



Atividade: Perímetro Fixo

Habilidades

EM12MT09 Reconhecer função quadrática e suas representações algébrica e gráfica, compreendendo o modelo de variação determinando domínio, imagem, máximo e mínimo, e utilizar essas noções e representações para resolver problemas como os de movimento uniformemente variado.

Para o professor

Objetivos específicos

Prezado colega esta atividade tem como objetivo aplicar o conceito de otimização em função quadrática num contexto geométrico, sem a utilização do gráfico da função nem muito menos da curva denominada parábola, para isso pretendemos:

OE1 Explorar a situação através do uso, já corriqueiro, de preenchimento de um quadro.

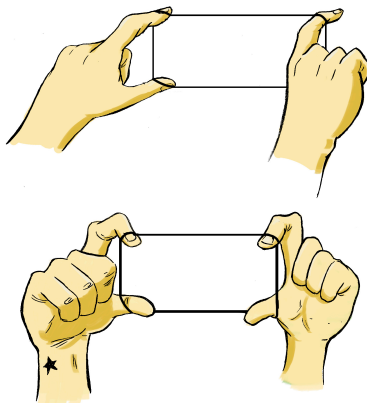
OE2 Modelar a situação utilizando álgebra de maneira simples e guiada.

OE3 Apresentar e explorar a técnica de completar quadrados para passarmos a função quadrática encontrada da forma polinomial para a forma canônica, sem obrigatoriamente citar esses termos.

OE4 Utilizar a apresentação da forma canônica para identificarmos os valores de área máxima e os valores que maximizam essa área, convidando seu aluno à fazer inferências apenas aritméticas na forma encontrada.

Atividade

Imagine que você tenha um pedaço de barbante de 12 cm de comprimento e queira moldar um retângulo com ele e calcular sua área. A figura abaixo ajuda a ilustrar a situação.



a) A situação em questão envolve quatro grandezas, aponte quais são.

- b) Quais grandezas descritas acima variam e quais não variam?
- c) Numa folha de papel ou similar, copie a tabela a seguir e complete-a.

Base	Altura	Área
0		
2		
4		
6		

- d) O que ocorreu com a área para os valores da base iguais a 0 e 6? Esses valores devem ser considerados em nossa análise da situação?
- e) Quais as medidas da base do retângulo que apresentaram área máxima no quadro acima?
- f) Assumindo a base do retângulo como x , e sua altura como $h(x)$, exiba uma expressão algébrica que representa a medida da altura desse retângulo em função de x . A expressão $h(x)$, encontrada pode ser considerada uma função afim? Com que domínios e imagens?
- g) Assumindo a base do retângulo como x , a altura $h(x)$ encontrada no item anterior e sua área como $A(x)$, exiba uma expressão que apresente a área deste retângulo em função de x .
- h) Verifique se a relação encontrada pode ser dada por $A(x) = -(x^2 - 6x)$, caso contrário refaça os itens anteriores.
- i) A expressão $A(x)$, encontrada pode ser considerada uma função afim? Por quê?
- j) Observe que a relação apresentada no item h), possui dentro do parênteses um binômio que pode ser parte de um trinômio quadrado perfeito, qual seria o terceiro termo que faria o binômio se transformar num trinômio quadrado perfeito?
- k) Agora repita a relação: $A(x) = -(x^2 - 6x + \square - \square)$ acrescentando e retirando o número encontrado no item anterior.
- l) Ao fatorar a relação do item anterior podemos recair na forma: $A(x) = a(x - p)^2 + q$, quais os valores de a , p e q , que foram encontrados neste processo de fatoração?
- m) Levando em consideração a forma apresentada no item anterior, e ao analisarmos apenas o termo $(x - p)^2$, Existe algum valor de x que torne a expressão negativa? e qual valor de x torna a expressão nula?
- n) Ao analisarmos $A(x) = -(x - 3)^2 + 9$, existe algum valor de x que faça $A(x)$ ser maior que 9? Por quê?
- o) Qual a área máxima do Retângulo?
- p) Qual o valor de x , que gera a área máxima?

Solução:

a) No retângulo temos as medidas de: **perímetro, área, base e altura.**

b) O perímetro não varia, e a área, a base e a altura variam.

c) Segue o quadro preenchido:

Base	Altura	Área
0	6	0
2	4	8
4	2	8
6	0	0

d) A área foi nula. Eles não devem ser considerados, pois não existem retângulos cujas medidas dos lados sejam nulas.

e) Considerando a base como x temos $x = 2$ ou $x = 4$.

f) $h(x) = 6 - x$. Sim, com: $h :]0, 6[\rightarrow]0, \infty[$.

g) $A(x) = x(6 - x) \rightarrow A(x) = -(x^2 - 6x)$.

h) Verificação.

i) Não por vários motivos, seguem alguns:

1) a função afim é sempre monótona (sempre crescente ou sempre decrescente), os valores da última coluna do quadro nos mostram que ora $A(x)$ é crescente ora é decrescente.

2) a função afim apresenta taxa de variação constante, já $A(x)$ não apresenta, pois: $\frac{5-0}{1-0} = 5$ e $\frac{8-5}{2-1} = 3$.

j) 9.

k) $A(x) = -(x^2 - 6x + 9 - 9)$.

l) $A(x) = -(x^2 - 6x + 9 - 9) = -(x^2 - 6x + 9) + 9 = -(x - 3)^2 + 9$, com $a = -1$; $p = 3$ e $q = 9$.

m) Não existe. $x = p$.

n) Não. Pois para quaisquer valores de x , $(x - 3)^2$ sempre será positivo, e consequentemente $-(x - 3)^2$ será sempre negativo, e se esse valor negativo for somado com 9 o resultado obrigatoriamente será menor que 9.

o) 9cm^2 .

p) 3cm .