



## Atividade: Um cafézinho

### Habilidades

**EM13MAT304** Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

### Para o professor

#### Objetivos específicos

OE1 Compreender o significado de potências com expoentes racionais nas situações problema.

#### Observações e recomendações

- Oferecemos nesta atividade um exemplo com dados reais em que aparecem expoentes não inteiros. Havendo disponibilidade você pode ou mostrar para a turma a animação desta situação disponível neste link <https://www.desmos.com/calculator/nn0f7iw3tz> ou indicar que eles assistam.
- Destaque que a quantidade inicial de cafeína no organismo do indivíduo de que trata a questão é obtida tomando  $t=0$  na função.
- Em processos envolvendo decaimento exponencial é interessante identificar o intervalo de tempo necessário para que a quantidade inicial decaia pela metade. Você pode utilizar a animação em GeoGebra disponível neste endereço <https://www.geogebra.org/m/qgfuymx9> para ilustrar graficamente esse processo.

### Atividade

Chamamos meia-vida biológica da cafeína o tempo necessário para que o nosso corpo elimine a metade de uma dose desta substância. Esse tempo varia amplamente entre os indivíduos de acordo com fatores como gravidez, ingestão outras drogas, nível de função enzimática hepática (necessário para o metabolismo da cafeína) e idade. Em adultos saudáveis, a meia-vida da cafeína varia entre três a sete horas. Nos recém-nascidos, a meia-vida da cafeína pode ser de 80 horas ou mais, sendo esta uma das razões para a recomendação de não dar qualquer alimento que contenha cafeína para bebês. Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Cafe%C3%ADna>

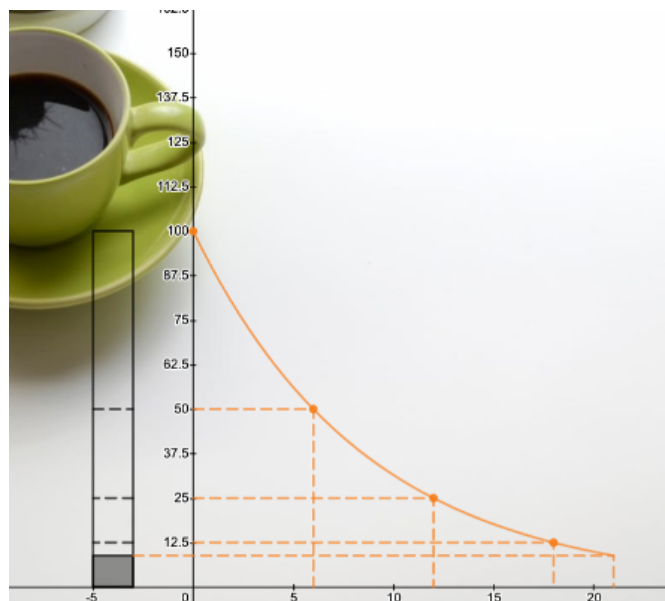


Figura 1: Gráfico mostrando como a quantidade de cafeína no organismo de um indivíduo que ingeriu uma xícara de café de  $250ml$  varia ao longo do tempo (medido em horas).

Para um indivíduo que acabou de ingerir uma xícara de café de  $250ml$  - que contém cerca de  $100mg$  de cafeína - exames laboratoriais mostraram que a quantidade de cafeína no seu organismo variou com o passar do tempo (em horas) de acordo com a seguinte função  $f(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{6}}$ , pergunta-se:

- Quais serão as quantidades de cafeína no organismo deste indivíduo após meia hora, uma hora e meia e quatro horas desde a ingestão da xícara de café ?
- Quanto tempo deverá se passar desde a ingestão da xícara de café até que a quantidade de cafeína no organismo deste indivíduo caia para a metade da quantidade inicial ?
- Que mudanças deveríamos fazer na expressão caso a meia-vida da cafeína neste indivíduo fosse de 8 horas e ele tivesse ingerido 150 mg de cafeína?

#### Solução:

- a) As quantidades de cafeína no organismo do indivíduo meia hora (0,5), uma hora e meia (1,5) e quatro horas (4) após a ingestão da xícara de café serão, respectivamente, dadas por:

$$f(0,5) = 94,39mg, \quad f(1,5) = 84,09mg, \quad f(4) = 63mg.$$

$$b) \quad 50 = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{6}} \iff \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} \iff t = 6 \text{ horas.}$$

$$c) \quad F(t) = 150 \cdot (0,5)^{\frac{t}{8}}.$$