



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Robotica e
dell'Automazione

SISTEMI SUBACQUEI

Report di progetto

**WAVE: simulazione geometrie variabili delle
pale e strategie di frenatura per
l'avanzamento**

Ramtin Mollaiyan
Livio Bisogni
Matteo Pettinari

Anno Accademico 2017-2018

Indice

1.	INTRODUZIONE.....	3
2.	PERIODO 15/05 – 23/05	4
3.	PERIODO 24/05 – 30/05	5
4.	PERIODO 31/05 – 05/06	7
5.	PERIODO 06/06 – 13/06	11
6.	PERIODO 14/06 – 06/07	15
7.	PERIODO 07/07 - 22/07.....	22
8.	CONCLUSIONI.....	31

1. Introduzione

Il progetto assegnato ha come obiettivo la valutazione, in simulazione, delle prestazioni di avanzamento di un veicolo equipaggiato con modulo WAVE al variare della geometria delle pale e della strategia di frenatura dei bracci.

Il lavoro svolto ha portato allo sviluppo di due nuove strategie di frenatura, una nuova geometria di pala, di una interfaccia grafica utente (*GUI*) nonché all'integrazione del simulatore già esistente.

In questo documento sono riportate le varie attività svolte dal gruppo lungo lo svolgersi del progetto. Per semplicità e chiarezza espositiva il report è organizzato in sezioni che descrivono il lavoro fatto tra i vari incontri, sebbene sia possibile che alcuni argomenti siano stati sviluppati a cavallo di più incontri.

Il materiale generato fornito ai Docenti è comprensivo di codice modificato ed implementato, figure MATLAB® e workspace. Questi ultimi in particolare sono stati organizzati in cartelle aventi come nome il periodo di lavoro di riferimento (al fine di agevolarne la ricerca/organizzazione).

2. Periodo 15/05 – 23/05

Poco dopo la consegna del progetto è stato fornito dai Docenti del materiale teorico relativo alla modellizzazione del veicolo e del moto ondoso:

- Lagrangian modeling of the Underwater Wave Glider.pdf;
- WAVE_1_Lotto_2.pdf;
- Introduction to Ocean Waves.pdf.

Il gruppo pertanto ha speso la prima settimana per prendere visione del materiale.

3. Periodo 24/05 – 30/05

In data 24/05/2018 è stato consegnato dai Docenti il simulatore (*simulator*) con una breve presentazione dei contenuti. Il gruppo ha speso i giorni successivi per prendere confidenza col codice studiandone i vari script e lanciando qualche simulazione di prova.

A seguito della consegna del report “WAVE” – FASE 2 DI 2 (WAVE_2_Lotto_2_shared.pdf) sono state lanciate ulteriori simulazioni allo scopo di replicare i risultati illustrati dal documento. Le simulazioni effettuate sono riportate nella Tabella 3.1 e le impostazioni generali di simulazione sono state:

- Wave Amplitude: 0,45 m;
- Wave Frequency: 0,33 Hz;
- Profilo alare: 2;
- Nessun modulo aggiuntivo;
- Modalità: Propulsion;
- Brake: $v_1(t) > 0 \ \&\& q_4(t) > \frac{\pi}{2} \text{ rad/s} \ \&\& |dq_4(t)| \leq 0,01 \text{ rad/s.}$

Test	COG [m]	Posizione di attacco	Verso ala	Inclinazione e ali [°]	Tempo di simulazione [s]
1	1,1585	Centro	Diritto	-30	120
2	1,1585	Centro	Rovescio	-30	30
3	1,2085	Alto	Diritto	-30	60
4	1,1085	Alto	Diritto	-30	60
5	$l_h/2+0,05$	Alto	Diritto	-30	30
6	$l_h/2+0,05$	Centro	Diritto	-30	30
7	$l_h/2+0,05$	Centro	Diritto	0	60

Tabella 3.1: Setup simulazioni periodo 24/05 – 30/05. In rosso è evidenziato il setup analogo alla simulazione del report “WAVE” parte 2 – 2, pag. 39, che diede avanzamento (COG₃, B₂).

I Test 1-2 sono simulazioni generiche per provare il simulatore. I Test 4 ÷ 7 sono stati invece tentativi di replica dei risultati di report, in un primo momento spostando il centro di massa identificato di $\pm 0,05$ m e successivamente settandolo a $COG_3 = l_h/2 + 0,05$ m, dove l_h è la lunghezza massima dello scafo (*hull*).

Le simulazioni sono state analizzate visivamente prendendo in considerazione il plot di pitch e spostamento longitudinale e verticale del centro di gravità del veicolo. Nella Figura 3.1 viene mostrato il plot caratteristico del Test 1.

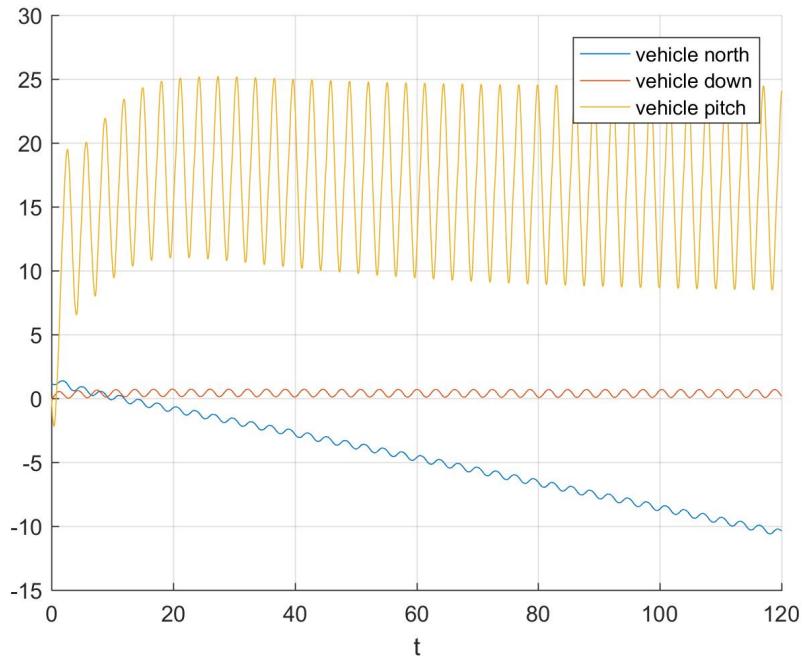


Figura 3.1: Esempio di grafico sfruttato per le analisi delle simulazioni. È possibile notare l'arretramento del veicolo, in figura indicato da "vehicle_north".

Contro le attese i test non hanno portato agli stessi risultati descritti nel report. Il gruppo ha quindi provato a indagare sulla discrepanza dei risultati senza tuttavia trovare una risposta consona; si è deciso pertanto di esporre la problematica in aula il giorno mercoledì 30/05. Durante l'incontro settimanale sono emerse alcune criticità. In particolare, l'angolo di giunto $q_4(t)$ mostrato nel grafico creato dallo script *Animation.m* non manifestava l'azione del freno. Essendo inoltre la simulazione mostrata in aula (Test 6) di soli 30 secondi, non è stato possibile determinare con certezza la causa della discrepanza tra i risultati ottenuti e quelli del report.

È stato quindi fissato un ricevimento con l'Ing. Costanzi al fine di indagare più approfonditamente su quanto emerso.

4. Periodo 31/05 – 05/06

Giovedì 31/05 il gruppo si è recato nell'ufficio dell'Ing. Costanzi per discutere delle problematiche sopra descritte.

Durante il ricevimento è stato possibile correggere lo script *Animation.m* ed in merito alla differenza tra i risultati simulazioni/report è stato spiegato che l'attività di simulazione citata nel report è stata effettuata usando una vecchia versione del simulatore che di fatto non valutava l'azione della velocità dell'onda sulle singole fette della pala. È stato sottolineato inoltre che nel simulatore fornito il 31/05 la velocità longitudinale considerata nella condizione di freno è quella agente solamente sulla prima fetta della pala.

Al termine del ricevimento, è stato suggerito al gruppo di:

- modificare il codice per far sì che la velocità considerata dalla condizione del freno fosse una velocità media pesata tra quelle agenti sulle varie fette della pala;
- simulare nuovamente lo scenario del report che diede avanzamento per verificare se la modifica avesse colmato o meno la differenza tra i risultati, usando tuttavia il centro di gravità identificato.

A valle del ricevimento è stata implementata la modifica suggerita dall'Ing. Costanzi. Venerdì 01/06 i Docenti hanno caricato online il simulatore *simulator* aggiornato e, poiché l'implementazione dell'Ing. Fenucci è risultata essere più elegante, il gruppo ha deciso di continuare il lavoro di progetto adottando il simulatore aggiornato dall'Ing. Fenucci senza persistere con le modifiche apportate.

I giorni successivi sono stati dedicati allo studio delle modifiche del simulatore, all'implementazione della geometria di pala esponenziale e a un'ulteriore fase di simulazione con il simulatore aggiornato.

Il gruppo ha realizzato un nuovo profilo alare: il profilo esponenziale. È stato realizzato utilizzando la funzione riportata nell'Equazione 1, dove:

- x è l'altezza della pala ($x \in [0, L]$);
- w è la larghezza effettiva della pala in funzione di x ;
- D è la larghezza massima (*max width*);
- d è la larghezza minima (*min width*);
- L è l'altezza massima (*max length*);
- l è l'altezza minima (*min length*);
- α è la costante di decadimento (*alpha*), che può assumere anche valori negativi ($\alpha \in \mathbb{R}$).

$$w(x) = \begin{cases} D & x \geq L - l \\ d + (D - d) \frac{1 - e^{-\alpha \frac{x}{L-l}}}{1 - e^{-\alpha}} & x < L - l \end{cases}$$

Equazione 1

Nella Figura 4.1 è riportato un esempio di profilo esponenziale per chiarire il significato dei parametri geometrici D , d , L e l .

In MATLAB® si è implementato tale profilo realizzando la *function ExponentialWing.m*.

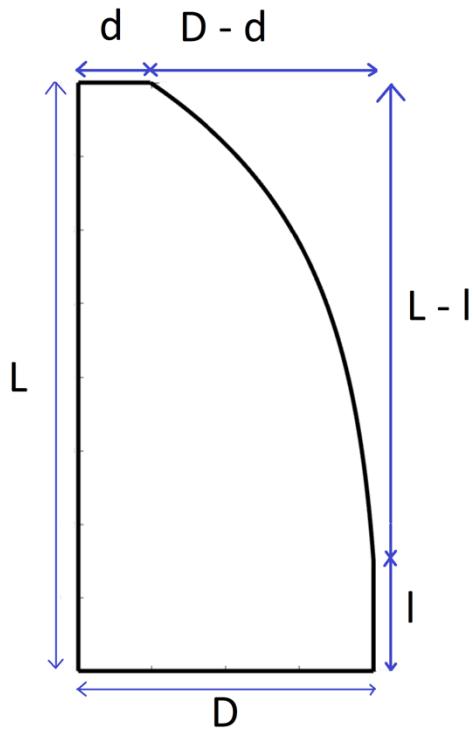


Figura 4.1: Pala esponenziale e significato geometrico dei parametri D, d, L e l .

Si noti che è possibile impostare α su valori negativi, ottenendo ad esempio il profilo alare riportato nella Figura 4.2.

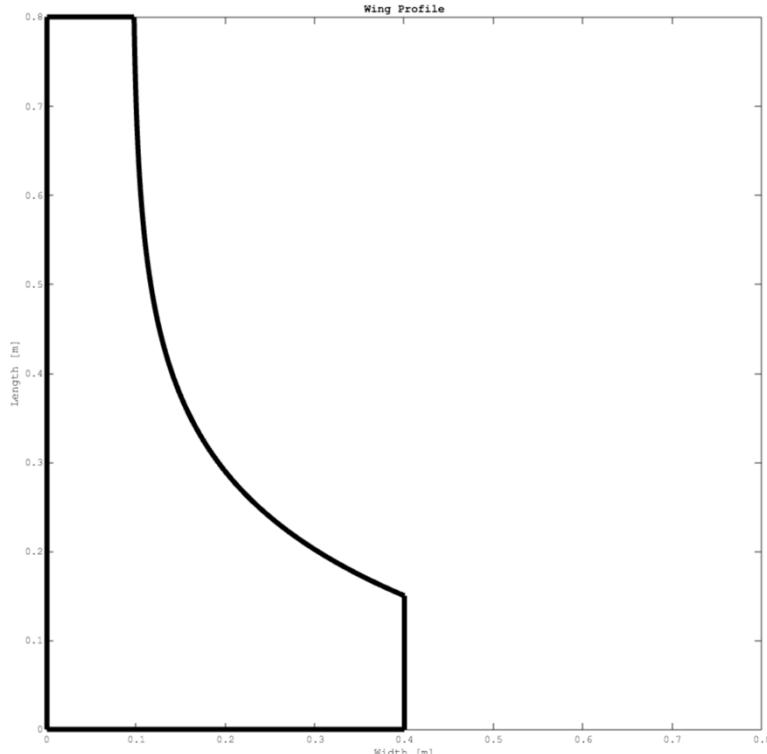


Figura 4.2: Pala esponenziale con $L = 0,8 \text{ m}$, $l = 0,15 \text{ m}$, $D = 0,4 \text{ m}$, $d = 0,0975 \text{ m}$ e $\alpha = -5$. Si noti che α è negativo.

