



Atividade: Intervalo de tempo

Habilidades

EM13MAT304 Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Concluir que o fator de crescimento de uma função exponencial depende apenas do comprimento do intervalo de tempo considerado;

Observações e recomendações

■ Nos itens em que se espera uma generalização (c, d, e) certifique-se de que os estudantes foram além dos exemplos, que escreveram intervalos do tipo $[t, t + h]$.

Atividade

Um biólogo observou que a área ocupada por uma cultura de bactérias em uma placa de Petri estava crescendo a uma taxa de 44% a cada hora. No início da observação a área ocupada pela cultura era de 100mm^2 . A função exponencial que modela essa situação é, portanto, dada por $A(t) = 100 \cdot (1,44)^t$.

- Determine o fator de crescimento na primeira meia hora.
- Determine o fator de crescimento na segunda, na terceira e na décima meia hora, ou seja, os valores de $\frac{A(1)}{A(0,5)}$, $\frac{A(1,5)}{A(1)}$ e $\frac{A(5)}{A(4,5)}$.
- Mostre que o fator de crescimento é o mesmo em qualquer intervalo de meia hora.
- Mostre que, para qualquer intervalo de $\frac{1}{4}$ de hora, o fator de crescimento é o mesmo.
- Justifique a seguinte afirmação: "O fator de crescimento da área na cultura de bactérias em um dado intervalo de tempo depende apenas do tamanho desse intervalo."

Solução:

- $\sqrt{1,44} = 1,2$, ou 20% a cada meia hora.
- Todos iguais a 1,2.
- $$c) \frac{A(t + 0,5)}{A(t)} = \frac{100 \cdot 1,44^{t+0,5}}{100 \cdot 1,44^t} = \frac{1,44^t \cdot 1,44^{0,5}}{1,44^t} = \sqrt{1,44}.$$

$$d) \frac{A(t+0,25)}{A(t)} = \frac{100 \cdot 1,44^{t+0,25}}{100 \cdot 1,44^t} = \frac{1,44^t \cdot 1,44^{0,25}}{1,44^t} = \sqrt[4]{1,44}.$$

$$e) \frac{A(t+h)}{A(t)} = \frac{100 \cdot 1,44^{t+h}}{100 \cdot 1,44^t} = \frac{1,44^t \cdot 1,44^h}{1,44^t} = 1,44^h.$$