том, что мы вычисляем все значения $F(n)$ подряд, хотя для нахождения $F(24)$ нам не нужны значения $F(n)$ при чётных n
14) Ответ: 2074.

Общий недостаток первых двух методов – **большой объём ручных вычислений**, который приводит к большой вероятности ошибки.

Решение (использование табличного процессора):

9) для выполнения большого объёма вычислений можно использовать табличный процессор; удобнее строить таблицу из двух столбцов (хотя можно, конечно использовать и две строки) – n и $F(n)$
10) сразу записываем известное значение $F(1) = 1$

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	

11) в ячейку B3, где вычисляется $F(2)$, записываем формулу для чётных n; здесь соответствующее значение n хранится в A3, а значение $F(n–1) = F(1)$ – в ячейке B2

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	=A3+2+B2
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	

12) в ячейку B4 , где вычисляется $F(3)$, записываем формулу для нечётных n; для этой ячейки соответствующее значение $F(n–2) = F(1)$ – в ячейке B2

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	5
4	3	=2*B2
5	4	
6	5	
7	6	

13) поскольку формулы чередуются (для чётных и нечётных n), выделяем **две** введённые формулы и «протягиваем» их, копируя вниз до строки с $n = 24$:

	A	B
1	n	$F(n)$
2	1	1
3	2	5
4	3	2

14) напротив значения $n = 24$ считываем ответ – 2074

15) Ответ: 2074.

16) можно обойтись и одной формулой, только в ней придётся использовать функцию, если:

	A	B	C	D	E	F
1	n	$F(n)$				
2	1	1				
3	2	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A3;2)=0;A3+2+B2;2*B1)				
4	3	2				
5	4	8				

Функция ОСТАТ вычисляет остаток от деления n на 2;, если этот остаток равен нулю, то значение n чётное.

Решение (составление программы – рекурсивная функция):

6) составление программы – самый простой и наглядный способ решения задачи; для этого нужно просто реализовать заданные формулы в виде функции на языке программирования;

7) эта задача не должна представлять какой-то сложности; главная проблема – не получить бесконечную рекурсию; для этого рекомендуется сразу в начале функции записать условие окончания рекурсии, которое задаётся условием «$F(n) = 1$ при $n = 1$», и сразу выйти из функции

8) программа на языке Python:

```
def F( n ):
  if n == 1: return 1
  if n % 2 == 0:
    return n + 2 + F(n-1)
  else:
    return 2 * F(n-2)

print( F(24) )
```

9) программа на языке Паскаль:

```
function F( n: integer ): integer;
```

```
begin
  if n = 1 then begin
    Result := 1;
    Exit;
  end;
  if n mod 2 = 0 then
    Result := n + 2 + F(n-1)
  else
    Result := 2 * F(n-2);
end;
begin
  writeln( F(24) )
end.
```

10) программа на языке C++:

```
#include <iostream>
using namespace std;

int F( int n )
{
  if( n == 1 ) return 1;
  if( n % 2 == 0 )
    return n + 2 + F(n-1);
  else
    return 2 * F(n-2);
}
int main()
{
  cout << F(24);
}
```

Решение (составление программы – динамическое программирование):

15) если рекурсивная функция вызывает сама себя несколько раз (для рассматриваемой задачи это не так, но вполне может быть…), при больших значениях аргумента функция $F(n)$ может вычисляться очень (и даже недопустимо!) долго – это один из недостатков рекурсивной реализации
16) во многих случаях достаточно просто заменить рекурсивную функцию нерекурсивной (в принципе, это можно сделать всегда, вопрос лишь в том, какие усилия придётся для этого приложить)
17) один из простых приёмов – использование динамического программирования, которое позволяет свести вычисление значения функции, заданной рекурсивно, к заполнению массива (таблицы) – так же, как при ручном счёте (этот метод решения задачи описан выше)
18) пусть известно значение n; построим массив **a**, так чтобы значение элемента **a[n]** совпадало со значением $F(n)$
19) учитывая, что в Python и в C++ нумерация элементов массива начинается с нуля, будем использовать фиктивный нулевой элемент – не будем его использовать вообще; согласно условию, в первый элемент нужно записать число 1 («$F(n) = 1$ при $n = 1$»):

```
a = [0, 1]
```

20) затем перебираем в цикле все значения индексов элементов, начиная с 2 и до n включительно, вычисляя для каждого значение функции; фактически сначала вычисляется

$F(2)$ и записывается в элемент массива **a[2]**, затем находим $F(3)$ и записываем в элемент массива **a[3]** и т.д. :

```
for i in range(2, n+1):
  if i % 2 == 0:
    a.append( i + 2 + a[i-1] )
  else:
    a.append( 2*a[i-2] )
```

21) заметьте, что вместо рекурсивных вызовов здесь используются уже готовые значения $F(n)$ для меньших значений n, ранее записанные в массив **a** (см. выделение синим цветом)
22) теперь можно построить функцию, которая возвращает значение **a[n]**:

```
def F( n ):
  a = [0, 1]
  for i in range(2, n+1):
    if i % 2 == 0:
      a.append( i + 2 + a[i-1] )
    else:
      a.append( 2*a[i-2] )
  return a[n]
```

23) при вызове

```
print( F(24) )
```

эта функция возвращает тот же результат 2074, что и рекурсивная функция

24) Ответ: 2074.
25) преимущество такого подхода проявится, если функция вызывает сама себя несколько раз; в этом случае каждое значение будет вычисляться только один раз и сохраняться в массиве; когда это значение понадобится снова, оно будет взято сразу из массива в готовом виде (этот приём иногда называют *мемоизацией* – запоминанием)
26) учитывая, что преобразования программы не слишком простые, рекомендуется использовать такой метод на экзамене только тогда, когда «лобовое» решение работает слишком медленно (вы не смогли дождаться результата); помните, что любой шаг в сторону от простейшего решения может стать источником дополнительных ошибок
27) решение на языке Паскаль (элементы массива нумеруются с единицы):

```
function F( n: integer ): integer;
var a: array[1..100] of integer;
    i: integer;
begin
  a[1] := 1;
  for i:=2 to n do
    if i mod 2 = 0 then
      a[i] := i + 2 + a[i-1]
    else
      a[i] := 2 * a[i-2];
  Result := a[n];
end;
begin
  writeln( F(24) )
end.
```

28) решение на языке C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
```

```
int F( int n )
{
  int i, a[100] = {};
  a[1] = 1;
  for( i = 2; i <= n; i++ )
    if( i % 2 == 0 )
      a[i] = i + 2 + a[i-1];
    else
      a[i] = 2 * a[i-2];
  return a[n];
}
int main()
{
  cout << F(24);
}
```

Решение (составление программы – вообще без массива и рекурсии):

Описанный далее метод решения задачи, в принципе, можно использовать, но при сдаче экзамена он **не имеет никаких преимуществ** перед методом динамического программирования, и в то же время повышает ваши шансы сделать ошибку; поэтому подумайте дважды (трижды, четырежды, …), прежде чем попытаться «блеснуть мастерством», к сожалению, при текущей модели экзамена это никто не оценит…

1) в данной задаче можно заметить, что очередное значение $F(n)$ зависит только от $F(n–1)$ или от $F(n–2)$; следовательно, знания значений $F(n–1)$ и $F(n–2)$ всегда будет достаточно для вычисления $F(n)$
2) поэтому можно вычислить $F(n)$, вообще не используя массив, нужно только хранить значения $F(n–1)$ и $F(n–2)$ в переменных
3) в приведённой далее программе переменные **fn1** и **fn2** хранят соответственно значения $F(n–1)$ и $F(n–2)$; начальное значение **fn1** должно быть равно 1 ($F(1) = 1$), а начальное значение **fn2** можно выбрать любым (например, 0), потому что на первой итерации цикла (при вычислении $F(2)$) оно все равно не используется

```
def F( n ):
  fn2 = 0  # эту строку можно удалить
  fn1 = 1
  for i in range(2, n+1):
    if i % 2 == 0:
      fn = i + 2 + fn1
    else:
      fn = 2*fn2
    fn2, fn1 = fn1, fn
  return f
```

Очередное значение $F(n)$ хранится в переменной **fn**. Строка

```
fn2, fn1 = fn1, fn
```

выполняет сдвиг переменных при переходе к следующему значению n: $F(n–1)$ записывается на место $F(n–2)$, а $F(n)$ – на место $F(n–1)$. При вызове

```
print( F(24) )
```

эта функция возвращает тот же результат 2074, что и рекурсивная функция

4) Ответ: 2074.
5) решение на языке Паскаль:

```
function F( n: integer ): integer;
var fn1, fn2, fn, i: integer;
begin
  fn1 := 1;
  for i:=2 to n do begin
    if i mod 2 = 0 then
      fn := i + 2 + fn1
    else
      fn := 2 * fn2;
    fn2 := fn1;
    fn1 := fn;
  end;
  Result := fn;
end;
begin
  writeln( F(24) )
end.
```

6) решение на языке C++

```
#include <iostream>
using namespace std;
int F( int n )
{
  int i, fn, fn1, fn2;
  fn1 = 1;
  for( i = 2; i <= n; i++ ) {
    if( i % 2 == 0 )
      fn = i + 2 + fn1;
    else
      fn = 2 * fn2;
    fn2 = fn1;
    fn1 = fn;
    }
  return fn;
}
int main()
{
  cout << F(24);
}
```

Задачи для тренировки:

1) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = 1$ при $n = 1$

   $F(n) = 2 \cdot F(n–1) + n + 3$, если $n > 1$

   Чему равно значение функции $F(19)$?
2) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = 3$ при $n = 1$

   $F(n) = 2 \cdot F(n–1) – n + 1$, если $n > 1$

   Чему равно значение функции $F(21)$?
3) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = 2$ при $n = 1$

   $F(n) = F(n–1) + 5n^2$, если $n > 1$

   Чему равно значение функции $F(39)$?
4) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = 2$ при $n \le 1$

   $F(n) = F(n–1) + F(n–2) + 2n + 4$, если $n > 1$

   Чему равно значение функции $F(25)$?
5) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = 3$ при $n \le 1$

   $F(n) = F(n–1) + 2 \cdot F(n–2) – 5$, если $n > 1$

   Чему равно значение функции $F(22)$?
6) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = 2$ при $n \le 1$

   $F(n) = F(n–1) + F(n–2) + 4n$, если $n > 1$

   Чему равно значение функции $F(24)$?
7) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = n$ при $n > 15$

   $F(n) = 2 \cdot F(n+1) + 5n + 2$, если $n \le 15$

   Чему равно значение функции $F(2)$?
8) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = n$ при $n > 18$

   $F(n) = 3 \cdot F(n+1) + n + 8$, если $n \le 18$

   Чему равно значение функции $F(9)$?
9) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

   $F(n) = n – 3$ при $n > 16$

   $F(n) = 2 \cdot F(n+1) + 2n + 3$, если $n \le 16$

   Чему равно значение функции $F(2)$?
10) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

    $F(n) = 2n – 5$ при $n > 12$

    $F(n) = 2 \cdot F(n+2) + n – 4$, если $n \le 12$

    Чему равно значение функции $F(1)$?
11) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

    $F(n) = 1$ при $n = 1$

    $F(n) = 2 \cdot F(n–1)$, если $n > 1$ и чётно,

    $F(n) = 5n + F(n–2)$, если $n > 1$ и нечётно.

    Чему равно значение функции $F(64)$?
12) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n < 1$

$F(n) = n + 3\cdot F(n–3)$, если $n \geq 1$ и чётно,

$F(n) = 5n + 2\cdot F(n–5)$, если $n \geq 1$ и нечётно.

Чему равно значение функции $F(30)$?

13) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2\cdot n$ при $n < 3$

$F(n) = 3n + 5 + F(n–2)$, если $n \geq 3$ и чётно,

$F(n) = n + 2\cdot F(n–6)$, если $n \geq 3$ и нечётно.

Чему равно значение функции $F(61)$?

14) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = –n$ при $n < 0$

$F(n) = 2n + 1 + F(n–3)$, если $n \geq 0$ и чётно,

$F(n) = 4n + 2\cdot F(n–4)$, если $n \geq 0$ и нечётно.

Чему равно значение функции $F(33)$?

15) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 5–n$ при $n < 5$

$F(n) = 4\cdot (n – 5)\cdot F(n–5)$, если $n \geq 5$ и делится на 3,

$F(n) = 3n + 2\cdot F(n–1) + F(n–2)$, если $n \geq 5$ и не делится на 3.

Чему равно значение функции $F(20)$?

16) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1+2n$ при $n < 5$

$F(n) = 2\cdot(n + 1)\cdot F(n–2)$, если $n \geq 5$ и делится на 3,

$F(n) = 2\cdot n + 1 + F(n–1) + 2\cdot F(n–2)$, если $n \geq 5$ и не делится на 3.

Чему равно значение функции $F(15)$?

17) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 3$ при $n < 3$

$F(n) = (n + 2)\cdot F(n–4)$, если $n \geq 3$ и делится на 3,

$F(n) = n + F(n–1) + 2\cdot F(n–2)$, если $n \geq 3$ и не делится на 3.

Чему равно значение функции $F(20)$?

18) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(1) = G(1) = 1$

$F(n) = 2\cdot F(n–1) + G(n–1) – 2$, если $n > 1$

$G(n) = F(n–1) +2\cdot G(n–1)$, если $n > 1$

Чему равно значение $F(14) + G(14)$?

19) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(1) = G(1) = 1$

$F(n) = 2\cdot F(n–1) + G(n–1) – 2n$, если $n > 1$

$G(n) = F(n–1) +2\cdot G(n–1) + n$, если $n > 1$

Чему равно значение $F(14) + G(14)$?

20) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(1) = G(1) = 1$

$F(n) = 3\cdot F(n–1) + G(n–1) – n + 5$, если $n > 1$

$G(n) = F(n–1) + 3\cdot G(n–1) – 3\cdot n$, если $n > 1$

Чему равно значение $F(14) + G(14)$?

21) Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове F(28):

Python	Паскаль	C++

`def F( n ):`
`  print('*')`
`  if n >= 1:`
	`procedure F( n: integer );`
	`begin`
	`  write('*');`
		`void F( int n )`
		`{`
		`  cout << '*';`

<pre>   print('*')
    F(n-1)
    F(n-2)</pre>
	<pre> if n >= 1 then begin
	    write('*');
	    F(n-1);
	    F(n-2);
	  end;
	end;</pre>
		<pre> if(n >= 1) {
		    cout << '*';
		    F(n-1);
		    F(n-2);
		    }
		}</pre>

22) Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове F(35):

Python	Паскаль	C++

<pre>def F(n):
  print('*')
  if n >= 1:
    print('*')
    F(n-1)
    F(n-2)
    print('*')</pre>
	<pre>procedure F(n: integer);
	begin
	  write('*');
	  if n >= 1 then begin
	    write('*');
	    F(n-1);
	    F(n-2);
	    write('*');
	  end;
	end;</pre>
		<pre>void F(int n)
		{
		  cout << '*';
		  if(n >= 1) {
		    cout << '*';
		    F(n-1);
		    F(n-2);
		    cout << '*';
		    }
		}</pre>

23) Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове F(40):

Python	Паскаль	C++

<pre>def F(n):
  print('*')
  if n >= 1:
    print('*')
    F(n-1)
    F(n-3)
    print('*')</pre>
	<pre>procedure F(n: integer);
	begin
	  write('*');
	  if n >= 1 then begin
	    write('*');
	    F(n-1);
	    F(n-3);
	    write('*');
	  end;
	end;</pre>
		<pre>void F(int n)
		{
		  cout << '*';
		  if(n >= 1) {
		    cout << '*';
		    F(n-1);
		    F(n-3);
		    cout << '*';
		    }
		}</pre>

24) Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове F(280):

Python	Паскаль	C++

<pre>def F(n):
  print('*')
  if n >= 1:
    print('*')
    F(n-1)
    F(n//3)
    print('*')</pre>
	<pre>procedure F(n: integer);
	begin
	  write('*');
	  if n >= 1 then begin
	    write('*');
	    F(n-1);
	    F(n div 3);
	    write('*');
	  end;
	end;</pre>
		<pre>void F(int n)
		{
		  cout << '*';
		  if(n >= 1) {
		    cout << '*';
		    F(n-1);
		    F(n/3);
		    cout << '*';
		    }
		}</pre>

25) Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове F(140):

Python	Паскаль	C++

<pre>def F(n):
  print('*')
  if n >= 1:
    print('*')
    F(n-1)
    F(n//2)</pre>
	<pre>procedure F(n: integer);
	begin
	  write('*');
	  if n >= 1 then begin
	    write('*');
	    F(n-1);</pre>
		<pre>void F(int n)
		{
		  cout << '*';
		  if(n >= 1) {
		    cout << '*';
		    F(n-1);</pre>

	`F(n div 2);`
	`end;`
	`end;`
		`F(n/2);`
		`}`
		`}`

26) Определите наименьшее значение n, при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 1000000. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Python	Паскаль	C++

`def F( n ):`
`  print(n+1)`
`  if n > 1:`
`    print(n+5)`
`    F(n-1)`
`    F(n-2)`
	`procedure F`
	`    ( n: integer );`
	`begin`
	`  writeln(n+1);`
	`  if n > 1 then begin`
	`    writeln(n+5);`
	`    F(n-1);`
	`    F(n-2);`
	`  end;`
	`end;`
		`void F( int n )`
		`{`
		`  cout << n+1 << endl;`
		`  if( n > 1 ) {`
		`    cout << n+5 << endl;`
		`    F(n-1);`
		`    F(n-2);`
		`    }`
		`}`

27) Определите наименьшее значение n, при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 1000000. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Python	Паскаль	C++

`def F( n ):`
`  print(n+1)`
`  if n > 1:`
`    print(2*n)`
`    F(n-1)`
`    F(n-3)`
	`procedure F`
	`    ( n: integer );`
	`begin`
	`  writeln(n+1);`
	`  if n > 1 then begin`
	`    writeln(2*n);`
	`    F(n-1);`
	`    F(n-3);`
	`  end;`
	`end;`
		`void F( int n )`
		`{`
		`  cout << n+1 << endl;`
		`  if( n > 1 ) {`
		`    cout << 2*n << endl;`
		`    F(n-1);`
		`    F(n-3);`
		`    }`
		`}`

28) Определите наименьшее значение n, при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 5000000. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Python	Паскаль	C++

`def F( n ):`
`  print(2*n+1)`
`  if n > 1:`
`    print(3*n-8)`
`    F(n-1)`
`    F(n-4)`
	`procedure F`
	`    ( n: integer );`
	`begin`
	`  writeln(2*n+1);`
	`  if n > 1 then begin`
	`    writeln(3*n-8);`
	`    F(n-1);`
	`    F(n-4);`
	`  end;`
	`end;`
		`void F( int n )`
		`{`
		`  cout << 2*n+1 << endl;`
		`  if( n > 1 ) {`
		`    cout << 3*n-8`
		`         << endl;`
		`    F(n-1);`
		`    F(n-4);`
		`    }`
		`}`

29) Определите наименьшее значение n, при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 3200000. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Python	Паскаль	C++

`def F( n ):`
`  print(n-5)`
`  if n > 1:`
`    print(n+8)`
`    F(n-2)`
`    F(n-3)`
	`procedure F`
	`    ( n: integer );`
	`begin`
	`  writeln(n-5);`
	`  if n > 1 then begin`
	`    writeln(n+8);`
	`    F(n-2);`
	`    F(n-3);`
	`  end;`
	`end;`
		`void F( int n )`
		`{`
		`  cout << n-5 << endl;`
		`  if( n > 1 ) {`
		`    cout << n+8 << endl;`
		`    F(n-2);`
		`    F(n-3);`
		`    }`
		`}`

30) Определите наименьшее значение n, при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 3200000. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Python	Паскаль	C++

`def F( n ):`
`  print(n*n)`
`  if n > 1:`
`    print(2*n+1)`
`    F(n-2)`
`    F(n//3)`
	`procedure F`
	`    ( n: integer );`
	`begin`
	`  writeln(n*n);`
	`  if n > 1 then begin`
	`    writeln(2*n+1);`
	`    F(n-2);`
	`    F(n div 3);`
	`  end;`
	`end;`
		`void F( int n )`
		`{`
		`  cout << n*n << endl;`
		`  if( n > 1 ) {`
		`    cout << 2*n+1 << endl;`
		`    F(n-2);`
		`    F(n/3);`
		`    }`
		`}`

31) (**Д.Ф. Муфаззалов**) Определите наименьшее значение n, при котором значение $F(n)$, будет больше числа 320. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующее значение $F(n)$.

Python	Паскаль	C++

`def F(n):`
`  if n>0:`
`    return n%10*F(n//10)`
`  else: return 1`
	`function F`
	`(n: integer): integer;`
	`begin`
	` if n > 0 then`
	`  F:= n mod 10*`
	`      F(n div 10)`
	`  else`
	`    F:= 1;`
	`end;`
		`int F(int n)`
		`{`
		`if(n)`
		`  return`
		`     n%10*F(n/10);`
		`else return 1;`
		`}`

32) (**Д.Ф. Муфаззалов**) Определите наибольшее трехзначное значение n, при котором значение $F(n)$, будет больше числа 7. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующее значение $F(n)$.

Python	Паскаль	C++

`def F(n):`
`  if n<10:`
`    return n`
`  else:`
`    m=F(n//10)`
`    d=m%10;`
	`function F(n:`
	`integer): integer;`
	`var m,d: byte;`
	`begin`
	` if n < 10 then F:=n`
	` else begin`
		`int F(int n)`
		`{`
		`if(n < 10)`
		`   return n;`
		`else {`
		` int m = F(n/10),`

` if m<d: return d`
` else: return m`
	` m:= F(n div 10);`
	` d:= m mod 10;`
	` if m < d then F:=d`
	` else F := m`
	` end`
	`end;`
		` d = m%10;`
		` if( m < d )`
		`   return d;`
		` else`
		`   return m;`
		`  }`
		`}`

33) (**Д.Ф. Муфаззалов**) Определите наименьшее значение n такое, что последнее выведенное число при вызове $F(n)$ будет больше числа 32. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующее значение $F(n)$.

Python	Паскаль	C++

`def F(n):`
`  print(n)`
`  if n>0:`
`    d=n%10+F(n//10)`
`    print(d)`
`    return d`
`  else: return 0`
	`function F(n: integer):`
	`integer;`
	`var d:integer;`
	`begin`
	` writeln(N);`
	` if n > 0 then begin`
	`   d := n mod 10+`
	`        F(n div 10);`
	`   writeln(d);`
	`   F := d`
	` end`
	` else F:= 0;`
	`end;`
		`int F(int n)`
		`{`
		`cout << n << endl;`
		`if (n){`
		`  int d = n % 10 +`
		`        F(n/10);`
		`  cout << d << endl;`
		`  return d;`
		`  }`
		`else return 0;`
		`}`

34) (**Д.Ф. Муфаззалов**) Определите наименьшее число n такое, что при вызове $F(n)$ второе выведенное число будет больше числа 51. Запишите в ответе сначала найденное значение n, а затем через пробел – соответствующее значение $F(n)$.

Python	Паскаль	C++

`def F(n):`
`  print( n )`
`  if n > 0:`
`    d = (n%10 +`
`        F(n//10))`
`    print(d)`
`    return d`
`  else:`
`    return 0`
	`function f(n: integer):`
	`integer;`
	`var d:integer;`
	`begin`
	` writeln(N);`
	` if n > 0 then begin`
	`   d := n mod 10 +`
	`        F(n div 10);`
	`   writeln( d );`
	`   F := d`
	` end`
	` else F:= 0;`
	`end;`
		`int F(int n)`
		`{`
		`cout << n << endl;`
		`if( n ) {`
		`  int d = n%10 +`
		`         F(n/10);`
		`  cout << d << endl;`
		`  return d;`
		`  }`
		`else`
		`  return 0;`
		`}`

35) **(Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа)** Определите наименьшее значение суммы $n+m$ такое, что значение $F(n, m)$ больше числа 15 и выполняется условие $n \neq m$, n и m – натуральные числа. Запишите в ответе сначала значения n и m, при которых указанная сумма достигается, в порядке неубывания, а затем – соответствующее значение $F(n, m)$. Числа в ответе разделяйте пробелом.

Python	Паскаль	C++
`def F(n,m):` ` if n<m:`	`function F(n,m:` `integer): integer;`	`int F(int n, int m)` `{`

