Atividade: Números triangulares

Habilidades

EM12MT09 Reconhecer função quadrática e suas representações algébrica e gráfica, compreendendo o modelo de variação determinando domínio, imagem, máximo e mínimo, e utilizar essas noções e representações para resolver problemas como os de movimento uniformemente variado.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Reconhecer a função quadrática na expressão que dá a soma dos primeiros termos de uma progressão aritmética.

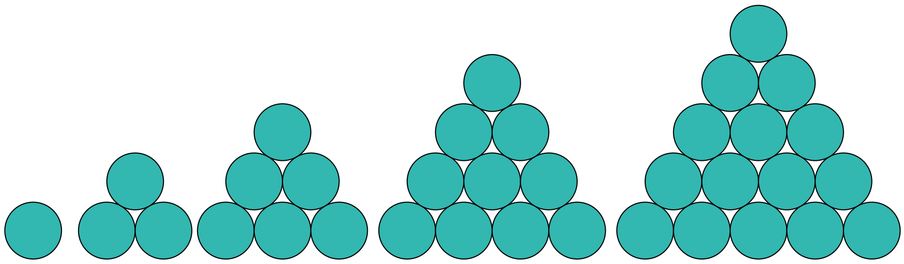
OE2 Resolver o problema de somar os primeiros termos de uma progressão aritmética com as ferramentas da função quadrática.

Atividade

No capítulo de Introdução às Funções, uma das atividades sugere que você determine a relação entre uma sequência de figuras e a quantidade de pontos usados para compor cada figura.

As quantidades de pontos em cada figuras são comumente chamado de números poligonais. Assim, $(1, 4, 9, 16, \cdots)$ são números quadrados; $(1, 5, 12, 22, \cdots)$ são números pentagonais; etc.

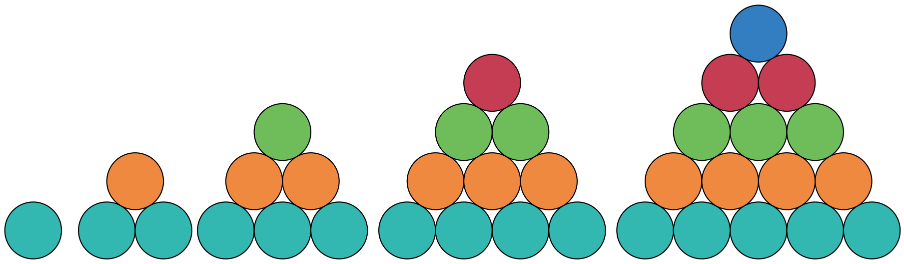
Nesta atividade, vamos pensar sobre os números triângulares. A imagem a seguir exibe os cinco primeiros:



a) Escreva a sequência de números triângulares até o sexto termo.

b) Os números triangulares formam uma progressão aritmética?

c) A figura a seguir, destaca as linhas de cada triângulo, uma de cada cor. Escreva o total de bolinhas de **cada um desses triângulos** como soma das quantidades das suas linhas. Exemplo: $T_4 = 1+2+3+4$



d) Após o item anterior, que relação você percebe entre os números triangulares e o episódio do menino *Gauss*?

e) Com base nessa relação, você seria capaz de determinar o centésimo número triangular? Determine-o.

f) Chamando de T_n o número triangular da posição n, escreva a relação entre n e T_n.

Solução:

a) $(1, 3, 6, 10, 15, 21)$

b) Não; $3 - 1 \neq 6 - 3 \neq 10 - 6 \neq 15 - 10 \neq 21 - 15$.

c) 1

$1 + 2$

$1 + 2 + 3$

$1 + 2 + 3 + 4$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5$

d) Um número triangular é soma dos primeiros números naturais, tal como o episódio do menino *Guass*.

e) Sim; $T_{100} = 1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100 = 5050$.

f) $T_n = \frac{n\cdot(n+1)}{2} = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$.