

申请上海交通大学博士学位论文

**SKA EoR 探测实验的射电晕前景建模以及
EoR 信号分离算法的研究**

论 文 作 者: 李维天
学 号: 0130729026
导 师: 徐海光 教授
专 业: 物理学
答 辩 日 期: 2019 年 9 月 6 日

Submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of
Doctor of Philosophy
in Physics

**A Study of Foreground Modeling of Radio Halos and
EoR Signal Separation Method for the
SKA EoR Experiment**

Weitian Li

Advisor
Prof. Haiguang Xu

School of Physics and Astronomy
Shanghai Jiao Tong University
Shanghai, China

September 6, 2019

上海交通大学
学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名： 李惟天

日期：2019年9月6日

上海交通大学

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

保 密 ，在 ____ 年解密后适用本授权书。
不保密 。

(请在以上方框内打√)

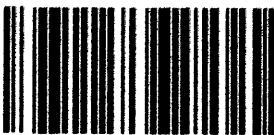
学位论文作者签名: 李惟天

日期: 2019 年 9 月 6 日

指导教师签名: 徐国忠

日期: 2019 年 9 月 6 日

上海交通大学博士学位论文答辩决议书



0130729026

姓名	李维天	学号	0130729026	所在学科	物理学
指导教师	徐海光	答辩日期	2019-09-06	答辩地点	徐汇校区 凯原法学院 315会议室
论文题目	SKA EoR 探测实验的射电晕前景建模以及 EoR 信号分离算法的研究				

投票表决结果: 5/5/5 (同意票数/实到委员数/应到委员数) 答辩结论: 通过 未通过

评语和决议:

论文围绕宇宙再电离时期 (EoR) 探测工作中的前景干扰问题开展研究, 侧重于 EoR 信号前景的建模、EoR 信号的识别和分离算法, 主要完成了以下三点工作:

- 运用 Press-Schechter 理论和湍流再加速理论对射电晕的形成和演化过程进行了完整的物理建模, 同时将 SKA1-Low 低频射电干涉阵列的仪器效应纳入模拟流程, 得到了射电晕以及其他成分的 SKA 模拟图像。
- 通过计算和对比射电晕和 EoR 信号在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带内的一维和二维功率谱, 发现射电晕辐射的功率显著强于待探测的 EoR 信号。即使在选定的 EoR 窗口内, 射电晕的干扰仍然不可忽略。这表明射电晕是一个应该认真对待的较强前景干扰成分。
- 以上述工作为基础, 基于深度学习算法设计了一个卷积去噪自编码器用来分离 EoR 信号。通过对 SKA 模拟图像进行分析, 证明该自编码器能够较好地克服干涉阵列波束效应对前景频谱光滑性的破坏, 从而准确地分离 EoR 信号, 效果显著优于多项式拟合法、连续小波变换法等传统前景扣除方法。

论文目标明确, 逻辑清晰, 计算严谨, 写作规范, 是一篇优秀的博士学位论文。申请人在答辩过程中表述清楚, 回答问题准确, 具备了独立开展研究工作的能力, 满足了被授予博士学位的要求。

答辩委员会经过讨论表决, 一致同意通过申请人的博士论文答辩, 并建议授予理学博士学位。

2019年9月6日

答辩委员会成员签名	职务	姓名	职称	单位	签名
	主席	武向平	研究员	中国科学院国家天文台	武向平
	委员	沈俊太	教授	上海交通大学	沈俊太
	委员	王挺贵	教授	中国科学技术大学	王挺贵
	委员	张骏	教授	上海交通大学	张骏
	委员	张鹏杰	教授	上海交通大学	张鹏杰
	秘书	刘成则	副研究员	上海交通大学	刘成则

SKA EoR 探测实验的射电晕前景建模以及 EoR 信号分离算法的研究

摘要

再电离时期 (Epoch of Reionization, EoR) 是宇宙演化早期尚不为人所透彻了解的一个重要时期, 从宇宙大爆炸之后约 3 亿年延续到约 10 亿年, 对应的红移范围约为 6–15。第一代恒星和星系在这个时期刚形成不久, 产生紫外和软 X 射线辐射使中性重子物质逐渐被再次电离。研究 EoR 对于理解第一代天体和宇宙早期结构的形成具有重要意义, 是建立完整的宇宙演化图景的关键之一。在低频射电波段 ($\sim 50\text{--}200\text{ MHz}$) 探测源自 EoR 的中性氢 21 cm 谱线是目前已提出的研究该时期的最直接和有效办法。然而, 由于 EoR 信号非常微弱, 且淹没在比它强约 4–5 个数量级的前景干扰之中, 因此在研究 EoR 时必须深刻理解各个前景干扰成分的性质, 研发具有针对性的前景扣除和 EoR 信号分离算法。

在多种 EoR 前景干扰成分中, 银河系同步辐射和自由—自由辐射、河外点源等几种主要成分, 已被较广泛地研究过, 它们的低频辐射特征以及对 EoR 探测的干扰行为已经基本被弄清楚。另一方面, 星系团射电晕作为一类较常见的河外射电展源, 也将对 EoR 信号探测产生一定程度的影响。在以往的前景研究中, 只有很少几项工作比较简单地触及了射电晕的低频射电辐射。这些工作对射电晕图像和频谱的建模过于简化, 而且未进一步分析射电晕辐射对 EoR 信号探测的具体影响。因此, 针对 EoR 探测实验的前景干扰和信号分离难题, 本文分两个方面开展研究: 首先是针对射电晕的低频射电辐射特征进行更完善、更物理的建模, 构建更逼真的前景模型, 并在考虑 SKA1-Low 阵列仪器效应的前提下评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响; 其次是利用改进的前景模型, 基于深度学习研发微弱信号分离算法, 用于分离 EoR 信号和前景干扰。

基于 Press-Schechter 理论和湍流再加速模型, 实现了针对射电晕形成和演化过程的完整建模, 并据此生成了射电晕的模拟天图, 再利用目前最新的 SKA1-Low 阵列布局模拟了包含仪器效应的 SKA1-Low 射电晕图像。通过在 $120\text{--}128$ 、 $154\text{--}162$ 和 $192\text{--}200\text{ MHz}$ 三个频带内比较射电晕和 EoR 信号的一维功率谱, 发现在 $0.1\text{ Mpc}^{-1} < k < 2\text{ Mpc}^{-1}$ (约对应于 $1.2' < s < 24'$) 尺度范围射电晕在三个频带内的典型功率分别约为 EoR 信号的 10 000、1 000 和 300 倍。同时通过研究二维功率谱以及 EoR 窗口

发现，在 $0.5 \text{ Mpc}^{-1} \lesssim k \lesssim 1 \text{ Mpc}^{-1}$ （约对应于 $2.4' \lesssim s \lesssim 4.8'$ ）尺度范围以及68%误差范围内，射电晕辐射与EoR信号的功率比在三个频带内分别可达约230–800%、18–95%和7–40%。这说明射电晕辐射在EoR窗口内所泄漏的功率是不可忽略的——尤其在 $\sim 120 \text{ MHz}$ 的较低频率更为显著。此外，我们还发现仪器响应所产生的频谱伪结构会显著增强射电晕辐射在EoR窗口内的泄漏，而且旁瓣里的射电晕辐射使这个问题更加严重。这些结果说明射电晕是一个此前尚未引起充分重视的前景干扰成分，需要在EoR观测中认真对待。

基于上述改进的前景模型以及模拟的SKA1-Low图像，进一步研究了干涉阵列波束效应对前景辐射频谱光滑性的影响。干涉阵列波束的频率依赖效应会使原本光滑的前景频谱产生快速变化的起伏，损坏频谱的光滑性，导致传统前景扣除方法不再适用。为了解决这个问题，我们基于深度学习方法设计了一个包含9个卷积层的卷积去噪自编码器(Convolutional Denoising AutoEncoder, CDAE)用来分离EoR信号。使用模拟的SKA1-Low图像进行训练和测试，发现由CDAE重建的EoR信号与输入的EoR信号之间的相关系数达到 $\xi_{\text{cdae}} = 0.929 \pm 0.045$ ，即表明CDAE准确地分离了EoR信号。与此相比，传统的多项式拟合法和连续小波变换法在分离EoR信号时并不成功，分别仅有 $\xi_{\text{poly}} = 0.296 \pm 0.121$ 和 $\xi_{\text{cwt}} = 0.198 \pm 0.160$ 。因此，CDAE能够有效克服波束效应对前景辐射频谱光滑性的破坏，并且准确地分离EoR信号，反映了深度学习方法在未来EoR实验中的潜在重要作用。

关键词：低频射电天文, 再电离时期, 射电晕, 微弱信号分离, 深度学习

A Study of Foreground Modeling of Radio Halos and EoR Signal Separation Method for the SKA EoR Experiment

Abstract

The epoch of reionization (EoR) is an important stage in the early Universe that is expected to last from about 300 Myr to 1 Gyr after the Big Bang, corresponding to a redshift range of about 6–15. During the EoR, the first stars and galaxies have just formed and start emitting ultraviolet and soft X-ray photons, which gradually reionize the surrounding neutral baryonic matter. Studying the EoR is invaluable in understanding the properties of the first stars and galaxies and the structure formation of the early Universe. Among the methods to probe the EoR, detecting the 21 cm line of neutral hydrogen originating from the EoR in the low-frequency radio band ($\sim 50\text{--}200\text{ MHz}$) is regarded as the most promising and effective method. However, the EoR signal is extremely faint and is buried in the overwhelming foreground contamination of about 4–5 orders of magnitude stronger. Therefore, it is indispensable to comprehend every foreground component and to develop specific foreground removal and EoR signal separation methods.

Among various foreground components, the Galactic synchrotron and free-free radiations and the extragalactic point sources are the major components and have been rather extensively investigated in the literature. Their low-frequency radio properties and contamination on the EoR detection are basically understood. On the other hand, radio halos in galaxy clusters, which are common extragalactic extended sources, are also expected to have an impact on the EoR signal detection. However, only several works that investigate the EoR foreground have preliminarily explored radio halos. Those works made oversimplifications in simulating the images and spectra of radio halos and did not further analyze the impacts of radio halo emission on the EoR detection. In this work, we carry out two studies concerning the EoR foreground contamination and signal separation problems. First, we con-

struct a more complete and physical model for simulating the radio halo emission and build a more realistic foreground model. By taking into account the SKA1-Low instrument effects, we evaluate the contamination of radio halo emission on the EoR signal detection. Secondly, based on the improved foreground model, we develop a new EoR signal separation method by utilizing the deep learning algorithms, in order to achieve accurate separation of the EoR signal.

By employing the Press–Schechter formalism and the turbulent re-acceleration theory, we model the formation and evolution of radio halos and simulate their sky maps in the low-frequency band. Then, we adopt the latest SKA1-Low layout configuration and simulate the SKA1-Low images of radio halos with instrument effects incorporated. By comparing the one-dimensional power spectra of radio halos and the EoR signal in the 120–128, 154–162, and 192–200 MHz frequency bands, we find that radio halos are generally about 10 000, 1000, and 300 times more luminous than the EoR signal on scales of $0.1 \text{ Mpc}^{-1} < k < 2 \text{ Mpc}^{-1}$ (corresponding to scales of about $1.2' < s < 24'$) in the three bands, respectively. After examining the two-dimensional power spectra inside the appropriately defined EoR windows, we find that the power leaked by radio halos can still be significant, as the power ratios of radio halos to the EoR signal on scales of $0.5 \text{ Mpc}^{-1} \lesssim k \lesssim 1 \text{ Mpc}^{-1}$ (corresponding to scales of about $2.4' \lesssim s \lesssim 4.8'$) can be up to about 230–800%, 18–95%, and 7–40% in the three bands, when the 68% uncertainties caused by the variation of the number density of bright radio halos are considered. Furthermore, we find that frequency artifacts resulted from instrument response can remarkably increase the power leakage of radio halos in the EoR window, which becomes more severe due to the radio halos located inside the side-lobes. These results show that radio halos are severe foreground sources and need serious treatments in future EoR experiments.

Based on the improved foreground model and simulated SKA1-Low images obtained above, we further investigate the beam effects of interferometers and their impacts on the spectral smoothness of the foreground emission. The frequency-dependent beam effects will cause rapid fluctuations along the frequency dimension and damage the spectral smoothness of the foreground emission, which makes traditional foreground removal methods inapplicable. To address this issue, we propose a deep-learning-based method that employs a 9-layer convolutional denoising autoencoder (CDAE) to separate the EoR signal. After being trained and tested

on the simulated SKA1-Low images, the CDAE achieves excellent performance as the mean correlation coefficient between the reconstructed and input EoR signals reaches $\bar{\xi}_{\text{cdae}} = 0.929 \pm 0.045$. In comparison, the two representative traditional methods, namely the polynomial fitting method and the continuous wavelet transform method, both have difficulties in modeling and removing the foreground emission that is complicated with the beam effects, yielding only $\bar{\xi}_{\text{poly}} = 0.296 \pm 0.121$ and $\bar{\xi}_{\text{cwt}} = 0.198 \pm 0.160$, respectively. In consequence, the CDAE can effectively deal with the spectral smoothness damage caused by the beam effects and thus accurately separate the EoR signal. This result also exhibits the great potential of deep-learning-based methods in future EoR experiments.

