ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PLANAS COMO CASO BASE PARA O ENSINO DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL: PARTE I - SOLUÇÃO USANDO O CALCME

Livia Flavia Carletti Jatobá
(liviajatoba@iprj.uerj.br)
Sthefany Machado Sardinha

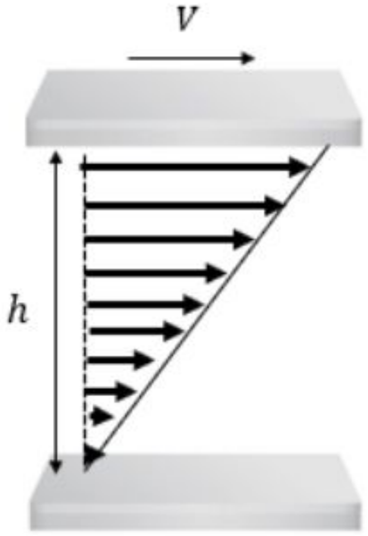
XXVI ENMC
ENCONTRO NACIONAL DE MODELAGEM COMPUTACIONAL
XIV ECTM
ENCONTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS
2023

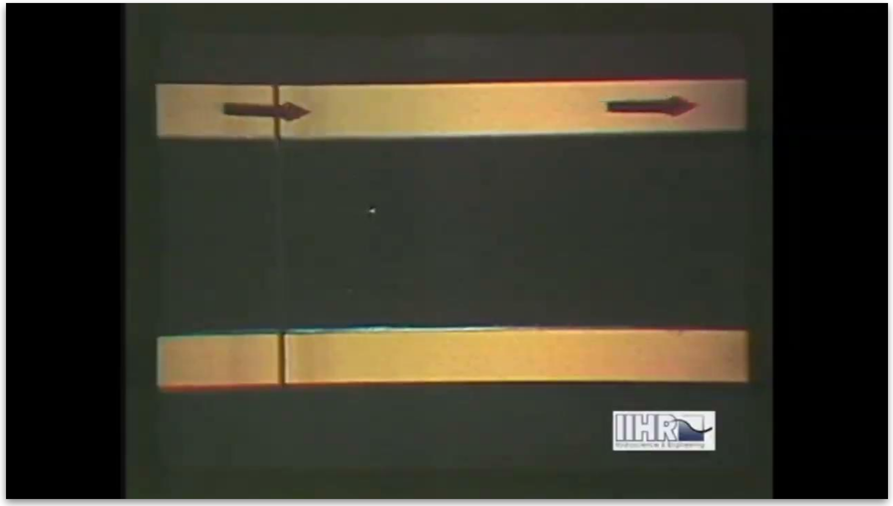
Contexto:

- ↳ Ensino da disciplina Dinâmica dos Fluidos Computacional;
- ↳ O conteúdo do curso é extenso: métodos numéricos, modelagem e ferramentas computacionais;
- ↳ A natureza interdisciplinar é um desafio no desenvolvimento de conteúdo para graduação;
- ↳ O ensino prático (*hands-on)* aprofunda a compreensão dos fundamentos de fenômenos de transporte e métodos numéricos;
- ↳ Ferramentas livres promovem uma cultura de compartilhamento de conhecimento e educação aberta, fundamentais para difusão do conhecimento.

Objetivos:

- ↳ Apresentar estrutura didática para o ensino de Dinâmica dos Fluidos Computacional;
- ↳ Adotar ferramenta livre;
- ↳ Ensino *hands-on* do Método dos Volumes Finitos através do escoamento Couette entre placas planas.



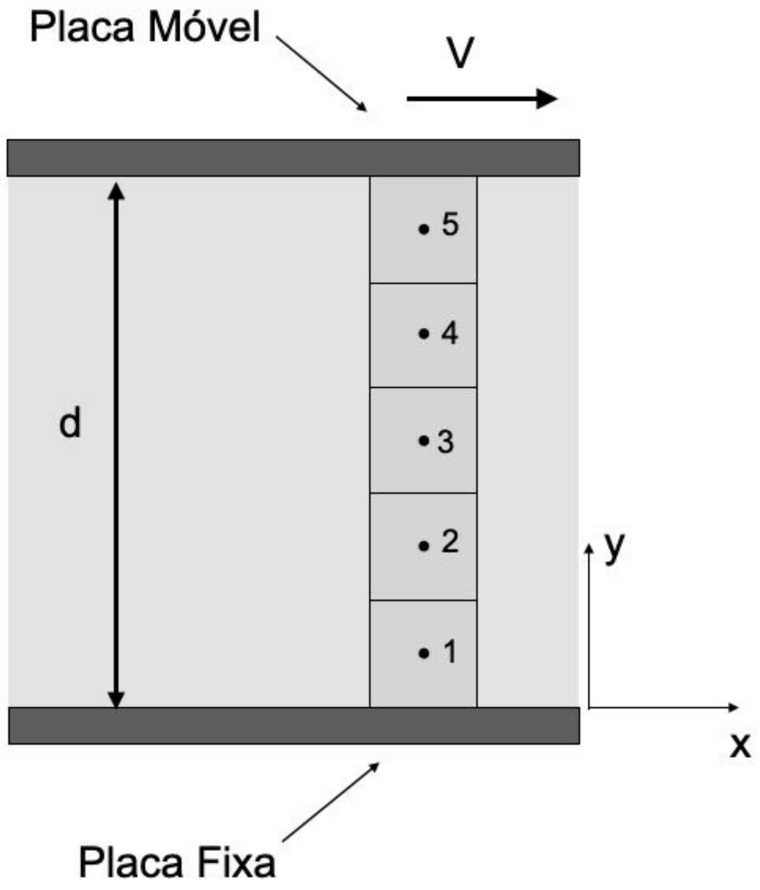


Metodologia:

- Ensino do Método dos Volumes Finitos;
- Equação de conservação de quantidade de movimento linear para um escoamento 1D estacionário puramente difusivo;
- Método expositivo;
- Exemplo aplicado: escoamento Couette entre placas planas;
- O problema é resolvido através de uma ferramenta gratuita disponível online:
  - ✓ CalcMe da WIRIS - calcme.com.

Trilha de aprendizagem:

1) Solução analítica;
2) Equação discretas são deduzidas para o problema simplificado: interpolação linear e condição de contorno de primeiro tipo;
3) Montagem e solução do sistema algébrico usando o CalcMe;
4) Estudantes recebem material de apoio com definição do problema e dedução das equações.