Per quel che riguarda la fase di simulazione, come per la settimana precedente, l'obiettivo è stato replicare i risultati del report, o quantomeno trovare una configurazione veicolo / stato

di mare tale per cui il veicolo non arretrasse, per poi studiarne il comportamento al variare della strategia di frenatura e/o della geometria della pala.

Le simulazioni sono state condotte con la condizione di freno di default B₂ e profilo alare 2 e sono riportate in Tabella 4.1:

Test	Altezza onda [m]	Frequenza onda [Hz]	COG [m]	Posizione di attacco	Verso ala	Inclinazione ali [°]	Tempo di simulazione [s]
1	0.45	0.33	1.1585	Centro	Diritto	-30	120
2	0.45	0.1	1.1585	Centro	Diritto	-30	120
3	0.45	0.33	1.1585	Centro	Rovescio	-30	60
4	0.33	0.1	1.1585	Centro	Diritto	-30	60
5	0.33	0.1	1.1585	Centro	Diritto	0	60
6	0.33	0.1	1.1585	Centro	Diritto	+30	60
7	0.82	0.1	1.1585	Centro	Diritto	-30	60
8	0.33	0.062	1.1585	Centro	Diritto	-30	60
9	0.33	0.1	1.1585	Alto	Diritto	-30	120
10	0.33	0.1	1.1585	Alto	Diritto	0	60

Tabella 4.1: Setup simulazioni periodo 31/05 – 05/06.

Il Test 1 è la simulazione suggerita dal Docente al termine del ricevimento, mentre i Test 2 ÷ 10 sono simulazioni eseguite per trovare una configurazione veicolo/mare tale per cui il veicolo non arretrasse. In particolare, nel Test 2 si è cambiata la frequenza dell'onda e si è osservato un netto miglioramento in termini di minor arretramento, mostrato nella Figura 4.3.

Basandosi su questo risultato e sulle ipotesi presenti nel report "WAVE" – FASE 2 DI 2, pag. 38, il gruppo ha provato quindi a variare le condizioni di mare anche in termini di ampiezza dell'onda per capire meglio la situazione e investigare sulla relazione lunghezza veicolo/pendenza dell'onda.

L'analisi delle simulazioni è stata tuttavia negativa: in nessun Test il veicolo ha avuto un moto di avanzamento contro il fronte ondoso. I risultati della settimana sono stati infine presentati in aula martedì 05/06 e alla fine dell'incontro è stato suggerito al gruppo di:

- scegliere, secondo un criterio ragionevole, una configurazione del veicolo (profilo alare, montaggio) candidata per le simulazioni;
- concentrarsi sullo sviluppo di nuove strategie di frenatura;
- effettuare le simulazioni tenendo costanti le condizioni di mare, fissandole a quelle dei Test in ondogeno (Wave Amplitude = 0,45 m, Wave Frequency = 0,33 Hz).

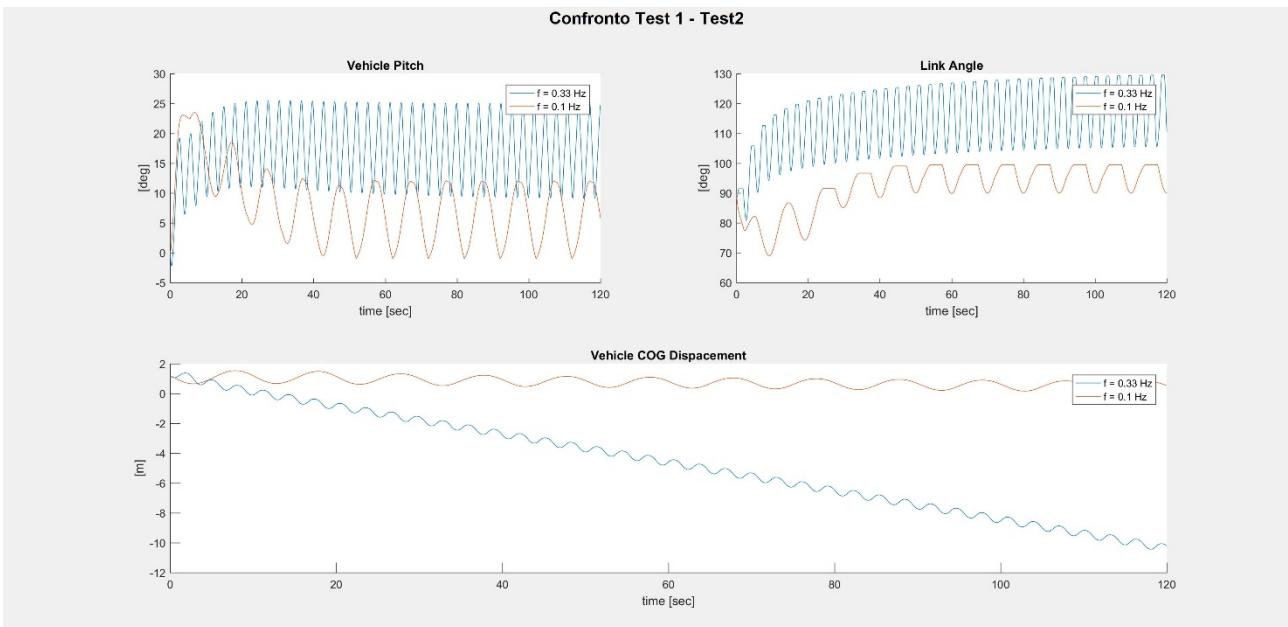


Figura 4.3: Confronto tra il Test 1 e il Test 2. È possibile osservare come, al diminuire della frequenza dell'onda, l'arretramento del veicolo sia minore.

5. Periodo 06/06 – 13/06

A seguito di quanto detto nell'incontro, il gruppo si è concentrato sullo scegliere la configurazione del veicolo più appropriata sulla quale poi testare le strategie di frenatura. Note le condizioni di mare, l'obiettivo è stato quindi determinare il profilo alare, il punto, la direzione e l'angolo di montaggio dell'ala.

Per quel che riguarda il criterio di scelta della configurazione, si sarebbe scelta quella tale per cui il veicolo, con freno non attivo (B_0), fosse arretrato meno.

I profili alari utilizzati (1, 2 e 3) fanno riferimento ai profili alari riportati nella Figura 4-3 a pag. 16 del report "WAVE" – FASE 2 DI 2 (Figura 5.1).

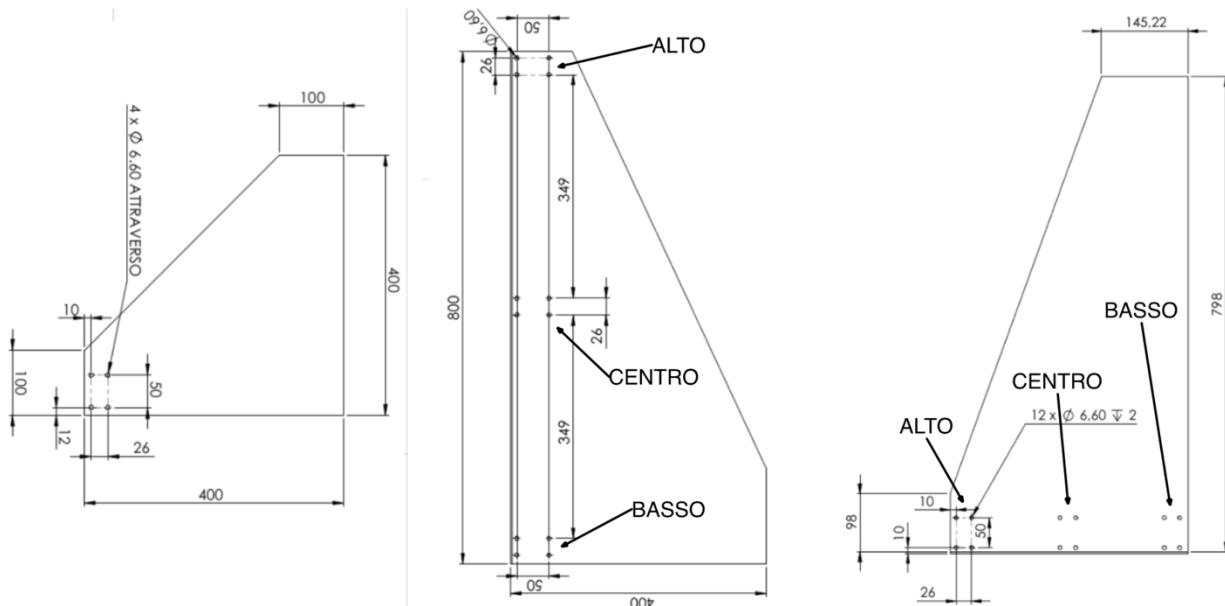


Figura 5.1: Disegni CAD dei profili alari utilizzati nelle prove: profilo 1/1-bis (sinistra), profilo 2 (centro) e profilo 3 (destra).

Sono state effettuate le simulazioni riportate in Tabella 5.1, tutte aventi le seguenti impostazioni:

- Wave Amplitude: 0,45 m;
- Wave Frequency: 0,33 Hz;
- COG: 1,1585 m;
- No moduli aggiuntivi;
- Tempo di simulazione: 60 s;
- B_0 : No brake.

Test	Profilo Alare	Posizione di attacco	Verso ala	Inclinazione ali [°]
1	2	Alto	Diritto	0
2	2	Alto	Diritto	+30
3	2	Alto	Diritto	-30
4	2	Centro	Diritto	0
5	2	Centro	Diritto	+30
6	2	Centro	Diritto	-30
7	2	Basso	Diritto	0
8	2	Basso	Diritto	+30
9	2	Basso	Diritto	-30
10	2	Alto	Rovescio	0

11	2	Alto	Rovescio	+30
12	2	Alto	Rovescio	-30
13	2	Centro	Rovescio	0
14	2	Centro	Rovescio	+30
15	2	Centro	Rovescio	-30
16	2	Basso	Rovescio	0
17	2	Basso	Rovescio	+30
18	2	Basso	Rovescio	-30
19	1	-	Diritto	0
20	1	-	Diritto	-30
21	1	-	Diritto	+30
22	1	-	Rovescio	0
23	1	-	Rovescio	-30
24	1	-	Rovescio	+30
25	3	Alto	Diritto	-30
26	3	Centro	Diritto	-30
27	3	Basso	Diritto	-30
28	3	Alto	Diritto	0
29	3	Centro	Diritto	0
30	3	Basso	Diritto	0
31	3	Alto	Diritto	+30
32	3	Centro	Diritto	+30
33	3	Basso	Diritto	+30

Tabella 5.1: Setup simulazioni periodo 06/06 – 13/06, parte 1.

I risultati della simulazione sono stati analizzati nel modo seguente: sono stati confrontati in un primo momento i Test aventi lo stesso profilo alare, prendendone i migliori in termini di minor arretramento; dopodiché si sono confrontate tra loro le simulazioni scelte, stabilendo così tra tutte la configurazione candidata.

In accordo col criterio fissato, la configurazione candidata è risultata essere quella del Test 16. Tuttavia, avendo ritenuto il setup del Test 1 più pratico (in quanto avente le configurazioni più frequentemente utilizzate nel report "WAVE" – FASE 2 DI 2) e poiché l'arretramento risulta essere paragonabile a quello del Test 16, il gruppo ha deciso di proseguire il lavoro scegliendo la configurazione del Test 1 come configurazione standard. In Figura 5.2 viene mostrato il confronto tra le simulazioni migliori dei vari profili alari. Determinato quindi il setup del veicolo, ci si è focalizzati sullo sviluppo di nuove strategie di freno. Di seguito sono riportate le condizioni di frenatura già descritte nel report "WAVE" – FASE 2 DI 2:

- B_0 : no brake;
- B_1 : $v_1(t) > 0$;
- B_2 : $v_1(t) > 0 \&& q_4(t) > \frac{\pi}{2} \text{ rad/s} \&& |dq_4(t)| \leq 0,01 \text{ rad/s}$.

Partendo da queste, il gruppo ha individuato due nuove strategie di freno:

- B_3 : $v_1(t) > 0 \&& v_2(t) > 0$;
- B_4 : $v_1(t) > 0 \&& q_4(t) > \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$.

Per quel che concerne B_3 , l'idea guida è stata quella di sfruttare parte del periodo in cui la velocità lungo l'asse longitudinale del veicolo era positiva per alzare la pala e poi frenare; per far ciò, si è pensato di sfruttare la velocità media pesata agente sulla pala lungo l'asse z, informazione disponibile a seguito della modifica del simulatore *simulator*.

Per quanto riguarda B_4 ci si è interrogati sul perché in B_2 si frenasse quando il braccio fosse già praticamente fermo e di conseguenza si è deciso di rimuovere la condizione $|dq_4(t)| \leq 0,01 \text{ rad/s}$.

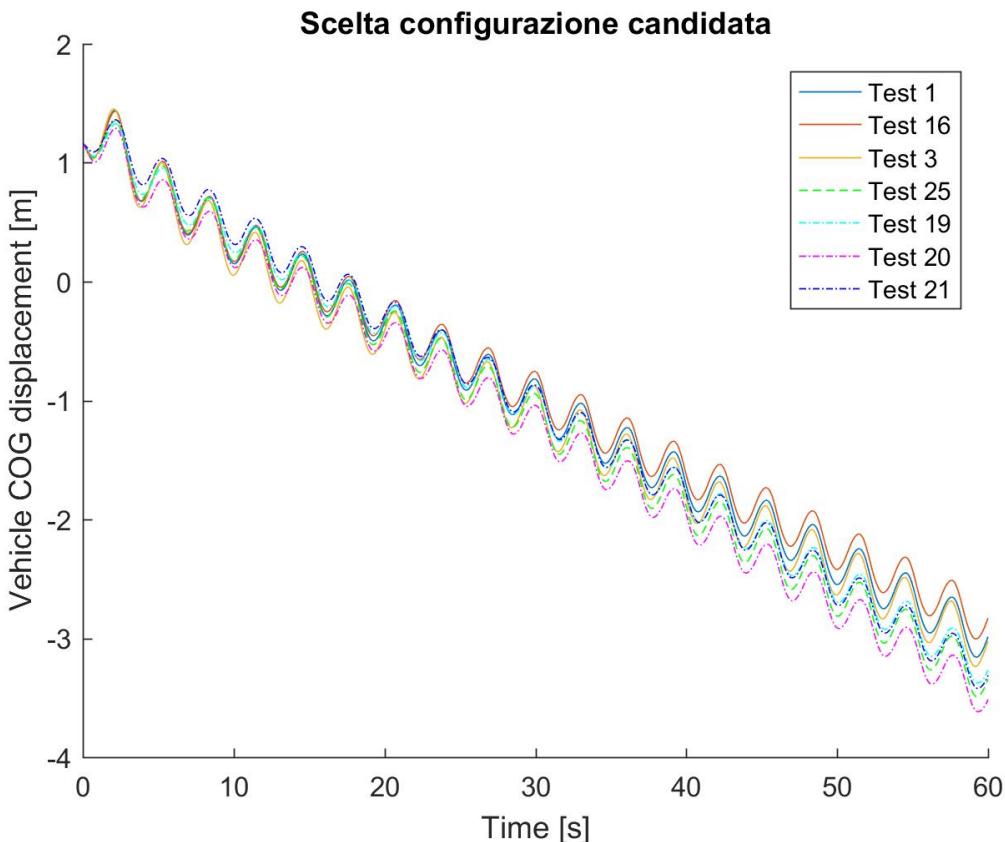


Figura 5.2: In figura viene mostrato il confronto, in termini di arretramento, delle simulazioni precedentemente scelte confrontando i Test dei vari profili alari. È possibile osservare che il setup migliore in termine di arretramento è quello del Test 16, seguito dal Test 1 e dal Test 3.

Sono state quindi lanciate le simulazioni riportate in Tabella 5.2 con impostazioni globali:

- Wave Amplitude: 0,45 m;
- Wave Frequency: 0,33 Hz;
- COG: 1,1585 m;
- No moduli aggiuntivi;
- Tempo di simulazione: 60 s.

Test	Profilo Alare	Posizione di attacco	Verso ala	Inclinazione ali [°]	Brake Action
34	2	Alto	Diritto	0	B ₁
35	2	Alto	Diritto	0	B ₂
36	2	Alto	Diritto	0	B ₃
37	2	Alto	Diritto	0	B ₄

Tabella 5.2: Setup simulazioni periodo 06/06 – 13/06, parte 2.

I Test sono stati confrontati tra loro, vedi Figura 5.3. Si è potuto così osservare che le condizioni di frenatura B₃, B₁ e B₄ risultano essere migliori in termini di minor arretramento rispetto a B₀ (condizione di freno non attivo), mentre la condizione B₂ risulta essere peggiorativa rispetto a B₀.

Per quel che riguarda il pitch del veicolo, $B_3 - B_1$ comportano alti valori di pitch; fisicamente il veicolo tende ad assumere una posizione verticale con angolo $q_4(t)$ ridotto; $B_4 - B_2$ comportano invece un pitch contenuto.

È sorto quindi il dubbio sulla bontà delle strategie $B_1 - B_3$ a causa degli alti valori di pitch e ci si è chiesto se si dovesse in qualche modo tenerne conto nella condizione di freno. Si è deciso tuttavia di discuterne in aula coi Docenti il giorno mercoledì 13/06.

Durante l'incontro è stato descritto il lavoro svolto e si è discusso in merito alle strategie di freno proposte. In particolare, gli alti valori di pitch dovuti a $B_1 - B_3$ non sono stati ritenuti rilevanti ai fini delle prestazioni di avanzamento ed in generale le strategie di frenatura proposte non sono state respinte dai Docenti.

Il colloquio si è tenuto in presenza anche dell'Ing. Fenucci via Skype, il quale, dopo aver spiegato nel dettaglio le premesse ed il lavoro di simulazione descritto nel report "WAVE" – FASE 2 DI 2, pag. 39, ha suggerito insieme all'Ing. Costanzi di eseguire un'attività di simulazione partendo dalla configurazione del veicolo illustrata nel report e variando via via stato di mare, centro di gravità del veicolo e condizione di frenatura.

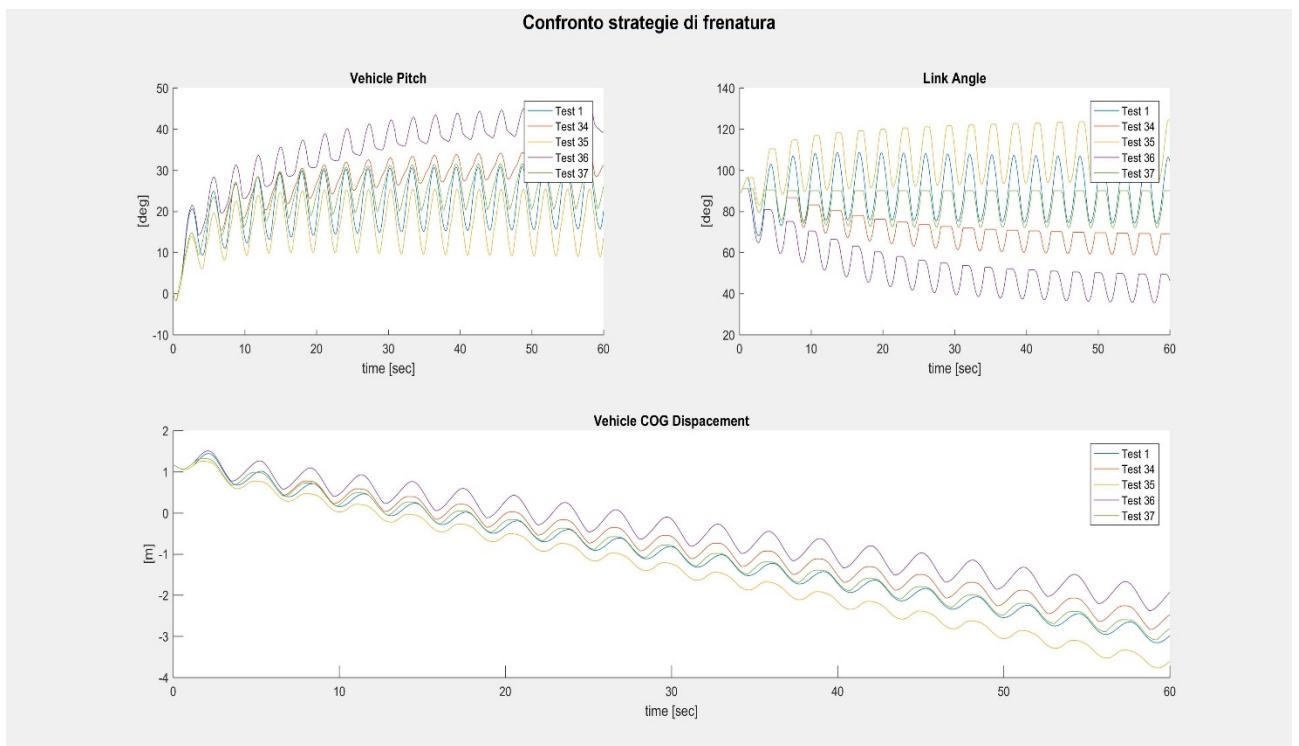


Figura 5.3: Confronto tra diverse strategie di frenatura (B_0, B_1, B_2, B_3 e B_4).

6. Periodo 14/06 – 06/07

Il gruppo si è dedicato a un'estesa attività di simulazione risultante in un totale di 120 Test (eseguite in un intervallo di tempo equivalente a circa 22 giorni continuativi di simulazione, distribuiti su 3 calcolatori). Le simulazioni sono state eseguite con il simulatore *simulator* e non col nuovo simulatore *simulator_new*, caricato alla fine dell'incontro.

In tutti i Test sono state mantenute invariate le seguenti impostazioni, coerenti con le simulazioni citate nel report "WAVE" – FASE 2 DI 2, pag. 39. Per chiarezza espositiva vengono riportate nella Tabella 6.1:

Profilo alare 2	Posizione di attacco Centro	Verso ala Diritto	Inclinazione ali [°] -30
--------------------	--------------------------------	----------------------	-----------------------------

Tabella 6.1: Configurazione del profilo alare 2.

Son state invece variate ampiezza e frequenza d'onda, posizione del centro di gravità del veicolo e strategia di frenatura.

Le ampiezze e frequenze d'onda scelte sono corrispondenti a quelle di ondogeno, di mare 2 e di mare 3 in accordo con l'Atlante Geografico delle Onde del Mediterraneo (Tabella 6.2):

	Aampiezza [m]	Frequenza [Hz]
Ondogeno	0,45	0,33 – 0,1
Mare 2	0,82	0,33 – 0,1
Mare 3	1,5	0,33 – 0,1

Tabella 6.2: Condizioni di mare caratteristiche.

I centri di gravità sono stati ottenuti spostando il COG identificato rispettivamente di 5, 10 e 15 cm verso prua (Tabella 6.3):

COG	Identified (Id)	Id + 0,05 m	Id + 0,10 m	Id + 0,15 m
	1,1585	1,2085	1,2585	1,3085

Tabella 6.3: Centri di gravità (COG) considerati.

Le strategie di frenatura sono quelle indicate nel paragrafo precedente (Periodo 06/06 – 13/06). È stato scelto di usare anche B_0 (freno disattivato) per avere un riferimento: strategie di freno peggiorative rispetto a B_0 è plausibile debbano essere scartate quantomeno ai fini dell'avanzamento.

Le simulazioni svolte sono riportate nella Tabella 6.4.

Test	COG [m]	Aampiezza dell'onda [m]	Frequenza dell'onda [m]	Brake Action	Velocità di spostamento [m/s]
1	1,1585	0,45	0,33	B_0	-0,07844
2	1,1585	0,45	0,33	B_1	-0,07755
3	1,1585	0,45	0,33	B_2	-0,09430
4	1,1585	0,45	0,33	B_3	-0,07060
5	1,1585	0,45	0,33	B_4	-0,08148
6	1,1585	0,45	0,1	B_0	-0,00499
7	1,1585	0,45	0,1	B_1	-0,00616
8	1,1585	0,45	0,1	B_2	-0,00509
9	1,1585	0,45	0,1	B_3	-0,00475
10	1,1585	0,45	0,1	B_4	-0,00591

11	1,1585	0,82	0,33	B ₀	-0,21139
12	1,1585	0,82	0,33	B ₁	-0,18857
13	1,1585	0,82	0,33	B ₂	-0,22811
14	1,1585	0,82	0,33	B ₃	-0,18027
15	1,1585	0,82	0,33	B ₄	-0,20505
16	1,1585	0,82	0,1	B ₀	-0,01594
17	1,1585	0,82	0,1	B ₁	-0,01736
18	1,1585	0,82	0,1	B ₂	-0,01895
19	1,1585	0,82	0,1	B ₃	-0,01574
20	1,1585	0,82	0,1	B ₄	-0,01717
21	1,1585	1,5	0,33	B ₀	-0,47864
22	1,1585	1,5	0,33	B ₁	-0,38560
23	1,1585	1,5	0,33	B ₂	-0,53271
24	1,1585	1,5	0,33	B ₃	-0,37014
25	1,1585	1,5	0,33	B ₄	-0,40769
26	1,1585	1,5	0,1	B ₀	-0,05457
27	1,1585	1,5	0,1	B ₁	-0,05622
28	1,1585	1,5	0,1	B ₂	-0,05947
29	1,1585	1,5	0,1	B ₃	-0,05317
30	1,1585	1,5	0,1	B ₄	-0,05530
31	1,2085	0,45	0,33	B ₀	-0,09475
32	1,2085	0,45	0,33	B ₁	-0,09619
33	1,2085	0,45	0,33	B ₂	-0,10822
34	1,2085	0,45	0,33	B ₃	-0,08799
35	1,2085	0,45	0,33	B ₄	-0,09619
36	1,2085	0,45	0,1	B ₀	-0,00476
37	1,2085	0,45	0,1	B ₁	-0,00468
38	1,2085	0,45	0,1	B ₂	-0,00568
39	1,2085	0,45	0,1	B ₃	-0,00439
40	1,2085	0,45	0,1	B ₄	-0,00471
41	1,2085	0,82	0,33	B ₀	-0,24031
42	1,2085	0,82	0,33	B ₁	-0,22331
43	1,2085	0,82	0,33	B ₂	-0,26366
44	1,2085	0,82	0,33	B ₃	-0,20039
45	1,2085	0,82	0,33	B ₄	-0,22335
46	1,2085	0,82	0,1	B ₀	-0,01642
47	1,2085	0,82	0,1	B ₁	-0,01699
48	1,2085	0,82	0,1	B ₂	-0,01817
49	1,2085	0,82	0,1	B ₃	-0,01745
50	1,2085	0,82	0,1	B ₄	-0,01700
51	1,2085	1,5	0,33	B ₀	-0,48503
52	1,2085	1,5	0,33	B ₁	-0,38764
53	1,2085	1,5	0,33	B ₂	-0,49201

54	1,2085	1,5	0,33	B ₃	-0,37487
55	1,2085	1,5	0,33	B ₄	-0,41110
56	1,2085	1,5	0,1	B ₀	-0,05362
57	1,2085	1,5	0,1	B ₁	-0,05682
58	1,2085	1,5	0,1	B ₂	-0,06230
59	1,2085	1,5	0,1	B ₃	-0,05349
60	1,2085	1,5	0,1	B ₄	-0,05685
61	1,2585	0,45	0,33	B ₀	-0,09497
62	1,2585	0,45	0,33	B ₁	-0,09596
63	1,2585	0,45	0,33	B ₂	-0,10181
64	1,2585	0,45	0,33	B ₃	-0,08740
65	1,2585	0,45	0,33	B ₄	-0,09596
66	1,2585	0,45	0,1	B ₀	-0,00462
67	1,2585	0,45	0,1	B ₁	-0,00460
68	1,2585	0,45	0,1	B ₂	-0,00566
69	1,2585	0,45	0,1	B ₃	-0,00410
70	1,2585	0,45	0,1	B ₄	-0,00460
71	1,2585	0,82	0,33	B ₀	-0,27642
72	1,2585	0,82	0,33	B ₁	-0,26315
73	1,2585	0,82	0,33	B ₂	-0,25928
74	1,2585	0,82	0,33	B ₃	-0,24704
75	1,2585	0,82	0,33	B ₄	-0,26315
76	1,2585	0,82	0,1	B ₀	-0,01562
77	1,2585	0,82	0,1	B ₁	-0,01610
78	1,2585	0,82	0,1	B ₂	-0,01747
79	1,2585	0,82	0,1	B ₃	-0,01584
80	1,2585	0,82	0,1	B ₄	-0,01610
81	1,2585	1,5	0,33	B ₀	-0,46718
82	1,2585	1,5	0,33	B ₁	-0,42519
83	1,2585	1,5	0,33	B ₂	-0,50694
84	1,2585	1,5	0,33	B ₃	-0,39461
85	1,2585	1,5	0,33	B ₄	-0,42519
86	1,2585	1,5	0,1	B ₀	-0,05251
87	1,2585	1,5	0,1	B ₁	-0,05281
88	1,2585	1,5	0,1	B ₂	-0,05882
89	1,2585	1,5	0,1	B ₃	-0,05215
90	1,2585	1,5	0,1	B ₄	-0,05281
91	1,3085	0,45	0,33	B ₀	-0,09524
92	1,3085	0,45	0,33	B ₁	-0,09863
93	1,3085	0,45	0,33	B ₂	-0,10256
94	1,3085	0,45	0,33	B ₃	-0,08820
95	1,3085	0,45	0,33	B ₄	-0,09863
96	1,3085	0,45	0,1	B ₀	-0,00462

97	1,3085	0,45	0,1	B ₁	-0,00440
98	1,3085	0,45	0,1	B ₂	-0,00557
99	1,3085	0,45	0,1	B ₃	-0,00406
100	1,3085	0,45	0,1	B ₄	-0,00440
101	1,3085	0,82	0,33	B ₀	-0,25415
102	1,3085	0,82	0,33	B ₁	-0,23605
103	1,3085	0,82	0,33	B ₂	-0,24179
104	1,3085	0,82	0,33	B ₃	-0,25931
105	1,3085	0,82	0,33	B ₄	-0,23605
106	1,3085	0,82	0,1	B ₀	-0,01554
107	1,3085	0,82	0,1	B ₁	-0,01604
108	1,3085	0,82	0,1	B ₂	-0,01744
109	1,3085	0,82	0,1	B ₃	-0,01571
110	1,3085	0,82	0,1	B ₄	-0,01604
111	1,3085	1,5	0,33	B ₀	-0,44875
112	1,3085	1,5	0,33	B ₁	-0,39958
113	1,3085	1,5	0,33	B ₂	-0,44211
114	1,3085	1,5	0,33	B ₃	-0,41290
115	1,3085	1,5	0,33	B ₄	-0,39958
116	1,3085	1,5	0,1	B ₀	-0,05295
117	1,3085	1,5	0,1	B ₁	-0,04990
118	1,3085	1,5	0,1	B ₂	-0,05699
119	1,3085	1,5	0,1	B ₃	-0,05201
120	1,3085	1,5	0,1	B ₄	-0,04990

Tabella 6.4: Elenco delle simulazioni (periodo 14/06 – 06/07) con i rispettivi centri di gravità, ampiezze e frequenze d’onda, modalità di frenatura adottata e velocità di spostamento. In rosso la simulazione in cui si è verificato il minor arretramento del veicolo (Test 99).

È stata quindi effettuata un’analisi dei risultati, in un primo momento ancora visiva. Essendo costante il setup del veicolo, considerato un particolare centro di gravità e stato di mare, si è confrontato l’arretramento del veicolo al variare della strategia di frenatura per determinare quale fosse la migliore. Sono state ottenute in questo modo 24 figure MATLAB®: nella Figura 6.1 e nella Figura 6.2 si riportano a titolo di esempio quelle relative al centro di gravità 1,3085 m, mare con ampiezza d’onda di 0,45 m e frequenze di 0,33 – 0,1 Hz.

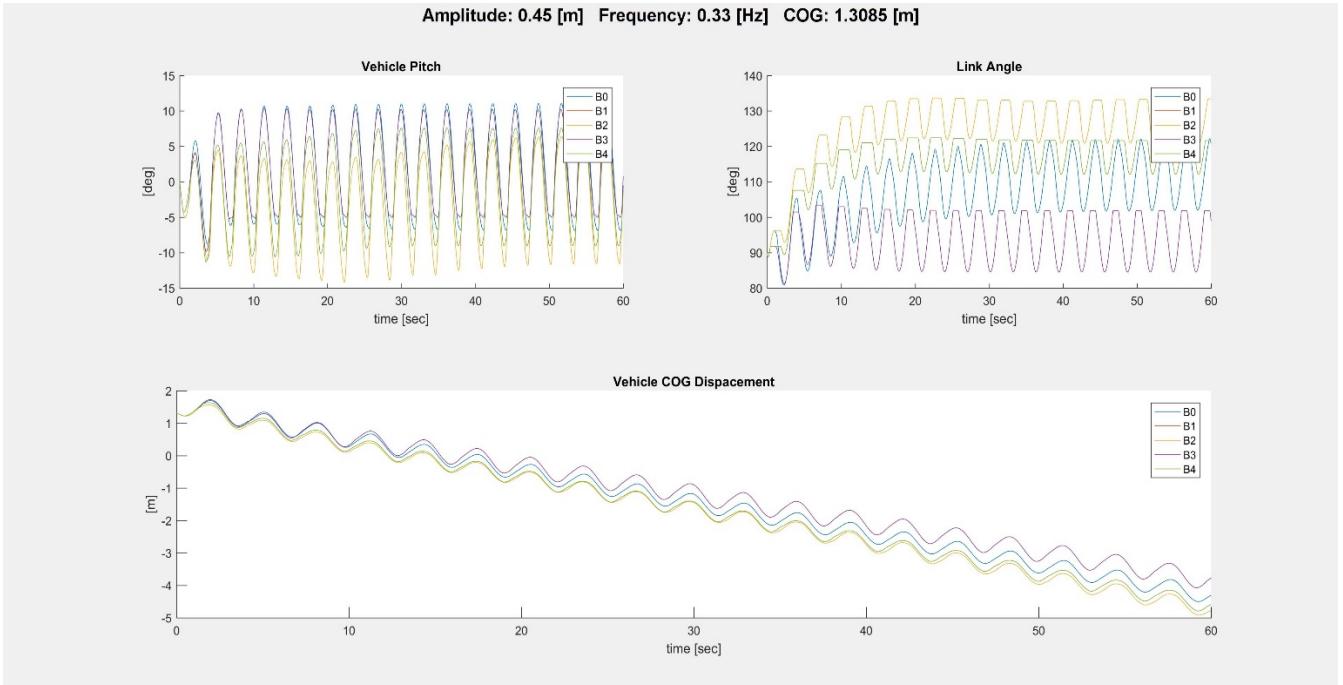


Figura 6.1: Grafici per COG = 1,3085 m, Wave Amplitude = 0,45 m e Wave Frequency = 0,33 Hz ('cog13085a045f033'). Si può osservare come la condizione di freno B₃ dia un arretramento minore e risulti essere l'unica non peggiorativa rispetto a B₀. In queste particolari simulazioni B₁ - B₄ sono equivalenti in quanto $q_4(t) > \frac{\pi}{2}$ sempre.

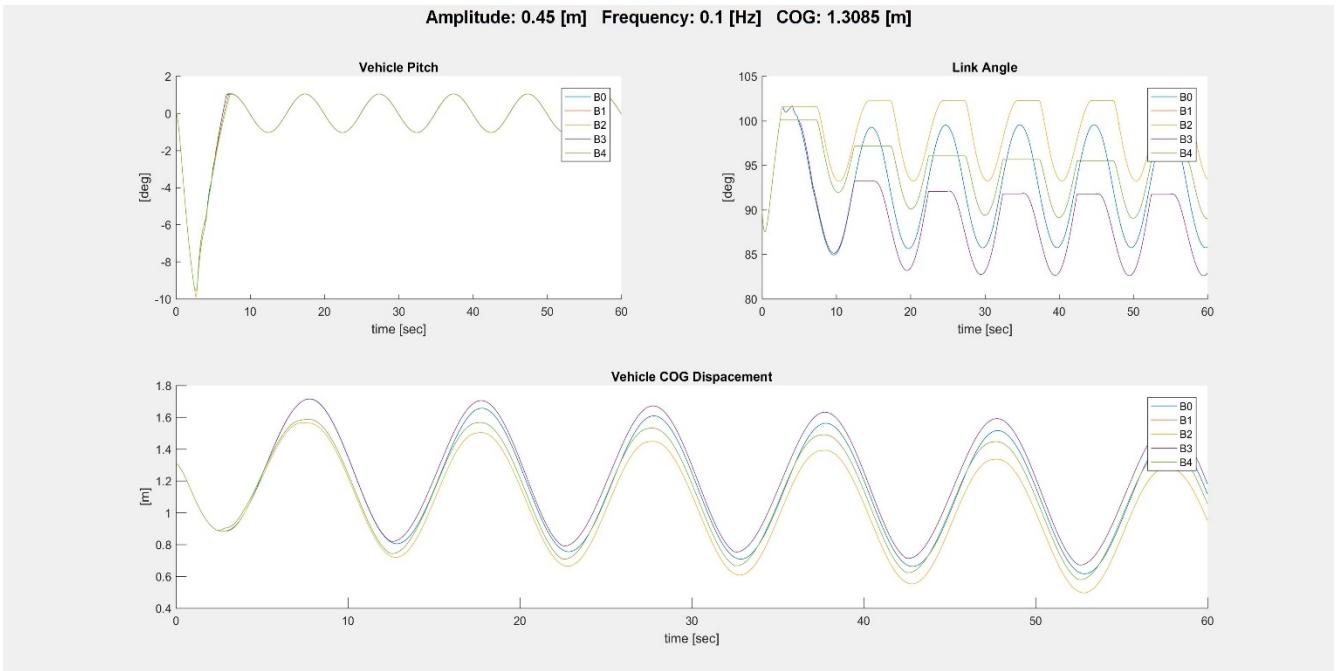


Figura 6.2: Grafici per COG = 1,3085 m, Wave Amplitude = 0,45 m e Wave Frequency = 0,1 Hz ('cog13085a045f010'). Si può osservare come la condizione di freno B₃ dia un arretramento minore e risulti essere l'unica non peggiorativa rispetto a B₀. In queste particolari simulazioni B₁ – B₄ sono equivalenti in quanto $q_4(t) > \frac{\pi}{2}$ sempre.

Esaminando i risultati come prima descritto, il gruppo ha osservato che la strategia di frenatura B₃ risulta essere la migliore in termini di minor arretramento nella quasi totalità dei Test effettuati mentre la strategia B₂ spesso risulta essere peggiorativa rispetto a B₀ o comunque peggiore di B₃, B₁ e B₄.

Individuata B₃ come strategia ottimale tra quelle disponibili, si è quindi deciso di analizzare nuovamente i risultati per determinare con che centro di gravità il veicolo si comportasse

meglio nelle varie condizioni di mare. Tenendo fisso il freno B_3 e i vari stati di mare si è confrontato l'arretramento del veicolo al variare del centro di gravità: sono state così ottenute 6 figure MATLAB® delle quali si riportano a titolo di esempio nelle Figura 6.3 e nella Figura 6.4 quelle relative ad ampiezza d'onda 0,45 m, frequenza d'onda 0,33 – 0,1 Hz e condizione di freno B_3 .

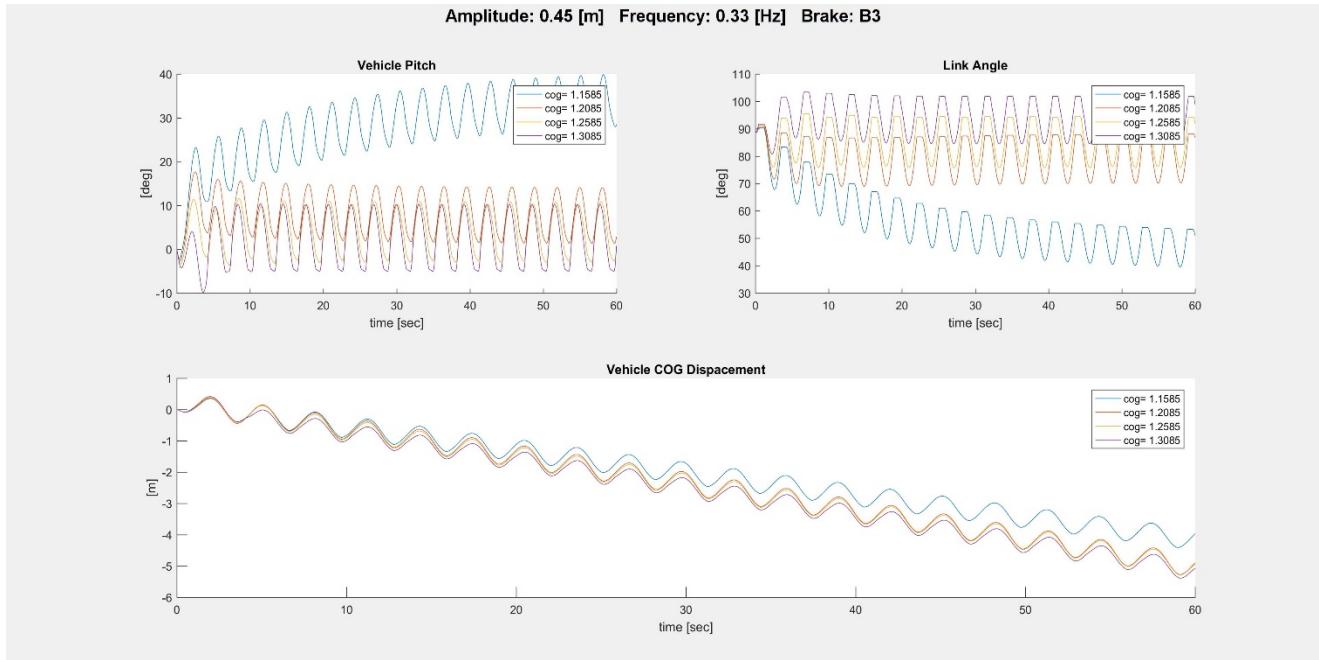


Figura 6.3: Grafici per Wave Amplitude = 0,45 m, Wave Frequency = 0,33 Hz e condizione di freno B_3 ('a045f033B3'). Si può osservare come il veicolo con COG identificato arretri meno rispetto allo stesso avente COG spostati più verso prua. Il pitch del veicolo risulta essere più elevato mentre il link angle tende a diminuire.

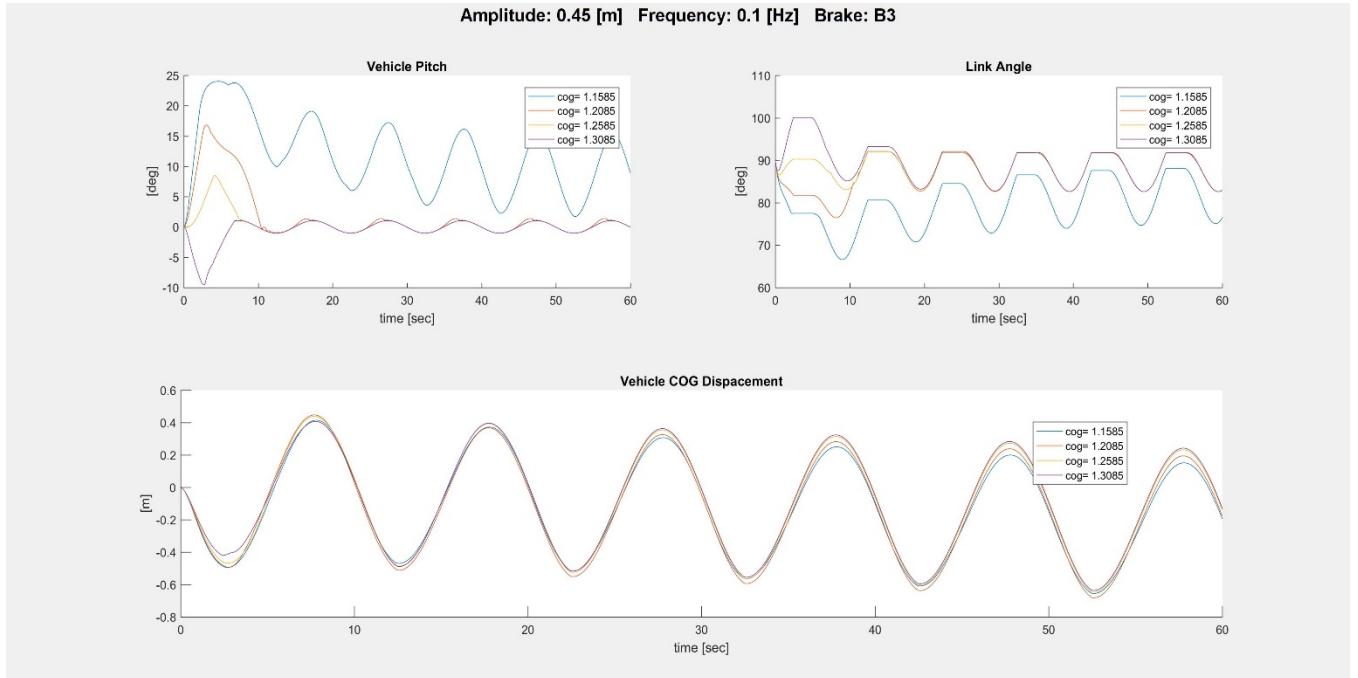


Figura 6.4: Grafici per Wave Amplitude = 0,45 m, Wave Frequency = 0,1 Hz e condizione di freno B_3 ('a045f010B3'). Si può osservare come il veicolo con COG pari a 1.3085 arretri meno rispetto allo stesso avente COG spostati più verso poppa.

Guardando tutte le 6 figure ottenute il gruppo ha osservato come utilizzando la strategia di freno B_3 :

- per frequenze d'onda pari a 0,33 Hz e centro di gravità identificato 1,15385 m (quindi più spostato verso poppa) il veicolo arretri meno a prescindere dalle ampiezze d'onda considerate;
- per frequenze d'onda pari a 0,1 Hz e centro di gravità pari a 1,3085 m (quindi più spostato verso prua) il veicolo arretri meno a prescindere dalle ampiezze d'onda considerate.

I risultati trovati sono stati presentati ai Docenti i quali hanno suggerito di:

- trovare una funzione in grado di quantificare numericamente la velocità di spostamento media del veicolo e implementarla in MATLAB®;
- testare la geometria di pala esponenziale precedentemente implementata sulla simulazione migliore in termini di minor arretramento.

7. Periodo 07/07 - 22/07

A seguito dell'incontro il gruppo si è dedicato in un primo momento all'implementazione della funzione MATLAB® in grado di restituire un indice della velocità di spostamento del veicolo. Il prodotto di questa fase è lo script *DispacementVelocity.m* che effettua la media aritmetica dei due indici di velocità di spostamento calcolati da due *function* implementate:

- `function coeff = vel_displ_with_max(vehicle_north, T_cut, dT, T_final)`
- `function coeff = vel_displ_with_min(vehicle_north, T_cut, dT, T_final)`

Entrambe le *function* ricevono come argomenti 4 parametri:

1. *vehicle_north*, la traiettoria del COG del veicolo;
2. *T_cut*, il tempo a partire dal quale considerare la traiettoria: tempi da 0 a *T_cut* sono considerati transitorio mentre tempi da *T_cut* a *T_final* sono considerati stazionari;
3. *dT*, il passo di simulazione;
4. *T_final*, il tempo di simulazione.

Viene restituito un indice rappresentativo della velocità di spostamento; la differenza sta nel calcolo di tale indice:

- *vel_displ_with_max.m* (Figura 7.1) individua i punti di massimo della traiettoria di *vehicle_north* da *T_cut* fino a *T_final* (usando *dT* come passo di simulazione) e restituisce come output il coefficiente angolare della retta di fit ai minimi quadrati dei massimi (in corrispondenza dei punti di massimo trovati);
- *vel_displ_with_min.m* (Figura 7.2) individua i punti di minimo della traiettoria di *vehicle_north* da *T_cut* fino a *T_final* (usando *dT* come passo di simulazione) e restituisce come output il coefficiente angolare della retta di fit ai minimi quadrati dei minimi (in corrispondenza dei punti di minimo trovati).

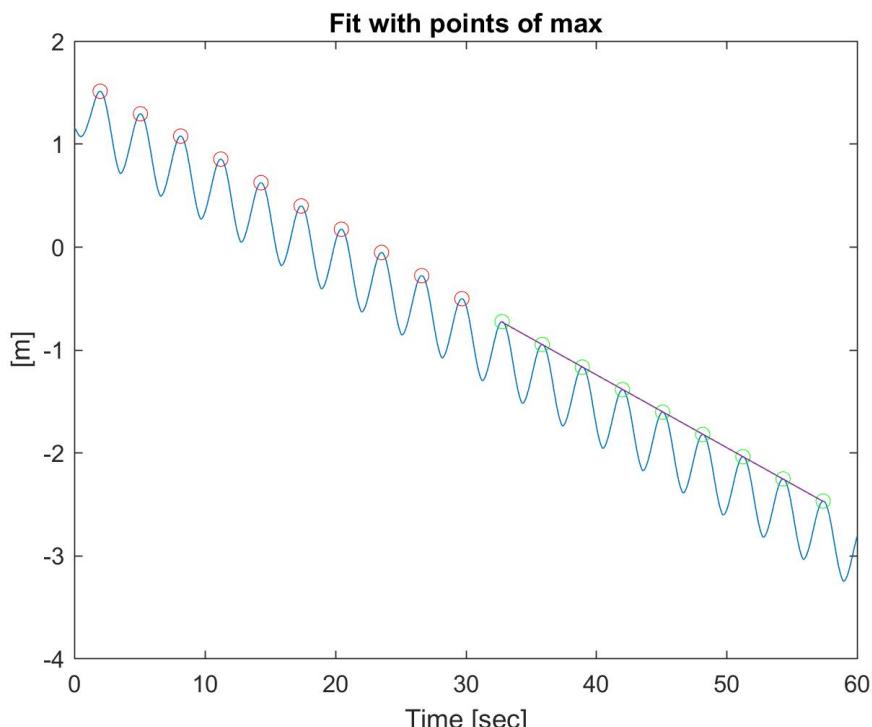


Figura 7.1: Grafico ottenuto dall'esecuzione di *vel_displ_with_max()* con *T_cut*=30, sul Test 4 della Tabella 6.4. In verde sono indicati i massimi della sinusode usati per il fit lineare. La funzione ritorna la pendenza di tale retta.

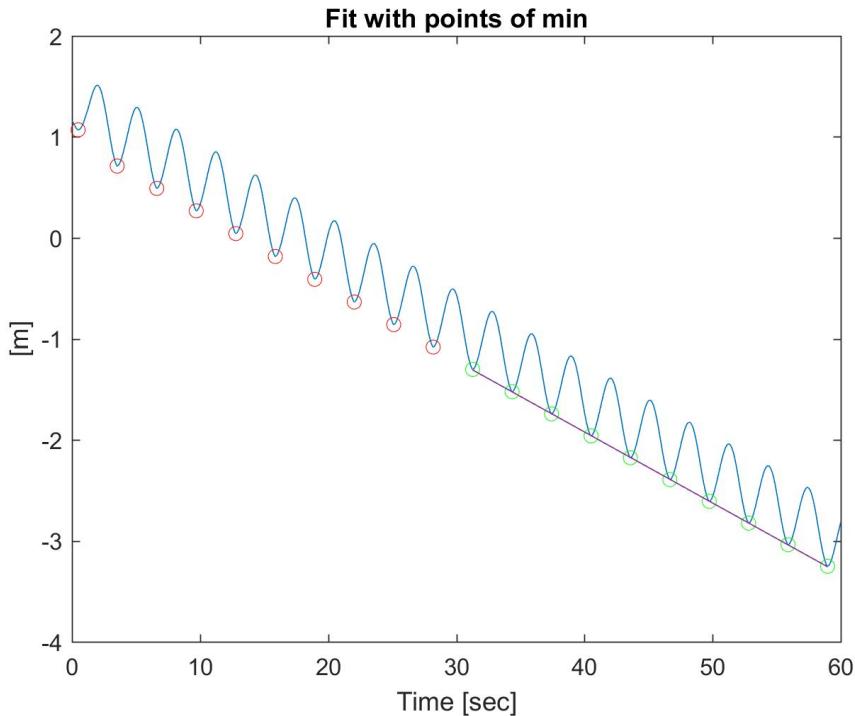


Figura 7.2: Grafico ottenuto dall'esecuzione di `vel_displ_with_min()` con $T_{cut}=30$, sul Test 4 della Tabella 6.4. In verde sono indicati i minimi della sinusoide usati per il fit lineare. La funzione ritorna la pendenza di tale retta.

Implementato lo strumento, lo si è applicato a tutti i Test della Tabella 6.4 per ottenere un valore numerico della velocità di spostamento del veicolo, integrando così la tabella col campo *Velocità di spostamento [m/s]*.

Si è potuto così individuare, grazie allo script creato ad hoc `savedisv.m`, il Test che ha dato arretramento minore, ovvero il Test 99, marcato in rosso nella Tabella 6.4.

Essendo disponibile il simulatore aggiornato `simulator_new`, il gruppo ha deciso di testare la nuova geometria di pala sfruttando il nuovo simulatore.

È stato effettuato uno studio preliminare del nuovo simulatore ed è stato confrontato con `simulator` (il simulatore utilizzato in precedenza). Eseguendo la stessa simulazione analoga per stato mare, setup del veicolo e azione del freno è emerso che i due simulatori non manifestano lo stesso comportamento, come mostra la Figura 7.3.

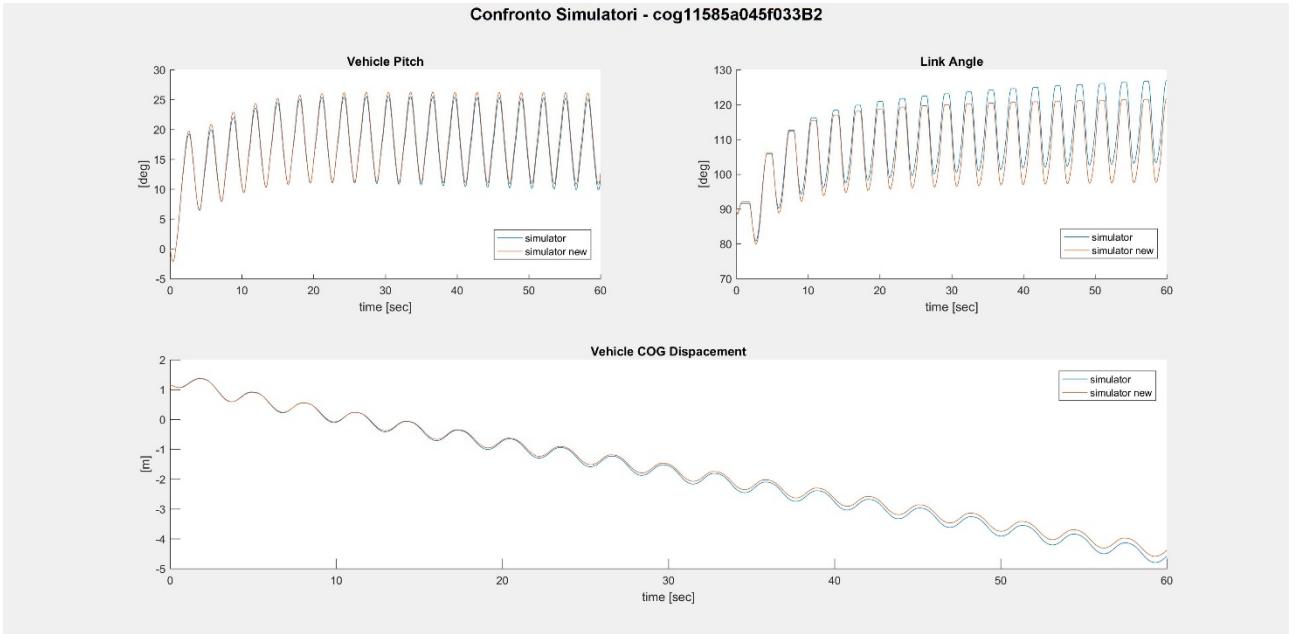


Figura 7.3: Confronto tra simulator e simulator_new. Il setup della simualzione è il seguente: Wave Amplitude = 0,45 m, Wave Frequency = 0,33 Hz, COG=1,1585 m, Brake action B₂, profilo alare 2, mounting point 'Centro', montaggio 'ginocchio'.

Il gruppo ha deciso tuttavia di proseguire il lavoro sfruttando *simulator_new* poiché, nella nuova versione, il computo di superficie e centro di gravità dell'ala viene eseguito automaticamente una volta fornita la descrizione geometrica della pala. È stato quindi integrato e organizzato il codice per tenere conto del profilo esponenziale. Di fatto si è:

- aggiunta in *geometry* la function *ExponentialWing.m* precedentemente implementata, funzione che restituisce l'ampiezza dell'ala in funzione di x, punto lungo la lunghezza dell'ala;
- integrato ed organizzato il main code *Simulator.m*, ottenendo *Simulator_Code_Version.m*;
- aggiunta la cartella *FunzioniSupporto*, contenente le funzioni e gli script implementati prima citati ed altre funzioni utili per la generazione dei grafici utilizzati per l'analisi visiva delle simulazioni.

Successivamente, il gruppo ha realizzato un'interfaccia grafica utente - d'ora in poi indicata con *GUI* (*Graphical User Interface*) - al fine di agevolare la modifica di molti parametri di simulazione senza la necessità di accedere al codice e di rendere più agevole l'analisi delle simulazioni.

La *GUI* creata (nominata *GUI_Simulator.mlapp*) è stata realizzata in MATLAB® utilizzando *App Designer* ed è divisa in 4 pannelli:

1. Nel primo pannello *General Settings* (Figura 7.4) si possono impostare le condizioni iniziali.

È possibile modificare:

- a. Il centro di gravità (*Center of Gravity* o più brevemente *COG*);
- b. La densità dell'acqua (*Water Density*);
- c. L'ampiezza delle onde del mare (*Wave Amplitude*);
- d. La frequenza delle onde del mare (*Wave Frequency*);
- e. Le posizioni generalizzate iniziali $q_1(0), q_2(0), q_3(0), q_4(0)$ e $q_5(0)$;
- f. Le velocità lineari e angolari iniziali $dq_1(0), dq_2(0), dq_3(0), dq_4(0)$ e $dq_5(0)$.

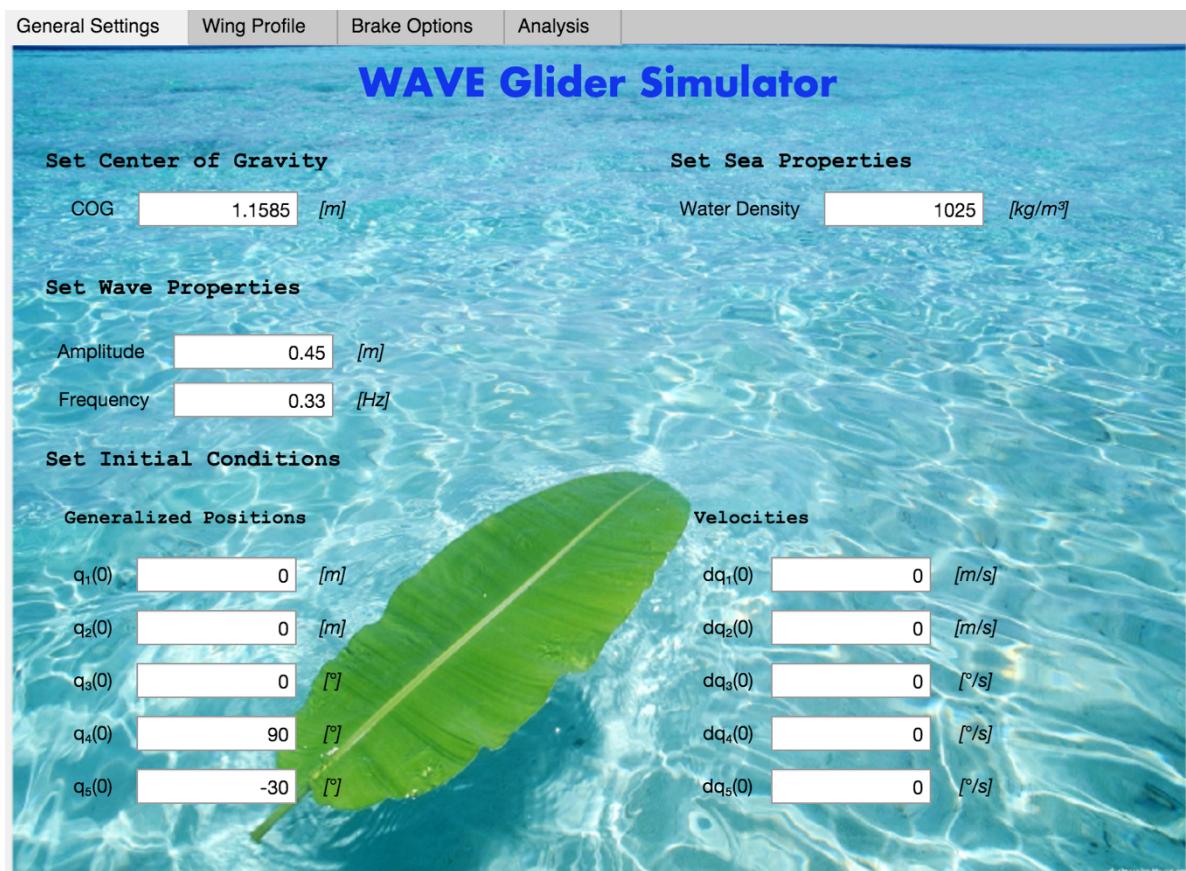


Figura 7.4: Pannello 1 - General Settings.

