

РОССИЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

ТЕОРИЯ АУКЦИОНОВ

Проект:

Дизайн Механизма Обмена Информации на Примере Форума

Василий Храмов

Павел Ижутов

Ярослав Смирнов

Москва

3 мая 2010 г.

Оглавление

| | |
|--|----|
| Введение | 3 |
| Обзор литературы | 4 |
| Часть 1. Задача минимизации издержек на поиск информации в простой модели форума..... | 4 |
| Часть 2. Модель форума с несколькими тематическими разделами | 14 |
| Заключение | 17 |

Введение

В этой работе мы рассмотрели службу внутренней рассылки РЭШ как наиболее простой и очевидный способ обмена информацией. Исторически почта на `my.nes` создавалась для уведомления студентов о важных событиях и просто общения, но сейчас она содежит в себе много проблем. Во-первых, потоки информации очень большие и каждый пользователь получает много нерелевантной информации. Во-вторых, нет достаточных стимулов делиться информацией, поскольку индивидумы не принимают в расчет пользу всего сообщества. В-третьих, информация, раскрываемая сейчас недоступна в будущем, ввиду ограниченных способностей сервера. Наконец, информация распределяется неэффективно.

Решением этих проблем является другой механизм обмена информации, а именно форум. Хотя в интернете существуют тысячи форумов, создать оптимальный, т.е. тот, где пользователи мотивированы открывать интересную и полезную информацию, где решена проблема *free rider* – все еще нелегкая задача. Система рейтинга, основанная на личной активности и следовательно более легкий доступ к запрашиваемым данным, может быть эффективным стимулом писать сообщения. Также можно представить, что рейтинг помогает найти ценную информацию даже когда пользователь не до конца понимает что именно он ищет. Например, система смотрит на приоритет пользователя и находит схожие прецеденты в форуме.

В своей работе мы предполагаем существование виртуальных баллов, которые платятся за написание сообщений и могут даваться в виде симпатии от других пользователей. Это приводит к более высокому качеству информации, которую пользователь может получить ценой времени, активно проведенного на форуме. Таким образом, стратегия пользователя – выбрать оптимальный уровень усилий, или активности на форуме. Типы пользователей определяются интересами и свободным временем. Интуитивно при более или менее однородных типах существует смешанное равновесие. Существование разделяющего равновесия не так очевидно: если есть группа активных пользователей, которые пишут интересные сообщения и читают много тем, то общая заинтересованность их сообщениями будет возрастать, что может вызвать более высокую активность со стороны остальных пользователей, разрушая разделяющее равновесие.

Существуют также возможности для усложнения механизма, например, разделить рейтинги, полученные в разных тематических разделах, чтобы увеличить специализацию и качество идентификации при поиске. Можно также подумать о возможности делиться бонусами с другими темами, так что если вы эксперт в спорте, то можете получить дополнительные баллы за интересные спортивные сообщения или обзоры и использовать их

для доступа к важной информации о рынке труда. Это может привести к более сложным стратегиям и будет рассмотрено в завершение. Надеемся, что полученные нами результаты будут полезны для создания эффективного механизма обмена информацией

Обзор литературы

Одна из первых работ, затрагивающих тему обмена информацией, *Intelligent information-sharing systems* (1987), предлагает механизм коммуникации работников внутри компании, позволяющий эффективно обмениваться и отсортировать сообщения. Ключевая идея в стандартизации заголовков сообщений (so called “organizational interface”), позволяющей системе быстро находить релевантные и отбрасывать нерелевантные сообщения. В некоторых работах, как например *Real-world Oriented Information Sharing Using Social Networks* (Junichiro Mori, Tatsuhiko Sugiyama, Yutaka Matsuo) предлагаются способы открытия доступа к информации основанные на определении по внешним данным социальных взаимоотношений между людьми. Информация раскрывается только родственным пользователям, либо пользователям состоящим в одном сообществе, либо имеющих историю личной переписки. В статье *A Relational View of Information Seeking and Learning in Social Networks* (Stephen P. Borgatti and Rob Cross) строятся и впоследствии тестируются гипотезы о поиске информации, например, вероятность поиска определяется знанием об информации у другого пользователя, а также ценности и доступности этой информации для нас. Однако среди найденной нами литературы нет работ, где бы в общем виде строилась модель поиска информации применительно к социальным сетям, что делает нашу работу в некотором смысле уникальной.

