

Atividade: Enigma do Castelo

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Trabalhar o significado de um elemento ser, ou não, solução de uma equação.

OE2 Introduzir o aluno à representação geométrica do conjunto solução de uma equação.

Observações e recomendações

- Deixe os alunos testarem valores livremente. A ideia é que a sequência dos itens faça o aluno chegar às conclusões esperadas.
- No item g), espera-se que os alunos consigam perceber, do ponto de vista intuitivo, que as soluções da equação $x^2 + y^2 = 5$ formem uma circunferência de centro na origem e raio 5. Não se espera e nem se deseja que uma justificativa formal para esse fato seja realizada nesse momento. Caso os alunos disponham de celulares com o GeoGebra instalado, é interessante plotar a curva associada à referida equação no aplicativo, para contribuir com o convencimento dos alunos sobre o resultado conjecturado por eles.

Atividade

Numa antiga série de TV chamada "Castelo Rá-tim-bum", para os personagens entrarem no castelo, eles precisavam responder a um enigma proposto pelo porteiro. O enigma proposto era "Diga 2 números reais cuja soma dos quadrados seja igual a 25".



- a) Os números -3 e 4 são uma possível resposta para o enigma? E os números 5 e 3?
- b) Você consegue outras respostas para o enigma formadas apenas por pares de números inteiros?
- c) Ao responder ao enigma, se qualquer um dos dois números escolhidos for maior que 5, esta resposta estará correta? E se um deles for menor que -5? Justifique.
- d) Escolhendo qualquer número entre -5 e 5, é possível encontrar um segundo número de forma que, junto com o primeiro, eles formem uma solução para o enigma? Se sim, determine algumas dessas soluções.

Realização:

OLIMPÍADA BRASILEIRA



Patrocínio:

- e) Estabelecendo uma ordem para os dois números escolhidos, chamemos o primeiro número de x e o segundo de y. Qual a equação nas incógnitas x e y descreve o acerto do enigma?
- f) Marque suas respostas aos nos itens \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{d} no plano cartesiano, associando ao primeiro número à coordenada x e ao segundo número, a coordenada y. Se você preferir, pode usar o GeoGebra para isso!
- g) Discuta com os seus colegas se há algum padrão na disposição dos pontos marcados pelas possíveis respostas do enigma.

Solução:

- a) Sim. Não.
- b) $\{-5,0\}, \{-5,0\}, \{-4,-3\}, \{-4,3\}, \{4,-3\}, \{4,3\}$. Note que ainda não estamos falando de pares ordenados, portanto, $\{0,5\}$ e $\{5,0\}$ são iguais.
- c) Não, pois se um dos números é maior que 5, seu quadrado já é maior que 25. Não, raciocínio análogo.
- d) Sim, esse número pode não ser, necessariamente, inteiro.
- e) $x^2 + y^2 = 25$.
- f) Ao dispor as soluções no plano cartesiano, se tem um círculo de raio 5.



Patrocínio: