



ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PLANAS COMO CASO BASE PARA O ENSINO DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL: PARTE I - SOLUÇÃO USANDO O CALCME

Livia Flavia Carletti Jatobá¹ - liviajatoba@iprj.uerj.br

Sthefany Machado Sardinha¹ - sthefany.sardinha@grad.iprj.uerj.br

¹Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico - Nova Friburgo, RJ, Brazil

Abstract. *A Dinâmica dos Fluidos Computacional é uma área do conhecimento que trata da solução numérica das equações que governam o escoamento de fluidos. O conteúdo abordado no ensino da área é extenso e envolve conhecimentos de métodos e algoritmos numéricos, modelagem de fenômenos de transporte e, em alguns casos, linguagem de programação e/ou ferramentas computacionais. A natureza interdisciplinar da área é um desafio, particularmente no desenvolvimento do conteúdo programático para o escopo da graduação. O presente trabalho apresenta metodologia para o ensino do método dos volumes finitos através do estudo de caso do escoamento Couette entre placas planas. O trabalho apresenta o conteúdo didático para dedução das equações discretas, usando uma função de interpolação linear, para o escoamento estacionário 1D puramente difusivo. A montagem e solução do sistema algébrico é feita através da ferramenta livre, CalcMe, um aplicativo online para cálculos algébricos.*

Keywords: *Método dos Volumes Finitos, Escoamento entre Placas Planas, CalcMe*

1. INTRODUÇÃO

A Dinâmica dos Fluidos Computacional, do inglês *Computational Fluid Dynamics* (CFD), é uma área do conhecimento que trata da solução numérica das equações que governam o escoamento de fluidos. O uso de simulações CFD como ferramenta de predição e redução de custos já é realidade em projetos de engenharia. O conteúdo abordado no ensino de Dinâmica dos Fluidos Computacional é extenso e envolve conhecimentos de métodos e algoritmos numéricos, modelagem de fenômenos de transporte e, em alguns casos, linguagem de programação e/ou ferramentas computacionais. A natureza interdisciplinar da área é um desafio, particularmente no desenvolvimento do conteúdo programático para o escopo da graduação.

A capacidade de modelar os fenômenos físicos utilizando ferramentas matemáticas, computacionais e de simulação é uma das competências listadas nas Diretrizes Curriculares Nacionais dos Cursos de Engenharia (Ministério da Educação, 2019). Nesse sentido, o ensino de ferramentas do tipo Engenharia Auxiliada por Computador (do inglês, *Computer-Aided Engineering* CAE), consiste uma importante competência na formação dos estudantes de engenharia (McGrann, 2008). A Dinâmica dos Fluidos Computacional, é um tipo de CAE e, portanto, uma importante disciplina para formação de engenheiros e engenharias, que trata tanto

o conhecimento técnico, quanto o uso de ferramentas computacionais. Diferentes ferramentas computacionais podem ser adotadas no ensino da área. A escolha entre aplicativos de simulação CFD, implementação das soluções numéricas usando uma linguagem de programação ou uma ferramenta de cálculos algébricos depende da complexidade dos casos estudados e do objetivo didático.

A visualização do escoamento através de simulações CFD é um importante recurso didático para a compreensão do escoamento de fluidos. Assim, CFD é uma importante ferramenta tecnológica utilizada no ensino dos conceitos de Fenômenos de Transporte (Solmaz e Van Gerven, 2022) (Battista, 2022) (Dales e Versteeg, 2019). Uma das primeiras publicações que utilizou CFD para ensinar os conceitos de aerodinâmica foi o trabalho de Hoist, (1994), que destaca a capacidade no desenvolvimento de conceitos práticos, a parametrização para otimização de resultados e capacidade de visualizar o escoamento nas aplicações aerodinâmicas. As publicações de Wang e Gao, (2017) e García e Rojas, (2009) trabalham o ensino de CFD através de exemplos, tais como, o escoamento em bomba axial, tanque de mistura e escoamento em torno de um carro. Rodríguez-Martín et al, (2019) utilizaram o método de aprendizagem baseada em problemas, *Problem-Based Learning* (PBL), para trabalhar os conceitos de mecânica dos fluidos e CFD, onde o docente atua como orientador em um processo de ensino em que o estudante trabalha de forma autônoma. Por fim, Stern et al, (2006) desenvolveram uma interface educacional para o ensino de CFD aplicável à estudos de casos clássicos, tais como, escoamento em tubulações, escoamento em bocal e escoamento em torno de um aerofólio.