Solução analítica:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$

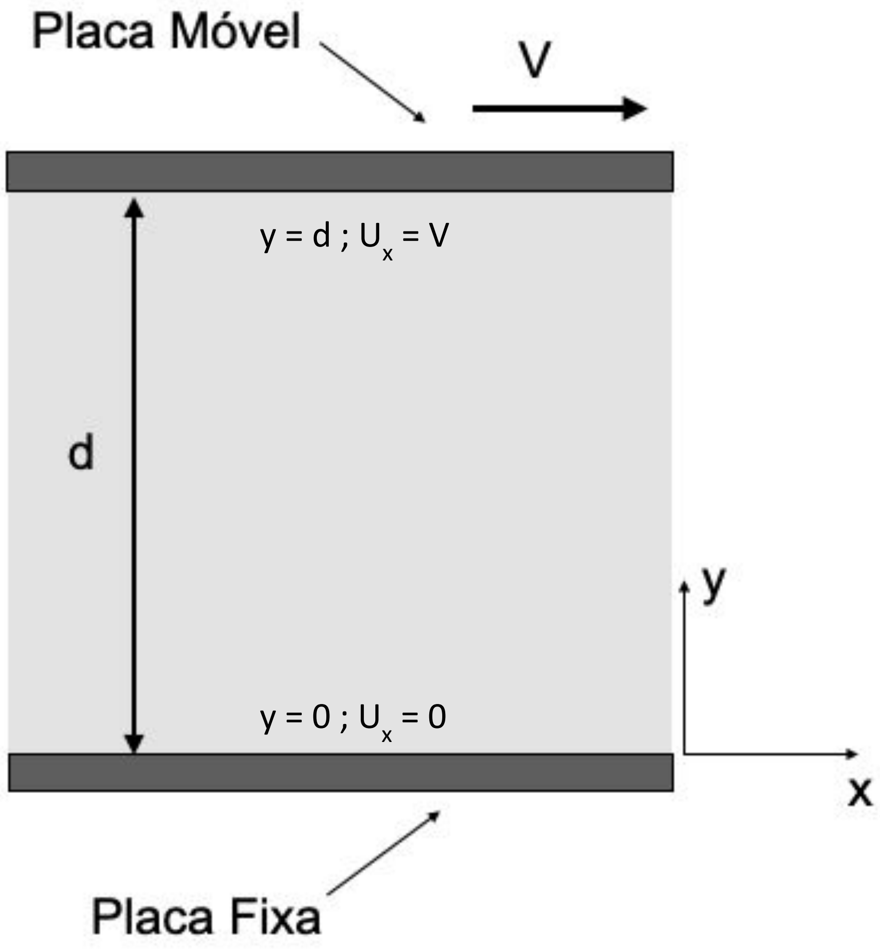
$$\nabla^2 \mathbf{U} = \nabla \cdot (\nabla \mathbf{U}) = 0$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} = 0$$

$$\nabla^2 U_x = \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{dU_x}{dy}\right) = 0$$

$$U_x = \frac{V}{d} y$$



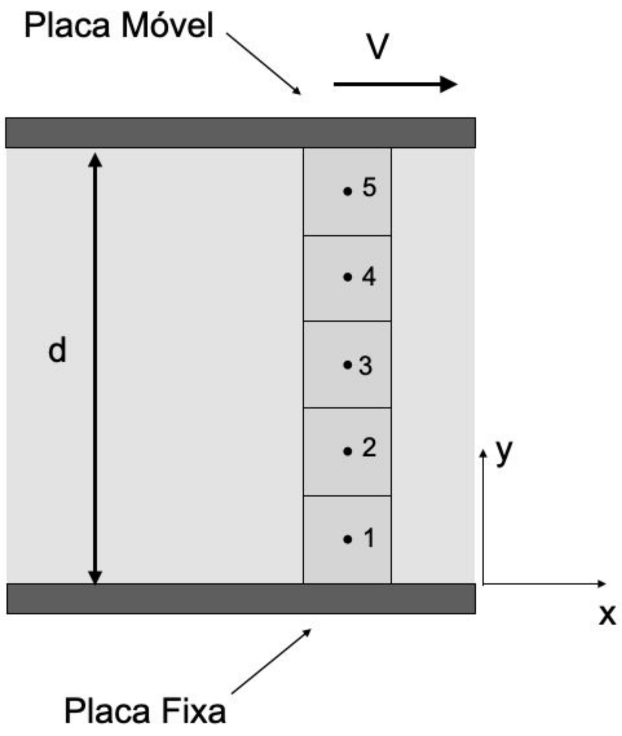
Equações discretas:

- ↳ Domínio discreto (malha e notações);
- ↳ Etapas do MVF para um volume interno;

$$\boxed{\int_{V_c} \nabla \cdot (\nabla U_x)\, dV = \sum_{A_f} \int_{A_f} (\nabla U_x \cdot \mathbf{n})\ dA = 0}$$