Часть 1. Задача минимизации издержек на поиск информации в простой модели форума

Для начала опишем процесс обмена информацией в форуме. Пока в простом виде, в части 2 мы усложним анализ. Итак, пользователи заходят на форум с целью найти релевантную для них информацию. Однако, найти её среди массы сообщений не так-то просто. Поэтому предлагается ввести механизм, облегчающий поиск, а именно механизм, подбирающий для каждого пользователя наиболее релевантные сообщения и выдающий их в виде отсортированного списка. Заметим, что механизм будет работать тем лучше, чем больше сообщений пользователь написал, поскольку механизм подбора релевантных сообщений на входе должен получить информацию о предпочтениях пользователя, передаваемую в виде написанных сообщений. Можно представить, что вознаграждение за написанные сообщения –

это баллы, которые можно использовать для рейтингования чужих сообщений. После того, как механизм оценил качество и интерес сообщений пользователя “А”, система поиска будет учитывать его предпочтения относительно сообщений, а значит, его поиск легче и точнее.

Введем некоторые обозначения:

a_i - количество виртуальных бонусов (баллов), полученных за информацию предоставленную пользователем i . Для простоты, полагаем его пропорциональным общему объему написанных им сообщений, оценкам, полученным от других пользователей и т.д. Другое упрощение связано с качеством сообщений. Предположим, что написание одного качественного сообщения (с глубоким анализом) эквивалентно нескольким “простым” сообщениям. Также, будем считать, что существует некий минимальный бонус λ , который дается за регистрацию в форуме (т.о. $a_i \geq \lambda$);

a_{-i} - информация, предоставляемая всеми остальными пользователями кроме i ;

c_i - издержки пользователя i на предоставление информации в форум (тип пользователя);

c_i^r - издержки чтения сообщений;

$f(a_i, a_{-i})$ - функция уменьшения издержек на поиск. Она носит следующий интуитивный характер: пользователь форума получает полезность от сообщений, написанных другими пользователями в виде большей базы данных для поиска нужной информации. Разумеется, чем больше сообщений он написал, тем больше баллов получил, тем больше чужих сообщений проранжировал и тем меньше издержки на поиск. Таким образом, функция

$f(a_i, a_{-i})$ убывает с ростом a_{-i} и/или a_i . Предположим $f(a_i, a_{-i}) = \frac{1}{a_i a_{-i}}$.

В введенных нами обозначениях задача минимизации издержек на написание и на поиск информации выглядит следующим образом (доказательство существования и единственности равновесия):

$$c_i a_i + c_i^r \frac{1}{a_i a_{-i}} \rightarrow \min_{a_i \geq \lambda},$$

или

$$\alpha_i a_i + \frac{1}{a_i a_{-i}} \rightarrow \min_{a_i \geq \lambda},$$

где $\alpha_i = \frac{c_i}{c_i^r}$ - тип пользователя, определяемый для простоты только его издержками на написание сообщений c_i ($c_i^r \equiv c^r$).

Условие первого порядка - $\alpha_i a_i^2 a_{-i} = 1 \Rightarrow a_i = \max \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha_i a_{-i}}}, \lambda \right)$.

Положим временно для простоты $\lambda = 0$. Тогда $a_{-i} = \frac{1}{\alpha_i a_i^2}$; $S = \sum_{i=1}^n a_i = a_i + \frac{1}{\alpha_i a_i^2}$, $\forall i = 1 \dots n$

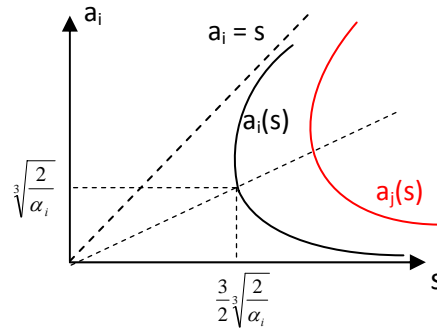


Рис. 1

Равновесие находится из условия $\sum_i a_i(s) = s$ (см. рис.1)

$a_i(s)$ определено только при $s \in \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha_i}}, \infty \right) \Rightarrow$ равновесие может быть только там, где все

$a_i(s)$ определены, $s \in \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{\min \alpha}}, \infty \right)$.

Обозначим $\begin{cases} s_0 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{\min \alpha}} \\ \alpha_0 = \min \alpha \end{cases}$.

Далее в виде Утв. 1-5 представлены основные шаги доказательства единственности решения.

УТВЕРЖДЕНИЕ 1 Для каждого i в сумму может войти либо нижняя $a^-(s)$, либо верхняя $a^+(s)$

“ветка” графика (рис.1). Следует обратить внимание, что $\frac{\partial a^+(s)}{\partial s} > 1, \frac{\partial a^-(s)}{\partial s} < 0$ (т.к.

$$\frac{\partial a}{\partial s} = \frac{1}{1 - \frac{2}{\alpha a^3}} \begin{cases} > 1 \text{ при } a > \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha}} \\ < 0 \text{ при } a < \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha}} \end{cases}.$$

Замечание: в сумму $\sum_i a_i(s)$ не может войти 2 и больше слагаемых из верхней “ветки”. В самом

деле, если $a_k(s) = a_k^+(s)$ и $a_j(s) = a_j^+(s)$, то $\sum_i a_i(s) \geq a_k(s) + a_j(s)$.

$$a_k(s_0) + a_j(s_0) \geq 2a_0(s_0) = \frac{4}{3}s_0 > s_0$$

$$\Rightarrow \text{в этом случае } \sum_i a_i(s) > s \text{ и равновесия нет.}$$

$$\frac{\partial}{\partial s} [a_k(s) + a_j(s)] > 2 > \frac{\partial}{\partial s}(s)$$

УТВЕРЖДЕНИЕ 2

$$a^-(s) = \frac{1}{\sqrt{\alpha s}} + o\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right)$$

$$a^+(s) = s + o\left(\frac{1}{s}\right)$$

при $s \rightarrow \infty$

□ Во-первых,

$$s = a^-(s) + \frac{1}{\alpha[a^-(s)]^2} \Rightarrow 1 = \frac{a^-(s)}{s} + \frac{1}{\alpha[\sqrt{s}a^-(s)]^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha[a^-(s)]^2} = 1 - \frac{a^-(s)}{s} \rightarrow 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{s}a^-(s) \rightarrow \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \Rightarrow a^-(s) = \sqrt{\frac{1}{\alpha s}} + o\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right)$$

Во-вторых, очевидно, что $a^+(s)$ возрастает по s . Тогда, $s - a^+(s) = \frac{1}{\alpha[a^+(s)]^2} \rightarrow 0$ и

$$s[s - a^+(s)] = \frac{s}{\alpha[a^+(s)]^2} = \frac{1}{\alpha\left[\frac{a^+(s)}{\sqrt{s}}\right]^2} = \frac{1}{\alpha\left[\frac{s - s + a^+(s)}{\sqrt{s}}\right]^2} = \frac{1}{\alpha\left[\sqrt{s} - \frac{s - a^+(s)}{\sqrt{s}}\right]^2} \rightarrow 0 \text{ при } s \rightarrow \infty.$$

Следовательно, $a^+(s) = s + o\left(\frac{1}{s}\right)$. ■

Следствие для нашей задачи:

$$\forall i, j \quad a_i^-(s) + a_j^-(s) = s + \frac{1}{\sqrt{\alpha s}} + o\left(\frac{1}{s}\right) \geq_{asy} S.$$

=> Если $k_i(s_0) < s_0$, то как минимум одно равновесие на этой (нижней) “ветке” будет.

Кроме того, отсюда следует, что если $k_i(s_0) < s_0$, то и на всех “ветках” $k_0 \dots k_i$ будет по крайней мере одно равновесие (т.к. $k_0(s) \leq k_1(s) \leq \dots k_i(s)$, а Утверждение 2 применимо к каждой из них).

Ясно также, что “максимальное” равновесие (то есть равновесие с самым большим s^*) будет достигнуто на “ветке” $k_0(s)$, то есть, когда участник обладает минимальным типом α_i

находится на “ветке” a^+ , а все остальные на a^- (рис.2).

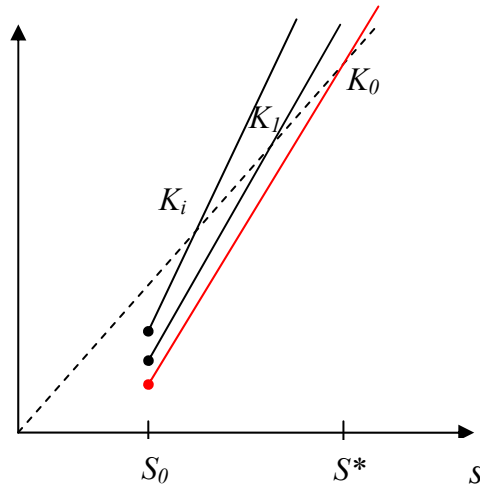


Рис. 2

В равновесиях $k_0 \dots k_i$ роли распределяются следующим образом: один пользователь пишет

много $\left(a > \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha}} \right)$, остальные мало (выбирают решение a^-).

Самое продуктивное равновесие (где S максимально, т.о. форум существует успешно) – это когда в роли самого активного пользователя выступает человек с наибольшими способностями к написанию сообщений (рис.2).

Если $\sum a_i^-(s_0) > s_0$, то приведенный анализ не работает. С одной стороны, одно равновесие точно есть, т.к. $\sum a_i^-(s_0)$ – убывающая функция. С другой стороны, про $k_i(s)$ не ясно, будут ли они вообще пересекаться с диагональю. Однако, если хотя бы один из них пересекается, то пересекаются и все нижестоящие.

