



**UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA**  
comprometida con el desarrollo regional



CENTRO DE INNOVACION EN TIC PARA APOYO A LA ACADÉMIA

**CINTIA**

## SUBDIGRAFOS

## DESARROLLO

- Subdígrafos:** Se dice que un dígrafo simple  $D_1$  es un subdígrafo de un dígrafo  $D$  si y sólo si, cada vértice en  $D_1$  es también un vértice en  $D$ , asigna a cada arista de  $D_1$  un par ordenado de vértices de  $D_1$ .

**Ejemplo:** Tenemos el siguiente dígrafo del cual sacaremos un subdígrafo:

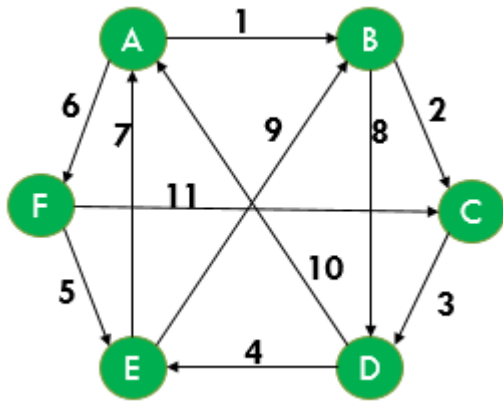


Figura 1: Dígrafo  $D$

$$\begin{aligned}
 D &= (V, A, f) \\
 D(V) &= \{A, B, C, D, E, F\} \\
 D(A) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} \\
 F_D &= \left\{ \begin{array}{l} f_D(1) = (A, B), f_D(2) = (B, C), \\ f_D(3) = (C, D), f_D(4) = (D, E), \\ f_D(5) = (F, E), f_D(6) = (A, F), \\ f_D(7) = (E, A), f_D(8) = (B, D), \\ f_D(9) = (E, B), f_D(10) = (D, A), \\ f_D(11) = (F, C) \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

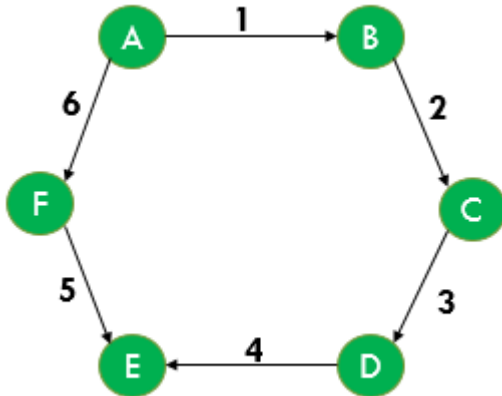


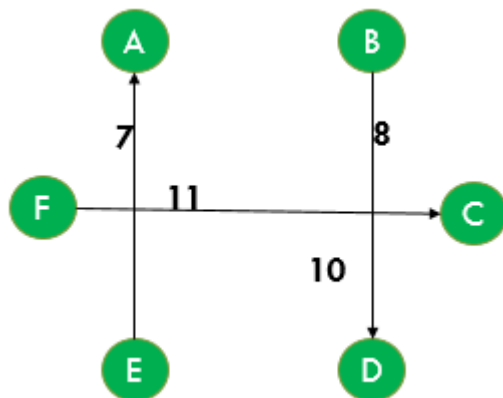
Figura 2: Subdígrafo  $D_1$

$$\begin{aligned}
 D &= (V, A, f) \\
 D(V) &= \{A, B, C, D, E, F\} \\
 D(A) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\
 F_D &= \left\{ \begin{array}{l} f_D(1) = (A, B), f_D(2) = (B, C), \\ f_D(3) = (C, D), f_D(4) = (D, E), \\ f_D(5) = (F, E), f_D(6) = (A, F), \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Como podemos notar en el subdígrafo  $D_1$  sus vértices también son vértices del Dígrafo  $D$ , así mismo las aristas que conectan a los vértices.

**1.1 Subdígrafo cobertor:** un subdígrafo  $D_1$  de un dígrafo  $D$  se llama cobertor si contiene a todos los vértices de  $D$  ( $V(D_1) = V(D)$ ).

**Ejemplo:** De la figura 1 se sacará un subdígrafo cobertor:



*Figura 3: subdígrafo cobertor  $D_2$*

$D = (V, A, f)$

$D(V) = \{A, B, C, D, E, F\}$

$D(A) = \{7, 8, 10, 11\}$

$$F_D = \begin{cases} f_D(7) = (E, A), f_D(8) = (B, D), \\ f_D(10) = (D, A), f_D(11) = (F, C) \end{cases}$$

El subdígrafo cobertor  $D_2$  y el Dígrafo  $D$  tienen los mismos vértices: **A, B, C, D, E, F**

2. **Vértices disyuntos:** Dos subdígrafos D1 y D2 de un dígrafo D son **VÉRTICES-DISYUNTOS**, si no poseen vértices comunes ( $V(D1) \cap V(D2) = \emptyset$ ).

