

Atividade: Medindo ângulos centrais em nosso planeta

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Medir empiricamente arcos e ângulos

OE2 Usar ferramentas tecnológicas no trabalho com arcos e ângulo

Atividade

Um dos resultados mais fascinantes que já existiram na História da Matemática é decorrente do experimento realizado pelo matemático e astrônomo grego Eratóstenes. Estudando o comportamento das sombras de varetas nas cidades Alexandria e Syene (Assuã, nos dias atuais) ao meio dia, ele não só conseguiu perceber que a superfície da Terra não era plana como conseguiu calcular, com uma precisão surpreendente, o comprimento de uma volta completa ao redor da Terra!

Eratóstenes sabia que a distância entre as cidades de Alexandria e Syene era aproximadamente igual a $800~\rm km$. Percebeu também que ao meio dia, o sol estava a pino em Syene de forma que nesse horário, podia-se ver o sol completamente refletido no interior do poço. Além disso, às $12~\rm h$, nenhuma sombra era formada pelas colunas daquela cidade. O mesmo não ocorria em Alexandria: ao meio dia, uma vareta colocada de pé no chão apresentava uma sombra substancial e com ela, Eratóstenes conseguiu provar que o arco sobre a superfície da Terra, que compreende as cidades de Alexandria e Assuã media cerca de $\frac{\pi}{25}$ rad $(7,2~\rm graus)$ e que corresponde ao ângulo central \hat{A} da figura 1:

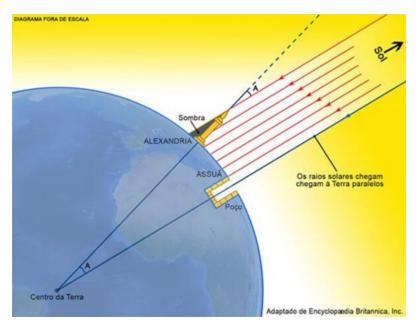


Figura 1: Costa, J. R. V. Eratóstenes e a circunferência da Terra. Astronomia no Zênite, jul 2000.

Eratóstenes utilizou a seguinte regra de três para calcular o comprimento de uma volta completa ao redor da Terra:

Realização:

UTT7
20 OLIMPÍADA BRASILEIRA
DE MATEMATICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS



Página 2 de 3

Resolvendo a regra de três, obtemos $C=40.000\,\mathrm{km}$. Utilizando instrumentos tecnológicos muito mais avançados dos quais dispunha Eratóstenes, hoje se sabe que o comprimento de uma volta completa na Terra é de $40.072\,\mathrm{km}$, ou seja, o erro de cálculo do matemático grego foi de menos de $100\,\mathrm{km}!$ O vídeo a seguir, apresenta parte de um episódio famosa série Cosmos, e narra com mais detalhes a ideia do experimento de Eratóstenes.



Figura 2: Acesse pelo link: https://www.youtube.com/watch?v=fu9Z7YuXLVE

Vamos utilizar o raciocínio de Eratóstenes, com o auxílio do Google Earth para medir arcos em graus e radianos, limitados por duas cidades brasileiras! Baixe e instale no seu smartphone o aplicativo Google Earth.



- a) Use a ferramenta medir para encontrar uma aproximação para distância, ao longo do globo terrestre, entre as capitais Rio de Janeiro e Belo Horizonte.
- b) Usando o fato que uma volta completa na Terra tem 40.072 km, determine a medida aproximada do valor do arco (em radianos) sobre a superfície da Terra que liga as duas capitais do item a).
- c) Reproduza os itens a) e b) para a cidade onde você mora e qualquer outra cidade de sua escolha no Brasil.

Realização:

OTT OLIMPÍADA BRASILEIRA
20 3 DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Patrocínio:

livroaberto@impa.br

Solução:

- a) Aproximadamente 340 km.
- b) Aproximadamente $0,053\,\mathrm{rad}$.
- c) Valores dependerão das escolhas dos alunos.