УТВЕРЖДЕНИЕ 3

$a_i^+(s) + a_i^-(s)$ возрастает на своей области определения (т.е. $s \in \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha_i}}, \infty \right)$, $\forall \alpha_i$

$$\square s = a + \frac{1}{\alpha_i a^2}.$$

- $\frac{\partial^2 s}{\partial a^2} = \frac{6}{\alpha a^4} > 0 \Rightarrow S(a)$ выпукла вниз, $\frac{\partial s}{\partial a}$ возрастают;
- График $S(a)$ имеет следующий вид (рис. 3)

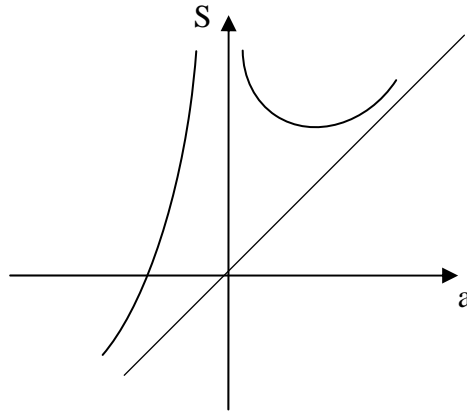


Рис. 3

В таком случае у обратной функции на самом деле не две, а три “ветки” – $a^+(s), a^-(s), \tilde{a}(s)$ (рис. 4)

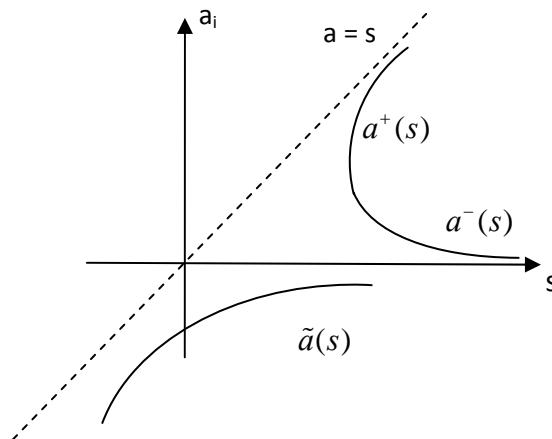


Рис. 4

Ветка $\tilde{a}(s)$ лежит в отрицательной полуплоскости, её производная $\frac{\partial \tilde{a}(s)}{\partial s} = \frac{1}{\left(\frac{\partial s}{\partial a}\right)(a)} > 0$ и

убывает

- $\forall s \in \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha_i}}, \infty \right), \quad \tilde{a}(s) + a^-(s) + a^+(s) \equiv S.$

В самом деле, \tilde{a}, a^-, a^+ являются решениями уравнения $a + \frac{1}{\alpha a^2} = s \Leftrightarrow a^3 - a^2 s + \frac{1}{\alpha} = 0$. Далее применяем теорему Виета.

- $\tilde{a}(s_0) = s_0 - a^-(s_0) - a^+(s_0) = -\frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha}}$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial s} \tilde{a}(s_0) = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial s} \tilde{a}(s) \leq \frac{1}{9} \text{ при } s \geq s_0 \text{ (т.к. } \frac{\partial}{\partial s} \tilde{a}(s) \text{ убывает по } s)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial}{\partial s} [a^+(s) + a^-(s)] = \frac{\partial}{\partial s} [s - \tilde{a}(s)] \geq 0. \blacksquare$$

УТВЕРЖДЕНИЕ 4

$$1. a_i^-(s) \equiv a^-(s, \alpha_i) \text{ убывает по } \alpha_i: \frac{\partial}{\partial \alpha_i} a^-(s, \alpha_i) < 0.$$

$$2. \text{ Производная наоборот возрастает по } \alpha_i: \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \frac{\partial}{\partial s} a^-(s, \alpha_i) < 0$$

□ 1) По определению $s = s(a^-(s, \alpha_1), \alpha_1) = s(a^-(s, \alpha_2), \alpha_2)$ (для примера $i = 1, 2$). Пусть $\alpha_1 < \alpha_2$, тогда из убывания функции $s(a, \alpha)$ по α следует, что

$$s(a^-(s, \alpha_1), \alpha_2) < s(a^-(s, \alpha_1), \alpha_1) = s(a^-(s, \alpha_2), \alpha_2). \text{ Поскольку при } a \in \left[0, \sqrt[3]{\frac{2}{\alpha}}\right], s(a, \alpha) \text{ убывает по}$$

a , то отсюда следует, что $a^-(s, \alpha_1) > a^-(s, \alpha_2)$, т.е. a^- убывает по α .