**Ejemplo:** De la figura 1 sacaremos dos subdígrafos que sean vértices-disyuntos

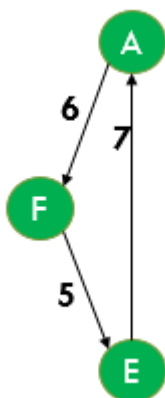


Figura 4: Subdígrafo D3

$$\begin{aligned} D &= (V, A, f) \\ D(V) &= \{A, F, E\} \\ D(A) &= \{5, 6, 7\} \end{aligned}$$

$$F_D = \begin{cases} f_D(5) = (F, E), f_D(6) = (A, F), \\ f_D(7) = (E, A) \end{cases}$$

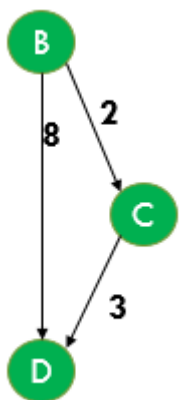


Figura 5: Subdígrafo D4

$$\begin{aligned} D &= (V, A, f) \\ D(V) &= \{B, C, D\} \\ D(A) &= \{2, 3, 8\} \end{aligned}$$

$$F_D = \begin{cases} f_D(2) = (B, C), f_D(3) = (C, D), \\ f_D(8) = (B, D) \end{cases}$$

El subdígrafo D3 es vértice-disyunto del subdígrafo D4, ya que no comparten vértices

3. **Aristas disyuntas:** Dos subdígrafos  $D_1$  y  $D_2$  de un dígrafo  $D$  son **ARISTAS-DISYUNTOS**, si no poseen aristas en común ( $A(D_1) \cap A(D_2) = \emptyset$ ).

**Ejemplo:** De la figura 1 sacaremos dos subdígrafos que sean aristas-disyuntas

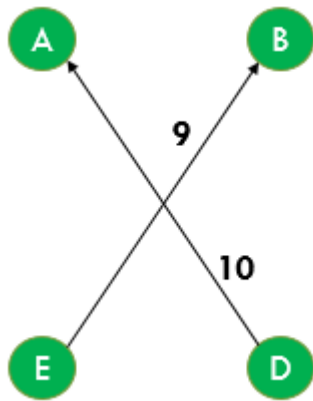


Figura 6: Subdígrafo  $D_5$

$$\begin{aligned} D &= (V, A, f) \\ D(V) &= \{A, B, D, E\} \\ D(A) &= \{9, 10\} \end{aligned}$$

$$F_D = \begin{cases} f_D(9) = (E, B), f_D(10) = (D, A) \end{cases}$$

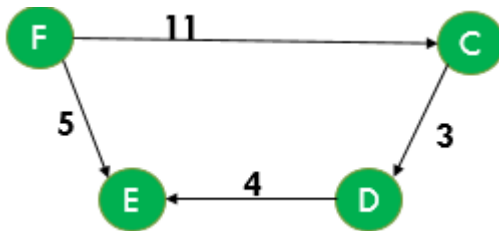


Figura 7: subdígrafo  $D_6$

$$\begin{aligned} D &= (V, A, f) \\ D(V) &= \{F, C, D, E\} \\ D(A) &= \{11, 3, 4, 5\} \end{aligned}$$

$$F_D = \begin{cases} f_D(11) = (F, C), f_D(3) = (C, D) \\ f_D(4) = (D, E), f_D(5) = (F, E) \end{cases}$$

Los subdígrafos  $D_5$  y  $D_6$  son aristas-disyuntas ya que no tienen aristas en comunes

4. **Restante al suprimir un conjunto de vértices:** Sea  $D$  un dígrafo con  $|V| \geq 2$  y sea  $V' \subseteq V$ , la operación supresión de  $V'$  consiste en suprimir de  $D$  los vértices de  $V'$  y las aristas incidentes en ellos. Se denota  $D - \{V'\}$ .