2. Nel secondo pannello *Wing Profile* (Figura 7.5) si può impostare il profilo di pala desiderato.

È possibile modificare:

- Il tipo di pala: trapezoidale oppure esponenziale (*Set Wing Profile*);
- Le dimensioni della pala: D, d, L, l e α (*Set Wing Dimensions*); si noti che α influisce solo nel caso di profilo esponenziale;
- Il punto di montaggio della pala: alto, centrale o basso (*Set Mounting Point*);
- La direzione di montaggio: dritta oppure rovescia (*Set Wing Mounting Direction*).

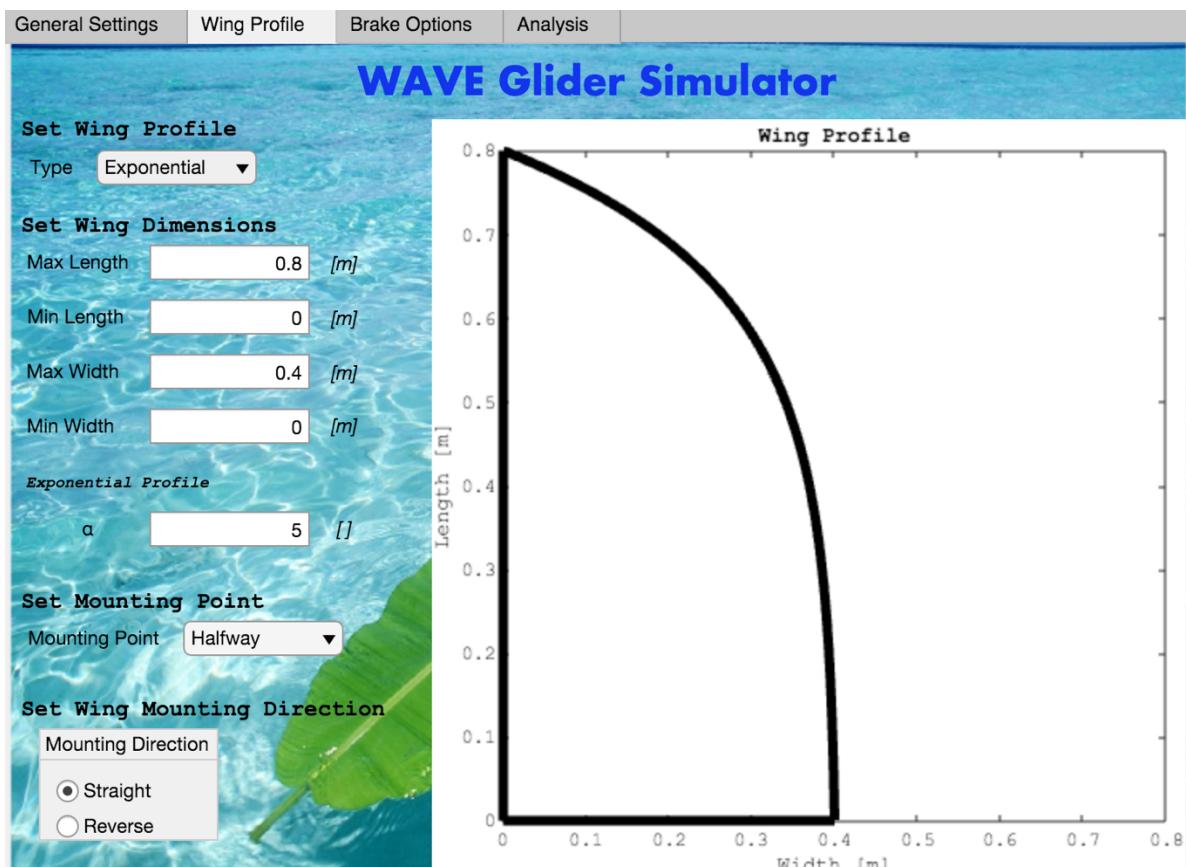


Figura 7.5: Pannello 2 - Wing Profile.

3. Nel terzo pannello *Brake Options* (Figura 7.6) si può impostare la tipologia di freno desiderata.

È possibile modificare:

- L'attivazione (*Propulsion*) o meno (*Recharge*, corrispondente a B_0) del freno (*Brake*);
- Il tipo di freno: B_1, B_2, B_3 o B_4 (*Brake Action*).

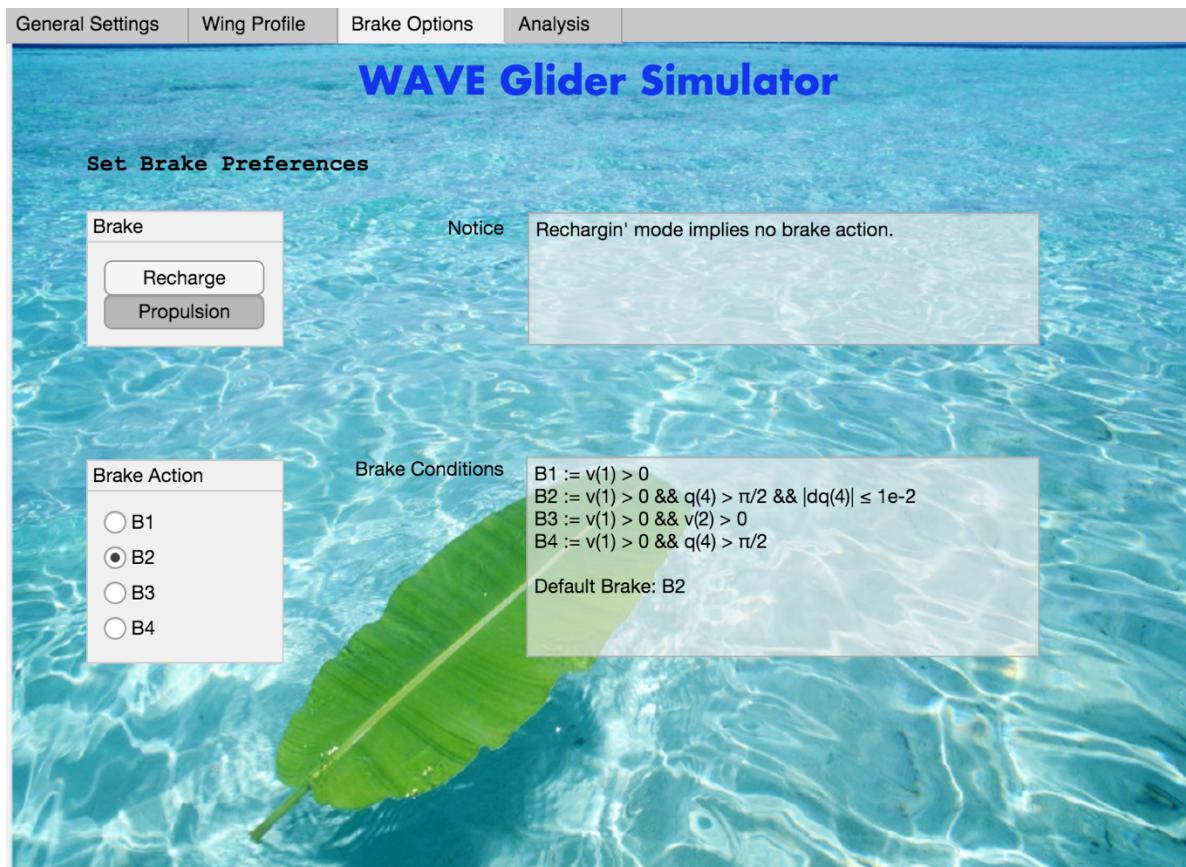


Figura 7.6: Pannello 3 - Brake Options.

4. Nel quarto pannello *Analysis* (Figura 7.7) si può eseguire la simulazione e utilizzare alcuni strumenti di supporto per l'analisi.

È possibile modificare:

- Il passo di tempo del simulatore (*Step Time*);
- La durata del tempo di simulazione (*Simulation Time*);
- Eseguire la simulazione, richiamando lo script *Simulator_run.m* (pulsante *Start Simulation*);
- Avviare l'animazione, richiamando lo script *Animation.m* (pulsante *Animation*);
- Disegnare dei grafici, tracciati dallo script *Plots.m* (pulsante *Plots*);
- Aggiornare i campi della *GUI* (pulsante *Refresh*), utile dopo aver aperto un altro workspace precedentemente salvato;
- Il tempo di transitorio (*Transient Time*), utilizzato nel calcolo del *Displacement Velocity*;
- La velocità di spostamento (*Displacement Velocity*);
- Ottenere la valutazione della velocità di spostamento (pulsante *Evaluate*).

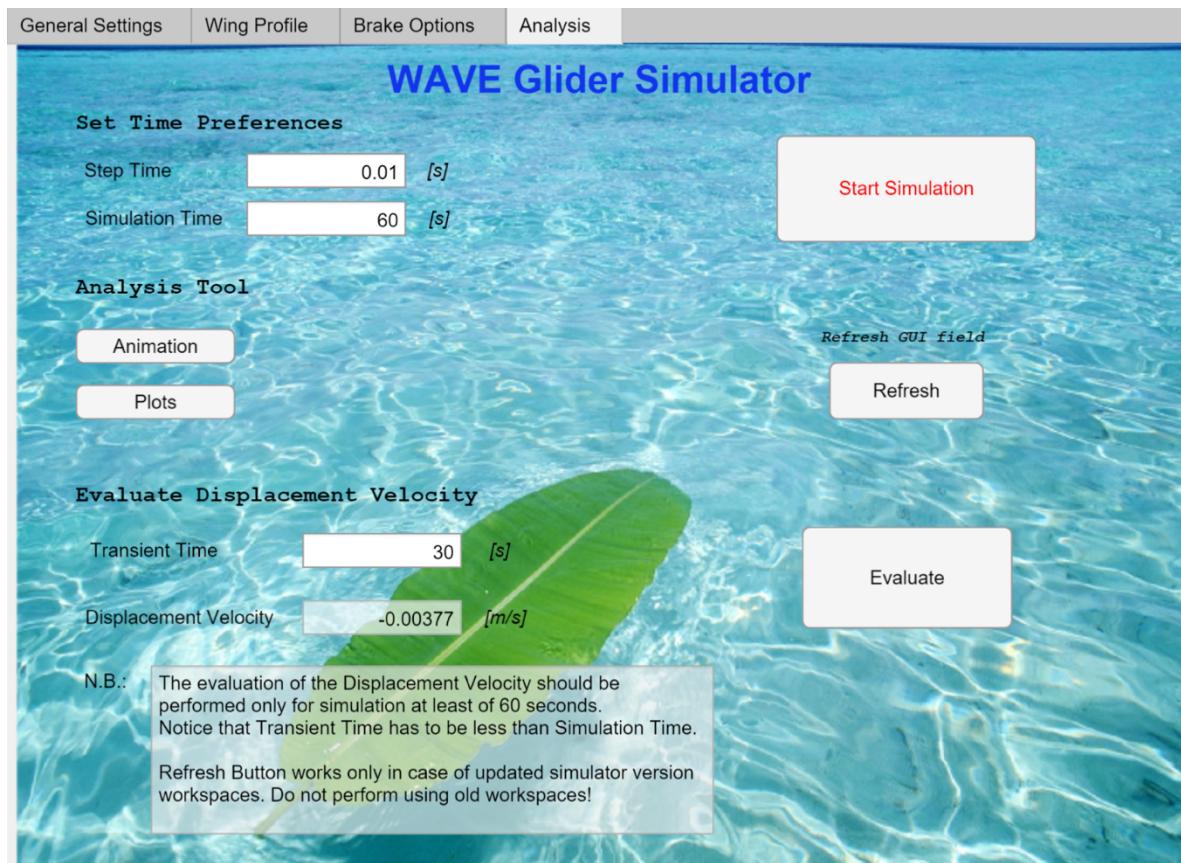


Figura 7.7: Pannello 4 – Analysis.

Essendo stata concepita principalmente come strumento di supporto per l'impostazione delle nuove simulazioni, la *GUI* presenta dei limiti per un corretto funzionamento. In particolare:

- è necessario avviare la *GUI* lanciando lo script *Simulator_GUI_Version.m*;
- il pulsante *Refresh* funziona correttamente solo qualora il workspace caricato sia stato generato mediante *Simulator_Code_Version.m* o mediante *Simulator_GUI_Version*. Non è quindi possibile eseguire il refresh dei campi della *GUI* usando workspace generati mediante le versioni precedenti dei simulatori *simulator* e *simulator_new*.

Una volta caricata la *GUI* correttamente, è possibile tuttavia performare i pulsanti di analisi *Animation*, *Plots* ed *Evaluate* con successo su tutti i workspace forniti ai Docenti (eccetto l'*Animation* per i workspace della Tabella 3.1 del Periodo 24/05 – 30/05), a prescindere dalla versione del simulatore utilizzata per la generazione degli stessi.

Avendo individuato nel Test 99 (segnato in rosso nella Tabella 6.4) il Test che ha dato arretramento minore, il gruppo ha quindi testato il profilo alare esponenziale (descritto nel Periodo 06/06 – 13/06).

Si sono innanzitutto definite due particolari geometrie, riportate nella Tabella 7.1 e disegnate nella Figura 7.8.

Profilo alare	Max Length [m]	Min Length [m]	Max Width [m]	Min Width [m]
Esponenziale 1	0,8	0	0,4	0
Esponenziale 2	0,8	0	0,4	0,0975

Tabella 7.1: Setup simulazioni periodo 14/07 – 22/07.

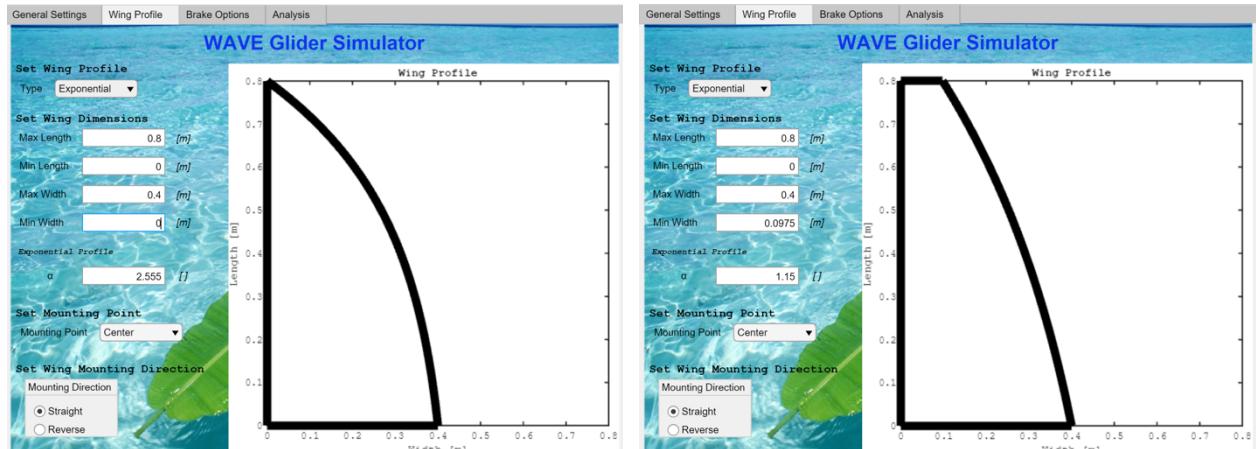


Figura 7.8: Profilo esponenziale 1 (sinistra) con $\alpha = 2,555$ e profilo esponenziale 2 (destra) con $\alpha = 1,15$.

Sono stati successivamente scelti diversi valori di α nel modo seguente: considerando la superficie di riferimento S della pala utilizzata nel Test 99 ($S=0,2217 \text{ m}^2$), profilo 2 del report "WAVE" – FASE 2 DI 2, si è deciso di decrementarla/incrementarla di una certa percentuale, calcolando a ritroso gli α tali per cui si fosse ottenuto la stessa superficie decrementata/incrementata con i profili esponenziali 1 e 2. Ad esempio, nel Test 6 si è incrementata del 20% la superficie S (ottenendo così una superficie pari a $0,2660 \text{ m}^2$) e si è calcolato l' α tale per cui, tenendo costanti le altre dimensioni, la pala esponenziale 1 avesse tale superficie (α corrispondente a 5,827).

I Test effettuati sono riportati in Tabella 7.2.

Test	Profilo	Superficie (%S)	Superficie (valore numerico)	$\alpha [l]$	Velocità di spostamento [m/s]
			[m ²]		
1	2 (Test 99)	100	0,2217	-	-0,00377
2	Esponenziale 1	80	0,1774	0,658	-0,00359
3	Esponenziale 1	90	0,1995	1,537	-0,00379
4	Esponenziale 1	100	0,2217	2,555	-0,00377
5	Esponenziale 1	110	0,2439	3,852	-0,00401
6	Esponenziale 1	120	0,2660	5,827	-0,00424
7	Esponenziale 1	130	0,2882	10,05	-0,00435
8	Esponenziale 2	80	0,1774	-1,093	-0,00374
9	Esponenziale 2	90	0,1995	0,025	-0,00389
10	Esponenziale 2	100	0,2217	1,15	-0,00403
11	Esponenziale 2	110	0,2439	2,439	-0,00415
12	Esponenziale 2	120	0,2660	4,19	-0,00425
13	Esponenziale 2	130	0,2882	7,58	-0,00435

Tabella 7.2: Elenco delle simulazioni (periodo 14/07 – 22/07) con le rispettive superfici (espresse sia in rapporto alla superficie di riferimento S del Test 99 che come valori numerici), α e velocità di spostamento.

È stata quindi condotta un'analisi dei risultati delle simulazioni. A pari condizione di mare, superficie e montaggio dell'ala, il veicolo equipaggiato con profilo esponenziale 1 è arretrato meno rispetto allo stesso veicolo equipaggiato con profilo esponenziale 2 e trapezoidale (profilo 2 report "WAVE" – FASE 2 DI 2). Come infatti visibile in Tabella 7.2, la velocità di spostamento è in modulo minore nel Test 4, rispetto al Test 1 e al Test 10. Sono stati infine graficati i medesimi risultati dei Test per indagare sulla relazione tra la velocità di spostamento e la superficie alare. In Figura 7.9 è quindi possibile osservare come all'aumentare/diminuire della superficie della pala vari anche la velocità di spostamento del veicolo.

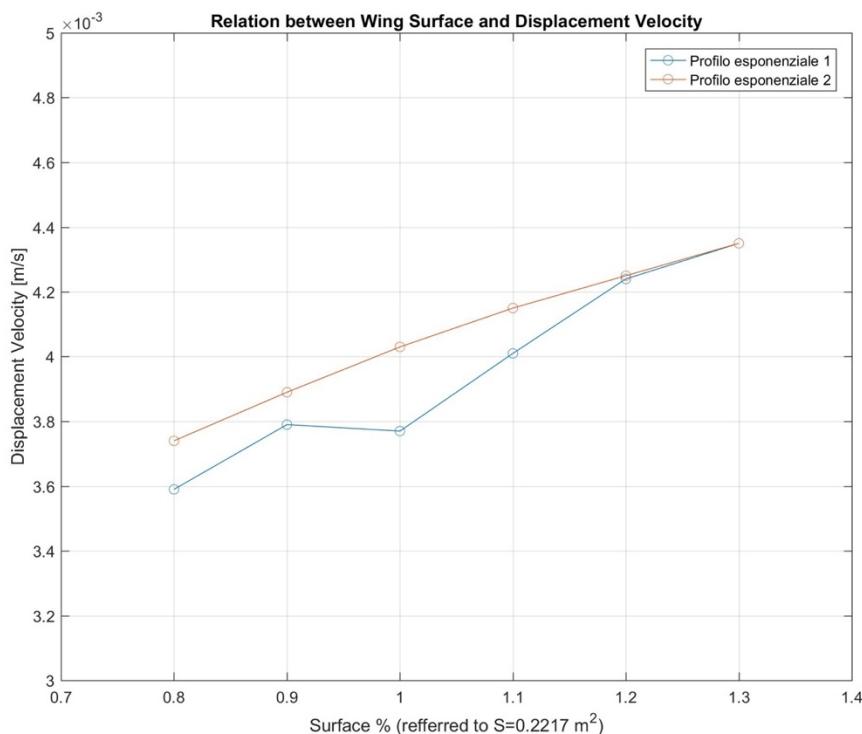


Figura 7.9: Velocità di spostamento in funzione della superficie alare per il profilo esponenziale 1 e il profilo esponenziale 2.

8. Conclusioni

Il lavoro svolto ha principalmente portato alla realizzazione o sviluppo di:

- una serie di simulazioni;
- due nuove strategie di frenatura;
- una nuova geometria di pala;
- la modifica del codice del simulatore già esistente;
- uno script in grado di quantificare la velocità di spostamento del veicolo equipaggiato con modulo WAVE con un indice (*Displacement Velocity*);
- una interfaccia grafica utente (*GUI*), integrata nel simulatore già esistente.

Il materiale fornito ai Docenti è organizzato come segue:

- nella cartella Workspace sono contenuti una serie di workspace ottenuti da varie simulazioni, suddivisi nelle seguenti sottocartelle:
 - o Periodo 24-05 - 30-05 _ TAB 3.1;
 - o Periodo 31-05 - 05-06 _ TAB 4.1;
 - o Periodo 06-06 - 13-06 _ TAB 5.1 _ TAB 5.2;
 - o Periodo 14-06 - 06-07 _ TAB 6.4;
 - o Periodo 07-07 - 22-07 _ TAB 7.2;
- nella cartella Simulator_WAVE_Gruppo_2 è contenuto il simulatore vero e proprio integrato dalle modifiche e aggiunte apportate dal gruppo. In particolare contiene:
 - o il file *GUI_simulator.mlapp*;
 - o la sottocartella *Main*, contenente due simulatori alternativi ma equivalenti:
 - *Simulator_Code_Version.m*: integrazione e riorganizzazione del codice del *Simulator.m* di *simulator_new* al fine di integrare il profilo esponenziale e migliorare la leggibilità. Non utilizza la *GUI*, pertanto la simulazione deve essere impostata con l'approccio classico accedendo al codice;
 - *Simulator_GUI_Version.m* e *Simulator_run.m*: è di fatto il main code *Simulator.m* di *simulator_new* rielaborato ed organizzato ai fini dell'utilizzo della *GUI*. Risulta essere diviso in due parti, *Simulator_GUI_Version.m* per una prima definizione delle variabili utili alla simulazione ed al caricamento della *GUI* e *Simulator_run.m*, codice che esegue l'effettiva simulazione.
 - o la sottocartella *geometry*, comprensiva del profilo esponenziale;
 - o la sottocartella *FunzioniSupporto* contenente varie *function* e *script* implementate dal gruppo per lo svolgimento del progetto;
 - o la sottocartella *@SeaWave*, rimasta invariata;
 - o la sottocartella *@PrototypeWAVE*, rimasta invariata.

In seguito al lavoro svolto il gruppo è giunto alle seguenti conclusioni:

- In nessuna delle simulazioni effettuate il veicolo ha manifestato un avanzamento contro il fronte ondoso;
- Una delle nuove strategie di frenatura proposte (B_3) risulta essere migliore, in termini di minor arretramento, delle precedenti già descritte nel report "WAVE" – FASE 2 DI 2 (B_0, B_1 e B_2). In particolare, è emerso che B_2 risulta essere peggiorativa rispetto alla condizione di freno non attivo B_0 nella quasi totalità delle simulazioni effettuate;
- Con riferimento alla Tabella 7.2, a parità di superficie ($S=0,2217 \text{ m}^2$), il veicolo equipaggiato con profilo esponenziale 1 ha avuto un minor arretramento rispetto allo stesso veicolo equipaggiato con profilo esponenziale 2 e trapezoidale (profilo 2 report

- “WAVE” – FASE 2 DI 2): è plausibile quindi che la geometria incida sulla velocità di spostamento del veicolo;
- È stato osservato come all'aumentare / diminuire della superficie della pala la velocità di spostamento aumenti / diminuisca (in modulo), segno di un maggiore / minore arretramento. Tale risultato si può osservare guardando la Figura 7.9 (ottenuta a partire dai dati dei Test 2 ÷ 7 della Tabella 7.2 per la pala esponenziale 1 e dai dati dei Test 8 ÷ 13 della Tabella 7.2 per la pala esponenziale 2).