A literatura apresenta diversas abordagens de ensino inovadoras na área, como o desenvolvimento de ambiente de ensino digital interativo através de realidade virtual para o ensino de CFD (Solmaz e Van Gerven, 2022) e repositórios de livre acesso para ensinar os conceitos de implementação de métodos numéricos usando Python (Barba e Mesnard, 2019) (Barba e Forsyth, 2018), MATLAB (Battista, 2022) e Julia (Pawar e San, 2019). Apesar de observarmos um maior número de publicações didáticas e recursos tecnológicos na área de Dinâmica dos Fluidos Computacional, estas publicações estão majoritariamente em inglês. A literatura didática em português voltada para o ensino da área em CFD ainda é restrita. Os principais livros em português são Fortuna, (2020), Maliska, (2004) e Bortoli, (2000). Em se tratando de manuais e tutoriais, a documentação em português é ainda mais limitada (Queiroz, 2008).

O ensino prático, ou do tipo “hands-on”, através de ferramentas computacionais e aplicativos de simulação CFD capacita os estudantes de engenharia a aplicar conhecimentos matemáticos e tecnológicos em problemas reais, ao mesmo tempo em que os familiariza com novas ferramentas e técnicas da indústria. Além disso, contribuem ainda para aprofundar a compreensão dos fundamentos de fenômenos de transporte e métodos numéricos (Adair e Jaeger, 2019). A utilização de ferramentas de código aberto e livre para este fim, promovem uma cultura de compartilhamento de conhecimento e educação aberta, ações integradas no presente trabalho e fundamentais para difusão dos conhecimentos desenvolvidos para além do ecossistema das universidades (Barba e Mesnard, 2019). Neste sentido, o presente trabalho tem como objetivo apresentar estrutura didática para utilização no ensino de Dinâmica dos Fluidos Computacional, que utiliza ferramenta livre, e trabalha o método dos volumes finitos através do clássico escoamento Couette entre placas planas.

2. METODOLOGIA

O escopo do presente trabalho trata de metodologia didática para o ensino do método dos volumes finitos para aplicações em mecânica dos fluidos. De modo geral, os livros da área apresentam uma estrutura didática para o ensino do método dos volumes finitos aplicado a uma equação de conservação geral para uma grandeza escalar. Em seguida as equações discretas são desenvolvidas para diferentes tipos de escoamento, como por exemplo, escoamento estacionário 1D divisivo ou advectivo-difusivo. Os problemas físicos apresentados nos exemplos costumam ser problemas de troca térmica onde a equação de conservação é para um escalar, ou seja, a temperatura ou uma temperatura adimensional (Versteeg e Malalasekera, 2007).

O objetivo do presente trabalho é apresentar um exemplo onde o método dos volumes finitos é aplicado a equação de conservação de quantidade de movimento linear para um escoamento 1D estacionário puramente difusivo. O escoamento Couette entre placas planas paralelas foi o estudo de caso escolhido. Nesta primeira publicação, o problema é estudado através de uma ferramenta web-base livre chamada CalcMe da WIRIS. O CalcMe, é uma ferramenta gratuita disponível online, desenvolvida em JavaScript, que realiza cálculos algébricos. A ferramenta pode ser acessada através do website calcme.com/, ou integrada à ambientes de aprendizagem virtual, como o moodle.

A seguir, é apresentada uma definição do problema do escoamento Couette entre placas planas. Em seguida, é descrita a solução do problema considerando a ferramenta citada.