```
 n,m = m,n
 if n != m:
   return F(n-m,m)
 else:
   return n
```

```
begin
 if n > m then
  F:= F(n-m,m)
 else
  if n < m then
    F:= F(n,m-n)
  else
    F:= n;
end;
```

```
 if( n > m )
   return F(n-m,m);
 else
   if( n < m )
     return F(m-n,n);
   else
     return n;
}
```

36) **(Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа)** Определите количество различных значений *n* таких, что *n* и *m* – натуральные числа, находящиеся в диапазоне [100; 1000], а значение *F*(*n*, *m*) равно числу 30.

```
def F(n,m):
 if m == 0:
   return n
 else:
   return F(m,n%m)
```

```
function F(n,m:
   integer): integer;
begin
 if m = 0 then
   F:= n
 else
   F:= F(m, n mod m)
end;
```

```
int F(int n, int m)
{
if( m == 0 )
  return n;
else
  return F(m, n%m);
}
```

37) **(Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа)** Определите количество различных натуральных значений *n* таких, что значение *F*(*n*, *2*) находится в диапазоне [100; 1000].

```
def F(n,m):
 if m == 0:
   d = 1
 else:
   d = n*F(n, m-1)
 return d
```

```
function F(n,m:
integer): integer;
begin
 if m = 0 then
   F:= 1
 else
   F:= n*F(n,m-1)
end;
```

```
int F(int n, int m)
{
if( m == 0 )
  return 1;
else
  return n*F(n,m-1);
}
```

38) **(Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа)** Определите количество различных значений *n* таких, что *n* и *m* – натуральные числа, а значение *F*(*n*, *m*) равно числу 30.

```
def F(n,m):
 if m == 0:
  d = 0
 else:
  d = n+F(n, m-1)
 return d
```

```
function F(n,m:
integer): integer;
begin
 if m == 0 then
   F:= 0
 else
   F:= n + F(n,m-1)
end;
```

```
int F(int n, int m)
{
if( m == 0 )
  return 0;
else
  return n+F(n,m-1);
}
```

39) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = G(n) = 1$ при $n = 1$

$F(n) = F(n–1) – 2 \cdot G(n–1)$, при $n > 1$

$G(n) = F(n–1) + 2 \cdot G(n–1)$, при $n > 1$

Чему равно значение функции $G(21)$?

40) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = G(n) = 1$ при $n = 1$

$F(n) = F(n–1) – n \cdot G(n–1)$, при $n > 1$

$G(n) = F(n–1) + 2 \cdot G(n–1)$, при $n > 1$

Чему равно значение функции $G(18)$?

41) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = G(n) = 1$ при $n = 1$

$F(n) = F(n–1) – 2 \cdot G(n–1)$, при $n > 1$

$G(n) = F(n–1) + G(n–1) + n$, при $n > 1$

Чему равна сумма цифр значения функции $G(36)$?

42) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = G(n) = 1$ при $n = 1$

$F(n) = F(n–1) + 3 \cdot G(n–1)$, при $n > 1$

$G(n) = F(n–1) – 2 \cdot G(n–1)$, при $n > 1$

Чему равна сумма цифр значения функции $F(18)$?

43) (**К. Амеличев**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n \le 3$;

$F(n) = n // 4 + F(n–3)$ при $3 < n \le 32$;

$F(n) = 2 \cdot F(n–5)$ при $n > 32$

Здесь // обозначает деление нацело. В качестве ответа на задание выведите значение $F(100)$.

44) (**К. Амеличев**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ *при* $n \le 3$;

$F(n) = n * n * n + F(n – 1)$, *если* $n > 3$ и дает остаток 0 при делении на 3

$F(n) = 4 + F(n // 3)$, *если* $n > 3$ и дает остаток 1 при делении на 3

$F(n) = n * n + F(n – 2)$, *если* $n > 3$ и дает остаток 2 при делении на 3

Здесь // обозначает деление нацело. В качестве ответа на задание выведите значение $F(100)$.

45) (**К. Амеличев**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n \le 10$;

$F(n) = n // 4 + F(n–10)$ при $10 < n \le 36$;

$F(n) = 2 \cdot F(n–5)$ при $n > 36$

Здесь // обозначает деление нацело. В качестве ответа на задание выведите значение $F(100)$.

46) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n \le 3$;

$F(n) = 2 \cdot n \cdot n + F(n – 1)$ при чётных $n > 3$;

$F(n) = n \cdot n \cdot n + n + F(n – 1)$ при нечётных $n > 3$;

Определите количество натуральных значений n, при которых $F(n)$ меньше, чем 10^7.

47) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n \le 3$;

$F(n) = F(n – 1) + 2 \cdot F(n / 2)$ при чётных $n > 3$;

$F(n) = F(n – 1) + F(n – 3)$ при нечётных $n > 3$;

Определите количество натуральных значений n, при которых $F(n)$ меньше, чем 10^8.

48) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n \le 3$;

$F(n) = n + F(n – 1)$ при чётных $n > 3$;

$F(n) = n \cdot n + F(n – 2)$ при нечётных $n > 3$;

Определите количество натуральных значений n, при которых $F(n)$ меньше, чем 10^8.

49) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n \le 3$;

$F(n) = 2 \cdot n + F(n – 1)$ при чётных $n > 3$;

$F(n) = n \cdot n + F(n – 2)$ при нечётных $n > 3$;

Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 100], при которых значение $F(n)$ кратно 3.

50) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ при $n \le 3$;

$F(n) = n + 3 + F(n - 1)$ при чётных $n > 3$;

$F(n) = n \cdot n + F(n - 2)$ при нечётных $n > 3$;

Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 1000], при которых значение $F(n)$ кратно 7.

51) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n \le 1$;

$F(n) = n \cdot F(n - 1)$ при чётных $n > 1$;

$F(n) = n + F(n - 2)$ при нечётных $n > 1$;

Определите значение $F(84)$.

52) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n \le 1$;

$F(n) = n + F(n - 1)$ при чётных $n > 1$;

$F(n) = n \cdot n + F(n - 2)$ при нечётных $n > 1$;

Определите значение $F(80)$.

53) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n - 5$ при $n > 15$

$F(n) = n \cdot F(n+2) + n + F(n+3)$, если $n \le 15$

Чему равна сумма цифр значения функции $F(1)$?

54) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2 \cdot n \cdot n \cdot n + n \cdot n$ при $n > 25$

$F(n) = F(n+2) + 2 \cdot F(n+3)$, если $n \le 25$

Чему равна сумма цифр значения функции $F(2)$?

55) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2 \cdot n \cdot n \cdot n + 1$ при $n > 25$

$F(n) = F(n+2) + 2 \cdot F(n+3)$, если $n \le 25$

Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 1000], при которых значение $F(n)$ кратно 11.

56) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n \cdot n + n$ при $n > 20$

$F(n) = 3 \cdot F(n+1) + F(n+3)$, при чётных $n \le 20$

$F(n) = F(n+2) + 2 \cdot F(n+3)$, при нечётных $n \le 20$

Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 1000], при которых значение $F(n)$ не содержит цифру 1.

57) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n + 2 \cdot n + 1$, при $n > 25$

$F(n) = 2 \cdot F(n+1) + F(n+3)$, при чётных $n \le 25$

$F(n) = F(n+2) + 3 \cdot F(n+5)$, при нечётных $n \le 25$

Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 1000], при которых значение $F(n)$ не содержит цифру 0.

58) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n + 3 \cdot n + 5$, при $n > 30$

$F(n) = 2 \cdot F(n+1) + F(n+4)$, при чётных $n \le 30$

$F(n) = F(n+2) + 3 \cdot F(n+5)$, при нечётных $n \le 30$

Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 1000], при которых значение $F(n)$ содержит не менее двух значащих цифр 0 (в любых разрядах).

59) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n + 5 \cdot n + 4$, при $n > 30$

$F(n) = F(n+1) + 3 \cdot F(n+4)$, при чётных $n \le 30$

$F(n) = 2 \cdot F(n+2) + F(n+5)$, при нечётных $n \le 30$

Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 1000], для которых сумма цифр значения $F(n)$ равна 27.

60) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n + 4 \cdot n + 3$, при $n > 25$

$F(n) = F(n+1) + 2 \cdot F(n+4)$, при $n \le 25$, кратных 3

$F(n) = F(n+2) + 3 \cdot F(n+5)$, при $n \le 25$, не кратных 3

Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 1000], для которых сумма цифр значения $F(n)$ равна 24.

61) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n + 3 \cdot n + 9$, при $n \le 15$

$F(n) = F(n-1) + n - 2$, при $n > 15$, кратных 3

$F(n) = F(n-2) + n + 2$, при $n > 15$, не кратных 3

Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 1000], для которых все цифры значения $F(n)$ чётные.

62) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2 \cdot n \cdot n + 4 \cdot n + 3$, при $n \le 15$

$F(n) = F(n-1) + n \cdot n + 3$, при $n > 15$, кратных 3

$F(n) = F(n-2) + n - 6$, при $n > 15$, не кратных 3

Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 1000], для которых все цифры значения $F(n)$ нечётные.

63) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n \cdot n + n \cdot n + 1$, при $n \le 13$

$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n \cdot n - 3$, при $n > 13$, кратных 3

$F(n) = F(n-2) + 3 \cdot n + 6$, при $n > 13$, не кратных 3

Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 1000], для которых все цифры значения $F(n)$ нечётные.

64) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 3$, при $n \le 18$

$F(n) = (n \,//\, 3) \cdot F(n \,//\, 3) + n - 12$, при $n > 18$, кратных 3

$F(n) = F(n-1) + n \cdot n + 5$, при $n > 18$, не кратных 3

Здесь «//» обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 800], для которых все цифры значения $F(n)$ чётные.

65) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 15$, при $n \le 5$

$F(n) = F(n \,//\, 2) + n \cdot n \cdot n - 1$, при чётных $n > 5$

$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n \cdot n + 1$, при нечётных $n > 5$

Здесь «//» обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 1000], для которых значения $F(n)$ содержит не менее двух цифр 8.

66) Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$F(n) = n \cdot n + 11$, при $n \le 15$

$F(n) = F(n \,//\, 2) + n \cdot n \cdot n - 5 \cdot n$, при чётных $n > 15$

$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n + 3$, при нечётных $n > 15$

Здесь «//» обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений *n* из отрезка [1; 1000], для которых значения $F(n)$ содержит не менее трёх цифр 6.

67) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 1$ при $n < 3$,

$F(n) = n + 2*F(n + 2)$, когда $n \geq 3$ и четно,

$F(n) = F(n – 2) + n – 2$, когда $n \geq 3$ и нечетно.

Сколько существует чисел n, для которых значение $F(n)$ определено и будет трехзначным?

68) Алгоритм вычисления функций $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 1$ при $n < 3$,

$F(n) = F(n – 2) + n – 2$, когда $n \geq 3$ и четно,

$F(n) = F(n + 2) + n + 2$, когда $n \geq 3$ и нечетно.

Сколько существует чисел n, для которых значение $F(n)$ определено и будет пятизначным?

69) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n – 1$ при $n < 4$,

$F(n) = n + 2\cdot F(n – 1)$, когда $n \geq 4$ и кратно 3,

$F(n) = F(n – 2) + F(n – 3)$, когда $n \geq 4$ и не кратно 3.

Чему равна сумма цифр значения $F(25)$?

70) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 0$,

$F(n) = 2\cdot F(1 – n) + 3\cdot F(n – 1) + 2$, когда $n > 0$,

$F(n) = –F(–n)$, когда $n < 0$.

Чему равна сумма цифр значения $F(50)$?

71) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 5$ при $n = 0$,

$F(n) = 3\cdot F(n – 4)$, когда $n > 0$,

$F(n) = F(n + 3)$, когда $n < 0$.

Чему равно значение $F(43)$?

72) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = F(n+2) + 2\cdot F(3\cdot n)$ при $n \leq 70$,

$F(n) = n – 50$, когда $n > 70$.

Чему равно значение $F(40)$?

73) (**Е. Джобс**) Алгоритмы вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ где n – целое число, заданы следующими соотношениями (// обозначает деление нацело):

$F(n) = n$, при $n < 50$,

$F(n) = 2\cdot G(50 – n // 2)$, при $n > 49$,

$G(n) = 10$, при $n > 40$,

$G(n) = 30 + F(n + 600 // n)$, при $n < 41$

Чему равно значение $F(80)$?

74) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < –100000$,

$F(n) = F(n – 1) + 3\cdot F(n – 3) + 2$, при $n > 10$,

$F(n) = – F(n – 1)$ для остальных случаев.

Чему равно значение $F(20)$?

75) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 1$,

$F(n) = 1 + F(n / 2)$, когда $n > 1$ и чётное,

$F(n) = 1 + F(n + 2)$, когда $n > 1$ и нечётное.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n) = 16$.

76) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n \le 1$,

$F(n) = 3 + F(n / 2 – 1)$, когда $n > 1$ и чётное,

$F(n) = n + F(n + 2)$, когда $n > 1$ и нечётное.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n) = 19$.

77) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 1$,

$F(n) = n + F(n / 3)$, когда $n > 1$ и делится на 3,

$F(n) = n + F(n + 3)$, когда $n > 1$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ определено и больше 100.

78) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 1$,

$F(n) = n + F(n / 3 – 1)$, когда $n > 1$ и делится на 3,

$F(n) = n + F(n + 3)$, когда $n > 1$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ определено и больше 1000.

79) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 5$,

$F(n) = n + F(n / 3 + 1)$, когда $n > 5$ и делится на 3,

$F(n) = n + F(n + 3)$, когда $n > 5$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ определено и больше 1000.

80) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 5$,

$F(n) = n + F(n / 3 + 2)$, когда $n > 5$ и делится на 3,

$F(n) = n + F(n + 3)$, когда $n > 5$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ определено и больше 1000.

81) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 5$,

$F(n) = n + F(n / 5 + 1)$, когда $n > 5$ и делится на 5,

$F(n) = n + F(n + 6)$, когда $n > 5$ и не делится на 5.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ определено и больше 1000.

82) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 5$,

$F(n) = n + F(n / 2 – 1)$, когда $n > 5$ и делится на 4,

$F(n) = n + F(n + 2)$, когда $n > 5$ и не делится на 4.

Назовите максимальное значение n, для которого возможно вычислить $F(n)$.

83) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 5$,

$F(n) = n + F(n / 2 – 3)$, когда $n > 5$ и делится на 8,

$F(n) = n + F(n + 4)$, когда $n > 5$ и не делится на 8.

Назовите максимальное значение n, для которого возможно вычислить $F(n)$.

84) (**А. Богданов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 2) + 1$, когда $n \geq 2$ и чётное,

$F(n) = F(3n + 1) + 1$, когда $n \geq 2$ и нечётное.

Назовите количество значений n на отрезке [1;100], для которых $F(n)$ определено и больше 100.

85) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = 1$,

$F(n) = F(n / 2) + 1$, когда $n \geq 2$ и чётное,

$F(n) = F(n - 1) + n$, когда $n \geq 2$ и нечётное.

Назовите количество значений n на отрезке [1;100000], для которых $F(n)$ равно 16.

86) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 2) + 1$, когда $n \geq 2$ и чётное,

$F(n) = F(n - 3) + 3$, когда $n \geq 2$ и нечётное.

Назовите количество значений n на отрезке [1;100000], для которых $F(n)$ равно 12.

87) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 3) + 1$, когда $n \geq 2$ и делится на 3,

$F(n) = F(n - 2) + 5$, когда $n \geq 2$ и не делится на 3.

Назовите количество значений n на отрезке [1;100000], для которых $F(n)$ равно 55.

88) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 3) - 1$, когда $n \geq 2$ и делится на 3,

$F(n) = F(n - 1) + 7$, когда $n \geq 2$ и не делится на 3.

Назовите количество значений n на отрезке [1;100000], для которых $F(n)$ равно 35.

89) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 3) - 1$, когда $n \geq 2$ и делится на 3,

$F(n) = F(n - 1) + 17$, когда $n \geq 2$ и не делится на 3.

Назовите количество значений n на отрезке [1;100000], для которых $F(n)$ равно 43.

90) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = 1$,

$F(n) = F(n / 2) + 1$, когда $n \geq 2$ и чётное,

$F(n) = F(n - 1) + n$, когда $n \geq 2$ и нечётное.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ равно 19.

91) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 2) + 1$, когда $n \geq 2$ и чётное,

$F(n) = F(n - 3) + 3$, когда $n \geq 2$ и нечётное.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ равно 31.

92) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 3) + 1$, когда $n \geq 2$ и делится на 3,

$F(n) = F(n - 2) + 5$, когда $n \geq 2$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ равно 73.

93) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 3) - 1$, когда $n \geq 2$ и делится на 3,

$F(n) = F(n - 1) + 7$, когда $n \geq 2$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ равно 111.

94) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,

$F(n) = F(n / 3) - 1$, когда $n \geq 2$ и делится на 3,

$F(n) = F(n - 1) + 17$, когда $n \geq 2$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого $F(n)$ равно 110.

95) (**А. Богданов**) Алгоритмы вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ заданы следующими соотношениями (здесь // – операция деления нацело, % – остаток от деления):

$F(n) = n$, при $n < 10$,

$F(n) = F(G(n))$, при $n \geq 10$,

$G(n) = n$, при $n < 10$,

$G(n) = n \% 10 + G(n // 10)$, при $n \geq 10$.

Чему равно значение F(12345678987654321)?

96) (**А. Богданов**) Алгоритмы вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ заданы следующими соотношениями (здесь // – операция деления нацело, % – остаток от деления):

$F(n) = n$, при $n < 10$,

$F(n) = n \% 10 + F(n // 10)$, при $n \geq 10$.

$G(n) = n$, при $n < 10$,

$G(n) = G(F(n))$, при $n \geq 10$,

Чему равна сумма значений функции $G(n)$ для всех двузначных n?

97) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 0$,

$F(n) = F(n / 2)$, когда $n > 0$ и делится на 2,

$F(n) = F(n - 1) + 3$, когда $n > 0$ и не делится на 2.

Сколько существует значений n, принадлежащих отрезку [1; 1000], для которых $F(n)$ равно 18?

98) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 0$,

$F(n) = F(n / 2) + 3$, когда $n > 0$ и делится на 2,

$F(n) = 2 \cdot F(n - 1) + 1$, когда $n > 0$ и не делится на 2.

Сколько различных значений может принимать функция $F(n)$ при n, принадлежащих отрезку [1; 1000]?

