Atividade: Termo geral de uma P.A.

Habilidades

EM13MAT507 Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Objetivos específicos

OE2 Introduzir a nomenclatura "termo geral" para uma P.A.

OE3 Identificar os elementos principais dessa fórmula: a_n, a_1, r

Observações e recomendações

- Evite estimular a memorização dessa fórmula. Procure explorar o significado da relação entre a_n e a_1.
- As expressões do termo geral podem ficar em função de n ou de $n-1$.
- Considere extrapolar a fórmula para a relação com outros termos diferentes do primeiro:

$$a_n = a_k + (n-k)r.$$

Atividade

A função afim que relaciona um termo genérico de uma progressão aritmética com o primeiro termo e a razão é comumente chamada de **fórmula do termo geral** da progressão. Ou seja, para a P.A. $(a_1, a_2, a_3, ...)$ de razão r a fórmula do termo geral é

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Complete a tabela abaixo com as progressões ou as fórmulas dos termos gerais.

Realização: OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Patrocínio: Itaú Social

P.A.	Primeiro termo	Razão	Termo Geral
(a_1, a_2, a_3)	a_1	r	$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$
$(1, 3, 5, 7, 9, ...)$	1	2	$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$
$(2, 4, 6, 8, 10, ...)$			
	3	-1	
			$a_n = 10 - \frac{n}{5}$
$\left(\pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, ...\right)$			
	4		$a_n = 2 + 2n$

Solução:

P.A.	Primeiro termo	Razão	Termo Geral
(a_1, a_2, a_3)	a_1	r	$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$
$(1, 3, 5, 7, 9, ...)$	1	2	$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$
$(2, 4, 6, 8, 10, ...)$	2	2	$a_n = 2 + 2(n-1) = 2n$
$(3, 2, 1, 0, -1, ...)$	3	-1	$a_n = 3 - (n-1) = 4 - n$
$\left(\frac{49}{5}, \frac{48}{5}, \frac{47}{5}, \frac{46}{5}, \frac{45}{5}, ...\right)$	$\frac{49}{5}$	$\frac{-1}{5}$	$a_n = 10 - \frac{n}{5}$
$\left(\pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, ...\right)$	π	$\frac{\pi}{4}$	$a_n = \pi + \frac{\pi}{4}(n-1) = \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{r}n$
$(4, 6, 8, 10, 12, ...)$	4	2	$a_n = 2 + 2n$