$$2) \alpha a^3(s, \alpha) = \frac{a^-(s, \alpha)}{s - a^-(s, \alpha)} \text{ убывает по } \alpha \text{ (числитель убывает, знаменатель возрастает)}$$

$$\frac{\partial a^-(s, \alpha)}{\partial s} = \frac{1}{1 - \frac{2}{\alpha a^3(s, \alpha)}}. \alpha a^3(s, \alpha) \text{ убывает по } \alpha \Rightarrow \frac{\partial a^-}{\partial s} = \frac{1}{1 - \frac{2}{\alpha a^3(s, \alpha)}} \text{ возрастает по } \alpha. \blacksquare$$

Таким образом, если $\alpha_1 < \alpha_2$, то $\frac{\partial a_1}{\partial s} > \frac{\partial a_2}{\partial s}$.

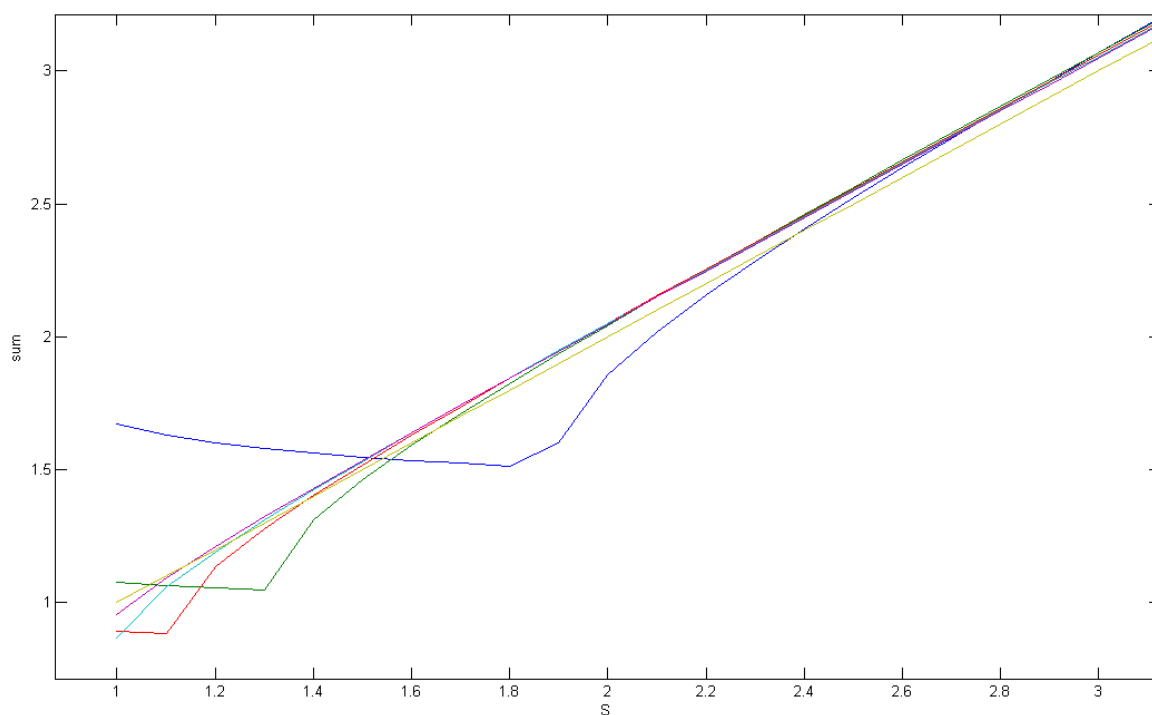
Из утверждений 3 и 4 вытекает следующий факт:

$$\frac{\partial}{\partial s} [a_0^+(s) + a_i^-(s)] \stackrel{ym6.4}{>} \frac{\partial}{\partial s} a_0^+(s) + \frac{\partial}{\partial s} a_0^-(s) = \frac{\partial}{\partial s} (a_0^+(s) + a_0^-(s)) \stackrel{ym6.3}{>} 0$$

\Rightarrow Если $a_0^+(s) + a_i^-(s) > s_0$, то на “ветке” $k_i(s)$ равновесия нет.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5

Пусть $a_1^-(s_0) + a_2^-(s_0) = a_3^-(s_0)$. Тогда $\frac{\partial}{\partial s} (a_1(s) + a_2(s)) > \frac{\partial}{\partial s} a_3(s), s > s_0$



Замечание:

Если сумма $a_1^+(S_0) + a_2^-(S_0)$ лежит выше диагонали, то возможно существование двух равновесий. Ограничимся лишь графической иллюстрацией этого утверждения, которая приведена выше.

Посмотрим теперь, как меняется решение, если $\lambda > 0$. Напомним, что это небольшой бонус (некоторое количество баллов) новому пользователю за регистрацию на форуме.

При этом изложенное выше модифицируется отсечением нижних “веток” графиков $a_i(s)$ уровнем $a_i = \lambda$ (рис. 5).

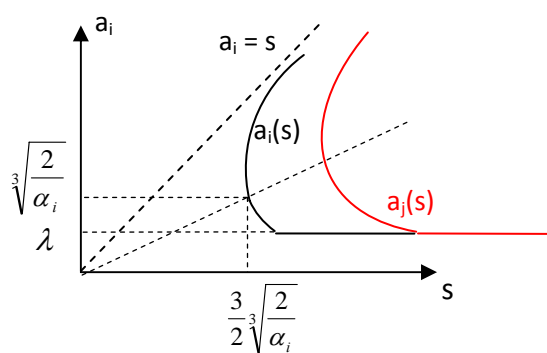


Рис. 5

Не прибегая к сложным математическим расчетам покажем, что в случае с положительным λ пользователи в целом начинают писать меньше сообщений.

1) Нетрудно понять, что для равновесия, когда все пользователи выбирают a на нижней “ветке” графика суммарное количество написанных сообщений или что то же самое количество баллов будет ниже. Действительно суммарный график сдвинется вверх на величину $\Delta < n\lambda$ (на такую же величину сдвинется равновесное S), а количество написанных на форуме сообщений будет равно $\sum_{i=1}^n (a'_i - \lambda) = \sum_{i=1}^n a_i + \Delta - n\lambda < \sum_{i=1}^n a_i$ (см рис. 6).

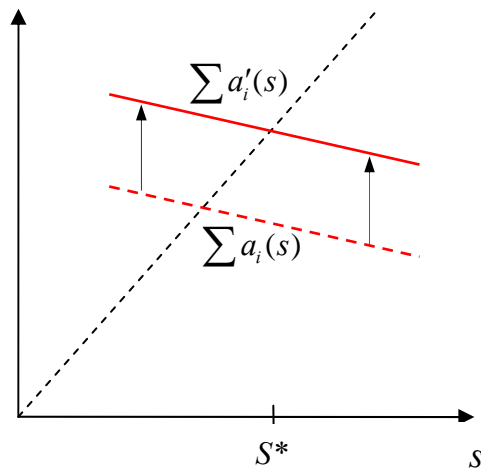


Рис. 6

2) Для равновесия, когда один из пользователей пишет много сообщений, а остальные выбирают нижнюю “ветку”, при введении поощрения λ равновесие либо исчезнет, либо уменьшит суммарное количество написанного текста $\sum_i a_i(s^*)$: рис. 7

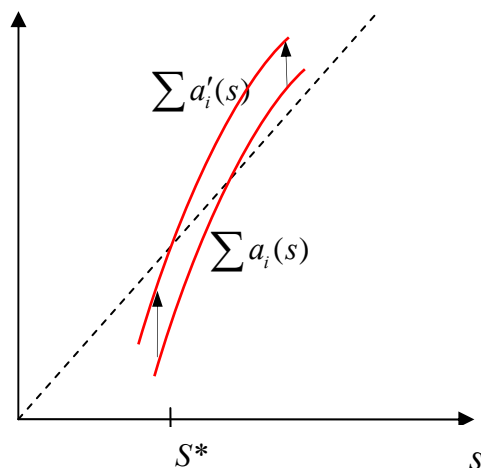


Рис. 7

Итак, при введении бонуса за регистрацию на форуме пользователи пишут менее активно. Причина в том, что у них есть некоторое количество баллов, с помощью которых они снижают издержки поиска.

Одним из основных результатов вышеприведенного анализа является тот факт, что при данном способе организации обмена информацией, эффективным (максимальным с точки зрения производства информации) является равновесие, в котором присутствует один самый активный пользователь – «гуру», который пишет много сообщений, выбирая равновесие «верхней ветки». Остальные же участники форума выбирают низкий уровень активности («нижнюю ветку»). При этом чем ниже тип пользователя (больше издержки на написание сообщений), тем меньше он пишет. Кроме того, сосуществование двух гуру не является равновесием.

В самом деле, в реальной жизни многих сообществ очень часто наблюдается ситуация, в которой один из ее участников производит большое количество информации (в некоторых сообществах – сплетен), делясь ею с остальными участниками, которые проявляют гораздо меньший уровень активности. Очень редко наблюдается наличие двух гуру (сплетников) в рамках одного круга интересов (в нашем случае – темы). Если рассматривать сообщество РЭШ, то в качестве гуру можно рассматривать Ваню Лазарева, собирающего по кусочкам информацию от всех членов сообщества РЭШ, работающих в академическом мире, и выдающий (производящий) большое количество информации.

Таким образом, формальная модель, сформулированные нами для описания механизма действия форума, неплохо описывает реальность. Кроме того, поскольку эта модель также описывает и форум со сформулированной системой стимулов, то, возможно, данная система обмена информацией эффективна, поскольку приводит к равновесным правилам, сформировавшимся в результате эволюции.

Конечно, неплохо было бы эмпирически проверить, насколько модель форума, сформулированная в этой работе, описывает распределение активности пользователей, наблюдающееся в интернет-форумах. Это сделать трудно по следующим причинам:

Во-первых, нам не удалось найти форума, который функционирует по сформулированным выше правилам накопления баллов и последующей сортировки сообщений на основе выявленных предпочтений пользователя. Наиболее близким вариантом интернет-сообщества, является сообщество пользователей «Живого журнала» (livejournal.com). Чем продуктивнее

пользователь, тем больше людей читают его блог, тем больше оставляют комментариев, ссылок на похожие ресурсы, рекомендаций, что в конечном счете позволяет пишущему пользователю снизить издержки на поиск информации. Т.е. набранные баллы автоматически конвертируются посредством ценных пользовательских комментариев/личных сообщений.

Во-вторых, эмпирическая оценка результатов осложняется следующим фактом. Получив распределение активности пользователей без наблюдения информации об их способностях/ таланте /типе (т.е. насколько для них затратно писать сообщения), нельзя понять, какое из равновесий они выбирают – все занимают «нижние ветки» (нет ни одного гуру) или все-таки есть один гуру, выбравших высокий уровень активности. Поэтому, при эмпирической проверке полученных в работе результатов необходимо каким-то образом учитывать распределение способностей участников.

Часть 2. Модель форума с несколькими тематическими разделами

Теперь приблизим ситуацию к более реалистичной. Представим, что в форуме есть тематические разделы (например, спорт, карьера, досуг и т.п.) Пользователь пишет сообщения в одной или нескольких темах t . Соответственно, баллы, полученные за сообщения в одной из тем можно использовать для ранжирования сообщений из других тем (иначе пользователь не получает никакой дополнительной выгоды от своих экспертных заметок). Таким образом, логично ожидать, что люди будут писать сообщения в темах, где им это делать проще всего (где их тип α_i^t самый низкий, или что то же самое, где они имеют больше всего знаний и экспертизы).

Введем следующие обозначения:

$a_{i,r/w/s}^t$ - в баллах, количество прочитанной информации (reading), написанной (writing) и баллов для поиска (searching), относящихся к теме t . Издержки написания $c_{i,w}$ также выражены в баллах. Механизм получения баллов является предметом особого изучения, т.к. баллы могут ставиться за написанные сообщения, за высокий рейтинг, данный сообщениям другими пользователями. Мы остановимся на более простом механизме, когда оценка качества информации другими пользователями не влияет на количество наших бонусов. Функция уменьшения издержек на поиск (или на чтение, ведь чтобы найти нужную информацию, мы перечитываем какой-то массив данных) будет теперь зависеть от баллов, потраченных на рейтингование сообщений и, как в части 1, количества информации в системе. Вообще говоря,

значения этой функции зависят от конкретной темы. В такой постановке задача минимизации издержек на написание и поиск есть

$$\sum_t \left[c_{i,w}^t a_{i,w}^t + a_{i,r}^t c^t \cdot \frac{1}{a_{i,s}^t a_{-i,w}^t} \right] \rightarrow \min_{a_{i,w}^t, a_{i,s}^t},$$

$$s.t. \sum_t a_{i,s}^t \leq \sum_t a_{i,w}^t, \quad (*)$$

где $a_{i,r}^t$ - количество прочитанной информации в теме t (как и в части 1 будем полагать a_r^t одинаковым для всех), c^t - базовые издержки на чтение, $a_{-i,w}^t$ - количество написанных другими пользователями сообщений в теме t .

Ограничение говорит о том, что пользователь может потратить на ранжирование сообщений в различных темах не больше, чем он заработал написанием сообщений. Будем считать, что смысл написания сообщений состоит как раз в том, чтобы снизить издержки на поиск, а значит, пользователи тратят все заработанные баллы, т.е. ограничение активно.

УТВЕРЖДЕНИЕ: Пользователь i будет писать сообщения только в той теме, где издержки написания минимальны.

