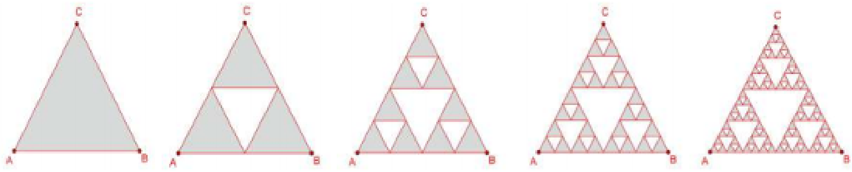
Atividade: Triângulo de Sierpinski

Considere a seguinte construção geométrica. A partir de um triângulo equilátero - nossa figura inicial - determinamos os pontos médios de cada um dos seus lados e unimos esses pontos dois a dois formando um novo triângulo equilátero central que é retirado. Obtemos assim a segunda figura da construção que está ilustrada abaixo.



Seguimos adiante com a construção repetindo esse mesmo processo para cada um dos triângulos equiláteros sombreados que aparecem na figura 2. Obtemos assim a terceira figura da imagem acima. Seguindo com este processo recursivo indefinidamente obtemos uma figura conhecida como triângulo de Sierpinski, ele faz parte de um conjunto de objetos matemáticos chamados de fractais. Leia mais sobre eles no *Você sabia* a seguir.

a) Sem fazer contas, apenas olhando para o processo que descreve a construção do triângulo de Sierpinski, o que você diria sobre a área e o perímetro dele?

b) Na tabela a seguir apresentamos os valores da área, do perímetro e da área esburacada da figura inicial e das duas primeiras iterações do processo de construção do triângulo de Sierpinski.

	Área	Perímetro	Área esburacada
Figura inicial	A	P	0
1^a Iteração	$A_1 = \frac{3}{4} \cdot A$	$P_1 = \frac{3}{2} \cdot P$	$B_1 = \frac{1}{4} \cdot A$
2^a Iteração	$A_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot A$	$P_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot P$	$B_2 = \frac{1}{4}\left[A + \frac{3}{4} \cdot A\right]$
3^a Iteração			
4^a Iteração			

Complete as linhas da tabela com os valores da área, do perímetro e da área esburacada para a terceira e quarta iteração.

c) Generalize as expressões que você encontrou para a área, o perímetro e a área esburacada a fim de obter expressões que representem os valores esperados para a n-ésima iteração.

d) Utilize a expressão para a área esburacada que você encontrou no item anterior para concluir que a área do triângulo de Sierpinski é zero.