2.1 Definição do problema

O problema físico estudado consiste no escoamento de um fluido Newtoniano, laminar, incompressível e plenamente desenvolvido entre duas placas planas paralelas e infinitas, onde a placa superior desloca-se com velocidade conhecida e a inferior é fixa. A Figura 1 mostra a geometria do problema. A força motriz deste tipo de escoamento é o gradiente de velocidade entre a placa superior e inferior e, portanto, o transporte difusivo de quantidade de movimento linear. Devido a condição de não deslizamento, o fluido em contato com as placas tem a mesma velocidade das placas. Assim, o fluido em contato com a placa superior transfere quantidade de movimento linear para as camadas de fluido adjacentes até a camada de fluido em contato com a placa inferior, que permanece parada. Neste tipo de problema o gradiente de pressão é nulo, ou seja, a pressão é uniforme. Este tipo de escoamento é conhecido na literatura como escoamento Couette com pressão uniforme.

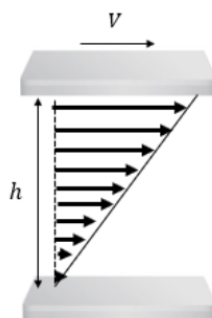


Figure 1: Representação simplificada do escoamento entre placas planas.

A Equação da Continuidade e a Equação de Navier-Stokes para um escoamento incompressível e viscosidade constante, onde o termo devido a ação de força de campo

gravitacional é desprezível, são as equações que governam este escoamento.

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \mathbf{U}) = 0 \quad (2)$$

Aplicada ao sistema de coordenadas cartesiana, a modelagem pode ser simplificada pelas equações abaixo.

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} = 0 \quad (4)$$

A velocidade neste escoamento tem componente diferente de zero apenas na direção x, que é função apenas da coordenada y, $U_x(y)$. A condição de contorno para a velocidade é de primeiro tipo, onde as velocidades são conhecidas nas fronteiras superior e inferior e h é a distância entre as placas: $U_x(y = 0) = 0$; $U_x(y = h) = V$. A solução analítica para o perfil de velocidade é:

$$U_x(y) = \frac{V}{h}y \quad (5)$$

onde V e h são constantes.

A caracterização do problema é apresentada aos estudantes pois o principal objetivo didático consiste em ensinar as etapas necessárias para verificação da solução numérica com a solução analítica. O problema do escoamento Couette entre placas planas foi escolhido pois trata-se de um escoamento 1D estacionário e puramente difusivo. Este é um caso clássico, amplamente abordado em disciplinas de Mecânica dos Fluidos e simplificado, uma vez que a pressão é uniforme e a única equação que precisa ser resolvida é a para componente x da velocidade. Assim, toda a complexidade de novo aprendizado para os estudantes reside no entendimento da solução numérica pelo método dos volumes finitos. Neste caso, a solução numérica pelo método dos volumes finitos é demonstrada usando o CalcMe como ferramenta computacional.

2.2 Equações discretas pelo Método dos Volumes Finitos

A abordagem da solução consiste na dedução das equações discretas, usando o método expositivo em sala de aula. Uma vez deduzido os coeficientes das equações discretas, o sistema algébrico é montado e resolvido, para uma dada malha, usando o CalcMe. No presente trabalho o CalcMe foi usado integrado ao moodle através de um questionário.

A primeira etapa consiste na construção de uma malha e definição da notação adotada. A Figura 2 mostra a malha uniforme com $\Delta y = h/N$, onde $N = 5$ é o número de volumes de controle da malha. Considere a seguinte notação: P é o centro do volume de controle, N é o centro do volume de controle à norte de P e S é o centro do volume de controle à sul de P. As faces do volume de controle P são, n e s, para as faces à norte e sul, respectivamente. Em seguida, o método dos volumes finitos é aplicado inicialmente apenas aos volumes internos. Os volumes vizinhos as fronteiras recebem tratamento diferente devido a condição de contorno.