**Ejemplo:** De la figura 1 eliminaremos el vértice B Y E

$D - \{B, E\}$

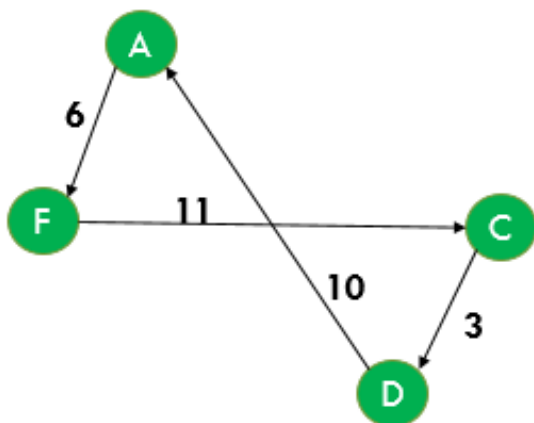


Figura 8: supresión de vértices

$D = (V, A, f)$

$D(V) = \{A, C, D, F\}$

$D(A) = \{6, 11, 10, 3\}$

$$F_D = \begin{cases} f_D(6) = (A, F), f_D(11) = (F, C) \\ f_D(10) = (D, A), f_D(3) = (C, D) \end{cases}$$

5. **suprimir un conjunto de aristas:** Sea  $D$  un dígrafo, sea  $A_1 \neq \emptyset$  y  $A_1 \leq A$ . se llama subdígrafo restante al suprimir  $A_1$ , al subdígrafo obtenido al suprimir de  $A$  las aristas de  $A_1$ . se denota por  $D - \{A_1\}$

**Ejemplo:** De la figura 1 eliminaremos las aristas 7, 8, 11  
 $D - \{7, 8, 11\}$

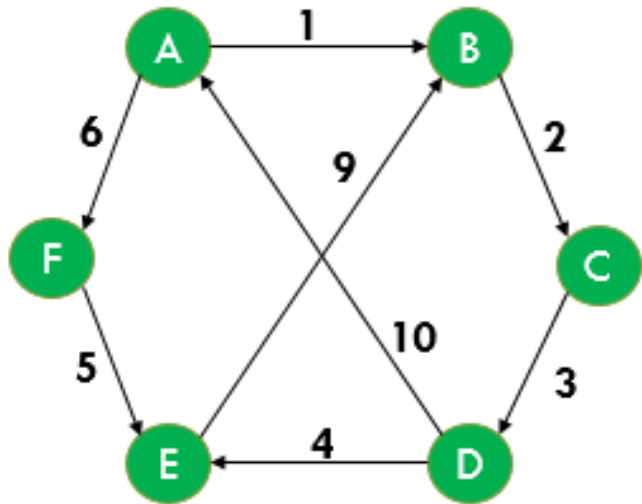


Figura 9: Supresión de aristas

$$\begin{aligned}
 D &= (V, A, f) \\
 D(V) &= \{A, B, C, D, E, F\} \\
 D(A) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\} \\
 F_D &= \begin{cases} f_D(1) = (A, B), f_D(2) = (B, C), \\ f_D(3) = (C, D), f_D(4) = (D, E), \\ f_D(5) = (E, F), f_D(6) = (A, F), \\ f_D(9) = (E, B), f_D(10) = (D, A), \end{cases}
 \end{aligned}$$

## EJERCICIOS/ACTIVIDADES

### Taller 4

#### Aplicación de la teoría de grafos en la solución de problemas - RUTAS DE COLOMBIA

Ingresa el siguiente link <http://www.viajaporcolombia.com/mapas-viales/> 0

<https://www.google.es/maps/>

1. Diseña dos (2) grafos ponderados no dirigidos y dos (2) grafo dirigido ponderado, que le permitan ir desde el mismo punto A al punto B en la costa Caribe. Se deben especificar los vértices, las aristas, función de incidencia, grados de los mismos.
2. En uno de los dos dígrafos ponderados aplique los conceptos de:
  - a) Subdígrafo
  - b) Subdígrafo cobertor
  - c) vértices-disyuntos
  - d) aristas-disyuntos
  - e) Supresión de vértice
  - f) Supresión de aristas

## BIBLIOGRAFIA

- Vilorio, J. (s.f.). Scrib. Obtenido de Scrib: <https://es.scribd.com/doc/209571060/Operaciones-Entre-Grafos>
- Epp, S. (2012). *Matemáticas discretas con aplicaciones (4a. ed.)*. 1st ed. México, D.F.: CENGAGE Learning, pp.625-641.
- Jiménez Murillo, J. and Rodríguez Cruz, F. (2014). *Matemáticas para la computación*. 1st ed. México: Alfaomega Grupo Editor, pp.287-288.
- Comellas Padró, F. (2002). *Matemática discreta*. 1st ed. México, D.F.: Alfaomega, pp.103-105.
- Wikiwand. (2017). Grafo | Wikiwand. [online] Available at: <http://www.wikiwand.com/es/Grafo> [Accessed 5 Jul. 2017].
- Wilson, R. and García Camarero, E. (1983). *Introducción a la teoría de grafos*. Madrid: Alianza, pp.20-50.
- Ore, O. (1995). *Grafos y sus aplicaciones*. Madrid: DLS-EULER, pp.70-98.