□ Действительно, мы имеем линейную по $c_{i,w}^t$ оптимизационную задачу (*). Решением ее будет положить максимальные веса $a_{i,w}^t$ на минимальные коэффициенты $c_{i,w}^t$:

$$a_{i,w}^t = 0, \left\{ \forall t : c_{i,w}^t \neq \min c_{i,w}^t \right\}. \blacksquare$$

Заметим, что задача минимизации суммы в (*) эквивалентна минимизации по отдельным слагаемым:

$$\text{для } i : \left(\alpha_i a_{i,w}^{\tilde{t}} + \sum_{t=1}^T \frac{1}{a_{i,s}^t a_{-i,w}^t} \right) \rightarrow \min_{a_{i,s}^t},$$

$$s.t. \sum_t a_{i,s}^t = a_{i,w}^{\tilde{t}} \quad (**)$$

где $\alpha_i = \alpha_i^{\tilde{t}} = \frac{c_{i,w}^{\tilde{t}}}{a_r^t c^t}$ - тип пользователя, определяемый его способностями к написанию

сообщений на любимую тему \tilde{t} . Заметим, что теперь каждый пользователь характеризуется разными типами, зависящими от темы. Новое ограничение задачи означает, что пользователь ранжирует сообщения в темах благодаря бонусам, полученным при написании в его любимой теме (или просто в той, где он много знает).

Итак, в равновесии, если оно существует, каждый пользователь пишет в той теме, которая для него является самой продуктивной. В отличие от результата части 1, здесь пропадает равновесие, когда только один пользователь пишет много. Действительно, пусть тема t является самой продуктивной для нескольких человек. Рассмотрим поведение еще одного. С одной стороны он пользуется написанными кроме него сообщениями $a'_{-i,w}$, что уменьшает его издержки поиска в теме t . С другой стороны это никак не влияет на поиск в других темах: есть смысл писать сообщения с целью более легким путем заработать баллы и тратить их в других темах. Стоит однако отметить, что полученные баллы пользователь распределяет между темами в зависимости от степени наполненности тем: чем больше в теме t' кроме него написали $a'_{-i,w}$, тем меньше ему нужно тратить на рейтингование в данной теме $a'_{i,s}$. Если у пользователей нет одной самой продуктивной темы, то они пишут одинаково в нескольких самых продуктивных темах. В крайнем случае одинаковой продуктивности всех пользователей среди T тем мы получаем низкое равновесие аналогично части 1: все пишут одинаково мало во всех темах. От другого крайнего случая, когда все специализируются на спорте и никто не пишет в других темах нас может спасти предположение об эндогенности тем. Тема возникает только в том случае, если у какому-то пользователю эффективнее всего писать об этом. Пусть теперь количество пользователей велико. Во всех темах с большой вероятностью будет много информации, а значит, каждому следующему пользователю нет необходимости писать очень много. Равновесия здесь скорее всего повторяют те, что описаны в части 1, только теперь применительно к каждой ветке. Интуитивно, для существования и вида равновесия должно быть важно соотношение числа пользователей к числу тем. Ситуация, когда все выбирают высокий уровень активности, неравновесна и в реальности приведет скорее к увеличению числа тем, а именно разбиению на более мелкие тематики, как то спорт – на футбол, хоккей, теннис и т.п. Идеальная ситуация – при которой у всех участников различные сферы специализации (кол-во тем равно кол-ву участников) – представляет собой наиболее эффективное равновесие, когда все пользователи выбирают высокий уровень активности. Говоря о глобальном оптимуме, нужно потребовать дополнительно, чтобы типы этих участников (точнее α'_i) были минимальны среди всех остальных участников для данной темы. Тогда каждый пользователь пишет максимально качественные и профессиональные сообщения.

Введение бонуса за регистрацию снижает стимулы к написанию сообщений ровно на величину бонуса, что аналогично результату части 1. Поэтому поощрение должно быть символически маленьким.

Численное или аналитическое решение задачи (**) является целью нашего дальнейшего исследования.

Заключение

В данной работе был предложен механизм, позволяющий эффективно обмениваться информацией, создающий стимулы для написания сообщений и решающий проблему free rider. Также было рассмотрено расширение модели форума, введением нескольких тем. Вывод таков, что если вознаграждать участников бонусами за написанные сообщения и позволить использовать эти баллы с целью снижения издержек поиска, то можно добиться эффективного распределения усилий пользователей и создания правильных стимулов прикладывать эти усилия. В случае с разнообразием тем, создаются стимулы создавать новые темы людям, которые хороши в этой области. Чем более разносторонние люди собираются на форуме, тем ближе равновесие к оптимальному. Решение получилось в некотором смысле аналогичным выводам теории международной торговли, использующей принцип сравнительного преимущества: пользователи пишут сообщения (и зарабатывают на этом виртуальные баллы) в той теме, которая для них относительно (а не абсолютно) более выгодная.