Keywords: low-frequency radio astronomy, epoch of reionization, radio halo, weak signal separation, deep learning

目 录

插图索引	xi
表格索引	xv
主要符号对照表	xvii
第一章 绪论	1
1.1 研究背景和意义	1
1.2 研究内容和目标	3
1.3 研究方案	4
1.4 本文框架	5
第二章 射电天文学基础	7
2.1 射电天文学简介	7
2.1.1 简介和历史	7
2.1.2 低频波段的机遇和挑战	10
2.2 辐射理论基础	11
2.2.1 比强度、流量密度和谱能量密度	11
2.2.2 辐射转移方程和光深	13
2.2.3 热平衡和 Kirchhoff 定律	16
2.2.4 黑体辐射和亮温度	17
2.2.5 电阻的热噪声	17
2.3 谱线辐射基础	18
2.3.1 Einstein 系数和细致平衡方程	18
2.3.2 含 Einstein 系数的辐射转移方程	20
2.3.3 能级相对布居和激发温度	22
2.4 基本天线概念	23
2.4.1 短偶极天线的辐射场	23
2.4.2 功率方向图和增益	24
2.4.3 主瓣及其半功率波束宽度	25

2.4.4	有效接收面积	26
2.4.5	天线温度	28
2.5	射电干涉测量的基本原理	28
2.5.1	二元单色干涉仪	29
2.5.2	有限带宽和平均时间的影响	31
2.5.3	干涉成像原理	33
2.5.4	<i>uv</i> 覆盖和脏图	36
2.5.5	栅格化和加权方法	38
2.5.6	CLEAN 算法和洁图	40
2.5.7	点源灵敏度和亮度灵敏度	42
第三章 EoR 信号的特征和探测方法		45
3.1	EoR 信号的原理和特征	45
3.1.1	中性氢 21 cm 谱线	45
3.1.2	EoR 信号的亮温度	46
3.1.3	EoR 信号随红移的演化	50
3.2	一维和二维功率谱的计算	52
3.3	EoR 探测的三种方法	56
3.4	EoR 探测的主要困难	57
3.5	主要前景干扰成分	60
3.5.1	银河系同步辐射	60
3.5.2	银河系自由—自由辐射	62
3.5.3	河外点源	62
3.5.4	河外展源	64
3.6	前景识别与分离方法	66
3.7	前景楔形和 EoR 窗口	67
3.8	小结	71
第四章 低频射电天空建模的改进		73
4.1	星系团射电晕	73
4.1.1	星系团的质量和红移分布	75
4.1.2	星系团并合历史的模拟	77
4.1.3	高能电子的演化模型	78
4.1.4	数值计算方法	86

4.1.5	射电晕的识别和半径	88
4.1.6	模型参数调节和模拟结果	90
4.1.7	射电晕天图生成	94
4.2	银河系弥散辐射	94
4.2.1	同步辐射	96
4.2.2	自由—自由辐射	97
4.3	河外点源	98
4.4	EoR 信号	99
4.5	SKA1-Low 观测图像的模拟	100
4.5.1	SKA1-Low 阵列布局	101
4.5.2	可见度数据的模拟与成像	102
4.6	小结	103
第五章	射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响	105
5.1	频率维度的加窗处理	105
5.2	一维功率谱的对比	106
5.3	二维功率谱以及 EoR 窗口的对比	107
5.4	频谱伪结构的影响	111
5.5	旁瓣内射电晕辐射的影响	113
5.6	小结	115
第六章	基于深度学习的 EoR 信号分离算法	117
6.1	干涉阵列波束的频率依赖效应	117
6.2	基于深度学习的新算法	118
6.2.1	深度学习简介	118
6.2.2	为什么采用 CDAE ?	120
6.2.3	CDAE 的结构和原理	120
6.2.4	网络架构的设计	123
6.2.5	训练和评估方法	125
6.3	新算法的效果演示和评估	126
6.3.1	训练数据的模拟	126
6.3.2	数据的预处理	129
6.3.3	CDAE 的训练和结果	130
6.3.4	CDAE 有效性的验证	134

6.4 讨论	134
6.4.1 为什么使用 Fourier 变换预处理数据?	134
6.4.2 与传统方法的对比	135
6.5 小结	137
全文总结	139
附录 A 补充公式	143
A.1 维里半径和维里质量	143
A.2 r_{200} 与 r_{500} 以及 M_{200} 与 M_{500} 的换算	143
A.3 暗物质塌缩的临界密度	144
A.4 宇宙年龄与红移的关系	145
A.5 共动距离、光度距离和角直径距离	145
A.6 波数与尺度的换算	146
附录 B 常用 CGS 单位的换算	149
附录 C Fokker–Planck 方程数值算法	151
C.1 数值算法描述	151
C.2 求解程序的测试	153
附录 D 已观测到的射电晕目录	157
参考文献	161
主要缩略语对照表	197
主要术语汉英对照表	199
致 谢	207
攻读学位期间发表的学术论文	209
简 历	213

插图索引

1-1	宇宙从大爆炸到今天的演化历史	1
1-2	本文的主要结构和研究流程	5
2-1	大气层的电磁辐射透射率随波长的变化	7
2-2	Karl G. Jansky 和他的天线	8
2-3	Grote Reber 建造的抛物面射电望远镜	9
2-4	与光学波段所见完全不同的射电天空	10
2-5	比强度 I_ν 的测量示意图	12
2-6	流量密度 S_ν 的定义示意图	12
2-7	比强度 I_ν 在自由空间里沿光线保持不变	13
2-8	辐射转移示意图	14
2-9	推导 Kirchhoff 定律的思想实验	16
2-10	原子与辐射场的三种相互作用过程	18
2-11	用于分析短偶极天线辐射的坐标系统	23
2-12	Hertz 偶极子的瞬时电场强度分布图	25
2-13	天线主瓣及其 HPBW 的示意图	26
2-14	计算天线平均接收面积 $\langle A_e \rangle$ 的思想实验	27
2-15	二元单色干涉仪的构成示意图	29
2-16	通过补偿延迟 τ_0 来减小带宽效应的影响	32
2-17	干涉仪成像中常用的 (u, v, w) 直角坐标系	34
2-18	不同天线数目、不同积分时间的 uv 覆盖示例	37
2-19	干涉成像过程中的变换关系	39
2-20	自然权重、均匀权重和 Briggs 权重的成像效果对比	41
2-21	从脏图得到洁图的 CLEAN 算法示例	43
3-1	氢原子的自旋翻转跃迁	46
3-2	CMB 辐射穿过中性氢云的辐射转移示意图	48
3-3	EoR 信号的平均强度 $\delta\bar{T}_b$ 随红移的演化	51
3-4	EoR 信号和前景辐射的三维功率谱示意图	54
3-5	从三维功率谱计算二维功率谱的示意图	55

3-6	主要前景干扰成分示意图	57
3-7	MWA 各子频带的可见度数据被标记为 RFI 的比例	58
3-8	电离层与大气层之间的关系	59
3-9	银河系同步辐射的 408 MHz 巡天图和谱指数图	61
3-10	银河系自由—自由辐射的 150 MHz 全天图	63
3-11	MWA 对 EoR0 天区的深度曝光图像	64
3-12	射电晕、微射电晕和射电遗迹的典型样例	65
3-13	二维功率谱上的前景楔形和 EoR 窗口示意图	68
3-14	干涉阵列基线的色彩效应示意图	69
4-1	低频射电天空模拟的主要流程	74
4-2	星系团的质量和红移分布直方图	76
4-3	星系团并合树的模拟结果示例	79
4-4	三种主要的能量损失机制的时标对比	86
4-5	电子能谱和同步辐射频谱随时间的演化示例	89
4-6	射电晕 1.4 GHz 功率和宿主星系团质量之间的标度关系	91
4-7	射电晕 1.4 GHz 流量函数的观测与模拟结果对比	92
4-8	具有射电晕的星系团比例随星系团质量的变化	93
4-9	射电晕在 158 MHz 的模拟天图示例	95
4-10	银河系同步辐射和自由—自由辐射在 158 MHz 的天图	97
4-11	河外点源在 158 MHz 的模拟天图	99
4-12	EoR 信号在 120–200 MHz 波段的亮温度方均根值	100
4-13	EoR 信号在 158 MHz 的模拟天图	101
4-14	SKA1-Low 阵列的站点布局图	102
4-15	前景成分和 EoR 信号在 158 MHz 的 SKA1-Low 模拟图像	104
5-1	加窗前后的 Fourier 变换结果对比	105
5-2	EoR 信号和前景成分在三个频带内的一维功率谱对比	107
5-3	EoR 信号和前景成分在 154–162 MHz 频带的二维功率谱	108
5-4	射电晕和 EoR 信号在三个频带内的二维功率比	109
5-5	射电晕和 EoR 信号在 EoR 窗口内的一维功率比	110
5-6	有无频谱伪结构时射电晕的二维功率比	112
5-7	SKA1-Low 在 100 和 200 MHz 处的模拟站点波束	114
5-8	射电晕 FSCN 的二维功率谱及其与 EoR 信号的功率谱对比	115

6-1	SKA1-Low 在 154、158 和 162 MHz 处的模拟综合波束	117
6-2	机器学习和深度学习之间的主要区别	119
6-3	自编码器示意图	121
6-4	使用全连接层的经典自编码器示意图	121
6-5	卷积神经网络示意图	122
6-6	本文设计的 CDAE 网络架构	124
6-7	EoR 信号和前景辐射在 158 MHz 的模拟图像	126
6-8	前景辐射和 EoR 信号的频谱示例	128
6-9	CDAE 的训练过程和结果	131
6-10	CDAE 重建的和输入的 EoR 信号对比示例	132
6-11	输入的 EoR 图像和 CDAE 重建的 EoR 图像的对比	133
6-12	输入的 EoR 信号和 CDAE 重建的 EoR 信号的二维功率谱对比	133
6-13	CDAE 对输入数据的敏感度分布	135
6-14	在未使用 Fourier 变换预处理的数据集上训练 CDAE 的结果	136
A-1	共动距离、光度距离和角直径距离随红移的变化	146
C-1	FP 方程求解程序的三个测试	155

表格索引

4-1	前景成分和 EoR 信号在 124、158 和 196 MHz 的亮温度方均根值	96
A-1	波数与尺度在 124、158 和 196 MHz 的换算关系	147
D-1	截至 2018 年 1 月已观测到的射电晕目录	157

主要符号对照表

A_{21}	自发发射系数 (spontaneous emission coefficient)
A_e	有效接收面积 (effective collecting area)
α	谱指数 (spectral index)
b	基线矢量 (baseline vector)
B_{12}	吸收系数 (absorption coefficient)
B_{21}	受激发射系数 (stimulated emission coefficient)
B_f	带宽 (bandwidth)
β	斜率参数 (slope parameter) [β 模型]
c	光速 [$2.997\,92 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$]
c_s	声速
χ_{cr}	宇宙射线的能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比
χ_{HI}	氢原子中性比例 (neutral fraction of hydrogen)
χ_{turb}	初始湍流的能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比
D_A	角直径距离 (angular diameter distance)
D_C	共动距离 (comoving distance)
$D_{\gamma\gamma}$	扩散系数 (diffusion coefficient)
D_L	光度距离 (luminosity distance)
D_M	横向共动距离 (transverse comoving distance)
Δ^2	去量纲的功率谱 (dimensionless power spectrum)
$\delta_c(z)$	临界线性过密度 (critical linear overdensity)
Δ_{vir}	星系团的平均过密度 (average overdensity)
δT_b	较差亮温度 (differential brightness temperature)
e	电子电荷 [$4.803\,25 \times 10^{-10} \text{ esu}$]
ϵ_e	电子的静止能量 (rest energy) [= $m_e c^2$]
ϵ_{th}	ICM 的热能密度 (thermal energy density)
η_e	注入电子的总能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比
η_t	并合贡献给湍流的能量比例
f_{gas}	气体质量比例 (gas mass fraction)

F_{syn}	同步辐射核函数 (synchrotron kernel function)
γ	Lorentz 因子
γ_{gas}	绝热指数 (adiabatic index)
h	无量纲 Hubble 常数 [= $H_0/(100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$]
H_0	当前的 Hubble 常数
$H(z)$	红移为 z 时的 Hubble 常数
h_p	Planck 常数 [$6.626\,07 \times 10^{-27} \text{ erg s}$]
\hbar	约化 Planck 常数 (reduced Planck constant) [= $h_p/(2\pi)$]
I_ν	比强度 (specific intensity)
j_ν	体发射系数 (emission coefficient)
J_{syn}	同步辐射发射率 (synchrotron emissivity)
k	波数 (wavenumber) [<i>in Fourier space</i>]
k_B	Boltzmann 常数 [$1.380\,65 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$]
K_e	电子注入速率
k_L	湍流注入尺度 (injection scale)
k_{\parallel}	平行于视线方向的波数
k_{\perp}	垂直于视线方向的波数
κ	吸收系数 (absorption coefficient)
L	损失 (loss)
L_{tr}	训练损失 (training loss)
L_{val}	验证损失 (validation loss)
λ	波长
m_e	电子质量 (electron mass) [$9.109\,38 \times 10^{-28} \text{ g}$]
m_p	质子质量 (proton mass) [$1.672\,62 \times 10^{-24} \text{ g}$]
M_{turb}	湍流区域内的气体质量
\mathcal{M}_t	湍流 Mach 数
m_u	原子质量单位 (atomic mass unit) [$1.660\,54 \times 10^{-24} \text{ g}$]
M_{vir}	维里质量 (virial mass)
$M_{\text{vir,m}}$	主团的维里质量
$M_{\text{vir,s}}$	子团的维里质量
μ	平均分子量 (mean molecular weight) [≈ 0.6]
μ_B	Bohr 磁子 (Bohr magneton) [$9.274\,01 \times 10^{-21} \text{ erg G}^{-1}$]
μ_N	核磁子 (nuclear magneton)

N_A	天线数目
$n_{\text{cl}}(M, z)$	星系团的质量函数 (mass function)
$n_e(\gamma, t)$	电子能谱
n_{H}	氢原子的数密度
n_{HI}	中性氢的数密度 (number density of neutral hydrogen)
n_{th}	ICM 热电子的数密度 (number density of ICM thermal electron)
$n_{\text{th,m}}$	主团 ICM 热电子的数密度
n_s	原初扰动的标量谱指数 (scalar spectral index)
ν	频率
ν_0	中性氢 21 cm 谱线的本征频率 [1420.405 75 MHz]
ν_c	临界频率 (critical frequency)
ν_L	Larmor 频率
Ω_b	当前的宇宙重子物质密度参数
Ω_Λ	当前的宇宙常数或真空能密度参数
Ω_m	当前的宇宙物质（包括重子物质和暗物质）密度参数
p	动量
P_{halo}	射电晕的功率
Q_e	注入电子的能谱
r_c	核半径 (core radius) [β 模型]
$r_{c,m}$	主团的核半径
$r_{c,s}$	子团的核半径
r_{halo}	射电晕的半径
r_s	剥离半径 (stripping radius)
R_{turb}	最大湍流区域的半径
r_{turb}	湍流区域的半径
r_{vir}	维里半径 (virial radius)
$r_{\text{vir,m}}$	主团的维里半径
$r_{\text{vir,s}}$	子团的维里半径
ρ_{crit}	宇宙临界密度 (critical density)
ρ_s	子团的气体密度
$\hat{\mathbf{s}}$	方向矢量
S_{halo}	射电晕的流量密度

S_ν	流量密度 (flux density)
S_{test}	测试集 (test set)
S_{tr}	训练集 (training set)
$S(u, v)$	采样函数 (sampling function)
S_{val}	验证集 (validation set)
s	尺度 (scale) [<i>in image space</i>]
σ_8	原初扰动在 $8 h^{-1} \text{Mpc}$ 尺度上的幅度
T_A	天线温度 (antenna temperature)
T_b	亮温度 (brightness temperature)
T_{cl}	星系团 ICM 的平均温度
$T_{\text{cl,m}}$	主团 ICM 的平均温度
$T_{\text{cl,s}}$	子团 ICM 的平均温度
T_{ex}	激发温度 (excitation temperature)
T_k	运动温度 (kinetic temperature)
T_s	自旋温度 (spin temperature)
T_{vir}	维里温度 (virial temperature)
τ	光深 (optical depth)
τ_0	补偿延迟 (compensating delay)
τ_g	几何延迟 (geometric delay)
τ_{turb}	并合湍流的有效加速时长
Θ	视场大小 (field of view)
θ_s	综合波束宽度 (synthesized beamwidth)
u_ν	谱能量密度 (spectral energy density)
\mathcal{V}	复可见度 (complex visibility)
v_{imp}	碰撞速度 (impact velocity)
$\langle (\delta v_t)^2 \rangle$	流湍的速度弥散 (velocity dispersion)
$\langle (\delta v_0)^2 \rangle$	流湍的初始速度弥散 (initial velocity dispersion)
ξ	相关系数 (correlation coefficient)
z	红移 (redshift)
ζ	ICM 等离子体的不稳定性参数