A aplicação do método consiste na integração da equação de conservação para o volume de controle interno. Assim, a integral em volume é transformada em integral em área, usando o Teorema da Divergência.

$$\int_{V_c} \nabla \cdot (\nabla U_x) dV = \sum_{A_f} \int_{A_f} (\nabla U_x \cdot \mathbf{n}) dA = 0 \quad (6)$$

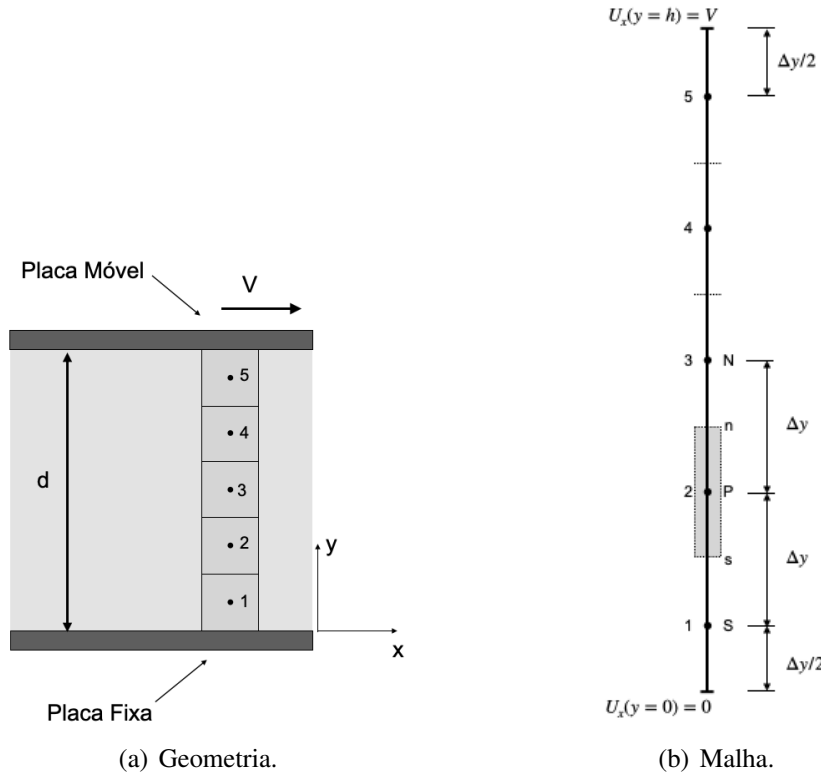


Figure 2: Geometria e malha do escoamento entre placas planas com malha 1D em y.

O escoamento entre placas planas é um problema 1D em y, ou seja, temos apenas as faces norte e sul em cada volume de controle, e a equação fica,

$$\int_{A_n} (\nabla U_x \cdot \mathbf{n}) dA + \int_{A_s} (\nabla U_x \cdot \mathbf{n}) dA = 0 \quad (7)$$

que é aproximada por:

$$(\nabla U_x \cdot \mathbf{n})_n A_n + (\nabla U_x \cdot \mathbf{n})_s A_s = 0 \quad (8)$$

Sabendo que a malha para o problema é uniforme e $A_n = A_s = A$ e as normais das faces norte e sul são $\mathbf{n}_n = (0, 1, 0)$ e $\mathbf{n}_s = (0, -1, 0)$, respectivamente, a equação aproximada fica:

$$\left(\frac{dU_x}{dy} \right)_n A - \left(\frac{dU_x}{dy} \right)_s A = 0. \quad (9)$$

A próxima etapa consiste em destacar aos estudantes que é necessário fazer a escolha de uma função de interpolação (ou esquema de interpolação) para calcular, de forma aproximada, o valor das derivadas de U_x em relação a y nas faces usando os valores de U_x nos centros dos volumes de controle. A aproximação linear é adotada neste estudo de caso e a derivada na face norte fica,

$$\left(\frac{dU_x}{dy} \right)_n \cong \frac{(U_x)_N - (U_x)_P}{\Delta y} \quad (10)$$

e na face sul é

$$\left(\frac{dU_x}{dy} \right)_s \cong \frac{(U_x)_P - (U_x)_S}{\Delta y}. \quad (11)$$

A próxima etapa consiste em substituir as aproximações das derivadas na equação de conservação e re-arranjar os termos de forma que o sistema algébrico obtido tenha diagonal positiva. Os termos da diagonal serão aqueles dados pelo ponto P. Assim, as equações são descritas como

$$-\underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_S}(U_x)_S + \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y} + \frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_P=a_S+a_N}(U_x)_P - \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_N}(U_x)_N = \underbrace{0}_{S_P} \quad (12)$$

onde $P = 2, 3$ e 4 .

