



## Atividade: Menino Gauss

No livro *Antologia Matemática* de Malba Tahan, conta um episódio cuja personagem principal seria o “príncipe da matemática” Carl Frederick **Gauss** (★1777 – †1855). Não se sabe se o episódio é real, mas conta-se que aos sete anos de idade, chegando para mais um dia de aula, *Gauss* e seus colegas teriam encontrado o professor com pouca paciência. Assim, o professor, com o intuito de entreter seus alunos por longo tempo e não precisar dar-lhes qualquer atenção, pediu para que todos somassem os números naturais desde 1 até 100. Contudo, o jovem *Gauss* em pouco tempo levou o resultado do exercício para o professor e este, incrédulo do feito, teria mandado *Gauss* para a direção. Mais tarde, tudo se esclareceu e o professor reconheceu o acerto no método e no resultado dado pelo jovem e desculpou-se.

Como o jovem *Gauss* teria obtido este resultado por um método aparentemente desconhido do enfurecido professor e com tanta rapidez?

Com a finalidade de responder a essa pergunta sugerimos uma atividade. Ela necessitará de uma fita métrica.



Figura 1: Imagem de [Pastorius](#) CC-BY

Como as fitas métricas comercializadas tem um tamanho padrão, em nossa atividade vamos entender como o jovem *Gauss* fez a soma começando por somar os números da fita métrica, ou seja, vamos começar resolvendo a expressão

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 147 + 148 + 149 + 150$$

- De posse da fita métrica, perceba que ela tem os dois lados numerados. Cada um desses lados tem todos os números que queremos somar?
- Qual o número que corresponde ao verso (outro lado da fita) do número 1? E quais são os números dos versos correspondentes de 18 e 75?

c) Agora, vamos fazer algumas somas de um número com o seu correspondente no verso da fita. Faça:

I)  $1 +$  seu correspondente;

II)  $15 +$  seu correspondente;

III)  $31 +$  seu correspondente;

IV)  $49 +$  seu correspondente;

V)  $75 +$  seu correspondente.

d) Qual o resultado obtido sempre que se soma um número com o seu correspondente no verso desta fita?

e) Com base na resposta do item anterior, qual o resultado da soma de todos os números dos dois lados dessa fita?

f) A soma de todos os números em ambos os lados da fita é o resultado que queríamos obter?

g) Que operação devemos fazer com a soma de todos os números da fita para que ele seja o resultado da expressão

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 147 + 148 + 149 + 150 ?$$

Qual é o valor dessa expressão?

h) Imagine agora uma outra fita que tenha em cada lado, todos os números de 1 até 100.

Um dos lados

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

O outro lado

100	99	98	97	96	95	94	93
-----	----	----	----	----	----	----	----

Utilizando o mesmo raciocínio, tente responder a mesma pergunta feita para a turma do jovem Gauss, ou seja, quanto dá  $1 + 2 + 3 + \cdots + 97 + 98 + 99 + 100$ ?

i) E se a fita fosse até o número natural  $n$ ?

Um dos lados

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

O outro lado

$n$	$n-1$	$n-2$	$n-3$	$n-4$	$n-5$	$n-6$	$n-7$
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Com o que foi aprendido, obtenha uma expressão para o resultado da soma dos  $n$  primeiros números naturais. Ou seja, tente expressar em função de  $n$ , o resultado de  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n$ .