



Atividade: O problema dos aniversários

Habilidades

a

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Calcular a probabilidade de um evento usando a propriedade do evento complementar.

Observações e recomendações

Para resolver esse problema será necessário fazer algumas suposições:

- considerar apenas anos não bissextos;
- supor que os 365 dias do ano são igualmente prováveis como datas de aniversário. Com essas suposições, será adotada a interpretação clássica de probabilidade para resolver o problema.

Faça uma enquete perguntando quem são os nascidos em janeiro, fevereiro, etc., até obter uma coincidência (ou não) de aniversários. Se a sua turma tem 35 ou mais alunos, é muito mais provável que exista uma coincidência de aniversários do que não exista. A explicação para isso envolve o fato de que com 35 pessoas pode-se formar 595 pares de datas de aniversário de duas pessoas diferentes, ao passo que no ano há 365 dias como possíveis datas de aniversário. Para calcular a probabilidade também será necessária pelo menos uma calculadora científica básica.

É importante destacar que a escolha do número 35 alunos deveu-se à restrição numérica nas calculadoras científicas básicas. Para números maiores do que 35, as calculadoras apontam "Erro matemático" por conta da magnitude de valores manipulados no cálculo da probabilidade, que superam a capacidade de uma calculadora simples. No entanto, usando programação tais probabilidades podem ser facilmente obtidas para números maiores do que 4. No link há uma ilustração sobre o comportamento dessa probabilidade em função do tamanho do grupo.

Atividade

Numa turma de seu colégio há 35 alunos. Calcule a probabilidade de que haja pelo menos uma coincidência de datas de aniversário (dia e mês) entre os alunos dessa turma. Considere apenas anos não bissextos e suponha que todos os 365 dias do ano são igualmente prováveis como datas de aniversário.



Solução:

Calcular diretamente essa probabilidade é muito complicado, pois existem várias configurações possíveis de coincidências de aniversários. Por outro lado, podemos pensar no evento complementar ao evento cuja probabilidade queremos calcular. O evento complementar corresponde ao evento “todos os alunos da turma nasceram em dias diferentes”. Vamos usar a interpretação clássica de probabilidade supondo que todas as configurações possíveis de aniversário para as 40 pessoas são igualmente prováveis e, assim,

$$P(\bar{A}) = \frac{\#(\bar{A})}{\#(S)}$$

Observe que para cada pessoa existem 365 possibilidades de datas. Como são 35 pessoas, tem-se $\#(S) = 365^{35}$. Agora o número de elementos do evento \bar{A} , que corresponde a todos terem nascido em dias diferentes, pode ser calculado, usando o princípio multiplicativo, da seguinte forma: há 365 possibilidades para o aluno número 1 da chamada, logo há $(365 - 1) = 364$ possibilidades para o aluno número 2 da chamada. Continuando, há $(365 - 2) = 363$ possibilidades para o aluno número 3 da chamada, até $(365 - 34) = 331$ possibilidades para o aluno de número 35 da chamada. Assim,

$$\#(\bar{A}) = 365 \cdot 364 \cdot 363 \cdots 331 = \frac{365!}{(365 - 34)!}.$$

Com uma calculadora científica básica, é possível obter o valor de

$$P(\bar{A}) = \frac{365!}{(365-35)!} 365^{35}$$

que é, aproximadamente, 0,814. A título de informação veja na tabela a seguir as probabilidades de coincidência em função do tamanho do grupo k .

k	$P(A)$
5	0,027
10	0,117
20	0,411
22	0,476
23	0,507
30	0,569
40	0,891
50	0,970
60	0,994