第一章 绪论

1.1 研究背景和意义

理解宇宙的起源、结构和演化，是人类孜孜不倦追求的目标，相关探索在哲学和科学中均占据重要地位。经过几十年的努力，宇宙学的大爆炸理论 (Big Bang Theory) 终于成为标准模型^[1-4]。支持该理论的几个关键证据包括星系的红移-距离关系（即 Hubble 定律）、宇宙微波背景 (Cosmic Microwave Background, CMB) 辐射、星系的大尺度分布规律、早期元素丰度。

根据大爆炸理论，宇宙起源于约 138 亿年前的一次大爆炸。伴随着宇宙的膨胀，温度和能量密度都逐渐降低，宇宙依次经历了暴胀 (inflation)、太初核合成 (Big Bang Nucleosynthesis)、复合 (recombination)、黑暗时期 (Dark Ages)、再电离 (reionization)、星系及大尺度结构形成等阶段（如图 1-1）。

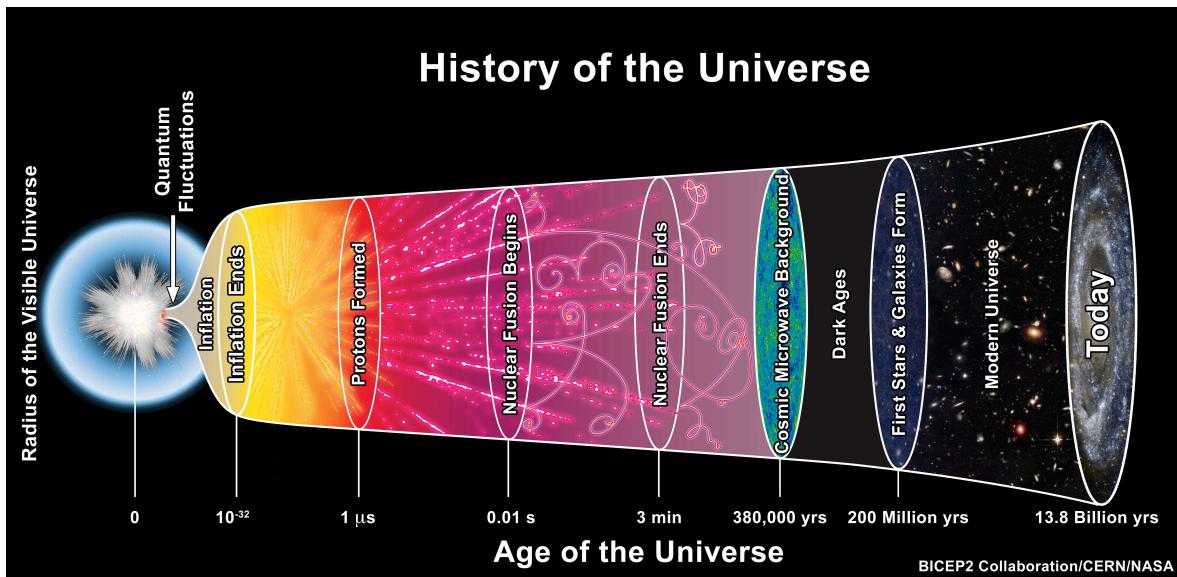


图 1-1. 宇宙从大爆炸到今天的演化历史

Figure 1-1. The evolution of the Universe from the Big Bang to the present.

来源/Credit: BICEP2/CERN/NASA; CC0 1.0

大爆炸之后约 40 万年，宇宙冷却至约 3000 K，自由电子遂与离子结合形成中性原子，于是光子与重子物质脱耦并得以在宇宙中自由传播。在此时以及之后的一段时间里，第一代恒星和星系尚未形成，因此宇宙进入了黑暗时期。随着物质的密度扰动

在引力作用下增长，第一代天体开始形成并产生辐射，于是中性重子物质逐步被再次电离，宇宙从此结束黑暗时期并进入再电离时期 (Epoch of Reionization, EoR)。随着各尺度上的天体结构的逐步形成与演化，重子物质被充分电离，宇宙形成了今天的格局^[3-5]。

通过研究 CMB，我们对宇宙的极早期历史 ($z \gtrsim 1100$, 即自由电子复合之前) 有了深刻理解。另一方面，我们已借助多波段观测掌握了大量有关宇宙近期 ($z \lesssim 6$, 即充分电离之后) 的演化信息。然而，我们对 $z \sim 6-1100$ 那段中间时期却知之甚少。其中距离相对较近的、红移约为 6–15 的时期称为 EoR，从宇宙大爆炸之后约 3 亿年延续到约 10 亿年。在这个时期，第一代恒星和星系刚形成不久，辐射的紫外光子和软 X 射线光子使中性重子物质逐渐被再次电离。针对 EoR 的探测，目前仅能获得非常有限的间接观测信息，例如，该时期的中性氢 (neutral hydrogen) 对高红移类星体 (quasar) 的 Ly α 吸收^[6]，自由电子对 CMB 光子的 Thomson 散射^[7]。但是有关 EoR 的一些关键问题仍然很不清楚，这些问题主要包括：第一代天体是何时以及如何形成的？主要的电离源有哪些？它们对再电离过程的贡献分别如何？电离氢 (ionized hydrogen) 区的尺度以及演化过程如何？由此可见，EoR 的研究对于理解宇宙早期结构和星系的形成与演化具有重要意义，是建立完整的宇宙演化图景的关键之一。详见 FAN et al. 2006 [8], MORALES & WYITHE 2010 [9], PRITCHARD & LOEB 2012 [10], ZAROUBI 2013 [11], KOOPMANS et al. 2015 [12], MCQUINN 2016 [13] 等综述文。

尽管 EoR 阶段缺乏发光天体可供观测，但是宇宙中充满中性氢，它们辐射的 21 cm 谱线（详见 § 3.1）为直接探测 EoR 提供了一条可能途径。事实上，探测中性氢 21 cm 谱线是目前对 EoR 开展系统性研究的最直接而有效的观测手段^[12, 14-17]。中性氢 21 cm 谱线的本征频率约为 1420 MHz；理论预测源自 EoR 的 21 cm 谱线经历显著红移后应出现在约 90–200 MHz 之间的低频射电波段。EoR 信号到达地球时已非常微弱，亮温度仅约几 mK 至十几 mK，需要具有极高灵敏度的低频观测设备才能开展观测。目前已建成或正在建设的低频射电干涉阵列主要包括：21 CentiMeter Array (21CMA)^[18]、Giant Metrewave Radio Telescope (GMRT)^[19]、Murchison Wide-field Array (MWA)^[20, 21]、Low Frequency ARray (LOFAR)^[22]、Long Wavelength Array (LWA)^[23]、Precision Array for Probing the Epoch of Reionization (PAPER)^[24]、Hydrogen Epoch of Reionization Array (HERA)^[25]、Square Kilometre Array (SKA)^[12, 26]。必须指出的是，利用干涉阵列探测 EoR 信号面临诸多困难与挑战^[9, 27]，例如，如何识别并扣除强烈的前景干扰，如何扣除人工源的射频干扰 (Radio Frequency Interference, RFI)，如何修正电离层的扰动，如何有效地校准仪器，如何存储并处理海量数据，如何进行高动态范围成像（详见 § 3.4）。

在低频射电波段，强烈的前景干扰（主要源自银河系以及河外点源；详见 § 3.5）比待探测的 EoR 信号强约 4–5 个数量级，即便是其涨落也达待测 EoR 信号强度的数千倍^[11]。从这个意义上讲，准确把握前景干扰并将其扣除是成功探测 EoR 信号的关键。目前，低频射电波段的观测仍然十分有限，巡天数据严重不足^[28, 29]，导致我们对 EoR 前景的理解程度远远不够^[30–34]。因此，需要挖掘已有中高频射电以及其他波段的海量观测数据，同时结合逐渐积累的低频观测数据，深入理解 EoR 探测中的低频射电前景并为其构建完善的模型，为识别和分离 EoR 信号提供有力支撑。

1.2 研究内容和目标

EoR 探测涉及诸多重要的科学和技术问题，出于时间和研究条件的考虑，本文围绕其中关键的 EoR 前景干扰问题开展研究，主要包括以下两个方面的内容：

- **射电晕辐射建模的改进以及对 EoR 探测影响的评估**

深刻理解各前景成分的性质（如强度、空间分布、频谱结构）并充分把握它们对 EoR 探测的干扰方式，是研发具有针对性的前景扣除 (foreground removal) 和 EoR 信号分离算法的前提与关键。在现阶段缺乏足够可用的高质量低频观测数据的情况下，借助于挖掘已有多波段观测数据来准确模拟低频射电天空，是开展前景干扰研究以及 EoR 信号分离算法研发的可行办法。

在多种前景成分之中，银河系的弥散辐射 [包括同步辐射 (synchrotron radiation) 和自由–自由辐射 (free-free radiation)] 以及河外点源 (point source) 辐射是最主要的成分，已被比较广泛地研究过，它们的低频辐射特征及其对 EoR 探测的干扰行为已经基本被弄清楚^[30, 33, 35–38]。在剩下的前景辐射之中，来自河外射电展源 (extended source) 的辐射占据主导地位，主要包括星系团内介质 (IntraCluster Medium, ICM)^[39] 产生的射电晕 (radio halo)、射电遗迹 (radio relic) 和微射电晕 (radio mini-halo)，星系团 (galaxy cluster) 外围区域的星系际介质 (intergalactic medium) 的射电辐射^[40]。这些河外射电展源的低频射电观测证据并不多，尚不明确它们的辐射将如何影响 EoR 信号的探测。

与其他几类河外射电展源相比，星系团射电晕拥有更多的观测数据和理论研究，使我们有可能构建一个更完善、更物理的模型用来模拟其低频射电辐射特征，从而改进低频射电天空的模拟，在更加逼真的条件下定量评估不同 EoR 信号探测方法的优劣。

- **基于深度学习的 EoR 信号分离算法研发**

目前已提出一系列方法用来提取淹没于强烈前景干扰之中的微弱 EoR 信号，这些前景处理方法可大致分为前景扣除和前景回避 (foreground avoid-

ance) 两大类^[41]（详见 § 3.6）。前者依赖于一个重要前提：前景辐射的频谱必须非常光滑，可通过构建一个模型来准确地描述。后者则假定前景干扰被有效地约束在二维功率谱 (power spectrum) 的一个区域内，于是可以通过尽量避开前景污染区域达到提取 EoR 信号的目标（详见 § 3.7）。

然而在实际情况中，干涉阵列的波束 (beam) 存在频率依赖效应（以下简称波束效应），即波束的形状会随观测频率而变化，导致原本光滑的前景频谱产生快速变化的起伏，使前景频谱的光滑性遭到损坏^[42]，因此现有传统前景扣除方法难以区分前景干扰与 EoR 信号，从而无法正确地分离 EoR 信号（详见 § 6.1）。

考虑到干涉阵列的波束形状非常复杂，为传统前景处理方法打造一个实际可用的模型用以克服波束效应非常困难^[43]。深度学习 (deep learning) 方法能够从数据中学习特征并自适应地优化模型，因此基于深度学习的 EoR 信号分离算法能够学习干涉阵列的波束特征，这将是一条可能的解决问题的途径^[44, 45]。

综合上述讨论，我们设定了如下研究目标：(1) 改进射电晕的模拟，在考虑干涉阵列仪器效应的前提下获得更精细、更符合实际的低频射电天空的模拟图像，评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响；(2) 基于深度研发能够有效克服干涉阵列波束效应的 EoR 信号分离新算法，并运用到上述模拟数据进行测试和优化。

1.3 研究方案

本文遵循以下主要步骤开展工作，完成研究内容，达到研究目标：

1. 调研射电晕的相关理论研究和观测证据，理解其形成机制和演化规律，构建模型并模拟射电晕在低频射电波段的天图 (sky map)。搜集射电晕的现有观测数据，约束模型参数，获得可靠的模拟结果。
2. 采用 SKA1-Low 干涉阵列的布局方案，从上一步所得的天图模拟得到可见度 (visibility) 数据，然后成像获得高仿真 SKA1-Low 图像。这种模拟方案可以将干涉阵列的复杂仪器效应（如波束效应）有效地整合到数据分析流程之中。
3. 基于上述模拟所得的 SKA1-Low 图像，利用一维和二维功率谱对比射电晕和 EoR 信号，量化射电晕辐射在运用前景扣除法或前景回避法的情况下对 EoR 信号探测的影响，评估并研究射电晕干扰的重要性。
4. 从目前主流的深度学习算法中筛选出适用于 EoR 信号分离的算法并加以必要的改善，利用上述模拟数据对算法进行训练和调优，研究新算法的可行性和优势。

1.4 本文框架

本文余下章节安排如下：第二章将介绍射电天文学和干涉测量技术的基础知识，主要包括基本的辐射理论、天线原理、干涉成像技术等。在第三章，我们将介绍利用中性氢 21 cm 谱线探测 EoR 的基本原理、主要方法、面临的困难、以及前景处理方法。第四章首先详细描述我们改进的星系团射电晕的建模方法，然后介绍其他前景成分和 EoR 信号的天图模拟，最后说明 SKA1-Low 观测图像的模拟。利用改进的 EoR 前景模型和模拟结果，我们在第五章采用功率谱来评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的具体影响，然后在第六章研究干涉阵列的波束效应对前景辐射频谱光滑性的影响，接着阐述基于深度学习的 EoR 分离新算法并演示其效果。最后，我们对全文进行总结并作简要展望。图 1-2 显示了本文的主要结构和研究流程。

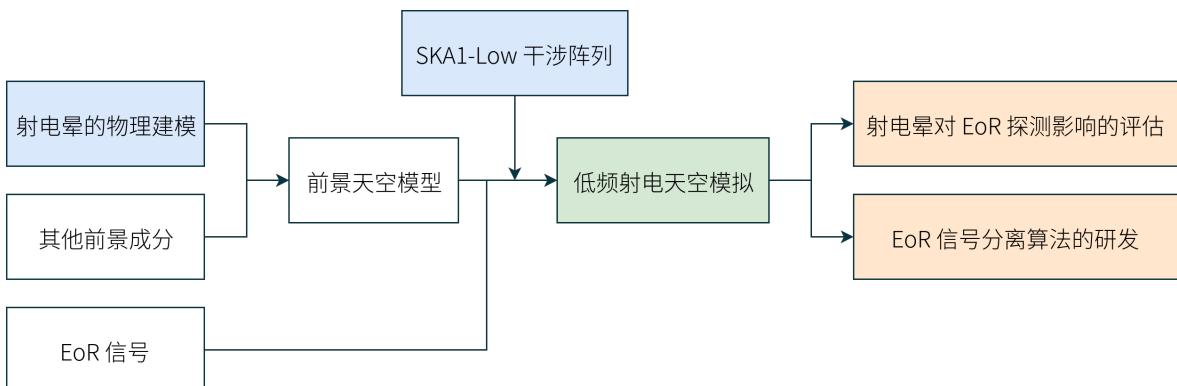


图 1-2. 本文的主要结构和研究流程

Figure 1-2. The basic structure and the study process of this thesis.

本文采用一个由 Λ CDM 模型描述的平直宇宙,参数为: $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 71 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m = 0.73$, $\Omega_b = 0.046$, $n_s = 0.96$ 以及 $\sigma_8 = 0.81$ 。如无额外说明, 本文给出的误差对应 68% 的置信水平; 使用的幂律谱形式为 $S_\nu \propto \nu^{-\alpha}$, 其中 S_ν 为流量密度, α 为谱指数。本文使用的中文术语遵循[英汉天文学名词数据库¹](#)以及 Google 的[机器学习术语表²](#)。

¹英汉天文学名词数据库: <http://astrodict.china-vo.org/>

²机器学习术语表: <https://developers.google.com/machine-learning/glossary/?hl=zh-CN>

第二章 射电天文学基础

2.1 射电天文学简介

2.1.1 简介和历史

我们对宇宙的几乎所有认识都来自于观测并研究所接收到的电磁辐射。在射电波段对天体和宇宙开展研究的天文学分支称为射电天文学。对于地面上的射电望远镜，观测频率的下限约为 $\nu_{\min} \sim 10 \text{ MHz}$ （对应于最长波长 $\lambda_{\max} \sim 30 \text{ m}$ ），取决于电离层 (ionosphere) 的截断频率，低于该频率的电磁波将被电离层反射而无法到达地面。观测频率的上限约为 $\nu_{\max} \sim 1000 \text{ GHz}$ （对应于最短波长 $\lambda_{\min} \sim 0.3 \text{ mm}$ ），更高频率的电磁波将被对流层 (troposphere) 中的 H_2O 和 O_2 等分子吸收。大气层对电磁辐射的吸收情况还会随时间和地理位置而变化。图 2-1 显示了大气层的电磁辐射透射率 (transmittance) 随波长的变化情况以及射电观测窗口。

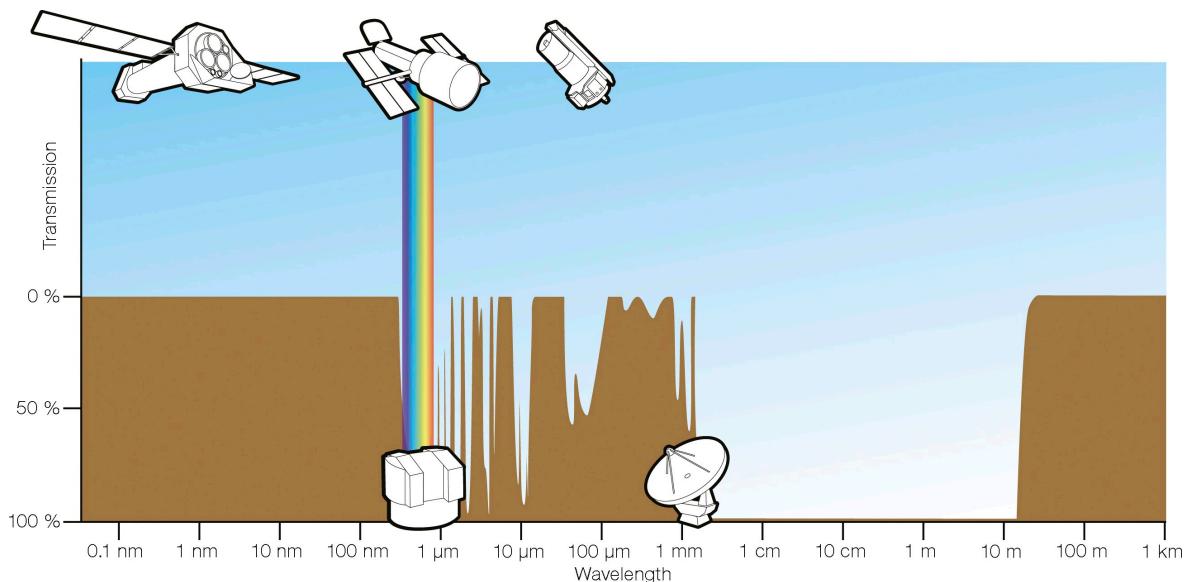


图 2-1. 大气层的电磁辐射透射率随波长 λ (即频率 ν) 的变化。除了光学窗口，大气层还有一个更宽的射电窗口，从 $\lambda \sim 0.3 \text{ mm}$ ($\nu \sim 1000 \text{ GHz}$) 延伸到 $\lambda \sim 30 \text{ m}$ ($\nu \sim 10 \text{ MHz}$)。

Figure 2-1. Electromagnetic transmittance of the Earth's atmosphere. In addition to the visible optical window, there is another much wider radio window, which spans from $\lambda \sim 0.3 \text{ mm}$ ($\nu \sim 1000 \text{ GHz}$) to $\lambda \sim 30 \text{ m}$ ($\nu \sim 10 \text{ MHz}$).

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 1.1.2

首次发现源自地球之外的射电辐射是在 1932 年被 Bell 电话实验室的工程师 Karl G. Jansky 意外得到的。上世纪 20 年代，Bell 电话公司基于 $\lambda \sim 15 \text{ m}$ 的短波传输建设了跨洋电话服务，但是发现通话受到了强烈的干扰，因此派 Jansky 去查明干扰来源。Jansky 建造了一个对方向敏感的可转动天线（如图 2-2 所示）用来监测 20.5 MHz ($\lambda \approx 14.6 \text{ m}$) 处的射电辐射。经过观测，他发现绝大部分的干扰源自暴风雨的闪电。但是除此之外，他还发现有一个较弱的不明噪声，其强度在每天发生周期性的变化。因此 Jansky 怀疑该噪声可能是太阳的射电辐射。但是持续的观测显示这个不明噪声的准确周期为 23 h 56 min，并不是恰好 24 h。将此困惑与他的一个天文学家朋友 Albert M. Skellett 讨论后，Jansky 了解到该噪声来自太阳系之外，并进一步确认其来源是银河系中心^[47]。

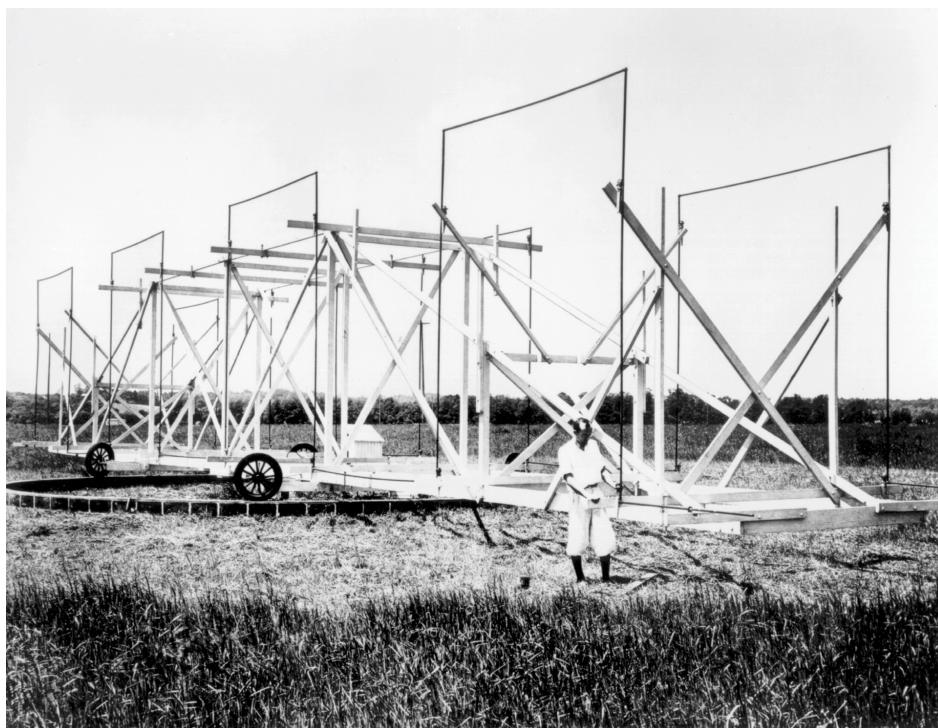


图 2-2. Karl G. Jansky 和帮助他发现银河系射电辐射的天线。该天线可转动，主要接收水平方向的辐射。

Figure 2-2. Karl G. Jansky and the antenna that discovered the Galactic radio emission. The antenna can rotate in azimuth and mainly receive horizontal emissions.

来源/Credit: NRAO/AUI/NSF

然而 Jansky 的发现未能得到足够的关注和重视，他本人也被分配到其他项目而无法继续研究银河系的射电辐射。另一位无线电工程师 Grote Reber 恰好对 Jansky 的发现产生了极大兴趣，于是耗时数年在自家后院建造了世界第一台抛物面射电望

远镜（图 2-3），并在 1938 年成功地在 160 MHz 探测到了银河系的射电辐射。Reber 接着进一步开展了银河系的第一次射电巡天观测，并将结果发表于专业的天文学期刊 *The Astrophysical Journal*^[48]。自此，射电天文学登上了天文学的舞台。

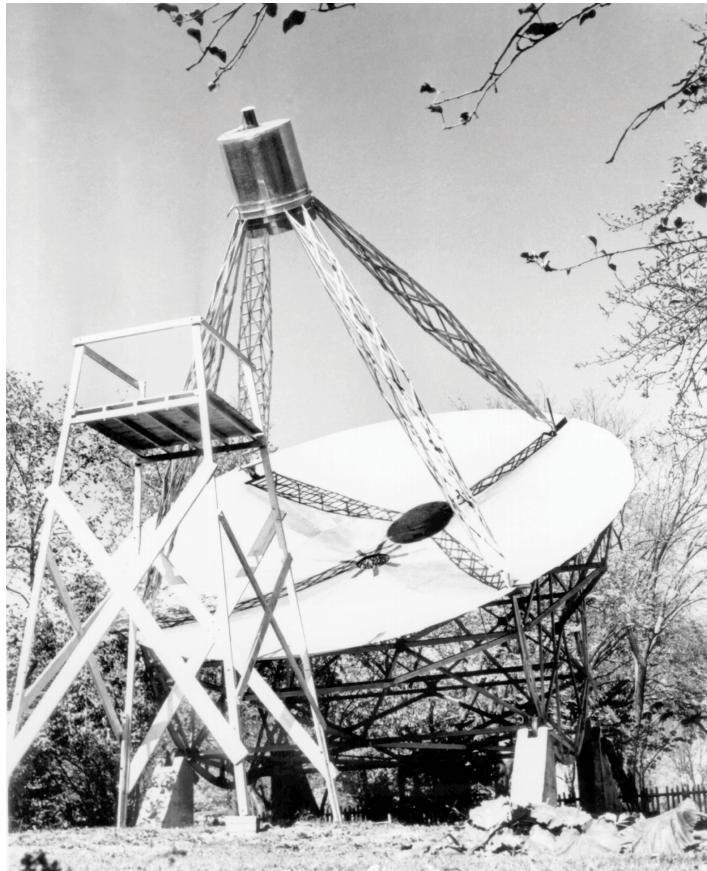


图 2-3. Grote Reber 在自家后院建造的射电望远镜，使用了直径约 10 m 的抛物面。

Figure 2-3. Grote Reber's backyard radio telescope using a parabolic reflector of diameter about 10 m.

来源/Credit: NRAO/AUI/NSF

在后续的几年里，尽管第二次世界大战阻碍了射电天文学的发展，但是刺激了无线电技术和雷达设备的研发。这些方面的成果在战争结束后给射电天文学带去了长足的进步，开创了一系列新技术和新方法。其中最值得一提的是由 Martin Ryle 和 Antony Hewish 发明的综合孔径 (aperture synthesis) 技术^[49]，使射电观测的角分辨率得到了空前的提高。

自射电窗口被打开以来，射电天文学已取得了一系列激动人心的发现，其中代表性的发现包括：银河系和其他多种天体的非热 (non-thermal) 辐射^[48]、由超大质量黑洞驱动的射电星系^[50] 和类星体^[51, 52]、冷星际介质 (interstellar medium) 的热辐射谱

线、星际分子的脉泽 (maser)^[53]、宇宙大爆炸的 CMB^[54]、脉冲星 (pulsar) 和中子星^[55]、星系中的暗物质 (dark matter)^[56]、强引力透镜 (strong gravitational lensing)^[57]。总之，射电天文学揭开了宇宙的全新一面（如图 2-4 所示），拓展了我们对宇宙的认识，深刻地改变了我们对宇宙的理解。



图 2-4. 在 NRAO 台址的照片上方显示了由 NRAO 昔日的 91 m 射电望远镜获得的 4.85 GHz 射电天空图像，展示了与光学波段所见完全不同的景象。

Figure 2-4. The 4.85 GHz radio sky made with the NRAO former 91 m telescope is shown above an old photograph of the NRAO site, showing a very different scene from seeing in the optical band.

来源/Credit: NRAO/AUI/NSF

2.1.2 低频波段的机遇和挑战

尽管大气层的射电窗口允许低至 ~ 10 MHz 的观测，但由于各种技术和条件的限制，以往的射电观测和研究主要在 $\gtrsim 1$ GHz 的中高频波段。相比中高频波段，低频波段主要拥有以下几个优势：

- 源自 EoR 的中性氢 21 cm 谱线是目前研究该时期的最直接而有效的探针^[9]。EoR 信号经过显著红移后将出现在 ~90–200 MHz 的低频射电波段，因此在此波段开展 EoR 信号探测实验具有重要意义^[12, 26, 58]（详见 § 3.1）。
- 低频波段对应的辐射波长更长，受尘埃的影响更小，所以能够观测到星系更核心的区域。
- 同步辐射在低频波段更明亮而且寿命更长，因此更利于探测星系团、超星系团 (supercluster) 甚至大尺度纤维状结构 (large-scale filaments) 的弥散射电辐射^[59-61]。
- 多种等离子体效应（如散射、色散、Faraday 旋转）的强度按 ν^{-2} 变化，因此在低频波段更适合研究星际电子密度、磁场分布、等等^[62-64]。
- 低频射电望远镜通常具有大视场，能够显著提高巡天速度，便于搜寻脉冲星、暂现源、等等^[65, 66]。

近十多年来，与低频射电相关的工程技术已取得长足的进步。在射电天文学领域，低频射电波段也得到了重点关注，目前已建成一批工作在此波段的干涉阵列，主要包括 21CMA、GMRT、MWA、LOFAR。此外还有若干正在积极建设的新型低频干涉阵列，比如 LWA、HERA、SKA。可见，低频射电波段正在成为射电天文乃至整个天文领域的热点和前沿。

另一方面，在低频波段开展观测也面临更大的挑战。为了实现较高的空间分辨率和灵敏度，通常需要建设较大规模的低频射电干涉阵列，因此需要解决更复杂的仪器效应校准、研发更有效数据处理方法。此外，低频射电观测还需要应对更明亮的前景（如银河系的弥散辐射）干扰、更强烈的人工源 RFI、更剧烈的电离层扰动、等等（参见 § 3.4）。尽管如此，可以肯定低频射电天文将成为射电天文领域的重要力量，并为整个天文学的发展作出贡献。

2.2 辐射理论基础

2.2.1 比强度、流量密度和谱能量密度

考虑一个面积为 $d\sigma$ 的探测器，测量一个与其法线方向呈 θ 角度、所张立体角为 $d\Omega$ 的辐射源，如图 2-5 所示。若探测器在频率范围 $[\nu, \nu + d\nu]$ 内接收到的功率为 dP_ν ，则这个源的比强度 (specific intensity) I_ν 定义为：

$$I_\nu \equiv \frac{dP_\nu}{(\cos \theta d\sigma) d\nu d\Omega}, \quad (2-1)$$

其 SI 单位是 $[\text{W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}]$ 。比强度 I_ν 亦被称为谱亮度 (spectral brightness)，有时也被简称为强度或亮度。

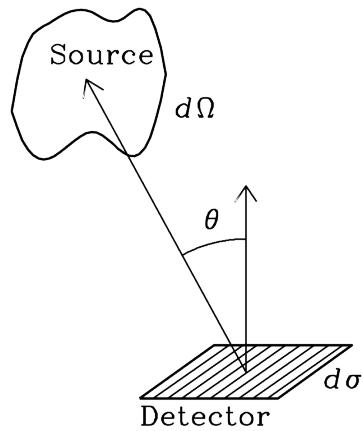
图 2-5. 比强度 I_ν 的测量示意图

Figure 2-5. The specific intensity I_ν measured by a detector of area $d\sigma$ to a source extending a solid angle of $d\Omega$.

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 2.1

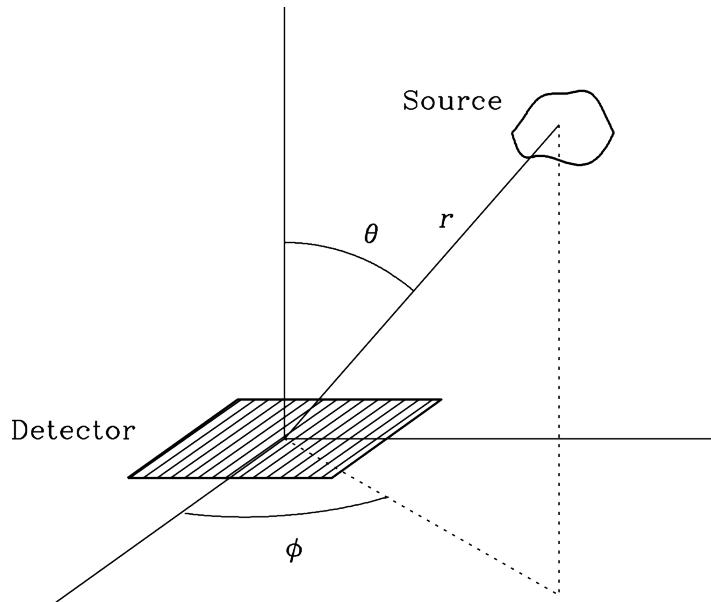
图 2-6. 流量密度 S_ν 的定义示意图

Figure 2-6. An illustration of the definition of flux density S_ν .

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 2.1

一个离散源 (discrete source) 所张的立体角是确定的 (如图 2-6 所示)，因此探测器单位投影面积上接收到的谱功率 (spectral power) 即为这个源的流量密度 (flux density) S_ν :

$$S_\nu \equiv \int_{\text{source}} I_\nu(\theta, \phi) \cos \theta d\Omega, \quad (2-2)$$

其 SI 单位是 $[\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}]$ 。实际中常用单位 [Jy]，换算关系为 $1 \text{Jy} = 10^{-26} \text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$ 。

一个辐射场的谱能量密度 (spectral energy density) 是指每单位体积的谱能量 (spectral energy)，具有 SI 单位 $[\text{J m}^{-3} \text{Hz}^{-1}]$ 。取辐射场中的一个体积元 dV ，对于一束大小为 $d\Omega$ 的辐射 $I_\nu(\theta, \phi)$ ，可认为该体积元 dV 具有长度 ds 以及横截面积 $d\sigma$ ，即 $dV = ds d\sigma$ ，于是这束辐射 $I_\nu(\theta, \phi)$ 贡献给这个体积元的谱能量为：

$$du_\nu dV = I_\nu(\theta, \phi) d\Omega d\sigma \left(\frac{ds}{c} \right), \quad (2-3)$$

其中 c 是光速。所以源自 $d\Omega$ 方向的辐射 $I_\nu(\theta, \phi)$ 在体积元 dV 的位置贡献的谱能量密度为：

$$du_\nu = \frac{I_\nu(\theta, \phi)}{c} d\Omega, \quad (2-4)$$

将上式对所有方向积分，即得辐射场的谱能量密度：

$$u_\nu = \int_{4\pi} du_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu(\theta, \phi) d\Omega. \quad (2-5)$$

如果辐射场是各向同性的，即 $I_\nu(\theta, \phi) = I_\nu$ ，则有：

$$u_\nu = \frac{4\pi I_\nu}{c}. \quad (2-6)$$

2.2.2 辐射转移方程和光深

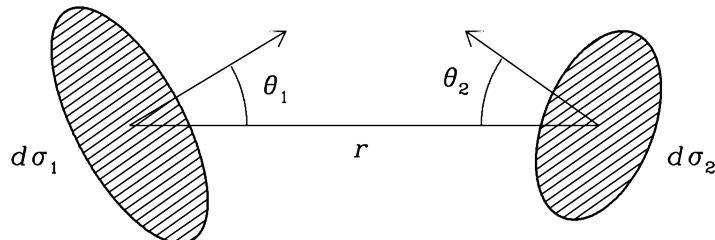


图 2-7. 比强度 I_ν 在自由空间里沿光线保持不变

Figure 2-7. The specific intensity I_ν conserved along a ray in empty space.

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 2.1

辐射在不存在吸收和发射的自由空间里传播时，其强度保持不变，即辐射的比强度 I_ν 与传播距离无关。为了说明这一点，考虑由源发射的一束光线，设 $d\sigma_1$ 和 $d\sigma_2$ 是光线上相距为 r 的两个面元（如图 2-7 所示），则两个面元相互所张的立体角分别为：

$$d\Omega_1 = \frac{\cos \theta_2 d\sigma_2}{r^2}, \quad (2-7)$$

$$d\Omega_2 = \frac{\cos \theta_1 d\sigma_1}{r^2}. \quad (2-8)$$

于是可知在频率范围 $[\nu, \nu + d\nu]$ 以及立体角 $d\Omega_1$ 之内流过面元 $d\sigma_1$ 的功率为：

$$dP_1 = (I_\nu)_1 \cos \theta_1 d\Omega_1 d\sigma_1 d\nu \quad (2-9)$$

$$= (I_\nu)_1 \left(\frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r^2} \right) d\sigma_1 d\sigma_2 d\nu, \quad (2-10)$$

类似地，流过面元 $d\sigma_2$ 的功率为：

$$dP_2 = (I_\nu)_2 \cos \theta_2 d\Omega_2 d\sigma_2 d\nu \quad (2-11)$$

$$= (I_\nu)_2 \left(\frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{r^2} \right) d\sigma_1 d\sigma_2 d\nu. \quad (2-12)$$

根据能量守恒，即 $dP_1 dt = dP_2 dt$ ，可得：

$$(I_\nu)_1 = (I_\nu)_2. \quad (2-13)$$

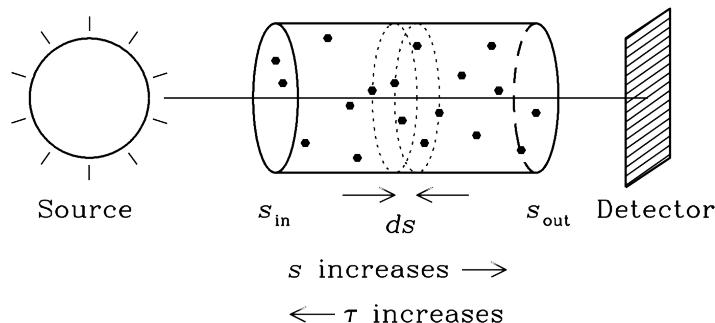


图 2-8. 辐射转移示意图。距离 s 沿源向探测器的方向增长，介质的入射端和出射端的距离分别为 s_{in} 和 s_{out} 。光深 τ 的增长方向与 s 相反。

Figure 2-8. An illustration of the radiative transfer. The distance s increases along the ray from the source to the detector. The distances at the input end and the output end of the intervening medium are s_{in} and s_{out} , respectively. The optical depth τ is measured in the opposite direction as s .

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 2.2

当传播空间中存在吸收和发射时（如图 2-8 所示），辐射的比强度 I_ν 会发生改变，具体变化可由辐射转移 (radiative transfer) 方程描述。首先考虑吸收情形，一个辐射光子通过介质中一个厚度为 ds 的薄层时被吸收的概率 dp 为：

$$dp = \kappa ds, \quad (2-14)$$

其中 κ 为吸收系数 (absorption coefficient)，具有 SI 单位 [m^{-1}]。于是比强度 I_ν 在通过厚度 ds 的介质后的损失比例为：

$$\frac{dI_\nu}{I_\nu} = -\kappa ds. \quad (2-15)$$

对上式的两边沿介质的吸收路径积分，可得：

$$\int_{s_{in}}^{s_{out}} \frac{dI_\nu}{I_\nu} = \ln I_\nu \Big|_{s_{in}}^{s_{out}} = - \int_{s_{in}}^{s_{out}} \kappa(s') ds', \quad (2-16)$$

即

$$\frac{I_\nu(s_{out})}{I_\nu(s_{in})} = \exp \left[- \int_{s_{in}}^{s_{out}} \kappa(s') ds' \right]. \quad (2-17)$$

据此，可定义光深 (optical depth) 为：

$$\tau \equiv - \int_{s_{out}}^{s_{in}} \kappa(s') ds'. \quad (2-18)$$

注意，上式的积分方向与 s 相反（参见图 2-8），如此可使 $\tau > 0$ 并且与介质的观测深度成正相关。利用光深 τ ，可将式 (2-17) 写成：

$$\frac{I_\nu(s_{out})}{I_\nu(s_{in})} = \exp(-\tau). \quad (2-19)$$

当 $\tau \ll 1$ 时，称介质是光学薄的；当 $\tau \gg 1$ 时，则称介质是光学厚的。

另一方面，介质可能产生辐射而使比强度 I_ν 增大。考虑介质中的一个体积元 $ds d\sigma$ ，在频率范围 $[\nu, \nu + d\nu]$ 内沿某一方向的立体角元 $d\Omega$ 所发射的谱功率为：

$$dP_\nu = j_\nu ds d\sigma d\nu d\Omega, \quad (2-20)$$

其中 j_ν 为体发射系数 (emission coefficient)，在不存在吸收的情况下可表示为：

$$j_\nu = \frac{dI_\nu}{ds}, \quad (2-21)$$

具有 SI 单位 [$W m^{-3} Hz^{-1} sr^{-1}$]。综合上式和式 (2-15)，可得完整的辐射转移方程为：

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa I_\nu + j_\nu. \quad (2-22)$$

2.2.3 热平衡和 Kirchhoff 定律

热力学平衡 (thermodynamic equilibrium), 简称热平衡, 是指一个系统在没有外界影响的条件下, 其各部分的宏观属性在长时间内不发生任何变化的状态。这是热力学的一个基本实验定律, 是定义温度的基础。

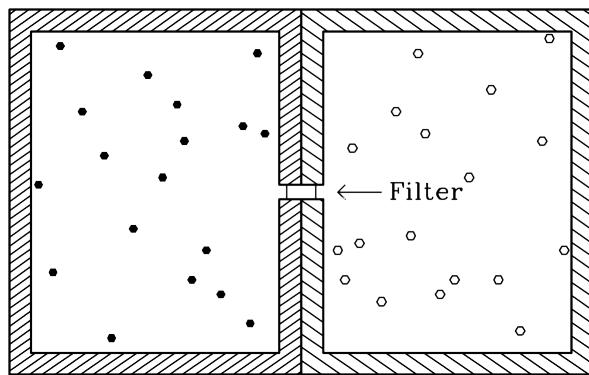


图 2-9. 推导 Kirchhoff 定律的思想实验

Figure 2-9. A thought experiment to derive the Kirchhoff's law.

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 2.2

考虑如下思想实验: 两个由不同材料制成、包含不同介质的空腔放在一起, 中间由一个仅允许频率在 $[\nu, \nu + d\nu]$ 之间的辐射通过的阀门连接, 如图 2-9 所示。在完全热平衡的情形下, 即空腔中的介质和辐射场具有相同的温度, 空腔产生的辐射与黑体辐射 (详见后文 § 2.2.4) 相同, 完全由温度决定, 而与其材质或者内部介质无关。当两个空腔在任意温度 T 达到完全热平衡时, 没有净能量从一个空腔通过阀门进入到另一个空腔, 否则损失能量的空腔将会冷却, 另一个空腔将会升温, 从而违背热力学第二定律。由此可知:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = 0, \quad (2-23)$$

$$I_\nu = B_\nu(T), \quad (2-24)$$

其中 $B_\nu(T)$ 为空腔的辐射频谱。于是辐射转移方程 [式 (2-22)] 成为:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = 0 = -\kappa B_\nu(T) + j_\nu, \quad (2-25)$$

所以:

$$\frac{j_\nu(T)}{\kappa(T)} = B_\nu(T), \quad (2-26)$$

上式对任意频率 ν 均成立。这就是完全热平衡系统的 Kirchhoff 定律。

完全热平衡状态只有在特殊的条件下才能实现；对于一般的系统，介质无法与辐射场达到热平衡。尽管如此，如果介质本身是热平衡的，则称该系统处于局部热力学平衡 (local thermodynamic equilibrium) 状态。对于这类局部热力学平衡系统，Kirchhoff 定律 [式 (2-26)] 同样适用，但是辐射场的比强度 I_ν 与介质的辐射频谱 $B_\nu(T)$ 通常不相等，即式 (2-24) 不成立。

2.2.4 黑体辐射和亮温度

黑体是一个能够吸收全部入射辐射而不产生任何反射或透射的理想化物体。处于热力学平衡态的黑体所发出的辐射称为黑体辐射，其能谱分布只取决于黑体的温度，由 Planck 辐射定律给出：

$$B_\nu(\nu, T) = \frac{2h_p\nu^3}{c^2} \left[\exp\left(\frac{h_p\nu}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (2-27)$$

其中 B_ν 是谱亮度， h_p 是 Planck 常数， k_B 是 Boltzmann 常数， c 是光速。

在射电波段， $h_p\nu \ll k_B T$ 通常成立，因此上式可近似为：

$$B_\nu(\nu, T) \approx \frac{2\nu^2 k_B T}{c^2}. \quad (2-28)$$

这就是 Rayleigh-Jeans 近似。在该近似下，黑体的谱亮度 B_ν 与其温度 T 严格成正比。因此，一个源的亮度(即比强度) I_ν 可以很方便地使用亮温度 (brightness temperature) T_b 来描述：

$$T_b(\nu) \equiv \frac{I_\nu c^2}{2 k_B \nu^2}. \quad (2-29)$$

对于一般的辐射源，其亮温度 T_b 会随频率 ν 发生改变。

2.2.5 电阻的热噪声

一个温度为 T 的电阻 (resistor) 会因为内部电子的随机热运动而产生噪声，称为 Johnson-Nyquist 噪声 [67, 68]，其谱功率由以下 Nyquist 近似给出（详见 CONDON & RANSOM 2016 [46], § 2.5）：

$$P_\nu \approx k_B T. \quad (2-30)$$

该式是 Rayleigh-Jeans 近似 [式 (2-28)] 在电子学中的对应。类似地，该近似公式只适用于 $h_p\nu \ll k_B T$ 的经典范畴。在考虑量子化修正后，严格的 Nyquist 公式为：

$$P_\nu = h_p \nu \left[\exp\left(\frac{h_p \nu}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (2-31)$$

2.3 谱线辐射基础

谱线 (spectral line) 是光谱上的窄 ($\Delta\nu \ll \nu$) 发射或吸收特征，源自原子或分子的能级跃迁。当一个原子或分子从高能级 E_2 跃迁至低能级 E_1 时，会发射一个特定频率的光子，一群这样的光子便形成了一条发射线 (emission line)。反过来，如果一个原子或分子从低能级 E_1 跃迁至高能级 E_2 ，则会吸收一个特定频率的光子。这些被吸收的光子通常来自背景的连续谱辐射，因此观测到的连续谱上将出现一条吸收线 (absorption line)。典型的谱线包括电离氢的复合线、中性氢的 21 cm 超精细结构谱线 (详见 § 3.1.1)。

2.3.1 Einstein 系数和细致平衡方程

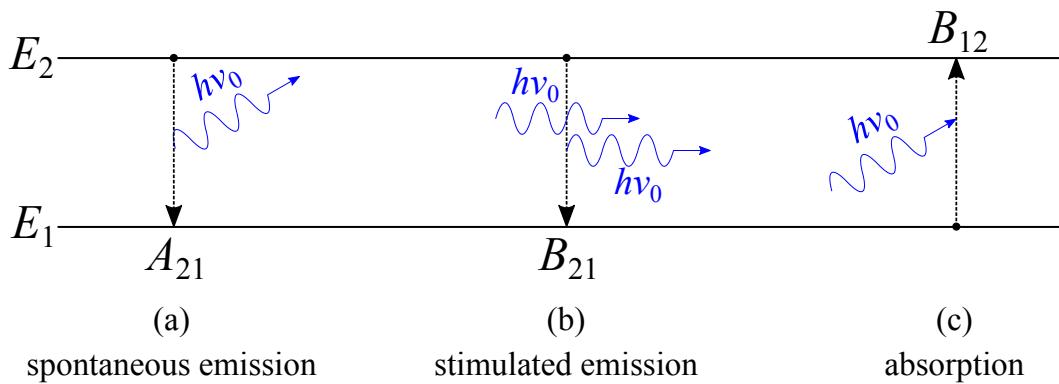


图 2-10. 原子与辐射场的三种相互作用过程: (a) 自发发射; (b) 受激发射; (c) 吸收。

Figure 2-10. The three processes that an atom interacts with the radiation field: (a) spontaneous emission; (b) stimulated emission; (c) absorption.

原子发射和吸收电磁辐射的量子理论首先由 Niels Bohr 在 1913 年提出^[69]，接着在 1916 年，Albert Einstein 提出了原子与辐射场的三种具体的相互作用过程^[70]，分别为：

1. **自发发射 (spontaneous emission):** 在没有外界光子的情况下，处在高能级 E_2 的原子自发地跃迁到低能级 E_1 而发射光子的过程 [如图 2-10(a) 所示]。发射光子的频率为 $\nu_0 = \Delta E/h_p = (E_2 - E_1)/h_p$ 。此类跃迁的速率正比于原子在高能级 E_2 的布居数 N_2 ，即：

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt} \right)_{\text{sp}} = A_{21} N_2, \quad (2-32)$$

其中 A_{21} 为自发发射系数。

2. 受激发射 (**stimulated emission**): 在频率为 ν_0 的外界光子的激励下, 处在高能级 E_2 的原子向低能级 E_1 跃迁而发射光子的过程 [如图 2-10(b) 所示]。该过程产生的光子与入射光子具有相同的频率、相位、传播方向和偏振态等性质, 这就是激光 (laser) 的基本原理。这个过程的跃迁速率正比于原子在高能级 E_2 的布居数 N_2 以及辐射场的谱能量密度 $u_\nu(\nu_0)$, 即:

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt} \right)_{st} = B_{21} N_2 u_\nu(\nu_0), \quad (2-33)$$

其中 B_{21} 为受激发射系数。

3. 吸收: 处在低能级 E_1 的原子吸收一个频率为 ν_0 的光子而跃迁到高能级 E_2 的过程 [如图 2-10(c) 所示]。类似地, 该过程的跃迁速率正比于原子在低能级 E_1 的布居数 N_1 以及辐射场的谱能量密度 $u_\nu(\nu_0)$, 即:

$$\frac{dN_{12}}{dt} = B_{12} N_1 u_\nu(\nu_0), \quad (2-34)$$

其中 B_{12} 为吸收系数。

以上三个公式中的比例系数 A_{21} 、 B_{21} 和 B_{12} 统称为 Einstein 系数。

考虑一个处于完全热平衡的系统, 则能级 E_1 和 E_2 之间的三种跃迁过程应满足细致平衡 (detailed balance) 条件:

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt} \right)_{sp} + \left(\frac{dN_{21}}{dt} \right)_{st} = \frac{dN_{12}}{dt}, \quad (2-35)$$

即有:

$$A_{21} N_2 + B_{21} N_2 u_\nu(\nu_0) = B_{12} N_1 u_\nu(\nu_0). \quad (2-36)$$

同时, 原子在两个能级上的布居数服从 Boltzmann 分布:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h_p \nu_0}{k_B T}\right), \quad (2-37)$$

其中 T 为系统的热力学温度, g_1 和 g_2 分别为能级 E_1 和 E_2 的简并度 (degree of degeneracy)。

从式 (2-36) 可解出辐射场的谱能量密度:

$$u_\nu(\nu_0) = \frac{A_{21}}{(N_1/N_2)B_{12} - B_{21}}, \quad (2-38)$$

代入式 (2-37) 可进一步得到:

$$u_\nu(\nu_0) = A_{21} \left[\frac{g_1}{g_2} B_{12} \exp\left(\frac{h_p \nu_0}{k_B T}\right) - B_{21} \right]^{-1}. \quad (2-39)$$

另一方面, 辐射场的频谱 $B_\nu(T)$ 由 Planck 辐射定律 [式 (2-27)] 给出, 再根据式 (2-6), 可知辐射场的谱能量密度为:

$$u_\nu(\nu_0) = \frac{4\pi}{c} \frac{2h_p\nu_0^3}{c^2} \left[\exp\left(\frac{h_p\nu_0}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (2-40)$$

联合上式和式 (2-39), 可得

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} \left[\frac{g_1}{g_2} \frac{B_{12}}{B_{21}} \exp\left(\frac{h_p\nu_0}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1} = \frac{8\pi h_p\nu_0^3}{c^3} \left[\exp\left(\frac{h_p\nu_0}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (2-41)$$

上式必须对任意温度 T 均成立, 因此可导出:

$$\begin{cases} \frac{g_1}{g_2} \frac{B_{12}}{B_{21}} = 1, \\ \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h_p\nu_0^3}{c^3}. \end{cases} \quad (2-42)$$

这就是描述三个 Einstein 系数相互关联的细致平衡方程。只要知道任何一个 Einstein 系数, 就可以据此导出另外两个系数。

2.3.2 含 Einstein 系数的辐射转移方程

在考虑辐射转移时, 介质的性质由体发射系数 j_ν 和吸收系数 κ 描述。对于谱线的辐射转移问题, j_ν 和 κ 均可使用 Einstein 系数表示出来。利用细致平衡方程 [式 (2-42)], 可进一步只使用自发发射系数 A_{21} 来表示这两个系数。

考虑一个在能级 E_1 和 E_2 之间跃迁的热平衡系统, 原子 (或分子) 在这两个能级上的布居数密度分别为 N_1 和 N_2 。对于系统中的一个体积元 $dV = ds d\sigma$, 在时间 dt 、频率范围 $[\nu, \nu + d\nu]$ 、沿某一方向的立体角元 $d\Omega$ 内通过自发发射过程产生的能量为:

$$dE_{sp}(\nu) = h_p \nu_0 A_{21} N_2 \phi(\nu) dV dt d\nu \left(\frac{d\Omega}{4\pi} \right), \quad (2-43)$$

其中 $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h_p$ 为谱线的中心频率, $\phi(\nu)$ 为谱线轮廓 (line profile)。类似地, 体积元 dV 通过受激发射过程产生的能量为:

$$dE_{st}(\nu) = h_p \nu_0 B_{21} N_2 u_\nu \phi(\nu) dV dt d\nu \left(\frac{d\Omega}{4\pi} \right), \quad (2-44)$$

以及吸收的能量为:

$$dE_{ab}(\nu) = h_p \nu_0 B_{12} N_1 u_\nu \phi(\nu) dV dt d\nu \left(\frac{d\Omega}{4\pi} \right), \quad (2-45)$$

其中 $u_\nu = 4\pi I_\nu/c$ 为辐射场的谱能量密度 [参见式 (2-6)]。在热平衡的情形下，有

$$dE_{sp}(\nu) + dE_{st}(\nu) - dE_{ab}(\nu) = dI_\nu d\sigma dt d\nu d\Omega, \quad (2-46)$$

即为含 Einstein 系数的辐射转移方程：

$$\frac{dI_\nu}{ds} = - \left[\frac{h_p \nu_0}{c} (B_{12}N_1 - B_{21}N_2) \phi(\nu) \right] I_\nu + \frac{h_p \nu_0}{4\pi} A_{21}N_2 \phi(\nu). \quad (2-47)$$

对比 § 2.2.2 所述的辐射转移方程 [式 (2-22)]，可得体发射系数 j_ν 和吸收系数 κ 分别为：

$$j_\nu = \frac{h_p \nu_0}{4\pi} A_{21}N_2 \phi(\nu), \quad (2-48)$$

$$\kappa = \frac{h_p \nu_0}{c} (B_{12}N_1 - B_{21}N_2) \phi(\nu). \quad (2-49)$$

将细致平衡方程 [式 (2-42)] 代入上述两式，可得：

$$\frac{j_\nu}{\kappa} = \frac{2h_p \nu_0^3}{c^2} \left(\frac{g_2 N_1}{g_1 N_2} - 1 \right)^{-1}. \quad (2-50)$$

对于局部热平衡的系统，Kirchhoff 定律 [式 (2-26)] 给出：

$$\frac{j_\nu}{\kappa} = B_\nu(T) = \frac{2h_p \nu_0^3}{c^2} \left[\exp \left(\frac{h_p \nu_0}{k_B T} \right) - 1 \right]^{-1}, \quad (2-51)$$

其中使用了 Planck 辐射定律 [式 (2-27)]。比较式 (2-50) 和式 (2-51)，可得：

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp \left(-\frac{h_p \nu_0}{k_B T} \right). \quad (2-52)$$

这说明处于局部热平衡的系统的能级布居与完全热平衡的系统的情形 [式 (2-37)] 相同。利用式 (2-48)、式 (2-50) 以及式 (2-52)，可以得到使用自发发射系数 A_{21} 表示的吸收系数 κ ：

$$\kappa = \frac{c^2}{8\pi \nu_0^2} A_{21} N_2 \left[\exp \left(\frac{h_p \nu_0}{k_B T} \right) - 1 \right] \phi(\nu) \quad (2-53)$$

$$= \frac{c^2}{8\pi \nu_0^2 g_1} A_{21} N_1 \left[1 - \exp \left(-\frac{h_p \nu_0}{k_B T} \right) \right] \phi(\nu). \quad (2-54)$$

2.3.3 能级相对布居和激发温度

即使一个二能级系统未处于局部热平衡状态，仍然可以使用下式定义其激发温度 (excitation temperature) T_{ex} ：

$$\frac{N_2}{N_1} \equiv \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T_{\text{ex}}}\right) = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h_p v_0}{k_B T_{\text{ex}}}\right). \quad (2-55)$$

该温度 T_{ex} 描述了两个能级的布居数 N_2 和 N_1 之比，由系统的辐射、碰撞激发 (collisional excitation) 和碰撞退激 (collisional de-excitation) 三者之间的平衡决定。

在单位时间、单位体积内，如果碰撞引发 $N_1 C_{12}$ 次从低能级 E_1 到高能级 E_2 的激发和 $N_2 C_{21}$ 次从 E_2 到 E_1 的退激，则系统的平衡条件成为：

$$N_2[A_{21} + B_{21} u_\nu(v_0) + C_{21}] = N_1[B_{12} u_\nu(v_0) + C_{12}], \quad (2-56)$$

根据细致平衡条件 [式 (2-36)] 可知：

$$N_1 C_{12} = N_2 C_{21}. \quad (2-57)$$

联合式 (2-40) 和式 (2-42) 可得：

$$B_{12} u_\nu(v_0) = \frac{g_2}{g_1} B_{21} u_\nu(v_0) = A_{21} \frac{g_2}{g_1} \left[\exp\left(\frac{h_p v_0}{k_B T_b}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad (2-58)$$

其中 T_b 为辐射场的亮温度。再利用式 (2-52) 和式 (2-57) 可得：

$$C_{12} = \frac{g_2}{g_1} C_{21} \exp\left(-\frac{h_p v_0}{k_B T_k}\right), \quad (2-59)$$

其中 T_k 为系统 (通常为气体) 的运动温度。将式 (2-58) 和式 (2-59) 代入式 (2-56)，整理可得：

$$\frac{N_2 g_1}{N_1 g_2} = \frac{A_{21} + C_{21} \exp\left(-\frac{h_p v_0}{k_B T_k}\right) \left[\exp\left(\frac{h_p v_0}{k_B T_b}\right) - 1 \right]}{A_{21} \exp\left(\frac{h_p v_0}{k_B T_b}\right) + C_{21} \left[\exp\left(\frac{h_p v_0}{k_B T_b}\right) - 1 \right]}. \quad (2-60)$$

最后将上式代入式 (2-55)，得到激发温度 T_{ex} 与 T_b 和 T_k 之间的关系为：

$$\exp\left(-\frac{h_p v_0}{k_B T_{\text{ex}}}\right) = \exp\left(-\frac{h_p v_0}{k_B T_b}\right) \frac{A_{21} + C_{21} \exp\left(-\frac{h_p v_0}{k_B T_k}\right) \left[\exp\left(\frac{h_p v_0}{k_B T_b}\right) - 1 \right]}{A_{21} + C_{21} \left[1 - \exp\left(-\frac{h_p v_0}{k_B T_b}\right) \right]}. \quad (2-61)$$

从上式可以看出，如果辐射占主导 ($A_{21} \gg C_{21}$)，则激发温度趋近于辐射场的亮温度 ($T_{\text{ex}} \rightarrow T_b$)；反之，如果碰撞占主导 ($A_{21} \ll C_{21}$)，则激发温度趋近于介质的运动温度 ($T_{\text{ex}} \rightarrow T_k$)。

2.4 基本天线概念

天线可分为接收型（如射电望远镜）和发射型（如雷达）两类。前者接收外界的电磁波将其转换成电信号，后者则将输入的电信号转换成电磁波发射出去。在种类繁多的天线中，短偶极天线是其中最基本的一种，下文对其进行简要介绍，并以此天线为例介绍若干重要的天线概念。

2.4.1 短偶极天线的辐射场

短偶极天线由两个总长度 l 远小于波长 λ 的导体组成（图 2-11 所示）。当接上一个交流驱动电源后，导体内的电子会发生往复的加速运动，从而激发电磁波。

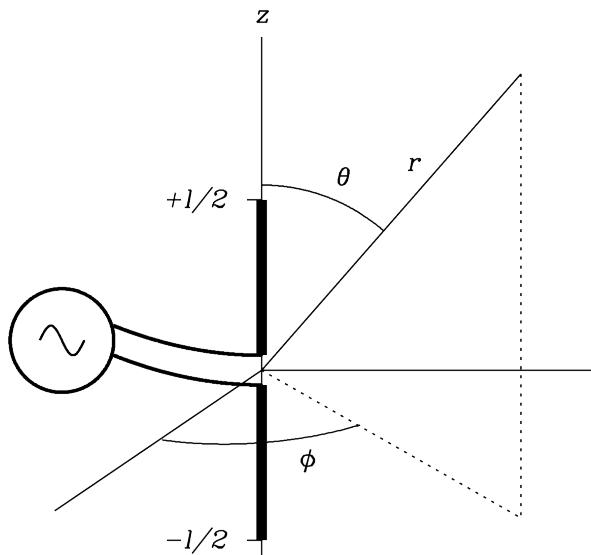


图 2-11. 用于分析短偶极天线辐射的坐标系统

Figure 2-11. The coordinate system used to describe the radiation from a short dipole.

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 3.1.1

首先考虑一个加速度为 \dot{v} 的电荷 q ，在距离 r 处产生的切向（即与 r 的方向垂直）电场强度为（详见 CONDON & RANSOM 2016 [46], § 2.7）：

$$E_{\perp} = \frac{q\dot{v} \sin \theta}{rc^2}, \quad (2-62)$$

其中 c 是光速， θ 为 r 与 v 之间的夹角。天线的每一小段 dz 均会贡献一定的电场强度 dE_{\perp} ，由于 $l \ll \lambda$ ，因此产生的总电场强度为：

$$E_{\perp} = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\dot{v} \sin \theta}{rc^2} \frac{dq}{dz} dz. \quad (2-63)$$

对于远场情形 ($r \gg l$), $1/r$ 可视为常数而提出积分号。考虑一个正弦形式的驱动电流:

$$I = I_0 e^{-i\omega t}, \quad (2-64)$$

其中 I_0 为电流峰值, 于是 $\dot{v} = -i\omega v$ 。导线中的电流可表示为:

$$I \equiv \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{dq}{dz} v, \quad (2-65)$$

代入式 (2-63), 可得

$$E_{\perp} = -\frac{i\omega \sin \theta}{rc^2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dq}{dz} v dz \quad (2-66)$$

$$= -\frac{i\omega \sin \theta}{rc^2} \int_{-l/2}^{l/2} I dz. \quad (2-67)$$

从天线的中点到两端, 电流近似线性地减小至 0, 即导线中的电流分布为:

$$I(z) \approx I_0 e^{-i\omega t} \left[1 - \frac{|z|}{l/2} \right]. \quad (2-68)$$

最终可得天线在 r 处产生的切向电场强度为:

$$E_{\perp} \approx -\frac{i\omega \sin \theta}{rc^2} \frac{I_0 l}{2} e^{-i\omega t} \quad (2-69)$$

$$= -\frac{i\pi \sin \theta}{rc} \frac{I_0 l}{\lambda} e^{-i\omega t}. \quad (2-70)$$

图 2-12 显示了一个无限短偶极天线 (即 Hertz 偶极子) 的瞬时电场强度分布图。

2.4.2 功率方向图和增益

功率方向图 (power pattern) $P(\theta, \phi)$ 是指一个天线的辐射功率的角向分布。对于短偶极天线, 由式 (2-70) 可得对时间平均的 Poynting 流量 (即单位面积流过的功率) 为:

$$\langle S \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle E_{\perp}^2 \rangle = \frac{\pi}{8c} \left(\frac{I_0 l}{\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2}. \quad (2-71)$$

于是该天线的功率方向图 $P(\theta, \phi)$ 为:

$$P(\theta, \phi) = \langle S \rangle. \quad (2-72)$$

在实际情况中, 一般使用归一化的功率方向图, 即:

$$P_n(\theta, \phi) \equiv P(\theta, \phi)/P_{\max} \quad (2-73)$$

$$= \sin^2 \theta. \quad (2-74)$$

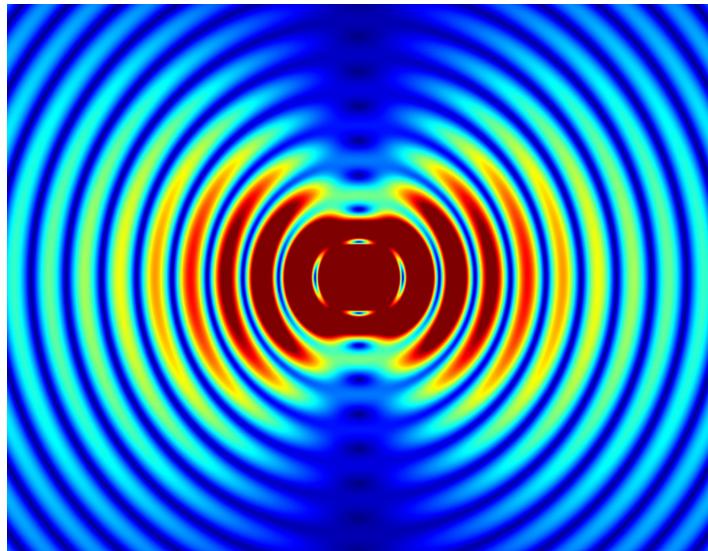


图 2-12. Hertz 偶极子的瞬时电场强度分布图

Figure 2-12. The instantaneous electric field intensity distribution of a Hertzian dipole.

来源/Credit: nageljr,

<https://www.deviantart.com/nageljr/art/The-Hertzian-Dipole-Antenna-542377463>, (2019-03-18), CC BY

对于更一般的天线，其功率方向图 $P(\theta, \phi)$ 将与两个空间方位角 (θ, ϕ) 均相关。

增益 (gain) $G(\theta, \phi)$ 定义为天线在方向 (θ, ϕ) 的辐射功率 $P(\theta, \phi)$ 与一个总辐射功率相等但各向辐射同性的天线的辐射功率 \bar{P} 之比，即：

$$G(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{\bar{P}} = \frac{4\pi P(\theta, \phi)}{\int P(\theta, \phi) d\Omega}. \quad (2-75)$$

可见，天线的增益与其功率方向图只相差一个常数。对于一个理想的天线，全天平均的增益为：

$$\langle G \rangle \equiv \frac{1}{4\pi} \int G(\theta, \phi) d\Omega = 1. \quad (2-76)$$

在实际应用中，增益 G 通常使用 [dB] 为单位：

$$G_{\text{dB}} \equiv 10 \log_{10} G. \quad (2-77)$$

2.4.3 主瓣及其半功率波束宽度

天线的功率方向图 $P(\theta, \phi)$ 通常会在某个方向范围内具有比在其他方向明显更大的值，这个方向范围便称为天线的主瓣 (main lobe)，其余方向的辐射瓣则称为旁瓣

(side lobe), 如图 2-13 所示。主瓣的立体角 Ω_{MB} 定义为:

$$\Omega_{MB} = \int_{MB} P_n(\theta, \phi) d\Omega, \quad (2-78)$$

其中 $P_n(\theta, \phi)$ 为归一化的功率方向图 [式 (2-73)]。主瓣的角度范围一般由半功率波束宽度 (Half Power Beam Width, HPBW) 描述, 定义为 $P(\theta, \phi)$ 下降至最大值的一半时主瓣的两点之间的角距离 (图 2-13)。若天线的辐射越具有指向性 (directivity), 则天线的增益 G 越大, 主瓣的立体角 Ω_{MB} 越小, HPBW 也越小。

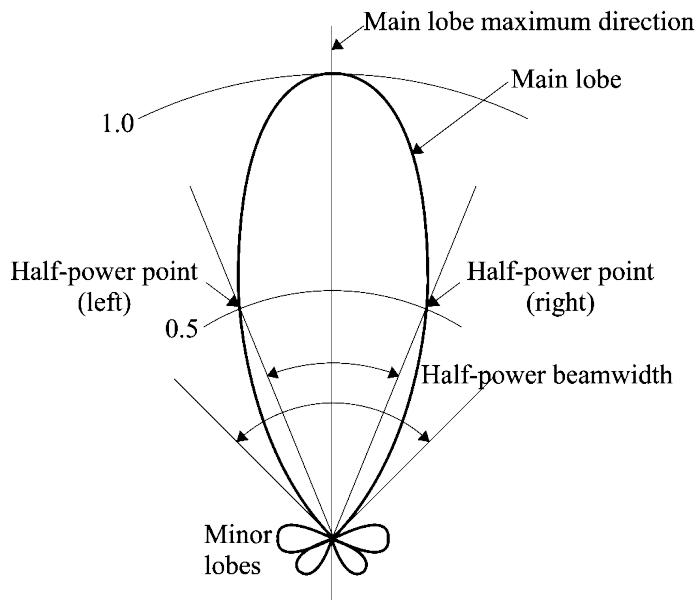


图 2-13. 天线主瓣及其 HPBW 的示意图

Figure 2-13. Diagram of an antenna's main lobe and its HPBW.

来源/Credit: ZUNIGA et al. 2009 [71]

2.4.4 有效接收面积

在测量一个流量密度为 S_ν 的无偏振源时, 若天线输出的谱功率为 P_ν , 则该天线的有效接收面积 (effective collecting area) A_e 定义为:

$$A_e \equiv \frac{2P_\nu}{S_\nu}, \quad (2-79)$$

式中的因子“2”是因为单个天线只能响应一个偏振方向。

天线的平均接收面积定义为:

$$\langle A_e \rangle \equiv \frac{1}{4\pi} \int A_e(\theta, \phi) d\Omega. \quad (2-80)$$

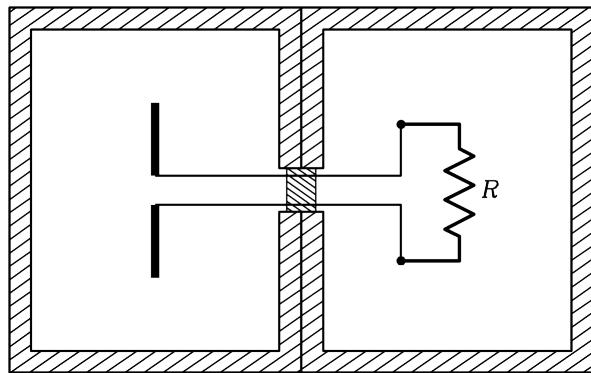


图 2-14. 计算天线平均接收面积 $\langle A_e \rangle$ 的思想实验

Figure 2-14. A thought experiment to calculate the average collection area $\langle A_e \rangle$ of an antenna.

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 3.1.4

为计算该面积，可借助这样一个思想实验：一个理想的天线和一个理想的电阻，分别置于两个温度均为 T 的空腔中并且达到热平衡；天线和电阻之间使用导线相连，两个空腔之间设有一个特殊的阀门，能够阻挡电磁波，但允许频率范围为 $[\nu, \nu + d\nu]$ 的电流通过导线，如图 2-14 所示。因为整个系统处于热平衡状态，所以导线中没有净能量流动，否则其中一个空腔将升温、另一个则冷却，违背热力学第二定律。因此，天线接收各个方向的无偏振黑体辐射 $B_\nu(T)$ 所产生的谱功率为：

$$P_{\nu,a} = \frac{1}{2} \int A_e(\theta, \phi) B_\nu(T) d\Omega, \quad (2-81)$$

而且该谱功率必须等于电阻的热噪声的谱功率 $P_{\nu,r}$ 。代入式 (2-31) 和式 (2-27)，可得

$$k_B T = \frac{2 k_B T}{2\lambda^2} \int A_e(\theta, \phi) d\Omega, \quad (2-82)$$

其中 $\lambda = c/\nu$ 为辐射的波长，于是天线的平均接收面积 $\langle A_e \rangle$ 为：

$$\langle A_e \rangle = \frac{\lambda^2}{4\pi}. \quad (2-83)$$

由此可知，不同形状、大小的理想天线均具有相同的平均接收面积。由互易定理 (reciprocity theorem) 可知，同一个天线的发射功率方向图与接收功率方向图相同，即：

$$G(\theta, \phi) \propto A_e(\theta, \phi). \quad (2-84)$$

结合式 (2-83) 和式 (2-76) 可得天线在某个方向的有效接收面积为：

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2 G(\theta, \phi)}{4\pi}. \quad (2-85)$$

若天线的有效接收面积 $A_e(\theta, \phi)$ 越大，则天线在此方向的增益 $G(\theta, \phi)$ 也越大，于是天线的指向性越强，对其他方向的灵敏度越低。

2.4.5 天线温度

一个被置于温度为 T 的黑体辐射环境中的天线，输出的噪声将与温度为 T 的电阻所产生的热噪声 [式 (2-30)] 相同（即具有相同的频谱），该电阻被称为天线的匹配电阻。若天线的输出谱功率为 P_ν ，则其匹配电阻的温度为 $T_r = P_\nu/k_B$ ，于是定义天线温度 (antenna temperature) 为其匹配电阻的温度，即：

$$T_A \equiv T_r = \frac{P_\nu}{k_B}. \quad (2-86)$$

天线温度 T_A 与天线的物理温度没有必然联系，仅作为天线测量值的一个方便表示。这个概念被广泛使用的原因主要有^[46]：

- $T_A = 1\text{ K}$ 对应的谱功率为 $P_\nu = 1.38 \times 10^{-23} \text{ W Hz}^{-1}$ ，是一个实用的小量，便于表示实际测量结果；
- 天线系统通常使用不同温度的电阻（称为负载）来进行校准，因此天线温度能够自然地表示校准结果；
- 接收机的噪声也使用 [K] 为单位，因此采用天线温度来描述信号强度能够简化信号和噪声的比较。

设天线的有效接收面积为 A_e [式 (2-79)]，则一个流量密度为 S_ν 的无偏振辐射源将使天线的温度 T_A 上升：

$$\Delta T_A = \frac{A_e S_\nu}{2 k_B}. \quad (2-87)$$

2.5 射电干涉测量的基本原理

根据衍射原理，望远镜的角分辨率约为 $\theta \sim \lambda/D$ ，其中 λ 为信号的波长（对应于观测频率）， D 为望远镜的口径。射电信号的波长（约从亚毫米至数十米）远远大于光学波段的信号，为了实现足够好的角分辨率，必须建造巨型的望远镜，比如 100 m 口径的 Green Bank Telescope (GBT)、305 m 口径的 Arecibo、500 m 口径的 Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope (FAST)。然而在数百 MHz 的低频射电波段，望远镜的口径需达到惊人的 10 km 左右才能在 100 MHz 实现约 1' 的角分辨率，这对于单口径望远镜而言显然是不现实的。因此，低频射电观测通常使用干涉测量 (interferometry) 技术，通过联合一系列小望远镜开展相干测量并综合，获得高分辨率图像。

