



Atividade: Contando quadrados

Habilidades

EM13MAT403 Comparar e analisar as representações, em plano cartesiano, das funções exponencial e logarítmica para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada uma, com ou sem apoio de tecnologias digitais, estabelecendo relações entre elas.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Investigar um modelo discreto de decaimento exponencial;

OE2 Identificar gráficos de funções exponenciais decrescentes e relacionar ao fator de crescimento;

OE3 Reconhecer o modelo exponencial em dados experimentais.

Observações e recomendações

■ Esta atividade é uma adaptação do experimento *Eliminando Quadrados* (<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1008>) que faz parte da coleção Matemática Multimídia da UNICAMP (<https://m3.ime.unicamp.br>) que oferece diversos recursos educacionais de Matemática para o ensino médio.

■ No item **d)** as perguntas visam estimular conjecturas do tipo os números são sempre positivos, sempre menores que um, eventualmente são iguais a 0 ou 1, mas isso ocorre apenas para quantidades pequenas de quadradinhos, ficam próximos de 0,5, etc. Estimule que eles registrem as razões que os levaram a tais conjecturas.

■ Discuta sobre o que ocorreria caso o número de quadradinhos fosse bem maior; veja se há interesse na turma em desenvolver um projeto de programação que simule os lançamentos.

Atividade

Em uma caixa há 240 quadradinhos de papel cartão dupla face, verde de um lado e marrom do outro. Eles são lançados sobre a mesa e os quadrados com lado marrom para cima são retirados, restando apenas 126 quadradinhos (verdes).

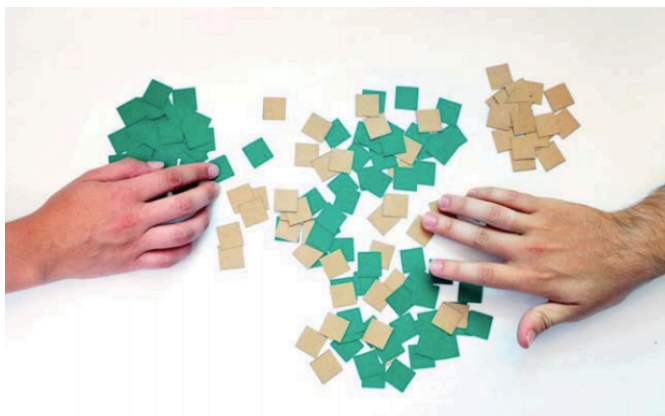


Figura 1: Imagem retirada do experimento *Eliminando Quadrados*, da coleção Recursos educacionais multi-mídia para a matemática do ensino médio. <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1008>

Um novo lançamento é feito e depois de retirados os marrons, sobram 68 verdes. Os lançamentos seguintes apresentam as seguintes quantidades de quadradinhos verdes:

Lançamento	# verdes
0	240
1	126
2	68
3	34
4	13
5	5
6	2
7	0

- Represente em um sistema de coordenadas os dados da tabela acima.
- Observando os dados da tabela é possível conjecturar que eles obedecem a algum padrão?
- Acrescente uma terceira coluna à tabela contendo os quocientes entre as quantidades de um lançamento pela quantidade do lançamento anterior.

Lançamento	# verdes	quocientes
0	240	—
1	126	$\frac{126}{240} = 0,525$
2	68	
3	34	
4	13	
5	5	
6	2	
7	0	

- Considerando outros resultados possíveis para o mesmo experimento, o que podemos esperar dos valores na terceira coluna da tabela? Que tipo de propriedades matemáticas esses números sempre terão? Que tipo de propriedade eles provavelmente terão?
- Um experimento como este descrito no item (a) pode ser simulado computacionalmente. Ao executar esta simulação 4 vezes, os seguintes resultados foram obtidos.

240, 113, 55, 28, 13, 7, 3, 0

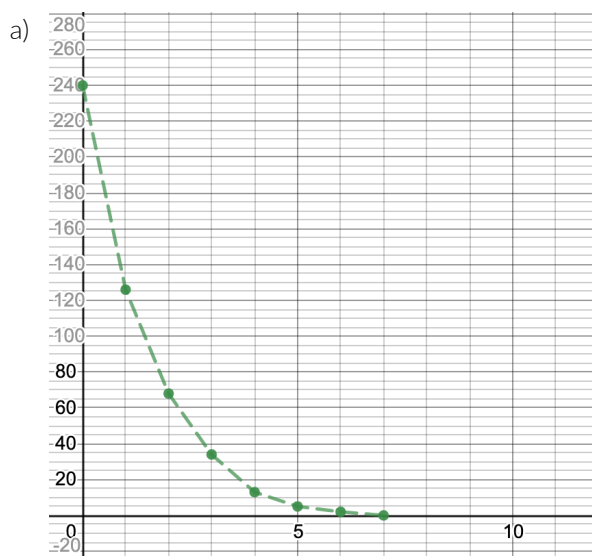
240, 124, 66, 27, 16, 7, 3, 2, 2, 0

240, 106, 57, 19, 9, 5, 1, 0

240, 124, 62, 29, 11, 5, 2, 1, 1, 0

- f) Verifique se suas conjecturas se aplicam aos dados acima.
- g) Deduza uma expressão matemática que forneça, aproximadamente, a quantidade de quadradinhos verdes em função da ordem de lançamento.

Solução:



- b) Observa-se que o número de quadrados com a face verde voltada para cima fica entre 40 e 50% do valor anterior a cada lançamento. O valor zero do final acontece por causa da quantidade pequena de quadrados.

c)

Lançamento	# verdes	quocientes
0	240	—
1	126	$\frac{126}{240} = 0,525$
2	68	$\frac{68}{126} \approx 0,539$
3	34	$\frac{34}{68} = 0,5$
4	13	$\frac{13}{34} \approx 0,382$
5	5	$\frac{5}{13} \approx 0,384$
6	2	$\frac{2}{5} = 0,4$
7	0	$\frac{0}{2} = 0$

- d) Algumas respostas possíveis: serão sempre números positivos, sempre menores ou iguais a um, o quociente tende a ficar próximo a 0,5.
- e) Responder em concordância com o que foi conjecturado no item anterior.
- f) Expressão da forma $F(n) = 240 \times a^n$, em que a é qualquer valor próximo a 0,5.