

Atividade: Decodificando a mensagem

Habilidades

LAF1 Compreender função como uma relação de dependência entre duas variáveis, as ideias de domínio, contradomínio e imagem, e suas representações algébricas e gráficas e utilizá-las para analisar, interpretar e resolver problemas em contextos diversos, inclusive fenômenos naturais, sociais e de outras áreas.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Estabelecer modelo matemático a partir de funções, mais especificamente, em uma situação que envolve codificação de mensagens.

OE2 Compreender intuitivamente as condições necessárias para a existência da inversa de uma função. (injetividade e sobrejetividade)

Observações e recomendações

Na solução do item (d) estimule seus estudantes a descrever com palavras de maneira precisa o que acontece com os números maiores que 26 caso ele use a expressão f(x) = x + 14.

Atividade

Um dos conceitos mais importantes para a segurança na *internet* nos dias de de hoje é o que chamamos de **criptografia** (do grego *criptos* = escondido, *grafia* = escrita). Segundo o site *wikipedia* ela é o estudo dos princípios e técnicas pelas quais a informação pode ser transformada da sua forma original para outra codificada, de forma que possa ser conhecida apenas por seu destinatário (detentor da "chave secreta"), o que a torna difícil de ser decifrada por alguém não autorizado. Em outras palavras, cria-se um código que pode ser facilmente desfeito (decodificado) mas apenas por aqueles que conhecem a codificação.

Considere a seguinte maneira de codificar o alfabeto

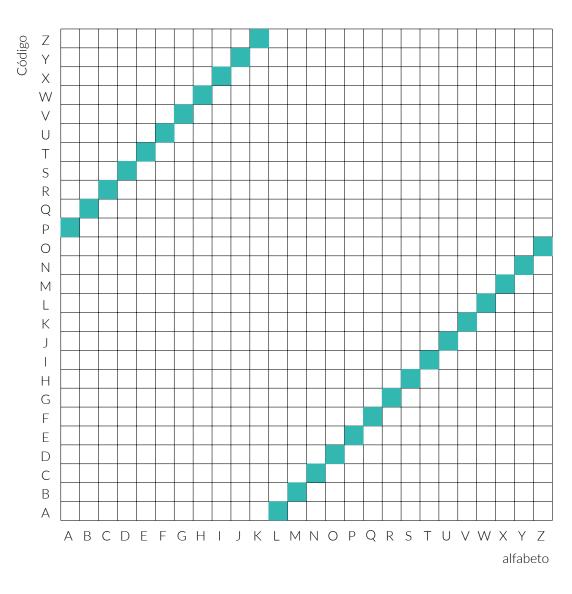
| Original | | | | | | | | | | | | | | | l | | ١ ١ | | l | | | | | | | 1 1 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|---|---|--|---|---|---|---|---|-----|
| Código | Р | Q | R | S | Т | U | ٧ | W | Χ | Υ | Ζ | Α | В | С | D | Е | F | G | Н | | J | К | L | Μ | Ν | 0 |

- a) Use o código acima para codificar a palavra IMAGEM.
- b) Se você recebesse uma mensagem com a expressão RGXEIDVGPUPG, como faria para decodificá-la?
 A codificação acima pode também ser representada em um gráfico em que no eixo horizontal estão as letras originais e no vertical os seus respectivos códigos.

Realização:

7 OLIMPÍADA BRASILEIRA
20 3 DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS

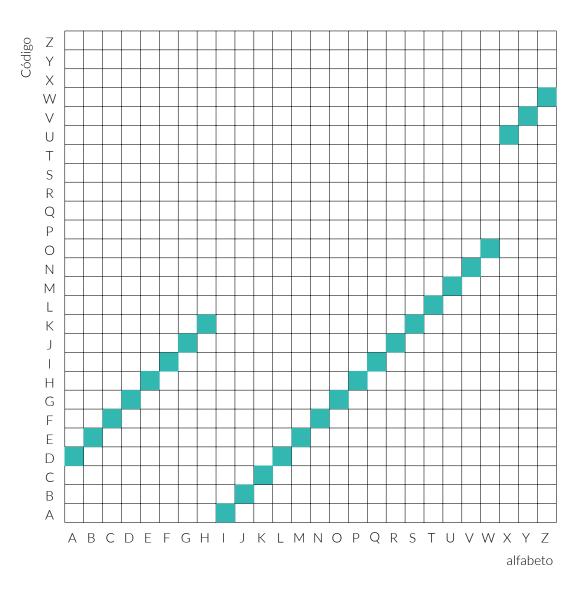
Patrocínio:



- c) Usando ainda o código acima escreva uma mensagem codificada com duas ou três palavras e troque com algum colega seu de classe. Decodifique a mensagem que recebeu.
 - Você deve ter percebido que a codificação é uma função do conjunto das letras do alfabeto em si mesmo: todas as letras precisam ter um código e uma mesma letra não pode ter mais de um código associada a si.
- d) Seja X o conjunto dos números naturais de 1 a 26. Fazendo a correspondência, $A\mapsto 1, B\mapsto 2, C\mapsto 3$, e assim por diante até $Z\mapsto 26$, determine uma função $f:X\to X$ que corresponda ao código acima. Observe que por exemplo, f(1)=16.
- e) Usando a expressão $f(x)=x^2$ crie um novo código entre as letras, representando-o no gráfico. O que devemos fazer quando os valores são maiores que 26?
- f) Considerando o código do gráfico abaixo, tente decodificar a palavra APQGJXV.







- g) Quais letras do código acima são impossíveis de decodificar e por quê?
- h) Que propriedades deve ter um código para que seja possível decodificá-lo?

Solução:

- a) XBPVTB
- b) Usaria a linha debaixo para descobrir a letra original correspondente: CRIPTOGRAFAR.
- c) Resposta pessoal
- d) Uma resposta possível seria:

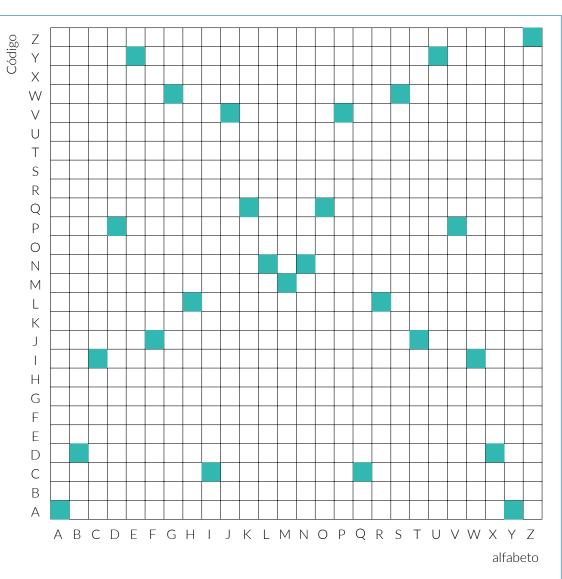
| Original | | | | l . | l . | l . | | | | l | | | | | | | | l . | | l . | | | | | | |
|----------|----|----|----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|-----|---|-----|----|----|----|----|----|----|
| Código | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |

Outra possibilidade é escrever f(x) = x + 15, subtraindo 26 se f(x) for maior que 26.

Realização:

OLIMPÍADA BRASILEIRA D E M A T E M Á T I C A DAS ESCOLAS PÚBLICAS





Para valores maiores que 26 devemos subtrair 26 sucessivamente até encontrar um valor positivo menor que ou igual a 26 e então encontrar a letra correspondente. Isso equivale a tomar o resto da divisão por 26.

- e) Impossível decodificar, pois os códigos P, Q e X não têm correspondente no alfabeto e os códigos G e J têm mais de uma opção de escolha.
- f) Códigos de D a K têm duas letras do alfabeto associadas a cada um. Códigos de P a T e de X a Z não têm correspondente no alfabeto.
- g) Todo código deve possuir um único correspondente no alfabeto. Ou seja, a relação (código, alfabeto) deve ser uma função.



