



## Atividade: As colônias

### Habilidades

**EM13MAT304** Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

### Para o professor

#### Objetivos específicos

OE1 Reconhecer situações em que uma quantidade aumenta ou diminui a uma taxa percentual constante por unidade da outra.

OE2 Expressar o crescimento/decaimento exponencial em termos de variação percentual e vice-versa.

#### Observações e recomendações

- Discuta com os estudantes a possibilidade exibir tabelas e gráficos com valores não necessariamente iguais a 6% ou 10% dos valores anteriores, mas que possam ser aproximados tentando retratar alguma coleta de dados real e que tenha levado os cientistas a escolher o modelo exponencial.
- No item (g), se achar conveniente, apresente as expressões  $(1 + r)$  para crescimento e  $(1 - r)$  para decaimento, nas quais a taxa percentual  $r$  é sempre considerada um número positivo.

## Atividade

Analise cada uma das situações abaixo e em seguida responda as perguntas para cada uma delas.

(A) Uma população de 100 coelhos é introduzida em uma reserva ecológica. Após um período de observação de 12 meses, os biólogos concluíram que essa colônia cresceu ao longo do ano seguindo uma taxa percentual aproximada de 6% ao mês, isto é, a cada mês a população de coelhos na colônia estava aproximadamente 6% maior em relação ao registro do mês anterior.

(B) Um laboratório está pesquisando a eficácia de um antibiótico e uma equipe de biomédicos o adiciona em uma colônia de bactérias com uma população de 950.000 indivíduos. As células então começam a morrer de maneira que ao final de 12 horas, os pesquisadores afirmam que população da colônia diminuiu a uma taxa percentual de 10% a cada hora.

- Elabore uma tabela com os possíveis dados observados pelos pesquisadores em cada uma das situações.
- Descreva como você obteve os dados das tabelas anteriores.
- Pode-se afirmar que os dados tabelas apresentam crescimento e decaimento exponenciais? Em caso afirmativo, quais são os fatores em cada situação?

- d) Qual a relação do fator de crescimento/decaimento com a taxa percentual?
- e) Escreva uma expressão matemática para cada uma das situações que relacione o número de indivíduos nas colônias com o número de meses (ou horas) decorridos desde o início das observações.
- f) Com a ajuda de uma calculadora compare os valores gerados pela expressão matemática com as que você calculou no item **a**).
- g) Denotando por  $P(t)$  a população no tempo  $t$ ,  $P_0$  seu valor inicial e  $r$  a taxa percentual observada, generalize as expressões obtidas no item anterior.

### Solução:

- a) Os valores abaixo não são a única resposta correta, e podem variar dependendo da maneira como se procede os cálculos.

$t$ (meses)	$C$ coelhos	$t$ (meses)	$B$ bactérias
0	100	0	950.000
1	106	1	855.000
2	112	2	769.500
3	119	3	692.550
4	126	4	623.295
5	133	5	560.965
6	141	6	504.868
7	150	7	454.382
8	159	8	408.943
9	169	9	368.049
10	179	10	331.244
11	190	11	298.120
12	201	12	268.308

- b)  $100 + 6\%100 = 106$ ,  $106 + 6\%106 = 112$ , e assim sucessivamente.  
 $950.000 - 10\%950.000 = 855.000$ ,  $855.000 - 10\%855.000 = 769.500$ , e assim sucessivamente.
- c) Sim. Basta fazer as divisões de cada valor pelo anterior e observar que os valores ficam próximos de constantes, em cada caso: **1,06** no primeiro caso e **0,9** no segundo caso.
- d) O fator será dado por **1** mais a taxa percentual considerada positiva no caso de crescimento ( $1 + 6\%$ ) e negativa para o decaimento ( $1 - 10\%$ ).
- e)  $C(t) = 100 \cdot 1,06^t$ , e  $B(t) = 950.000 \cdot 0,9^t$ .
- f) —
- g)  $P(t) = P_0 \cdot (1 + r)^t$ .