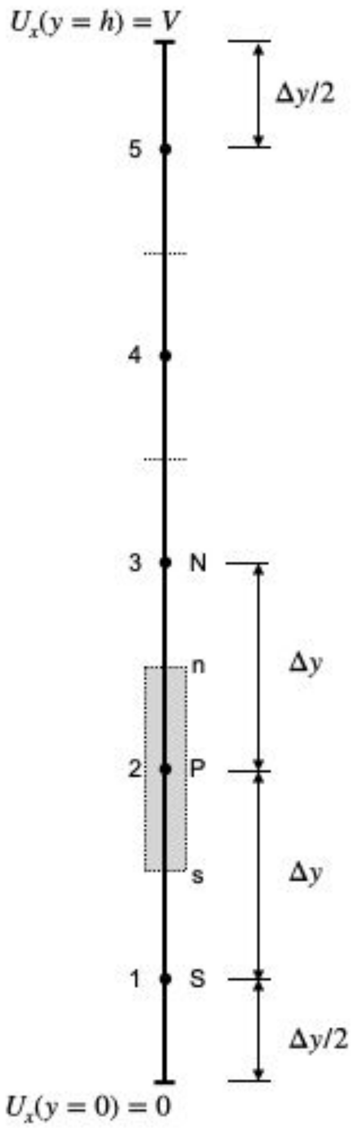
$$\boxed{(\nabla U_x \cdot \mathbf{n})_n\, A_n + (\nabla U_x \cdot \mathbf{n})_s\, A_s = 0}$$

$$\boxed{\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_n A - \left(\frac{dU_x}{dy}\right)_s A = 0}$$



$$\mathbf{n}_n = (0, 1, 0)$$

$$\mathbf{n}_s = (0, -1, 0).$$

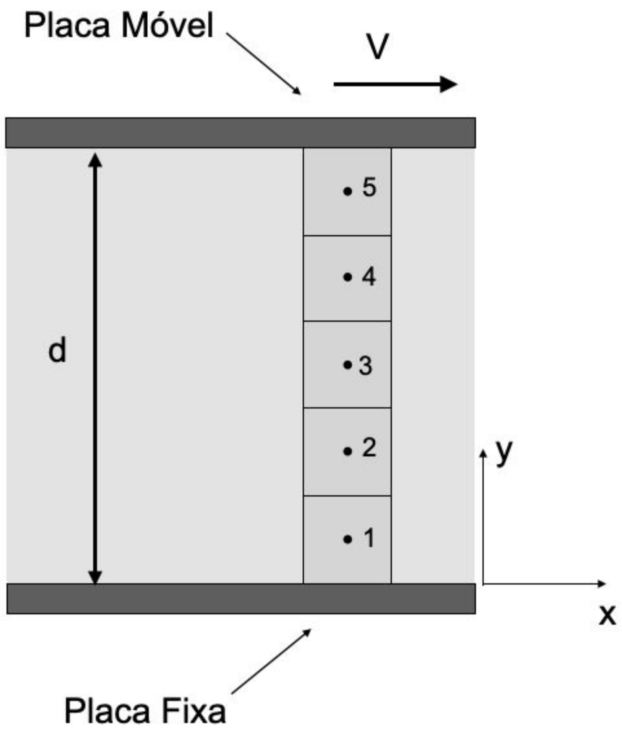


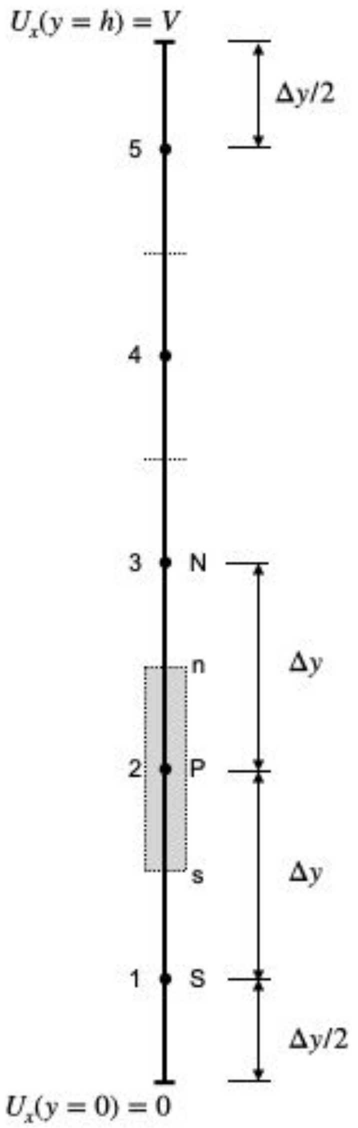
Equações discretas:

↳ Interpolação linear para as derivadas nas faces;

$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_n \cong \frac{(U_x)_N - (U_x)_P}{\Delta y}$$

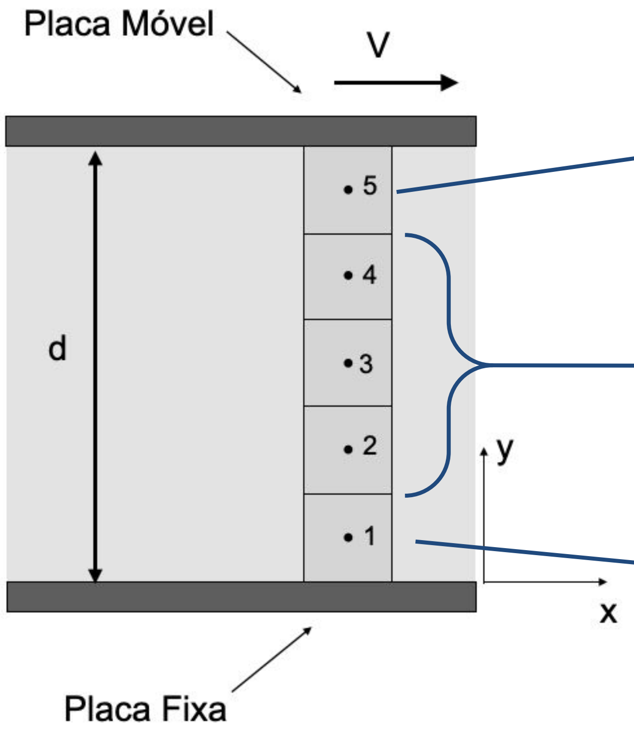
$$\left(\frac{dU_x}{dy}\right)_s \cong \frac{(U_x)_P - (U_x)_S}{\Delta y}.$$





Equações discretas:

↳ Equações para os volumes internos e de fronteiras deduzidas separadamente.



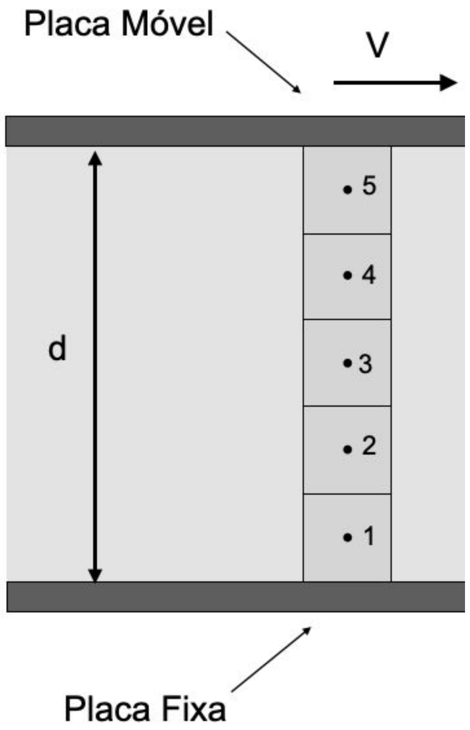
$$-\underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_S}(U_x)_4 + \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y} + 2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_S + S_P}(U_x)_5 = \underbrace{\left(2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{S_P}(U_x)_{y=h}$$

$$-\underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_S}(U_x)_S + \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y} + \frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_P = a_S + a_N}(U_x)_P - \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_N}(U_x)_N = \underbrace{0}_{S_P}$$

$$\underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y} + 2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_N + S_P}(U_x)_1 - \underbrace{\left(\frac{A}{\Delta y}\right)}_{a_N}(U_x)_2 = \underbrace{\left(2\frac{A}{\Delta y}\right)}_{S_P}(U_x)_{y=0}$$

Equações discretas:

↳ Sistema de equações obtido é resolvido usando o CalcMe.



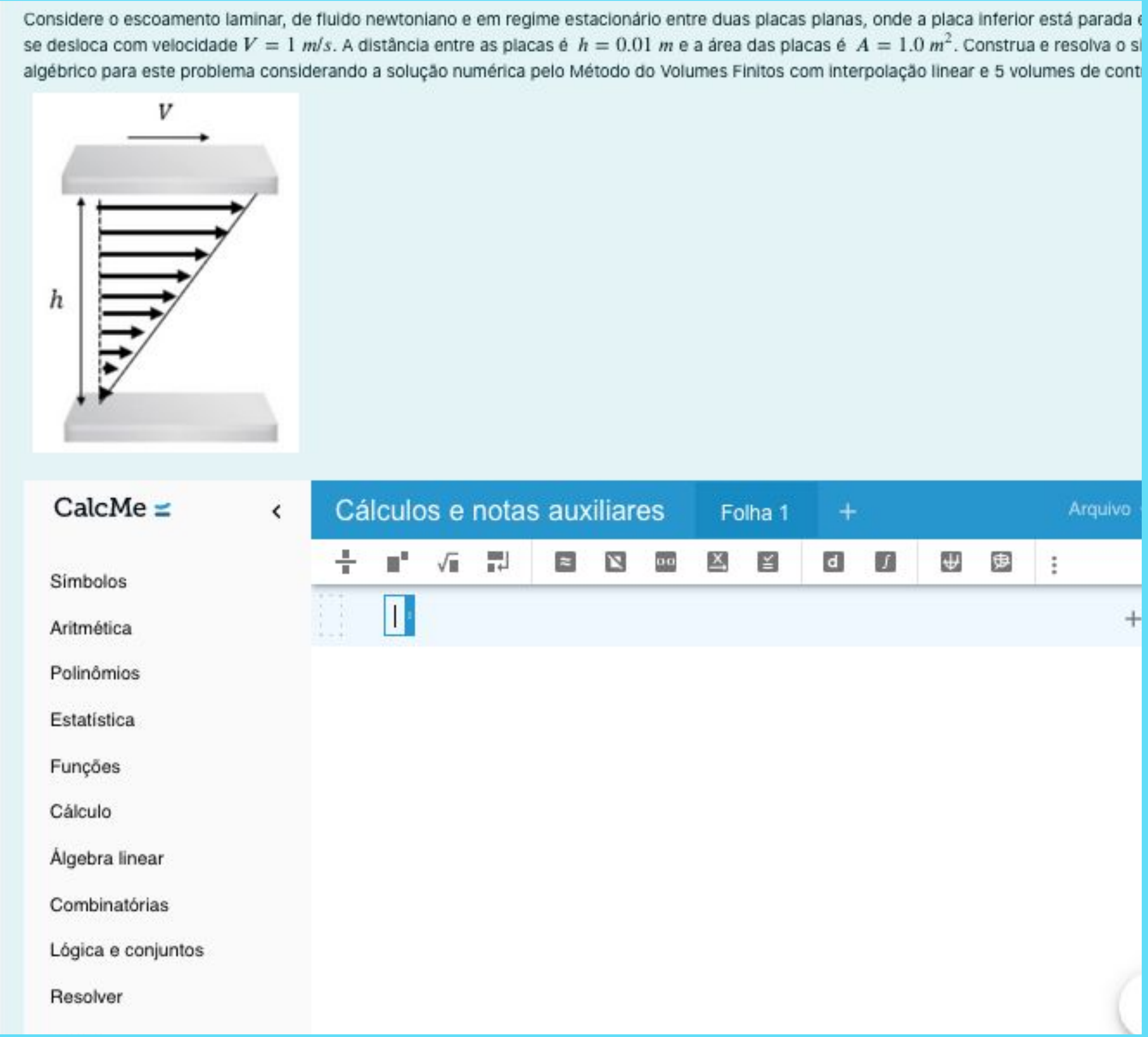
$$
\begin{array}{cccccccc}
a_P(U_x)_1 & -a_N(U_x)_2 & +0(U_x)_3 & +0(U_x)_4 & +0(U_x)_5 & = & S_P \cdot U_x(y=0) \\
-a_S(U_x)_1 & +\,a_P(U_x)_2 & -a_N(U_x)_3 & +0(U_x)_4 & +0(U_x)_5 & = & 0 \\
0(U_x)_1 & -a_S(U_x)_2 & +\,a_P(U_x)_3 & -a_N(U_x)_4 & +0(U_x)_5 & = & 0 \\
0(U_x)_1 & +0(U_x)_2 & -a_S(U_x)_3 & +\,a_P(U_x)_4 & -a_N(U_x)_5 & = & 0 \\
0(U_x)_1 & +0(U_x)_2 & +0(U_x)_3 & -a_S(U_x)_4 & +\,a_P(U_x)_5 & = & S_P \cdot U_x(y=d)
\end{array}
$$

Solução:

↳ Interface do CalcMe integrada ao moodle.

$$A = 1\,m^2, d = 0.01\,m \text{ e } \Delta y = d/5,$$

$$\begin{pmatrix} 1500 & -500 & 0 & 0 & 0 \\ -500 & 1000 & -500 & +0 & 0 \\ 0 & -500 & 1000 & -500 & 0 \\ 0 & 0 & -500 & 1000 & -500 \\ 0 & 0 & 0 & -500 & 1500 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (U_x)_1 \\ (U_x)_2 \\ (U_x)_3 \\ (U_x)_4 \\ (U_x)_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1000 \end{pmatrix}$$



Solução:

$$A = 1\, m^2,\, d = 0.01\; m \text{ e } \Delta y = d/5,$$

MVF: escoamento entre placas planas

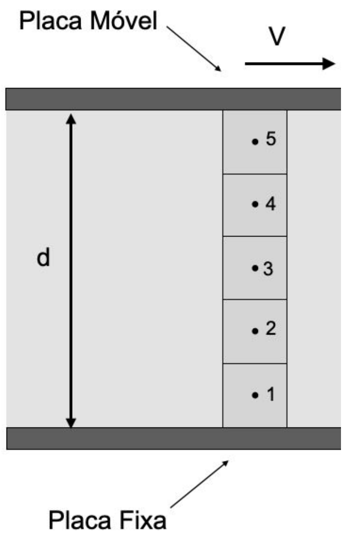
$A = 1$ Definir

$h = 0.01$ Definir

$N = 5$ Definir

$Vh = 1$ Definir

$Vo = 0$ Definir



$$\begin{pmatrix} 1500 & -500 & 0 & 0 & 0 \\ -500 & 1000 & -500 & +0 & 0 \\ 0 & -500 & 1000 & -500 & 0 \\ 0 & 0 & -500 & 1000 & -500 \\ 0 & 0 & 0 & -500 & 1500 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (U_x)_1 \\ (U_x)_2 \\ (U_x)_3 \\ (U_x)_4 \\ (U_x)_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} an+Sp & -an & 0 & 0 & 0 \\ -as & as+an & -an & 0 & 0 \\ 0 & -as & as+an & -an & 0 \\ 0 & 0 & -as & as+an & -an \\ 0 & 0 & 0 & -as & as+Sp \end{pmatrix}$$ Definir

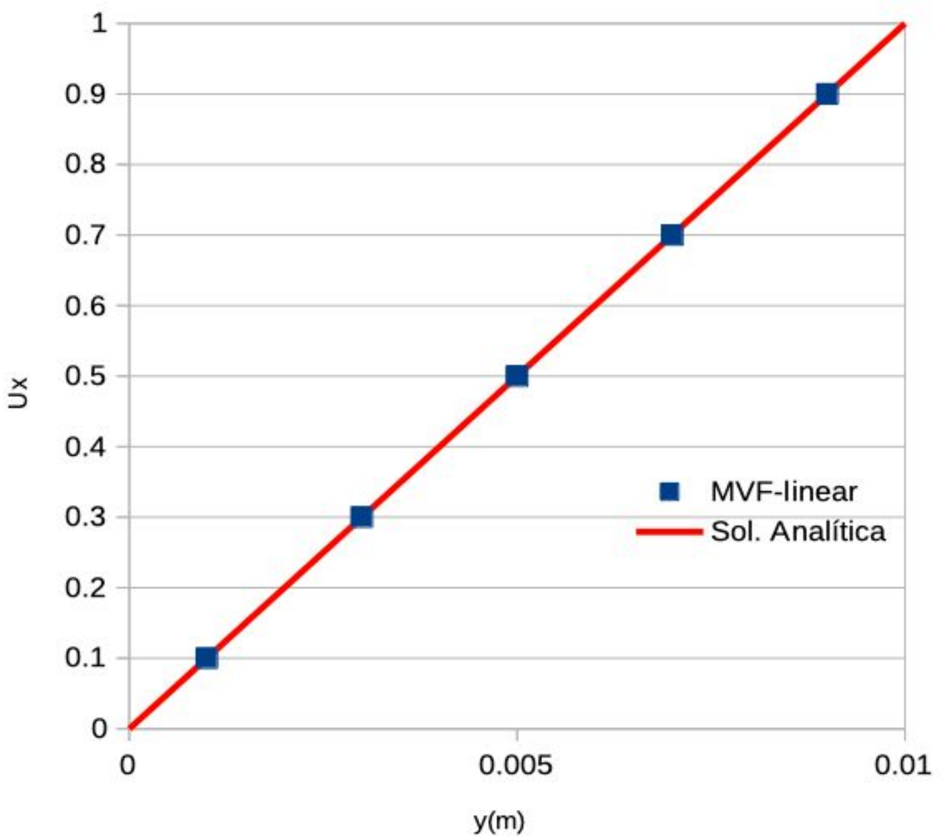
$$b = \begin{pmatrix} Sp \cdot Vo \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Sp \cdot Vh \end{pmatrix}$$ Definir

Solução:

$$A = \begin{pmatrix} 1500. & -500. & 0. & 0. & 0. \\ -500. & 1000. & -500. & 0. & 0. \\ 0. & -500. & 1000. & -500. & 0. \\ 0. & 0. & -500. & 1000. & -500. \\ 0. & 0. & 0. & -500. & 1500. \end{pmatrix}$$ Calc

$$b = \begin{pmatrix} 0. \\ 0. \\ 0. \\ 0. \\ 1000. \end{pmatrix}$$ Calc

$$\text{resolver}(A,b) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.9 \end{pmatrix}$$ Calc



Conclusões:

- Estudantes apresentam dificuldade no primeiro contato com a ferramenta;
- Ferramenta depende de acesso à internet;
- Material de livre acesso sob sob a licença Creative Commons (CC BY-NC-SA 4.0 - Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual);
- Acesso em: https://github.com/liviajatoba

ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PLANAS COMO CASO BASE PARA O ENSINO DE DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL: PARTE I - SOLUÇÃO USANDO O CALCME

Livia Flavia Carletti Jatobá
(liviajatoba@iprj.uerj.br)
Sthefany Machado Sardinha

XXVI ENMC
ENCONTRO NACIONAL DE MODELAGEM COMPUTACIONAL

XIV ECTM
ENCONTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

2023