Atividade: Expoentes inteiros

Habilidades

EM13MAT403 Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Revisar as propriedades aritméticas das potências com expoentes inteiros;

OE2 Construir de modo intuitivo o significado de potências com expoentes inteiros negativos;

Observações e recomendações

- Esta atividade tem um grande potencial para ser aplicada na forma de investigação. Separe a turma em grupos de no máximo 4 alunos e peça que analisem os cartões em busca de relações e padrões, sem deixar que vejam as perguntas seguintes. Como se trata de um assunto supostamente conhecido por eles desde o Ensino Fundamental, espera-se que consigam perceber algumas relações importantes. Procure provocá-los com perguntas que levem-nos às propriedades das potências. Ao final, peça que socializem com os demais colegas as suas descobertas;

- Espera-se que aqui ele solidifique a ideia de potência como produto de fatores repetidos, mas que perceba que não necessariamente ele precisa saber o resultado dessa operação para trabalhar com os objetos. Por outro lado, espera-se que ele extrapole essa ideia de multiplicação repetida ao lidar com expoentes negativos;

- Chame a atenção dos estudantes para o fato de que ao lidar com expoentes negativos ampliamos a noção de potência de forma que a multiplicação repetida não é mais "a regra" ou a maneira correta de enxergar, ou seja, que 2^{-3} não é 2 multiplicado por si mesmo -3 vezes. E que essa ampliação é feita de maneira que preserva as propriedades aritméticas já conhecidas.

Atividade

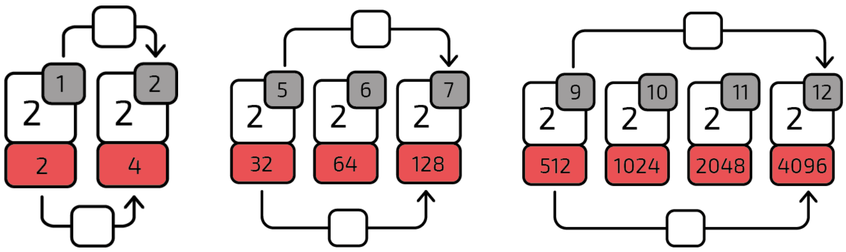
Observe os cartões abaixo, e responda às perguntas que seguem.

2^{0}	2^{1}	2^{2}	2^{3}	2^{4}	2^{5}	2^{6}	2^{7}	2^{8}	2^{9}	2^{10}	2^{11}	2^{12}
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

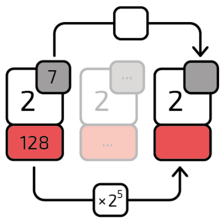
a) Que relação têm os números em um mesmo cartão?

b) Que padrões se observam nos números em vermelho (embaixo) quando movemos para a **direita**? E nos números em cinza (acima)? Registre suas observações no esquema abaixo.

Realização: OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
Patrocínio: Itaú Social

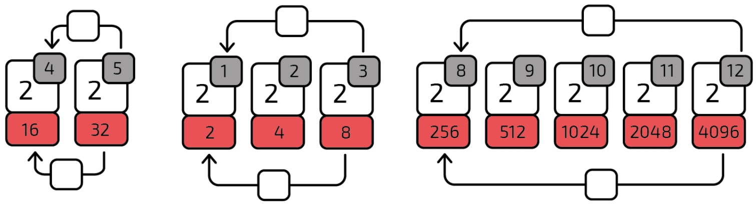


c) Complete o que falta no esquema abaixo. Escreva outros exemplos semelhantes e, então, generalize.

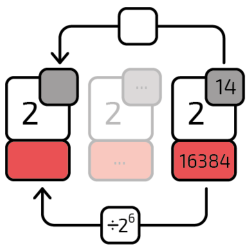


$\Longleftrightarrow \quad 2^7 \times 2^5 = 2^{\square} = 2^{\square}$

d) Que padrão se observa nos números em vermelho (embaixo) quando movemos para a **esquerda**? E nos números em cinza (acima)?

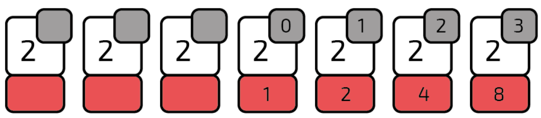


e) Complete o que falta no esquema abaixo. Escreva outros exemplos semelhantes e, então, generalize.

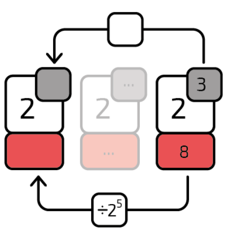


$\Longleftrightarrow \quad \dfrac{2^{14}}{2^6} = 2^{\square} = 2^{\square}$

f) Proponha novos cartões, e explique suas escolhas.

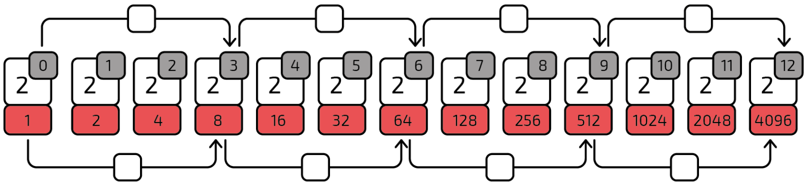


g) Baseado na sua proposta resolva.



$\Longleftrightarrow \quad \dfrac{2^3}{2^5} = 2^{\square} = 2^{\square}$

h) Complete o que falta no esquema abaixo. Escreva outros exemplos semelhantes e, então, generalize.



$$\Longleftrightarrow (2^3)^{\square} = 2^{\square} = 2^{\square}$$

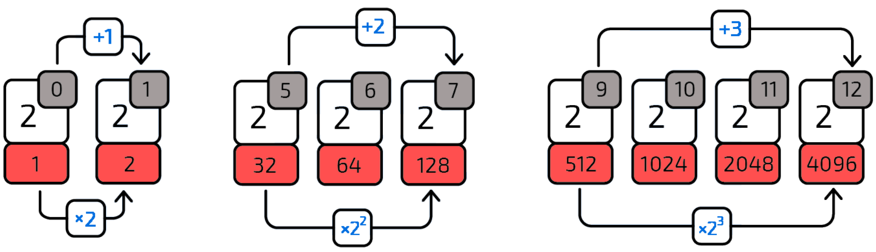
i) Sejam m e n números inteiros. Baseado nas suas conclusões nos itens anteriores, relacione a coluna da direita com a coluna da esquerda.

(1) $2^m \cdot 2^n$	(A) $2^{m \cdot n}$
(2) $\dfrac{2^m}{2^n}$	(B) 2^{m+n}
(3) $(2^m)^n$	(C) 2^{m-n}

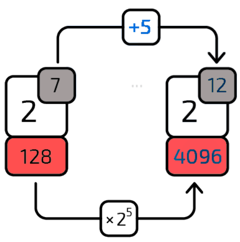
Solução:

a) O número 2 elevado ao número em cinza é igual ao número em vermelho.

b) Quando nos movemos de um cartão para o cartão seguinte a direita observamos que o número em vermelho é multiplicado por 2 e o número em cinza aumenta uma unidade.



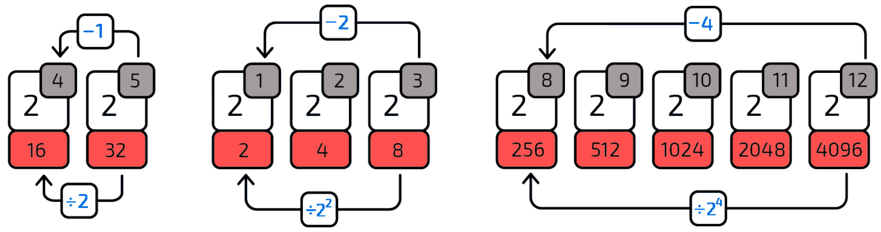
c) O esquema será:



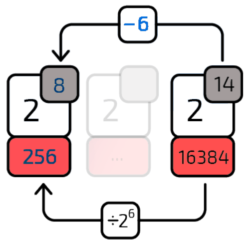
$$\Longleftrightarrow 2^7 \times 2^5 = 2^{\boxed{7+5}} = 2^{\boxed{12}}$$

Alguns outros exemplos: $2^9 \times 2^4 = 2^{9+4} = 2^{13}$, $2^{11} \times 2^8 = 2^{11+8} = 2^{19}$. De um modo geral, se m e n são números inteiros então $2^m \times 2^n = 2^{m+n}$.

d) Quando nos movemos de um cartão para o cartão seguinte a esquerda observamos que o número em vermelho é dividido por 2 e o número em cinza diminui uma unidade.



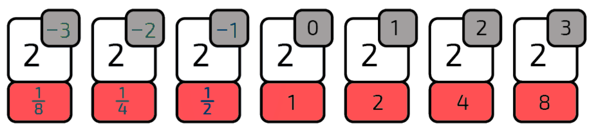
e) O esquema será:



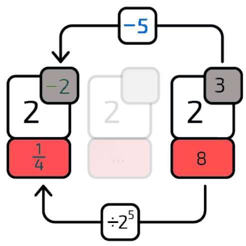
$$\Longleftrightarrow \quad \frac{2^{14}}{2^6} = 2^{\boxed{14-6}} = 2^{\boxed{8}}$$

Alguns outros exemplos: $\dfrac{2^7}{2^5} = 2^{7-5} = 2^2$, $\dfrac{2^{12}}{2^8} = 2^{12-8} = 2^4$. De um modo geral, se m e n são números inteiros então $\dfrac{2^m}{2^n} = 2^{m-n}$.

f) Deverá ficar:

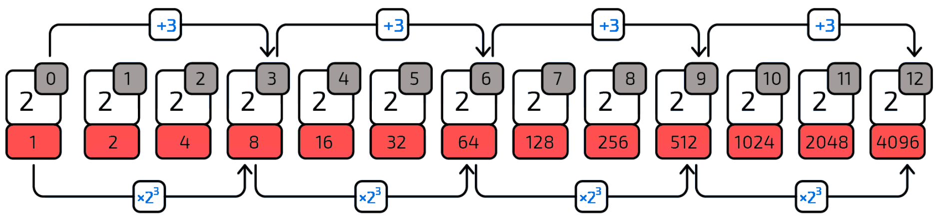


g) Teremos:



$$\Longleftrightarrow \quad \frac{2^{3}}{2^5} = 2^{\boxed{3-5}} = 2^{\boxed{-2}}$$

h) Completando o esquema vamos obter:



$$\Longleftrightarrow \quad (2^3)^{\boxed{4}} = 2^{\boxed{4\times 3}} = 2^{\boxed{12}}$$

Alguns outros exemplos: $(2^2)^3 = 2^{2\times 3} = 2^6$, $(2^8)^5 = 2^{8\times 5} = 2^{40}$. De um modo geral, se m e n são números inteiros então $(2^m)^n = 2^{m\times n}$.

i) (1)-(B), (2)-(C), (3)-(A).