ВикипедиЯ

Функция неопределённости

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

Функция неопределённости (ФН) — двумерная функция $\chi(\tau, f)$, представляющая собой зависимость величины отклика согласованного фильтра на сигнал, сдвинутый по времени на τ и по частоте на Δf относительно сигнала $s(t)$, согласованного с этим фильтром. Иными словами, она характеризует степень различия откликов фильтра на сигналы с различной временной задержкой (дальность) и частотой (радиальная скорость). Используется для анализа разрешающей способности сигналов по дальности и радиальной скорости в радиолокации.

Функция неопределённости представляет собой корреляционный интеграл

$$\chi(\tau, \Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t-\tau) e^{i2\pi\Delta f t}\, dt, \qquad (1)$$

где * — операция комплексного сопряжения; i — мнимая единица.

Содержание

Вывод выражения

Основной операцией при согласованной фильтрации является вычисление взаимнокорреляционного интеграла между принимаемым $f(t)$ и ожидаемым (оптимальным для фильтра) $s(t)$ сигналом

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\, s^*(\tau - t)\, d\tau.$$

Положим, что принимаемый сигнал имеет некоторый доплеровский сдвиг Δf обусловленный скоростью цели и задаётся выражением $f(t) = s(t)\, e^{i2\pi\Delta f t}$. Тогда отклик согласованного фильтра определяется как

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)\, e^{i2\pi\Delta f \tau} s^*(\tau - t)\, d\tau.$$

Осуществив замену переменных $t = \tau$ и $\tau = t$ окончательно можно записать

$$\chi(\tau, \Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s^*(t-\tau)e^{i2\pi\Delta ft}\, dt.$$

Следует отметить, что существуют и другие формы записи выражения для функции неопределенности, представляющие собой абсолютное значение выражения (1), либо его квадрат.

Свойства функции неопределённости

- Максимальное значение ФН находится в точке начала координат $(\tau = 0, \Delta f = 0)$ и количественно равно E

$$|\chi(\tau, \Delta f)| \le |\chi(0,0)| = E,$$

где $E = \int\limits_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$ — энергия сигнала.

- По модулю ФН симметрична относительно начала координат

$$|\chi(\tau, \Delta f)| = |\chi(-\tau, -\Delta f)|.$$

- Объём квадрата модуля ФН является постоянным и равен E^2.

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, \Delta f)|^2 d\tau df = E^2 .$$

- Если $S(t)$ является преобразованием Фурье от сигнала $s(t)$, то согласно теореме Парсеваля функция неопределенности может быть представлена в виде

$$\chi(\tau, \Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f)S(f-\Delta f)e^{-i2\pi f\tau}\, df.$$

Функции неопределённости некоторых сигналов

Идеальная ФН

Идеальная ФН представляет собой дельта функцию

$$\chi(\tau, \Delta f) = \delta(\tau)\delta(\Delta f),$$

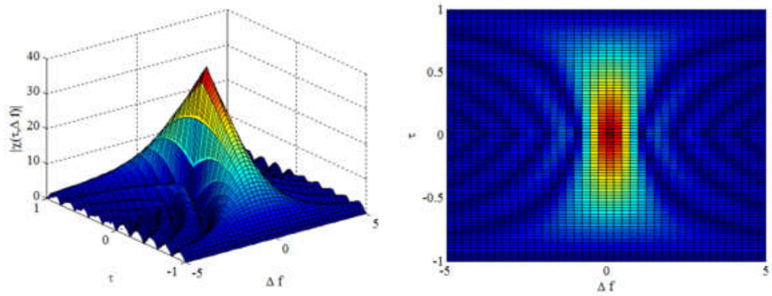
имеющую бесконечное значение в точке $(0,0)$ и нулевое во всех остальных случаях. Идеальная ФН обеспечивает наилучшую разрешающую способность двух бесконечно близко расположенных целей. Является математической идеализацией. Примером сигнала с идеальной ФН может быть сигнал с бесконечной шириной спектра.

Прямоугольный импульс

Модуль ФН нормированного прямоугольного импульса длительностью T, заданного как

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right),$$

где $\mathbf{rect}()$ — прямоугольная функция, на основании выражения (1) имеет вид



Модуль ФН прямоугольного импульса

$$|\chi(\tau,\Delta f)| = \left|\left(1-\frac{|\tau|}{T}\right)\frac{\sin(\pi T\Delta f\,(1-|\tau|/T))}{\pi T\Delta f\,(1-|\tau|/T)}\right|.$$

Сечение ФН по оси времени при $\Delta f = 0$ определяется выражением

$$|\chi(\tau,0)| = \begin{cases} 1-\frac{|\tau|}{T}, & |\tau|\le T \\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases}$$

Сечение ФН по оси частот при $\tau = 0$ определяется выражением

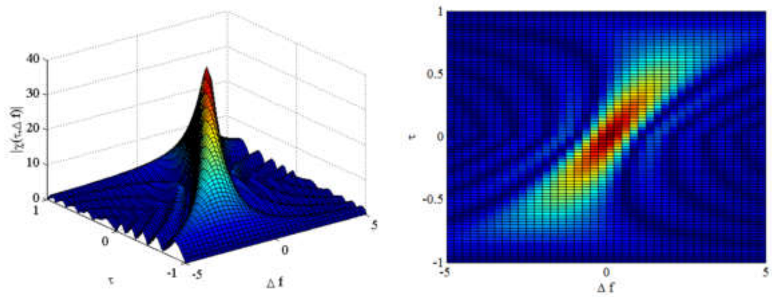
$$|\chi(0,\Delta f)| = \left|\frac{\sin(\pi T\Delta f)}{\pi T\Delta f}\right|.$$

ЛЧМ импульс

Пусть ЛЧМ импульс задан выражением

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}\mathbf{rect}\left(\frac{t}{T}\right)e^{i\pi\mu t^2},$$

где $\mu = \pm B/T$ — крутизна ЛЧМ; B — девиация частоты. Тогда модуль ФН определяется как



Модуль ФН ЛЧМ импульса

$$|\chi(\tau,\Delta f)| = \left|\left(1-\frac{|\tau|}{T}\right)\frac{\sin(\pi T(\Delta f \pm B(\tau/T))\,(1-|\tau|/T))}{\pi T(\Delta f \pm B(\tau/T))\,(1-|\tau|/T)}\right|,$$

при $|\tau| \le T$.

Литература

1. *Дудник, П. И.* Авиационные радиолокационные комплексы и системы: учебник для слушателей и курсантов ВУЗов ВВС / П. И. Дудник, Г. С. Кондратенков, Б. Г. Татарский, А. Р. Ильчук, А. А. Герасимов. Под ред. П. И. Дудника. — М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2006. — 1112 с. — ISBN 5-903111-15-7.
2. *Лёзин, Ю. С.* Введение в теорию и технику радиотехнических систем: Учеб. пособие для вузов. — М.: Радио и связь, 1986. — 280 с.
3. *Mahafza, B. R.* Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB / Bassem R. Mahafza. — CHAPMAN&HALL/CRC, 2000. — 532 с. — ISBN 1-58488-182-8.

Источник — https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Функция_неопределённости&oldid=87056653