

Atividade: Rede de Tráfego Rodoviários

Para o professor

Objetivos específicos

- OE1 Identificar um sistema linear com mais do que duas variáveis.
- OE2 Resolver um sistema linear por escalonamento.

Observações e recomendações

O objetivo dessa atividade é dar um primeiro exemplo de sistema linear escalonado. Apesar dele possuir 6 incógnitas, o formato desse tipo de sistema permite que a cada incógnita que tem seu valor determinado permite que se calcule o valor de uma outra incógnita do sistema. Assim, a solução do sistema é facilmente determinada.

Atividade



Figura 1: Fonte: Adaptada do aplicativo Google Maps.

O mapa acima ilustra o trecho de uma rede rodoviária com grande movimento de carros em um bairro da cidade do Rio de Janeiro. Todas as avenidas destacadas no mapa são de mão única e as setas indicam o sentido em que os veículos trafegam sobre elas. Os valores destacados em amarelo em alguns trechos das avenidas representam o fluxo de veículos que passam por hora naquele trecho. Nessa rede de tráfego há conservação do fluxo de veículos, isto é, o fluxo de veículos que entra em uma bifurcação é igual ao fluxo de veículos que sai dessa bifurcação. Por exemplo, a figura mostra que por hora chegam 600 veículos

Realização:

OUT7
OLIMPÍADA BRASILEIRA
DE MATEMATICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Patrocínio:



nesta rede através da Avenida Maria Teresa, sendo que na primeira bifurcação, uma certa quantidade x_1 de veículos continua em frente e outra quantidade x_2 entra pelo retorno da Avenida. Pela conservação de fluxos temos:

$$x_1 + x_2 = 600.$$

- a) Com as informações que estão disponíveis no mapa e a conservação do fluxo de veículos, obtenha um sistema de equações envolvendo as incógnitas $x_1, x_2, ..., x_6$.
- b) Suponha que um técnico da companhia de engenharia de tráfego aferiu que o valor da incógnita x_6 era de 400 veículos por hora. Com essa informação e com o sistema obtido no item a), determine o valor das outras incógnitas destacadas no mapa.
- c) O sistema que você obteve no item a) tem mais de uma solução? Se sim, você consegue obter algumas?

Solução:

a)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 600 \\ x_2 + x_3 = 650 \\ -x_3 + x_4 = -100 \\ -x_4 + x_5 = 50 \\ -x_5 + x_6 = 100 \end{cases}$$

- b) $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (300, 300, 350, 250, 300, 400)$
- c) Sim. No item b), ao atribuir o valor 400 à incógnita foi possível encontrar um valor para as demais incógnitas de forma que esses valores compunham uma solução para o sistema do item a). Atribuindo outros valores a x_6 e repetindo o processo realizado no item b) pode-se obter infinitas soluções para este mesmo sistema.



Patrocínio: