



Atividade: 0,9999...

Habilidades

EM13MAT508 Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Relacionar a soma da PG infinita com a representação decimal de um número real.

Observações e recomendações

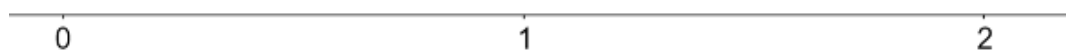
■ O que é feito nessa atividade pode ser generalizado para a representação decimal de qualquer número real e o fato de podermos somar a PG infinita de razão $\frac{1}{10}$ é o que garante que podemos escrever os famosos "três pontinhos" no final de cada número.

Atividade

O número $0,9999\dots$ é uma dízima periódica, ou seja, é um número que apresenta uma sequência infinita de algarismos decimais que se repetem. De um modo geral esses algarismos que se repetem - e que podem aparecer em grupos de um ou mais algarismos - ordenados sempre na mesma disposição é chamado de período da dízima. Uma outra notação muito utilizada consiste em pôr um traço sobre o período. Veja alguns exemplos:

$$0,333333\dots = 0,\overline{3} \quad 0,142857142857\dots = 0,\overline{142857} \quad 0,99999\dots = 0,\overline{9}$$

a) Posicione o número $0,\overline{9}$ na reta real abaixo.



- b) Considere a progressão geométrica $(0,9; 0,09; 0,009; 0,0009; \dots)$. Trata-se de uma sequência crescente ou decrescente? Qual a razão dessa PG?
- c) Que relação que a PG tem com o número $0,\overline{9}$?
- d) É possível calcular a soma de todos os infinitos termos dessa progressão? Caso positivo, calcule.
- e) Você mudaria a resposta que deu no item (a)?

Solução:

- a) Coincidindo com o número 1.
- b) Uma PG decrescente de razão 0,1.
- c) $0,9 = 0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + \dots$ é igual à soma infinita da PG.

$$\begin{array}{rcl} S & = & 0,9 + 0,09 + 0,009 + 0,0009 + \dots \\ \text{d) } -(0,1 \cdot S) & = & 0,09 + 0,009 + 0,0009 + 0,00009 + \dots \\ \hline 0,9 \cdot S & = & 0,9 \end{array}$$

Portanto $S = 1$

- e) Resposta pessoal.