Atividade: Cálculo $\log_2 5$

Habilidades

EM13MAT305 Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

Para o professor

Objetivos específicos

OE1 Calcular logaritmos manualmente através do método da bissecção, que têm sua importância como método computacional também em outros contextos.

OE2 Praticar o método da bissecção, aplicando-o no cálculo de logaritmos.

Observações e recomendações

- O cálculo manual pode ser uma oportunidade para fixar o método da bissecção e poderia ser complementado com atividades práticas interdisciplinares de computação com a implementação do método em alguma linguagem.

Atividade

Utilize o método da bissecção para calcular $\log_2 5$ com erro menor do que $0,25$.

Solução:

Calcular $\log_2 5$ significa encontrar o expoente ao qual deve-se elevar 2 para obter 5, ou seja, é o número tal que $2^{\log_2 5} = 5$. Assim buscamos expoentes de 2 que levem a resultados cada vez mais próximos de 5.

Como $2^2 = 4 < 5 < 8 = 2^3$, tomamos $i = 2$ e $s = 3$ como aproximações iniciais.

Verificamos, então, se o ponto médio $(2+3)/2 = 5/2$ é uma aproximação superior ou inferior. Isso é feito comparando $2^5 = 32$ com $5^2 = 25$. Como $2^5 > 5^2$ temos que $2^{5/2} > 5$ e $5/2 > \log_2 5$, pois a função exponencial 2^x cresce, conforme crescem os valores de x. Então tomamos $s = 5/2 = 2,5$, enquanto mantemos $i = 2$. A aproximação seguinte é, então, $(2+5/2)/2 = 9/4 = 2,25$.

Como $\log_2 5 \in (2, 5/2)$ e $2,25$ está a uma distância menor do que 0,25 de qualquer ponto do intervalo, temos que 2,25 é uma aproximação com o erro menor do que o pedido.