Tema nr. 3

În fișierele a.txt, b.txt, a_plus_b.txt, a_ori_a.txt postate pe pagina laboratorului, sunt memorate, pentru 4 matrice rare (cu *'puține'* elemente $a_{ij} \neq 0$) şi simetrice, următoarele elemente:

- n dimensiunea datelor,
- $a_{ij} \neq 0,\ i, j$ cu $j \leq i$ - elementele nenule din partea inferior triunghiulară a matricei rare şi simetrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, indicii de linie și indicii de coloană ai respectivelor elemente.

Folosind fișierele atașate, să se citească dimensiunea matricelor și să se genereze structurile de date necesare pentru memorarea economică a matricei rare și simetrice(schema economică de memorare este descrisă mai jos). Se presupune că elementele nenule ale matricei sunt plasate aleator în fişier (nu sunt ordonate după indicii de linie sau de coloană, sau altfel). Verificați că elementele din fișierele postate respectă regula $j \leq i$.

Fie $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ două matrice rare şi simetrice cu elemente reale. Folosind schema de memorare rară prezentată mai jos, să se calculeze:

- $A+B$ suma matricelor,
- $A^2=A*A$ produsul matricei A cu ea însăși.

Să se verifice că suma/produsul matricelor din fișierele a.txt și b.txt este matricea din fișierul a_plus_b.txt/a_ori_a.txt. Două elemente care au aceiași indici de linie și coloană (i, j) sunt considerate egale dacă $|c_{ij}-d_{ij}| < \varepsilon$. Considerați ε dată de intrare în program (de exemplu, $\varepsilon=10^{-6}$).

Observații: 1) La rezolvarea problemelor de mai sus să nu se recurgă la alocarea de matrice clasice și nici să nu se folosească o funcție ***val(i,j)*** care returnează pentru orice ***(i,j)*** valoarea elementului corespunzător din matrice.
2) În cazul înmulțirii matricelor, gradul de umplere al matricei (numărul de elemente nenule din matrice) nu poate fi precizat dinainte. Este posibil ca

matricea rezultat să fie „plină”. Chiar dacă matricea este „plină”, folosiţi schema de memorare rară pentru memorarea matricei produs.

3) Implementarea schemei de memorare rară descrisă în acest fișier este **obligatorie** (neimplementarea ei se penalizează). Cei care aleg o altă schemă de memorare a matricelor rare trebuie să prezinte suplimentar un fișier documentație care să explice schema folosită și să prezinte un exemplu (cel mult 5×5, se poate folosi exemplul din temă) care să precizeze conținutul structurilor de date utilizate pentru memorarea matricei rare.

4) Dacă în fișierele atașate apar mai multe valori cu aceiași indici de linie și coloană:

val_1 **, *i, j***

…

val_2 **, *i, j***

…

val_k **, *i, j***

o astfel de situație are următoarea semnificație:

$$a_{ij} = val_1 + val_2 + \cdots + val_k \,.$$

Memorarea matricelor rare şi simetrice (schema de memorare economică)

Un vector 'rar' este un vector cu 'puține' elemente nenule. Un asemenea vector se memorează eficient într-o structură care va reține doar valorile nenule și poziția în vector a respectivei valori:

$$\{(val \neq 0, i);\ x_i = val\}.$$

O matrice rară poate fi memorată economic ca un vector de vectori memorați rar – fiecare linie a matricei se memorează într-un vector rar.

În cazul matricelor simetrice se vor memora pentru fiecare linie elementele nenule din partea inferior triunghiulară a matricei.

Pentru linia ***i***, se vor memora elementele nenule din partea inferior triunghiulară a matricei ***A***:

$$\{(val \neq 0,\ j);\ a_{ij} = val,\ j \leq i\}.$$

Exemplu:

Matricea:

$$A = \begin{pmatrix} 102.5 & 0.0 & 2.5 & 0.0 & 0.73 \\ 0.0 & 104.88 & 1.05 & 0.0 & 0.33 \\ 2.5 & 1.05 & 100.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 101.3 & 1.5 \\ 0.73 & 0.33 & 0.0 & 1.5 & 102.23 \end{pmatrix}$$

se poate memora economic astfel:

{ { (102.5, 0)}, // linia 0
{ (104.88, 1)}, // linia 1
{ (2.5, 0), (1.05, 1), (100.0, 2)}, // linia 2
{ (101.3, 3)}, // linia 3
{ (1.5, 3), (0.73, 0), (102.23, 4), (0.33,1)} }. // linia 4