99) (**А. Богданов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 0$,

$F(n) = 1$, когда $0 < n < 3$,

$F(n) = F(n – 2) + F(n – 1)$, когда $n \geq 3$.

Определите четыре последние цифры числа F(47).

100) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 3$, при $n \leq 3$

$F(n) = F(n – 2) + n$, при $n > 3$ и четном значении $F(n-1)$,

$F(n) = F(n – 2) + 2\cdot n$, при $n > 3$ и нечетном значении $F(n-1)$

Определите сумму значений, являющихся результатом вызова функции для значений n в диапазоне [40; 50].

101) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1, F(1) = 3$

$F(n) = F(n–1) – F(n-2) + 3n$, при $n > 1$

Чему равно значение функции F(40)? В ответе запишите только целое число.

102) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1, F(1) = 3$

$F(n) = F(n – 1) – F(n – 2) + 3n$, при $n > 1$ и n – четно

$F(n) = F(n – 2) – F(n – 3) + 2n$, при $n > 1$ и n – нечетно

Чему равно значение функции F(40)? В ответе запишите только целое число.

103) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$

$F(n) = F(n–1)$, при $0 < n \leq 10$

$F(n) = 2{,}2*F(n–3)$, при $10 < n <100$

$F(n) = 1{,}7*F(n–2)$, при $n \geq 100$

Чему равна целая часть значения функции F(22)?

104) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$

$F(n) = F(n–1)$, при $0 < n \leq 10$

$F(n) = 2{,}2*F(n–3)$, при $10 < n <100$

$F(n) = 1{,}7*F(n–2)$, при $n \geq 100$

Чему равна сумма цифр целой части F(40)?

105) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 2$

$F(n) = F(n–1)$, при $0 < n \leq 15$

$F(n) = 1{,}6*F(n–3)$, при $15 < n < 95$

$F(n) = 3{,}3*F(n–2)$, при $n \geq 95$

Какая цифра встречается чаще всего в целой части значения функции F(33)?

106) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 3$

$F(n) = F(n–1)$, при $0 < n \leq 15$

$F(n) = 2{,}5*F(n–3)$, при $15 < n < 95$

$F(n) = 3{,}3*F(n–2)$, при $n \geq 95$

С какой цифры начинается целая часть значения функции F(70)?

107) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 3$
$F(n) = F(n–1)$, при $0 < n \le 15$
$F(n) = 2,5*F(n–3)$, при $15 < n < 100$
$F(n) = 3,3*F(n–2)$, при $n \ge 100$

С какой цифры начинается дробная часть значения функции F(100)?

108) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$
$F(n) = F(n–1) + F(n–2)$, при чётном $n > 0$
$F(n) = 1,5*F(n–1)$, при нечётном $n > 0$

Сколько различных цифр встречается в целой части значения функции F(15)?

109) (**А. Богданов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$ при $n \le 2$ или $n = 8$
$F(n) = 1$ при $n = 3$
$F(n) = F(n–2) + F(n–1)$ при $n > 3$ и $n \ne 8$

Для какого значения *n* значение $F(n)$ будет равно 25?

110) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$ при $n = 0$
$F(n) = F(n/2) – 1$ при $n > 0$ для чётных *n*
$F(n) = 1 + F(n–1)$ при $n > 0$ для нечётных *n*

Сколько существует чисел *n*, меньших 1000, для которых значение $F(n)$ будет равно 0?

111) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$ при $n = 0$
$F(n) = F(n/2) – 2$ при $n > 0$ для чётных *n*
$F(n) = 2 + F(n–1)$ при $n > 0$ для нечётных *n*

Сколько существует чисел *n*, меньших 1000, для которых значение $F(n)$ будет равно –2?

112) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$ при $n = 0$
$F(n) = F(n/2) – 1$ при $n > 0$ для чётных *n*
$F(n) = 2 + F(n–1)$ при $n > 0$ для нечётных *n*

Сколько существует чисел *n*, меньших 1000, для которых значение $F(n)$ будет равно 3?

113) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$ при $n = 0$
$F(n) = F(n/2) – 1$ при $n > 0$ для чётных *n*
$F(n) = 3 + F(n–1)$ при $n > 0$ для нечётных *n*

Сколько различных значений может принимать функция $F(n)$ для чисел *n*, меньших 1000?

114) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где *n* – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 0$
$F(n) = 7\cdot(n – 1) + F(n–1)$ при $n > 0$

Сколько существует значений n на отрезке [2, 200], для которых значение функции $F(n)$ является простым числом?

115) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n \le 1$

$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + F(n-2)$, если $n > 1$ и n кратно 3,

$F(n) = 3 \cdot F(n-2) + F(n-1)$ в остальных случаях.

Сколько существует значений n на отрезке [1, 35], для которых сумма цифр значения функции $F(n)$ является простым числом?

116) (**П. Волгин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n \le 1$

$F(n) = 11 \cdot n + F(n-1)$, если $n > 1$ и n чётное,

$F(n) = 11 \cdot F(n-2) + n$ в остальных случаях.

Определите сумму четных значений $F(n)$ для всех n на отрезке [35,50]. В качестве ответа запишите количество цифр, которое содержится в полученной сумме.

Примечание: необходимо использовать арифметику многоразрядных чисел.

117) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$

$F(n) = 1 + F(n-1)$, если $n > 0$ и n нечётное,

$F(n) = F(n / 2)$ в остальных случаях.

Определите количество значений n на отрезке [1, 500 000 000], для которых $F(n) = 3$.

118) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$

$F(n) = 1 + F(n-1)$, если $n > 0$ и n нечётное,

$F(n) = F(n / 2)$ в остальных случаях.

Определите количество значений n на отрезке [1, 500 000 000], для которых $F(n) = 4$.

119) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$

$F(n) = 1 + F(n-1)$, если $n > 0$ и n нечётное,

$F(n) = F(n / 2)$ в остальных случаях.

Определите количество значений n на отрезке [1, 500 000 000], для которых $F(n) = 5$.

120) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 5$

$F(n) = 1 + F(n / 2)$, если $n > 0$ и n чётное,

$F(n) = F(n // 2)$ в остальных случаях.

Здесь // означает деление нацело. Определите количество значений n на отрезке [1, 1 000 000 000], для которых $F(n) = 7$.

121) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 6$

$F(n) = 1 + F(n / 2)$, если $n > 0$ и n чётное,

$F(n) = F(n // 2)$ в остальных случаях.

Здесь // означает деление нацело. Определите количество значений n на отрезке [1, 1 000 000 000], для которых $F(n) = 9$.

122) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 3$

$F(n) = 1 + F(n / 2)$, если $n > 0$ и n чётное,

$F(n) = F(n // 2)$ в остальных случаях.

Здесь // означает деление нацело. Определите количество значений n на отрезке [1, 1 000 000 000], для которых $F(n) = 7$.

123) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 8$

$F(n) = 5 + F(n / 3)$, если $n > 0$ и n делится на 3,

$F(n) = F(n // 3)$ в остальных случаях.

Здесь // означает деление нацело. Определите количество значений n на отрезке [1, 100 000 000], для которых $F(n) = 18$.

124) (**Е. Джобс**) Алгоритмы вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n – целое число, заданы следующими соотношениями:

$F(n) = G(n) = 1$, если $n < 3$

$F(n) = G(n) + F(n - 1)$, если $n > 2$ и n чётно,

$F(n) = F(n - 2) - 2\cdot G(n + 1)$, если $n > 2$ и n нечётно,

$G(n) = F(n - 3) + F(n - 2)$, если $n > 2$ и n чётно,

$G(n) = F(n + 1) - G(n - 1)$, если $n > 2$ и n нечётно,

Вычислите значение $G(120)$.

125) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n < 3$

$F(n) = F(n - 1) - F(n - 2)$, если $n > 2$ и сумма цифр числа n чётная,

$F(n) = F(n - 1) + F(n // 2)$, если $n > 2$ и сумма цифр числа n нечётная.

Здесь символы // означают деление нацело. Вычислите значение $F(100)$.

126) (**ЕГЭ-2022**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n < 3$

$F(n) = F(n - 1) + n - 1$, если $n > 2$ и число n чётное,

$F(n) = F(n - 2) + 2\cdot n - 2$, если $n > 2$ и число n нечётное.

Вычислите значение $F(34)$.

127) (**ЕГЭ-2022**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2$, если $n < 3$

$F(n) = 2\cdot F(n - 2) - F(n - 1) + 2$, если $n > 2$ и число n чётное,

$F(n) = 2\cdot F(n - 1) - F(n - 2) - 2$, если $n > 2$ и число n нечётное.

Вычислите значение $F(17)$.

128) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n < 3$

$F(n) = F(n - 2) - F(n - 1)$, если $n > 2$ и число n чётное,

$F(n) = F(n - 2) - F(n - 3)$, если $n > 2$ и число n нечётное.

Вычислите значение $F(50)$.

129) (**А. Богданов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n < 2$

$F(n) = F(n / 2) + 1$, если $n \geq 2$ и число n чётное,

$F(n) = F(3n + 1) + 1$, если $n \geq 2$ и число n нечётное.

Определите количество значений n на отрезке [1;100000], для которых $F(n)$ равно 16.

130) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 3n$, если $n < 3$

$F(n) = F(n-2) \cdot F(n-1) - n$, если $n > 2$ и число n чётное,

$F(n) = F(n-1) - F(n-2) + 2 \cdot n$, если $n > 2$ и число n нечётное.

Вычислите последние две цифры значения $F(30)$.

131) (**Демо-2023**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n = 1$

$F(n) = n \cdot F(n-1)$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения $F(2023) / F(2020)$?

132) (**А. Куканова**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n = 1$

$F(n) = (2n - 1) \cdot F(n-1)$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения $F(3516) / F(3513)$?

133) (**А. Куканова**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n = 1$

$F(n) = (3n + 5) \cdot F(n-1)$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения $F(2073) / F(2070)$

134) (**А. Куканова**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n = 1$

$F(n) = n \cdot F(n-1) + 1$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения $F(3303) / F(3300)$? В ответе укажите только целую часть числа.

135) (**А. Куканова**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n = 1$

$F(n) = n \cdot F(n-1) - 1$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения $F(1000) / F(997)$? В ответе укажите только целую часть числа.

136) (**К. Багдасарян**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n < 3$

$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$, если $n > 2$.

Чему равно значение выражения $(F(1006) - F(1004)) / F(1005)$?

137) (**К. Багдасарян**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n < 4$ или число n нечётное,

$F(n) = F(n-1) + F(n-2) + F(n-3)$, если $n > 3$ и число n чётное.

Чему равно значение выражения $F(2008) - F(2006)$?

138) (**К. Багдасарян**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n < 4$,

$F(n) = n$, если $n > 3$ и число n нечётное,

$F(n) = F(n-1) + F(n-2) + F(n-3)$, если $n > 3$ и число n чётное.

Чему равно значение выражения $F(2254) - F(2252)$?

139) (**К. Багдасарян**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2$, если $n = 1$,

$F(n) = 2 \cdot F(n-1)$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения $F(1900) / 2^{1890}$?

140) (**А. Куканова**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n - 10000$, если $n > 10000$,

$F(n) = F(n+1) + F(n+2)$, если $1 \le n \le 10000$.

Чему равно значение выражения $F(12345) \cdot (F(10) - F(12)) / F(11) + F(10101)$?

141) (**А. Куканова**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n!$, если $n \ge 5000$,

$F(n) = 2 \cdot F(n+1) / (n+1)$, если $1 \le n < 5000$.

Чему равно значение выражения $1000 \cdot F(7) / F(4)$?

Примечание. Факториал числа n, который обозначается как n!, вычисляется по формуле n! = 1 × 2 × … × n.

142) (**А. Куканова**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = \sqrt{n}$, если $\sqrt{n}$ – натуральное число,

$F(n) = F(n+1) + 1$, если $\sqrt{n}$ – не целое число.

Чему равно значение выражения $F(4850) + F(5000)$?

143) (**А. Кабанов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \ge 10\,000$,

$F(n) = n + F(n / 3)$, если $n < 10\,000$ и n делится на 3,

$F(n) = 2 \cdot n + F(n+3)$, если $n < 10\,000$ и n не делится на 3.

Чему равно значение выражения $F(999) - F(46)$?

144) (**А. Кабанов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \ge 10\,000$,

$F(n) = 1 + F(n / 2)$, если $n < 10\,000$ и n чётное,

$F(n) = n^2 + F(n+2)$, если $n < 10\,000$ и n нечётное.

Чему равно значение выражения $F(192) - F(9)$?

145) (**А. Кабанов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \ge 10\,000$,

$F(n) = n/6 + F(n / 6 + 2)$, если $n < 10\,000$ и n делится на 6,

$F(n) = n + F(n+2)$, если $n < 10\,000$ и n не делится на 6.

Чему равно значение выражения $F(264) - F(7)$?

146) (**А. Кабанов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \geq 10\,000$,

$F(n) = n/4 + F(n / 4 + 2)$, если $n < 10\,000$ и n делится на 4,

$F(n) = 1 + F(n + 2)$, если $n < 10\,000$ и n не делится на 4.

Чему равно значение выражения $F(174) – F(3)$?

147) (**Д. Статный**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \geq 10\,000$,

$F(n) = F(n + 2) – 3$, если $n < 10\,000$ и n чётное,

$F(n) = F(n + 2) + 1$, если $n < 10\,000$ и n нечётное.

Чему равно значение выражения $F(9994) – F(9980)$?

148) (**Д. Статный**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \geq 10\,000$,

$F(n) = F(n + 1) + n^2 – 3(n – 1)$, если $n < 10\,000$ и n чётное,

$F(n) = F(n + 2) + 5n – (n – 1)$, если $n < 10\,000$ и n нечётное.

Чему равно значение выражения $F(9950) – F(9999)$?

149) (**М. Байрамгулов**) Алгоритм вычисления функции $F(n, m)$, где n и m – натуральные числа, задан следующими соотношениями:

$F(n, m) = 0$, если $m > n$,

$F(n, m) = 1 + F(n, m + 1)$, если $m \leq n$ и n делится на m,

$F(n, m) = F(n, m + 1)$, если $m \leq n$ и n не делится на m.

Чему равно значение выражения $F(107864, 3)$?

150) (**А. Бриккер**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n – 1$, при $n \leq 3$;

$F(n) = F(n – 2) + n / 2 – F(n – 4)$, если $n > 3$ и n чётно;

$F(n) = F(n – 1) \cdot n + F(n – 2)$, если $n > 3$ и n нечётно.

Чему равно значение выражения $F(4952) + 2 \cdot F(4958) + F(4964)$?

151) *(**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \leq 10$

$F(n) = 1$, при $n \geq 10000$

$F(n) = n \% 10 + F(n+2)$, при $10 < n < 10000$ и четном значении n,

$F(n) = F(n–2) – (n–1) \% 10$, при $10 < n < 10000$ и нечетном значении n.

Чему равно значение выражения $F(4500) + F(5515)$? В ответе запишите только целое число.

Примечание: операция a % b находит остаток от деления числа a на число b.

152) *(**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = 2$,

$$F(n) = F(n-1)\frac{3^{n\%5}}{3^{n\%7}}$$

Чему равно значение выражения $F(1025) / F(1030)$? В ответе запишите только целое число.

Примечание: операция a % b находит остаток от деления числа a на число b.

153) *(**А. Богданов**) Обозначим частное от деления натурального числа a на натуральное число b как a // b, а остаток как a%b. Например, 17//3 = 5, 17%3 = 2. Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$, если $n < 10$

$F(n) = F(n//10) + (n//10\%10) – (n\%10)$.

Найдите количество таких чисел, не превышающих 10^{10}, для которых F(n) = 9.

Примечание: операция a % b находит остаток от деления числа a на число b.

154) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$, если $n = 0$

$F(n) = F(n–1) + 2n$.

Найдите количество таких чисел в диапазоне от 100 000 000 до 200 000 000, для которых $F(n)$ не делится на 3.

155) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$, если $n = 0$

$F(n) = F(n–1) + 3n$.

Найдите количество таких чисел в диапазоне от 123 456 789 до 213 789 654, для которых $F(n)$ не делится на 5.

156) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$, если $n = 0$

$F(n) = F(n–1) + 5n$.

Найдите количество таких чисел в диапазоне от 189 456 678 до 567 654 321, для которых $F(n)$ не делится на 7.

157) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$, если $n = 0$

$F(n) = F(n//10) + (n \% 10)$.

Найдите количество таких чисел в диапазоне от 865 432 015, 1 585 342 628, для которых $F(n) > F(n+1)$.

158) Алгоритм вычисления функции $F(a, b)$, где a и b – неотрицательные целые числа, задан следующими соотношениями:

$F(a, b) = 0$, если $a = 0$ и $b = 0$

$F(a, b) = F(a–1, b) + b$, если $a > b$

$F(a, b) = F(a, b–1) + a$, если $a \le b$

Найдите количество таких чисел *a,* для которых можно найти число *b*, такое что $F(a, b) = 2744000$.

159) Алгоритм вычисления функции $F(a, b)$, где a и b – неотрицательные целые числа, задан следующими соотношениями:

$F(a, b) = 0$, если $a = 0$ и $b = 0$,

$F(a, b) = F(a–1, b) + b$, если $a > b$,

$F(a, b) = F(a, b–1) + a$, если $a \le b$.

Найдите количество таких чисел *a,* для которых можно найти число *b*, такое что $F(a, b) = 18522000$.

160) Алгоритм вычисления функции $F(a, b)$, где a и b – неотрицательные целые числа, задан следующими соотношениями:

$F(a, b) = 0$, если $a = 0$ и $b = 0$,

$F(a, b) = F(a–1, b) + b$, если $a > b$

$F(a, b) = F(a, b–1) + a$, если $a \le b$

Найдите количество таких чисел *a,* для которых можно найти число *b*, такое что $F(a, b) = 333396000$.

161) (**А. Богданов**) Обозначим частное от деления натурального числа a на натуральное число b как a // b, а остаток как a%b. Например, 17//3 = 5, 17%3 = 2. Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n < 10$,

$F(n) = F(n//10) + F(n\%10)$, если $10 \le n < 1000$,

$F(n) = F(n//1000) - F(n\%1000)$, если $n \ge 1000$.

Найдите количество чисел, не превышающих 10^6, для которых F(n) = 0.

162) (**Р. Сорокин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2$, если $n = 1$,

$F(n) = F(n–1) + n + 1$, если $n > 1$.

Чему равно значение F(23023)?

163) (**Р. Сорокин**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 5$, если $n \le 2$,

$F(n) = F(n–2) + n$, если $n > 2$.

Чему равно значение F(23023)?

164) (**Д. Статный**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n \le 400$,

$F(n) = F(n–1) \cdot (n - 400)$, если $n > 400$.

Чему равно значение F(701)/F(697)?

165) (**PRO100 ЕГЭ**) Обозначим частное от деления натурального числа a на натуральное число b как a // b, а остаток как a%b. Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n < 10$,

$F(n) = (n \% 10) \cdot F(n//10)$, если $n \ge 10$.

Найдите количество чисел n из отрезка [1 000 000 000 000; 9 999 999 999 999], для которых F(n) не равно нулю.

166) (**PRO100 ЕГЭ**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n = 1$,

$F(n) = n \cdot F(n - 2)$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения F(2023) / F(2019)?

167) (**PRO100 ЕГЭ**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n = 1$,

$F(n) = n + F(n - 1)$, если $n > 1$.

Чему равно значение выражения F(2023) – F(2019)?

168) (**PRO100 ЕГЭ**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \le 2$,

$F(n) = n + F(n - 2)$, если $n > 2$.

Чему равно значение выражения F(2023) + F(2020)?

169) *Алгоритм вычисления функции $F(a, b)$, где a и b – неотрицательные числа, задан следующими соотношениями:

$F(a, 0) = a$;

$F(a, b) = F(a–b, b)$, если $a \ge b > 0$;

$F(a, b) = F(b, a)$, если $a < b$.

Определите количество таких чисел n, принадлежащих отрезку

$$100\,000\,000 \le n \le 200\,000\,000,$$

для которых $F(n, 15) = 1$.

170) *Алгоритм вычисления функции $F(a, b)$, где a и b – неотрицательные числа, задан следующими соотношениями:

$F(a, 0) = a$;

$F(a, b) = F(a–b, b)$, если $a \ge b > 0$;

$F(a, b) = F(b, a)$, если $a < b$.

Определите количество таких чисел n, принадлежащих отрезку

$$100\,000\,000 \le n \le 200\,000\,000,$$

для которых $F(n, 21) = 1$.

171) *Алгоритм вычисления функции $F(a, b)$, где a и b – неотрицательные числа, задан следующими соотношениями:

$F(a, 0) = a$;

$F(a, b) = F(a–b, b)$, если $a \ge b > 0$;

$F(a, b) = F(b, a)$, если $a < b$.

Определите количество таких чисел n, принадлежащих отрезку

$$100\,000\,000 \le n \le 200\,000\,000,$$

для которых $F(n, 105) = 1$.

172) *Алгоритм вычисления функции $F(a, b)$, где a и b – неотрицательные числа, задан следующими соотношениями:

$F(a, 0) = a$;

$F(a, b) = F(a–b, b)$, если $a \ge b > 0$;

$F(a, b) = F(b, a)$, если $a < b$.

Определите количество таких чисел n, принадлежащих отрезку

$$100\,000\,000 \le n \le 200\,000\,000,$$

для которых $F(n, 15) = 3$.

173) * Обозначим частное от деления натурального числа a на натуральное число b как a // b, а остаток как a%b. Алгоритмы вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$ где n – натуральное число, заданы следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n < 10$;

$F(n) = F(G(n))$, если $n \ge 10$;

$G(n) = F(n)$, если $n < 10$;

$G(n) = G(n\%10) + G(n//10)$, если $n \ge 10$.

Определите количество таких чисел n, принадлежащих отрезку

$$100\,000\,000 \le n \le 200\,000\,000,$$

для которых $F(n) = 3$.

174) (**А. Богданов**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \ge 2020$;

$F(n) = n + 2 + F(n+3)$, если $n < 2020$.

Определите значение выражения $F(2012) – F(2023)$.

175) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n > 1000000$;

$F(n) = n + F(3n)$, если $n \le 1000000$.

$G(n) = F(n) / n$.

Определите количество натуральных чисел n (включая n = 1000), для которых $G(n) = G(1000)$.

176) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n > 1000000$;

$F(n) = n + F(4n)$, если $n \le 1000000$.

$G(n) = F(n) / n$.

Определите количество натуральных чисел n (включая n = 2000), для которых $G(n) = G(2000)$.

177) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n > 1000000$;

$F(n) = 3n + F(5n)$, если $n \le 1000000$.

$G(n) = F(n) / n$.

Определите количество натуральных чисел n (включая n = 3000), для которых $G(n) = G(3000)$.

178) Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n > 2000000$;

$F(n) = 7n + F(3n)$, если $n \le 2000000$.

$G(n) = F(n) / n$.

Определите количество натуральных чисел n (включая n = 12345), для которых $G(n) = G(12345)$.

179) (**А. Богданов**) Обозначим частное от деления натурального числа a на натуральное число b как a // b, а остаток как a%b. Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n < 2$;

$F(n) = n \% 2 + 10 \cdot F(n//2)$, если $n \ge 2$.

Определите значение n, для которого функция $F(n)$ = 100000100001000100101.

180) (**А. Богданов**) Обозначим частное от деления натурального числа a на натуральное число b как a // b, а остаток как a%b. Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n // 3 + n \% 3$, если $n < 9$;

$F(n) = F(n // 9) + F(n \% 9)$, если $n \ge 9$.

Определите количество значений $n < 9^9$, для которых функция $F(n) = 33$.

181) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n)=1$, если $n \ge 10000$,

$F(n)=F(n+3) + 7$, если $n < 10000$ и четное,

$F(n)=F(n+1) – 3$, если $n < 10000$ и нечетное.

Чему равно значение выражения $F(50) – F(57)$?

182) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n)= n$, если $n \ge 2025$,

$F(n)=F(n+1) – F(n+2) + 7$, если $n < 2025$.

Чему равно значение выражения $F(15) – F(24)$?

183) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функций F(n) и G(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n \ge 3210$,

$G(n) = n$, если $n < 10$.

$F(n) = F(n+3) + 7$, если $n<3210$,

$G(n) = G(n–3) + 5$, если $n \ge 10$.

Чему равно значение выражения $F(15) - G(3000)$?

184) (**ЕГЭ-2023**) Алгоритм вычисления функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n < 11$,

$F(n) = n + F(n - 1)$, если $n \geq 11$.

Чему равно значение выражения $F(2024) - F(2021)$?

185) (**ЕГЭ-2023**) Алгоритм вычисления функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 7$, если $n < 7$,

$F(n) = n + 1 + F(n - 2)$, если $n \geq 7$.

Чему равно значение выражения $F(2024) - F(2020)$?

186) (**ЕГЭ-2023**) Алгоритм вычисления функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 3$, если $n < 3$,

$F(n) = 2n + 5 + F(n - 2)$, если $n \geq 3$.

Чему равно значение выражения $F(3027) - F(3023)$?

187) (**Е. Джобс**) Алгоритм вычисления функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n \geq 2022$,

$F(n) = 7 + F(n + 5)$, если $n < 2022$.

Чему равно значение выражения $F(45) - F(49)$?

188) (**А. Рогов**) Алгоритм вычисления функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n > 3000$,

$F(n) = 2 + F(n + 2)$, если $n \leq 3000$.

Чему равно значение выражения $F(40) - F(43)$?

189) (**А. Богданов**) Обозначим операцию целочисленного деления с округлением вниз как «//», а нахождения остатка деления через «%». Например, 8 // 3 == 2 и 7 % 3 == 1. Алгоритм вычисления функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, если $n < 2$,

$F(n) = F(n \,//\, 2) + F(n \,\%\, 2)$, если $n \geq 2$.

Определите количество натуральных чисел, меньших 2^{30}, для которых $F(n) = 27$?

190) (**Н. Сафронов**) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, если $n = 1$,

$F(n) = n + F(n - 1)$, если $n > 1$.

Определите количество значений n на отрезке [1, 100], для которых значение выражения F(2023) // F (n) будет четным. Здесь // обозначает целочисленное деление.