

Atividade: Todo mundo tem Facebook

A rede social virtual *Facebook* é um grande sucesso. O Facebook criado por Mark Zuckerberg em outubro de 2003, com o nome de *Facemash*, quando ele era um estudante do segundo ano em Harvard. Inicialmente 450 visitantes geraram 22.000 visualizações de fotos em suas primeiras 4 horas online. Em fevereiro de 2004, agora com o nome de *Thefacebook*, ele já contava com a participação de mais da metade dos alunos de Harvard, e um mês depois, estudantes das Universidades de Stanford, Columbia, Yale, Boston, Nova lorque e MIT tiveram acesso à rede social criada por Mark Zuckerberg. A partir de setembro de 2005, funcionários de várias empresas, dentre elas *Apple* e *Microsoft*, puderam ter acesso ao *Facebook* e no final de 2006 o serviço ficou disponível para qualquer pessoa maior de 13 anos e com um endereço válido de *e-mail*.

A tabela a seguir mostra o número de usuários ativos do Facebook em janeiro dos anos de 2004 a 2015.

Ano	Número de usuários	Crescimento percentual
2004	5	-
2005	1.000.000	
2006	5.500.000	450%
2007	12.000.000	
2008	70.000.000	
2009	150.000.000	
2010	370.000.000	
2011	600.000.000	
2012	800.000.000	
2013	1.056.000.000	
2014	1.228.000.000	
2015	1.317.000.000	

Imagine que queremos investigar o crescimento anual do número de usuários. E, a partir da investigação formular um modelo que nos permita fazer previsões sobre a base de usuários para os próximos anos.

- a) Vamos começar investigando o crescimento percentual, preenchendo as lacunas da terceira coluna da tabela acima.
- b) Marque no plano cartesiano os pontos correspondentes aos dados fornecidos pelas duas primeiras colunas da tabela, usando a seguinte escala: no eixo das abscissas 1 cm corresponde a 1 ano e no eixo das ordenadas 1 cm corresponde a 200 milhões de usuários ativos.
- c) Como você descreveria o crescimento do número de usuários ativos do *Facebook*? Você acha que o crescimento está com tendência a diminuir, a aumentar ou a permanecer estável?
- d) Baseado no item (c), faça uma previsão para o número de usuários para os anos de 2016 e 2017.
- e) Usando os dados da tabela e a representação gráfica feita no item (b), faça uma previsão para o futuro do *Facebook*. Você acha que os números continuarão a aumentar? Se sim, quando ele atingirá a marca de 2 bilhões de usuários? Explique seu raciocínio.
- f) Um modelo matemático que fornece uma aproximação para a relação entre os dados das duas primeiras colunas da tabela é dado por uma função f que tem a seguinte expressão

$$f(x) = \frac{980}{0,7 + 670 \cdot 0,45^{(x+1)}}$$

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMATICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS



em que x representa o tempo decorrido desde 2004, isto é, para 2010 tem-se x=6, e f(6) é o valor em milhões de usuários ativos no Facebook naquele ano. Com a ajuda de uma calculadora científica, use a expressão acima para calcular a estimativa do número de usuários nos anos de 2013 e de 2014, e em seguida compare com a tabela.

g) Use a expressão anterior e calcule a estimativa para os anos de 2016 e 2017 e compare com as suas previsões do item (d).

Os dados reais para os meses de janeiro de 2016 e 2017 são 1.654.000.000 e 1.936.000.000, respectivamente. Isso significa que apesar do modelo descrever de forma satisfatória o comportamento do crescimento do número de usuários até o ano de 2015, para os anos seguintes ele não se mostra adequado. Existia de fato uma tendência para diminuição do crescimento, no entanto essa trajetória foi possivelmente modificada por ações que foram tomadas pela empresa ao perceber tal comportamento.

Situações como essa são bastante comuns em Modelagem Matemática. O modelo se mostra adequado sob certas condições, mas quando outras variáveis são consideradas (investimento em propaganda, alteração no algoritmo que escolhe as atualizações que serão exibidas para cada usuário, etc) ele pode perder sua acurácia, momento em que se fazem necessárias revisões.



Patrocínio: