

Atividade: A jogada vencedora

#### Habilidades

EM12MT09 Reconhecer função quadrática e suas representações algébrica e gráfica, compreendendo o modelo de variação determinando domínio, imagem, máximo e mínimo, e utilizar essas noções e representações para resolver problemas como os de movimento uniformemente variado.

# Para o professor

## Objetivos específicos

OE1 Relacionar, a partir de dados gráficos, qual a forma da função quadrática que melhor descreve a situação.

OE2 Associar situações concretas à forma da parábola e buscar soluções a partir da aplicação das ferramentas da função quadrática.

OE3 Inferir sobre a utilidade da função quadrática no cotidiano.

OE4 Distinguir em problemas concretos o papel de abscissa e ordenada para a representação gráfica da parábola.

### Observações e recomendações

Os jogos eletrônicos constituem ótimos laboratórios de aprendizagem por simular situações que podem ir assumindo toda a complexidade da realidade aos poucos, uma "variável" por vez. De acordo com [WANG], jogos de computador podem criar ambientes e mundos que de outra forma seriam inacessíveis aos estudantes.

Existe disponível na internet diversos projetos que envolvem o uso do jogo Angry Birds para o estudo das parábolas e lançamentos oblíquos. Por exemplo, Transforming Parabolas – The Angry Birds Project e Transforming Parabolas - The Angry Birds Project.

### Atividade

Vamos trabalhar aqui com um famoso jogo que simula lançamento de objetos. No caso, são "pássaros" caricaturados em formato de personagens de cinema que tem que impedir o plano dos "porcos verdes" de roubarem seus ovos e trazer destruição ao universo. A "variável" resistência do ar, por exemplo, não está incluída em boa parte das fases deste jogo.

Digamos que o programador de uma das fases decida, dentre todos os possíveis lançamentos, um que forneça a maior quantidade de pontos possível para a fase. Entendendo a tela como um plano cartesiano, o programador deve escolher a parábola que representará a "Jogada Vencedora". A figura a seguir ilustra a situação.

> Realização: OLIMPÍADA BRASILEIRA

Patrocínio:

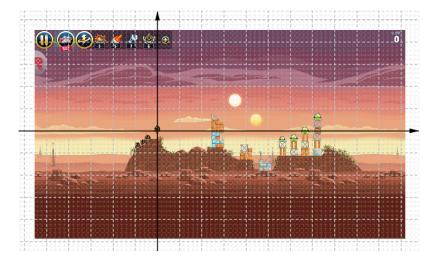
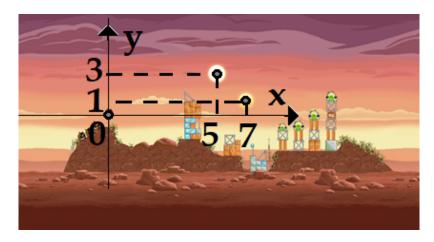


Figura 1: Imagem de divulgação.

Com a finalidade de inserir na programação a função que descreve a "Jogada Vencedora" o programador usou três coordenadas como referência: o pássaro e os dois "sóis", cujas coordenadas estão destacadas a seguir.



- a) Quais são as coordenadas indicadas no gráfico pelo programador?
- b) Quais os significados dos valores de x e de y neste contexto?
- c) Das formas da função quadrática apresentadas a seguir, qual delas parece mais adequada diante das informações fornecidas?

$$\Box f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\Box f(x) = a(x-p)^2 + q$$

$$\Box f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- d) Substituido a origem na forma escolhida do item anterior, qual a conclusão?
- e) Faça o mesmo para as outras duas coordenadas, mas considere também o que você concluiu no item anterior, e obtenha duas equações diferentes com variáveis a e b.
- f) Nas equações apresentadas no item anterior, uma tem o 49 e a outra tem o 25. Na que tem o 49, multiplique toda ela por 25 e, na outra, a que tem o 25, multiplique toda ela por 49. Feito isso, subtrai, membro a membro, as duas equações resultantes. Qual a conclusão?

Realização:

OUTZ
OLIMPÍADA BRASILEIRA
20 3 DE MATEMÁTICA
DAS ESCOLAS PÚBLICAS

Patrocínio:

- g) Mais uma vez vamos pegar as equações do item 'e'. Repare que uma tem um coeficiente 7 e a outra tem um coeficiente 5. Multiplique a que tem o 7 por 5 e a que tem o 5, por 7. Depois subtrai, membro a membro, as equações assim obtidas. Qual a conclusão?
- h) Qual a função que o programador vai inserir como a "Jogada Vencedora"?

## Solução:

a)  $(0,0), (5,3) \in (7,1)$ .

b) x será o deslocamento horizontal do pássaro após o lançamento e y será a altura do pássaro em relação ao eixo x durante o arremesso.

c) 
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
.

d) 
$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$
.

e)

$$f(5) = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + 0 = 3 \Rightarrow 25a + 5b = 3$$

$$f(7) = a \cdot 7^2 + b \cdot 7 + 0 = 1 \Rightarrow 49a + 7b = 1$$

f)

$$49 \cdot 25a + 49 \cdot 5b = 49 \cdot 3 \Rightarrow 1225a + 245b = 147$$

$$25 \cdot 49a + 25 \cdot 7b = 25 \cdot 1 \Rightarrow 1225a + 175b = 25$$

$$(245 - 175) \cdot b = 147 - 25 \Rightarrow b = \frac{122}{70} \Rightarrow b = \frac{61}{35}$$

g)

$$7 \cdot 25a + 7 \cdot 5b = 7 \cdot 3 \Rightarrow 175a + 35b = 21$$

$$5\cdot 49a + 5\cdot 7b = 5\cdot 1 \Rightarrow 245a + 35b = 5$$

$$(245 - 175) \cdot a = 5 - 21 \Rightarrow a = -\frac{16}{70} \Rightarrow a = -\frac{8}{35}$$

h) 
$$f(x) = -\frac{8}{35}x^2 + \frac{61}{35}x$$
.