Os estudantes são estimulados a escrever as equações para os volumes internos, para $P = 2$, temos $S = 1$ e $N = 3$,

$$-\frac{A}{\Delta y}(U_x)_1 + \frac{2A}{\Delta y}(U_x)_2 - \frac{A}{\Delta y}(U_x)_3 + 0(U_x)_4 + 0(U_x)_5 = 0 \quad (13)$$

para $P = 3$, temos $S = 2$ e $N = 4$,

$$0(U_x)_1 - \frac{A}{\Delta y}(U_x)_2 + \frac{2A}{\Delta y}(U_x)_3 - \frac{A}{\Delta y}(U_x)_4 + 0(U_x)_5 = 0 \quad (14)$$

e para $P = 4$, temos $S = 3$ e $N = 5$,

$$0(U_x)_1 + 0(U_x)_2 - \frac{A}{\Delta y}(U_x)_3 + \frac{2A}{\Delta y}(U_x)_4 - \frac{A}{\Delta y}(U_x)_5 = 0. \quad (15)$$

Por fim, as equações para os volumes vizinhos às fronteiras, ou no contorno, são deduzidas. Começando pelo volume $P = 1$, não temos face sul, e sim a face do contorno, onde a condição de contorno determina que $U_x = 0$ em $y = 0$. A integração da equação neste volume é

$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{n=1-2} A - \left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{y=0} A = 0 \quad (16)$$

onde a face norte é a face entre os volumes 1-2 e a face $y = 0$ é a do contorno. Novamente, funções de interpolação linear são adotadas para as derivadas. A aproximação para a derivada da velocidade na face norte fica da seguinte forma:

$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{n=1-2} \cong \frac{(U_x)_2 - (U_x)_1}{\Delta y}. \quad (17)$$

Uma aproximação linear também é adotada para a derivada na face do contorno. Entretanto, temos acesso apenas aos valores das variáveis na face do contorno e no centro do volume de controle $P = 1$, e aproximação linear fica:

$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{y=0} \cong \frac{(U_x)_1 - (U_x)_{y=0}}{\Delta y/2}. \quad (18)$$

Substituindo na equação discreta para $P = 1$ e rearranjando para diagonal positiva, temos:

$$\underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y} + 2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_P=a_N+S_P}(U_x)_1 - \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_N}(U_x)_2 = \underbrace{\left(2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{S_P}(U_x)_{y=0} \quad (19)$$

Por fim, o mesmo procedimento é repetido para o volume $P = 5$, vizinho a face da fronteira $y = h$. Neste caso, não temos face norte, e sim a face do contorno, onde a condição de contorno determina que $U_x = V$ em $y = h$. A integração da equação neste volume é

$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{y=h} A - \left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{s=4-5} A = 0 \quad (20)$$

onde a face sul é a face entre os volumes 4-5 e a face $y = h$ é a do contorno. As aproximações lineares das derivadas, onde a derivada na face sul, ou seja, entre os volumes 4-5 é,

$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{s=4-5} \cong \frac{(U_x)_5 - (U_x)_4}{\Delta y} \quad (21)$$

e a derivada para a face do contorno é dada pela face do contorno e o ponto 5.

$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_{y=h} \cong \frac{(U_x)_{y=h} - (U_x)_5}{\Delta y/2} \quad (22)$$

A equação discreta para o volume $P = 5$ é dado por:

$$-\underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_S}(U_x)_4 + \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y} + 2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_P=a_S+S_P}(U_x)_5 = \underbrace{\left(2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{S_P}(U_x)_{y=h} \quad (23)$$

Os estudantes são então estimulados a escrever as equações para os volumes de fronteira, onde $P=1$ é

$$\left(\frac{A}{\Delta y} + 2\frac{A}{\Delta y}\right)(U_x)_1 - \left(\frac{A}{\Delta y}\right)(U_x)_2 + 0(U_x)_3 + 0(U_x)_4 + 0(U_x)_5 = 0 \quad (24)$$

e para $P = 5$ fica:

$$0(U_x)_1 + 0(U_x)_2 + 0(U_x)_3 - \left(\frac{A}{\Delta y}\right)(U_x)_4 + \left(\frac{A}{\Delta y} + 2\frac{A}{\Delta y}\right)(U_x)_5 = \left(2\frac{A}{\Delta y}\right)V \quad (25)$$

O sistema algébrico com as equações para $P = 1$ a 5, onde $A = 1 \text{ m}^2$, $h = 0.01 \text{ m}$ e $\Delta y = h/5$, fica:

$$\begin{array}{rrrrrr} 1500(U_x)_1 & -500(U_x)_2 & +0(U_x)_3 & +0(U_x)_4 & +0(U_x)_5 & = & 0 \\ -500(U_x)_1 & +1000(U_x)_2 & -500(U_x)_3 & +0(U_x)_4 & +0(U_x)_5 & = & 0 \\ 0(U_x)_1 & -500(U_x)_2 & +1000(U_x)_3 & -500(U_x)_4 & +0(U_x)_5 & = & 0 \\ 0(U_x)_1 & +0(U_x)_2 & -500(U_x)_3 & +1000(U_x)_4 & -500(U_x)_5 & = & 0 \\ 0(U_x)_1 & +0(U_x)_2 & +0(U_x)_3 & -500(U_x)_4 & +1500(U_x)_5 & = & 1000 \end{array} \quad (26)$$

Este conjunto de equações pode ser escrito na forma do seguinte sistema algébrico.

$$\begin{pmatrix} 1500 & -500 & 0 & 0 & 0 \\ -500 & 1000 & -500 & +0 & 0 \\ 0 & -500 & 1000 & -500 & 0 \\ 0 & 0 & -500 & 1000 & -500 \\ 0 & 0 & 0 & -500 & 1500 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (U_x)_1 \\ (U_x)_2 \\ (U_x)_3 \\ (U_x)_4 \\ (U_x)_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1000 \end{pmatrix} \quad (27)$$

O sistema algébrico formado tem matriz de coeficientes tridiagonal e pode ser resolvido por:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{U}_x = \mathbf{S} \quad (28)$$

$$\mathbf{U}_x = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{S} \quad (29)$$

A solução para os valores da componente x da velocidade é apresentada na seção seguinte.

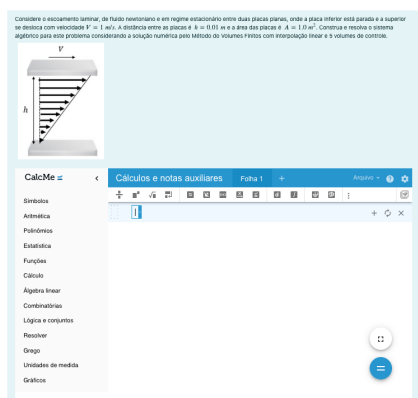
3. RESULTADOS

Os estudantes acessam o moodle da disciplina e o respectivo questionário do problema. A Figura 3(a) mostra como é a interface para os estudantes. A solução do problema começa pela definição das variáveis: área A , distância entre as placas h , número de divisões da malha N , velocidade da placa superior V_h e velocidade da placa inferior V_o . A Figura 3(b) mostra a interface do CalcMe para a definição das variáveis, que deve ser feita na coluna à esquerda da folha de cálculo. A definição da expressão para calculo dos coeficientes do sistema algébrico é feita em seguida, onde coeficientes a_S , a_N e S_P são

$$a_S = \frac{A}{\Delta y} ; a_N = \frac{A}{\Delta y} ; S_P = \frac{2A}{\Delta y} \quad (30)$$

e a Figura 3(c) mostra como o cálculo é feito no CalcMe. A definição é feita na coluna à esquerda e o calculo na coluna à direita.

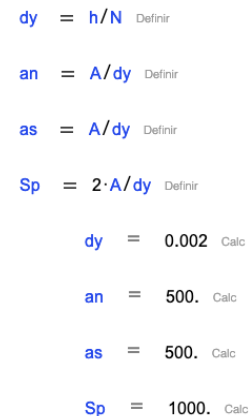
A matriz dos coeficientes e do termo fonte é definida, conforme a Figura 4(a). A solução do sistema algébrico é feita usando a função `resolver()` do CalcMe, conforme mostra a Figura 4(b). Por fim, os estudantes constroem um gráfico de comparação entre a solução analítica e a solução numérica obtida, conforme a Figura 4(c). A atividade é encerrada com os estudantes, que podem fazer o download da memória de cálculo para estudos futuros.



(a) CalcMe no moodle.



(b) Definição das variáveis.



(c) Coeficientes.

Figure 3: Interface do CalcMe no moodle.

4. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou metodologia para o ensino do método dos volumes finitos através de um estudo de caso, O caso escolhido foi o escoamento Couette 1D entre placas planas. Foi demonstrada a dedução das equações discretas usando uma função de interpolação

(a) Definição.

$$A = \begin{pmatrix} an+Sp & -an & 0 & 0 & 0 \\ -as & as+an & -an & 0 & 0 \\ 0 & -as & as+an & -an & 0 \\ 0 & 0 & -as & as+an & -an \\ 0 & 0 & 0 & -as & as+Sp \end{pmatrix} \quad \text{Definir}$$

$$b = \begin{pmatrix} Sp \cdot Vo \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Sp \cdot Vh \end{pmatrix} \quad \text{Definir}$$

(b) Solução.

$$A = \begin{pmatrix} 1500. & -500. & 0. & 0. & 0. \\ -500. & 1000. & -500. & 0. & 0. \\ 0. & -500. & 1000. & -500. & 0. \\ 0. & 0. & -500. & 1000. & -500. \\ 0. & 0. & 0. & -500. & 1500. \end{pmatrix} \quad \text{Calc}$$

$$b = \begin{pmatrix} 0. \\ 0. \\ 0. \\ 0. \\ 1000. \end{pmatrix} \quad \text{Calc}$$

$$\text{resolver}(A,b) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.9 \end{pmatrix} \quad \text{Calc}$$

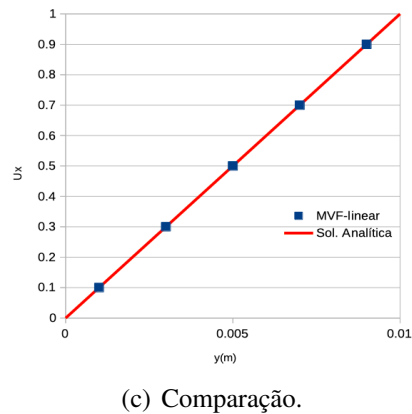


Figure 4: Etapa de solução numérica do sistema algébrico.

linear. A ferramenta computacional CalcMe foi adotada para obter a solução do sistema algébrico. Os trabalhos futuros incluem a solução do mesmo problema através de um aplicativo de simulação CFD e, em seguida, aumentar a complexidade da física estudada. Exemplos de escoamentos de maior complexidade é a solução do comprimento de entrada para o mesmo escoamento com gradiente de pressão ou a troca do regime de escoamento laminar para turbulento.

Agradecimentos

As autoras agradecem o apoio financeiro da UERJ através do projeto Prodocência “Ensino Ativo em Dinâmica dos Fluidos Computacional”.

FLOW BETWEEN PARALLEL PLATES AS A BENCHMARK CASE FOR TEACHING COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS: PART I - SOLUTION USING CALCME

Abstract. *Computational Fluid Dynamics (CFD) is an area of knowledge that studies the numerical solution of the equations that govern fluid flow. Teaching CFD involves concepts of numerical methods and algorithms, modeling of transport phenomena and, in some cases, programming language and/or computational tools. The interdisciplinary nature of the area is*

a challenge, particularly in the development of syllabus content for the undergraduate scope. The present work presents a methodology for teaching the finite volume method through the case study of the flow between parallel plates. The work presents the didactic content for the deduction of discrete equations, using a linear interpolation function, for the diffusive 1D steady flow. The solution of the algebraic system is achieved using a free tool, CalcMe, an online application for algebraic calculations.

Keywords: Finite Volume Method, Flow between Parallel Plates, CalcMe

REFERENCES

- Adair, D. e Jaeger, M. (2019), “An efficient strategy to deliver understanding of both numerical and practical aspects when using navier-stokes equations to solve fluid mechanics problems”, in *Fluids*, Vol. 4.
- Barba, L. e Forsyth, G. (2018), “CFD Python: the 12 steps to Navier-Stokes equations”, in *Journal of Open Source Education*, Vol. 1.
- Barba, L. e Mesnard, O. (2019), “Aero Python: classical aerodynamics of potential flow using Python”, in *Journal of Open Source Education*, Vol. 2.
- Battista, N. A. (2020), “Suite-CFD: An array of fluid solvers written in MATLAB and python”, in *Fluids*, Vol. 5.
- Bortoli, A. (2000), *Introdução A Dinâmica De Fluidos Computacional*, LTC.
- Dales, R. and Versteeg, H. (2019), “Application of Computational Fluid Dynamics (CFD) through project-based learning”, in *Higher Education Academy Engineering Subject Centre, Loughborough University*.
- Fortuna, A. (2020), in *Técnicas Computacionais Para Dinâmica dos Fluidos. Conceitos Básicos e Aplicações*, EdUSP.
- García, N. e Rojas, L. (2009), “Teaching How To Use The Cfd Approach By An Example: Hydrodynamics Within A Passenger Car Compartment In Motion”, in *Proceedings of FEDSM2009 ASME 2009 Fluids Engineering Division Summer Meeting*.
- Hoist, T. L (1994), “Computational Fluid Dynamics Uses in Fluid Dynamics / Aerodynamics Education”, in *National Aeronautics and Space Administration*.
- Maliska, C. (2004), “*Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*”, LTC.
- McGrann, R. T. R. (2008), “*Using Video Training Lectures in a Mechanical Engineering Computer-Aided Design Course*”, ASME 2008 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, ASME.
- Conselho Nacional de Educação, Câmara de Educação Superior (2019), “*Resolução CNE/CES nº 2, de 24 de abril de 2019 - Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia.*”, Ministério da Educação.
- Pawar, S. e San, O. (2019), “CFD Julia: A learning module structuring an introductory course on computational fluid dynamics”, in *Fluids*, Vol. 4.
- Queiroz, N. (2008), “Simulação com CFD de escoamento de fluxo ao redor de um edifício de 10 andares - Tutorial Ansys Workbench”, in *Laboratório de Conforto Ambiental e Eficiência Energética (Labcon) da UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE*.
- Rodríguez-Martín, M. e Rodríguez-Gonzálvez, P. e Sánchez-Patrocínio, A. e Sánchez, J. R. (2019), “Short CFD simulation activities in the context of fluid-mechanical learning in a multidisciplinary student body”, in *Applied Sciences*, Vol. 9, Switzerland.
- Stern, F. e Xing, T. e Yarbrough, D. e Rothmayer, A. e Rajagopala, G. and Otta, S. e Caughey, D. e Bhaskaran, R. e Smith, S. e Hutchings, B. and Moeykens, S. (2006), “Hands-On CFD Educational Interface for Engineering Courses and Laboratories”, in *Journal of Engineering Education*.
- Solmaz, S. e Van Gerven, T. (2022), “Interactive CFD simulations with virtual reality to support learning in mixing”, in *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 156, Elsevier Ltd.
- Versteeg, H K e Malalasekera, W (2007), *Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*, Pearson Education Limited.
- Wang, Z. e Gao, D. (2017), “The Application of CFD in Teaching of Fluid Machinery”, in *Icadce*, Vol. 144.