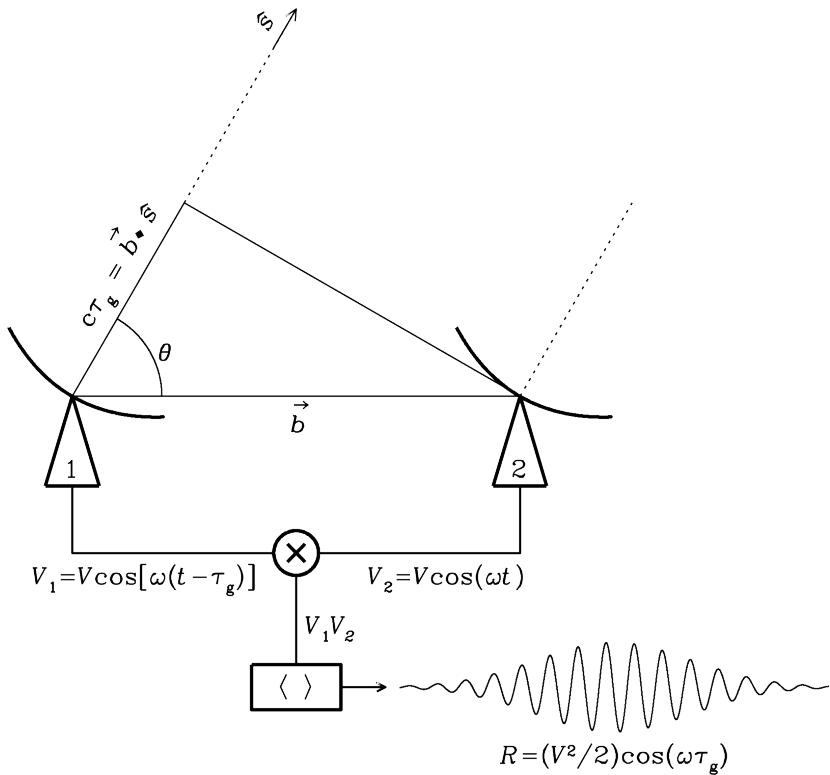


图 2-15. 二元单色干涉仪的构成示意图。两个相同的天线相距 \mathbf{b} 放置并指向位于 $\hat{\mathbf{s}}$ 方向的辐射源，接收的信号被放大后，再经过相关器的相乘 (\times) 和时间平均 ($\langle \rangle$)，得到输出响应 R 。

Figure 2-15. The components of a two-element quasi-monochromatic interferometer observing in a very narrow radio frequency band centered at $\nu = \omega/(2\pi)$. The two identical antennas are separated by the baseline vector \mathbf{b} and point to the source in direction $\hat{\mathbf{s}}$. The signals received by the antennas are amplified, multiplied (\times), and time averaged ($\langle \rangle$) by the correlator to yield the output response R .

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 3.7.1

2.5.1 二元单色干涉仪

考虑一个最简单的二元单色干涉仪（如图 2-15 所示），由两个相同的天线和相关器 (correlator) 构成，只测量频率为 ν 的单色信号。由于辐射源非常遥远，其信号到达干涉仪时为平面波（忽略电离层扰动等影响）。同一个波面被两个天线接收的时刻之间存在一定的差异，即为几何延迟 (geometric delay) τ_g :

$$\tau_g = \frac{\mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{s}}}{c}, \quad (2-88)$$

其中 c 是光速, \mathbf{b} 为两天线之间的基线矢量 (由天线 1 指向天线 2), $\hat{\mathbf{s}}$ 为辐射源的方向矢量。两个天线接收信号后输出的电压响应分别为:

$$\begin{cases} V_1(t) = V \cos[\omega(t - \tau_g)], \\ V_2(t) = V \cos(\omega t), \end{cases} \quad (2-89)$$

其中 $\omega = 2\pi\nu$ 为角频率。相关器然后将两个天线的响应相乘:

$$V_1(t)V_2(t) = V^2 \cos[\omega(t - \tau_g)] \cos(\omega t) \quad (2-90)$$

$$= \frac{1}{2}V^2 [\cos(2\omega t - \omega\tau_g) + \cos(\omega\tau_g)], \quad (2-91)$$

接着再进行时间平均:

$$R = \langle V_1(t)V_2(t) \rangle = \frac{1}{2}V^2 \cos(\omega\tau_g). \quad (2-92)$$

由于天线响应 V_1 和 V_2 正比于辐射源的亮度和天线的增益 [参见式 (2-75)], 因此相关器的响应 R 正比于辐射源的流量密度 S 和 $\sqrt{A_1 A_2}$, 其中 A_1 和 A_2 为两个天线的有效接收面积 [参见式 (2-83)]。

当辐射源的方向 $\hat{\mathbf{s}}$ 随地球的自转而改变时, 几何延迟 τ_g 也随之变化, 于是相关器的输出 R 出现正弦形式的振荡, 被称为干涉仪的响应条纹 (fringe), 其相位为:

$$\phi = \omega\tau_g = 2\pi \left(\frac{b \cos \theta}{\lambda} \right), \quad (2-93)$$

其中 θ 为方向矢量 $\hat{\mathbf{s}}$ 和基线矢量 \mathbf{b} 之间的夹角。根据

$$\frac{d\phi}{d\theta} = 2\pi \left(\frac{b \sin \theta}{\lambda} \right), \quad (2-94)$$

可知单个条纹的宽度 θ_s 为:

$$\theta_s = \frac{\lambda}{b \sin \theta}, \quad (2-95)$$

此参数称为干涉仪的综合波束宽度 (synthesized beamwidth), 描述了干涉仪的角分辨能力。

天线的功率方向图描述了天线响应随方向的变化情况, 也被称为干涉仪的初级波束 (primary beam), 将对输出 R 产生调制, 亦如图 2-15 所示, 其中相关器的响应条纹的包络 (envelope) 示意了初级波束的衰减情况。

对于一个表面亮度分布为 $I_\nu(\hat{s})$ 的展源，由于不同位置产生的辐射互不相干，因此可以被当作一系列独立的点源处理，于是上述二元单色干涉仪观测这个展源的输出响应为：

$$R_c = \int I_\nu(\hat{s}) \cos(\omega \mathbf{b} \cdot \hat{s}/c) d\Omega \quad (2-96)$$

$$= \int I_\nu(\hat{s}) \cos(2\pi \mathbf{b} \cdot \hat{s}/\lambda) d\Omega, \quad (2-97)$$

其中下标“*c*”表示“cosine”相关器的输出，以区分下文将要介绍的“sine”相关器。

任意一个亮度分布 I 可分解为奇对称成分 I_{odd} 与偶对称成分 I_{even} 之和，但是式(2-97) 描述的 cosine 相关器只能测量其中的偶对称成分 I_{even} ，因为：

$$R_c = \int [I_{\text{odd}}(\hat{s}) + I_{\text{even}}(\hat{s})] \cos(2\pi \mathbf{b} \cdot \hat{s}/\lambda) d\Omega \quad (2-98)$$

$$= \int I_{\text{even}}(\hat{s}) \cos(2\pi \mathbf{b} \cdot \hat{s}/\lambda) d\Omega. \quad (2-99)$$

为了能够测量另一个奇对称成分 I_{odd} ，则需要一个“sine”相关器，可通过对其中一个天线的输出增加 $\pi/2$ 的相位延迟来实现，于是有：

$$R_s = \int [I_{\text{odd}}(\hat{s}) + I_{\text{even}}(\hat{s})] \sin(2\pi \mathbf{b} \cdot \hat{s}/\lambda) d\Omega \quad (2-100)$$

$$= \int I_{\text{odd}}(\hat{s}) \sin(2\pi \mathbf{b} \cdot \hat{s}/\lambda) d\Omega. \quad (2-101)$$

一对 cosine 和 sine 相关器的组合称为复相关器 (complex correlator)，其输出称为复可见度 (complex visibility)，简称可见度：

$$\mathcal{V} \equiv R_c - i R_s \quad (2-102)$$

$$= \int I_\nu(\hat{s}) \exp(-2\pi i \mathbf{b} \cdot \hat{s}/\lambda) d\Omega. \quad (2-103)$$

2.5.2 有限带宽和平均时间的影响

将上述二元单色干涉仪推广至有限带宽信号的测量。考虑一个中心频率为 ν_c 且宽度为 $\Delta\nu$ 的窄频带 ($\Delta\nu \gg \nu_c$)，可认为辐射源的亮度和天线的响应在此频带内保持不变，于是可得干涉仪测量的可见度 [式(2-103)] 为：

$$\mathcal{V} = \int \left[\frac{1}{\Delta\nu} \int_{\nu_c - \Delta\nu/2}^{\nu_c + \Delta\nu/2} I(\hat{s}, \nu) \exp(-2\pi i \nu \tau_g) \right] d\Omega \quad (2-104)$$

$$\approx \int I_\nu(\hat{s}) \text{sinc}_\pi(\Delta\nu \tau_g) \exp(-2\pi i \nu_c \tau_g) d\Omega, \quad (2-105)$$

其中归一化 sinc_π 函数的定义如下：

$$\text{sinc}_\pi(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, & \text{if } x \neq 0, \\ 1, & \text{if } x = 0. \end{cases} \quad (2-106)$$

因此对于带宽为 $\Delta\nu$ 的非单色信号，干涉仪测得的条纹幅度减弱至原来的 $\text{sinc}_\pi(\Delta\nu \tau_g)$ 倍。为了尽可能地减小这种信号衰减，可以给“前导”天线（即先接收到信号的天线）的输出信号增加补偿延迟 (compensating delay) τ_0 ，使其满足 $|\tau_0 - \tau_g| \ll (\Delta\nu)^{-1}$ ，于是两个天线的输出响应到达相关器时具有同步的相位（如图 2-16 所示）。满足 $\tau_0 = \tau_g$ 的方向 \hat{s}_0 称为延迟中心 (delay center) 或相位参考位置 (phase reference position)。

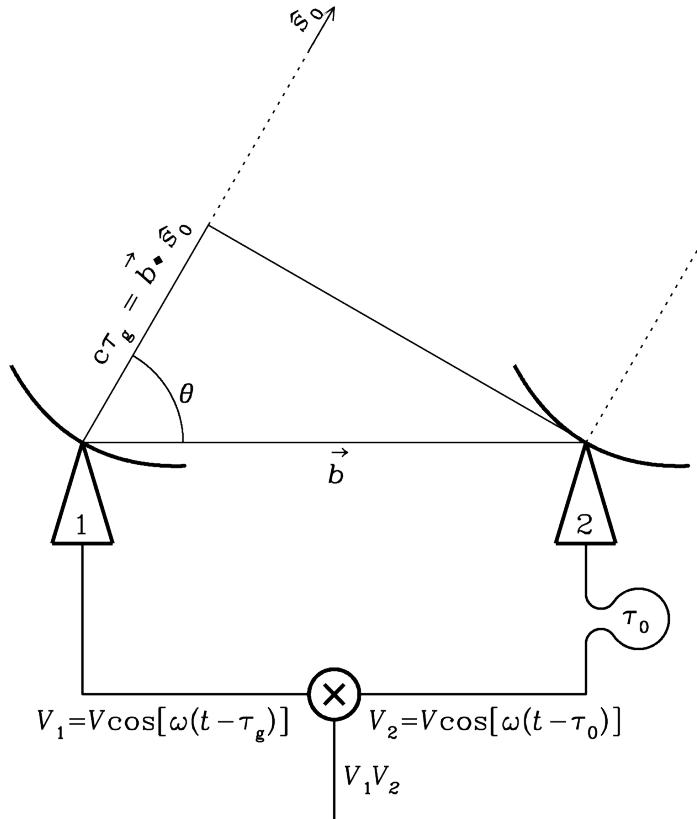


图 2-16. 通过给前导天线（对应于图中的天线 2）增加补偿延迟 $\tau_0 \approx \tau_g$ ，使两个天线的输出信号的相位在相关运算时保持同步，从而最小化带宽效应的影响。

Figure 2-16. By introducing the compensating delay $\tau_0 \approx \tau_g$ in the signal path of the leading antenna (i.e., the antenna 2), the phases of the two signals are almost in sync when they reach the correlator, hence minimizing the attenuation to the measured fringes caused by the finite bandwidth effect.

来源/Credit: CONDON & RANSOM 2016 [46], § 3.7.3

因为几何延迟 τ_g 会随方向 \hat{s} 而变化，所以补偿延迟 τ_0 只对特定方向 \hat{s}_0 （即延迟中心）是恰好准确的。偏离延迟中心的角度 $\Delta\theta$ 越大，补偿延迟 τ_0 的修正效果就越差，带宽效应产生的影响也就越严重。这个效应被称为带宽涂污 (bandwidth smearing)，限制了有效的视场大小。为了满足：

$$\Delta\nu\Delta\tau_g \approx \Delta\nu \frac{d\tau_g}{d\theta} \Delta\theta = \frac{b \sin \theta}{c} \Delta\nu \Delta\theta \ll 1, \quad (2-107)$$

则要求视场半径满足：

$$\Delta\theta \ll \frac{\nu\theta_s}{\Delta\nu}. \quad (2-108)$$

解决带宽涂污的一个方法是将一个宽频带划分为一系列足够窄（约几十 kHz）的频率通道 (channel)，然后对每个通道的信号独立地进行相关运算得到可见度。

类似地，如果相关器的平均时间 (averaging time) Δt 过长，则辐射源的位置 \hat{s} 会因地球自转而发生显著改变（可与 θ_s 相比拟），导致补偿延迟 τ_0 的修正效果变差。这个效应被称为时间涂污 (time smearing)。一个距离延迟中心 $\Delta\theta$ 的目标的移动速度为 $v = \omega_e \Delta\theta$ ，其中 ω_e 为地球自转的角速度。为了最小化时间涂污的影响，相关器的平均时间 Δt 需满足：

$$v\Delta t = \omega_e \Delta\theta \Delta t \ll \theta_s, \quad (2-109)$$

即：

$$\Delta t \ll \frac{\theta_s}{\omega_e \Delta\theta}. \quad (2-110)$$

2.5.3 干涉成像原理

为了能够实际地运用式 (2-103) 从观测的可见度数据获得辐射源的亮度分布，需要定义一个合适的坐标系。如图 2-17 所示的 (u, v, w) 直角坐标系是最常用的，其中 w 轴指向参考方向 \hat{s}_0 （通常为目标的中心）， u 轴向东， v 轴向北。于是基线矢量为 $\mathbf{b} = (u, v, w)\lambda$ ，方向矢量为 $\hat{s} = (l, m, \sqrt{1 - l^2 - m^2})$ ，其中 l 和 m 分别为 \hat{s} 对 u 轴和 v 轴的投影长度，即方向余弦 (direction cosine)。再利用 $d\Omega = dl dm / \sqrt{1 - l^2 - m^2}$ ，干涉仪测量的可见度 [式 (2-103)] 便可表示为：

$$\mathcal{V}(u, v, w) = \iint \frac{I_\nu(l, m)}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} \exp \left[-2\pi i \left(ul + vm + w\sqrt{1 - l^2 - m^2} \right) \right] dl dm. \quad (2-111)$$

注意，因为上式的相位因子存在额外项 “ $w\sqrt{1 - l^2 - m^2}$ ”，该项反映了干涉阵列天线的三维分布情况以及成像天区偏离平面近似的程度，所以这不是二维 Fourier 变换。但是在下述两种常见的特殊情况下，上式可变成二维 Fourier 变换，从而可以通过逆 Fourier 变换从可见度 \mathcal{V} 获得目标的亮度分布 I_ν 。

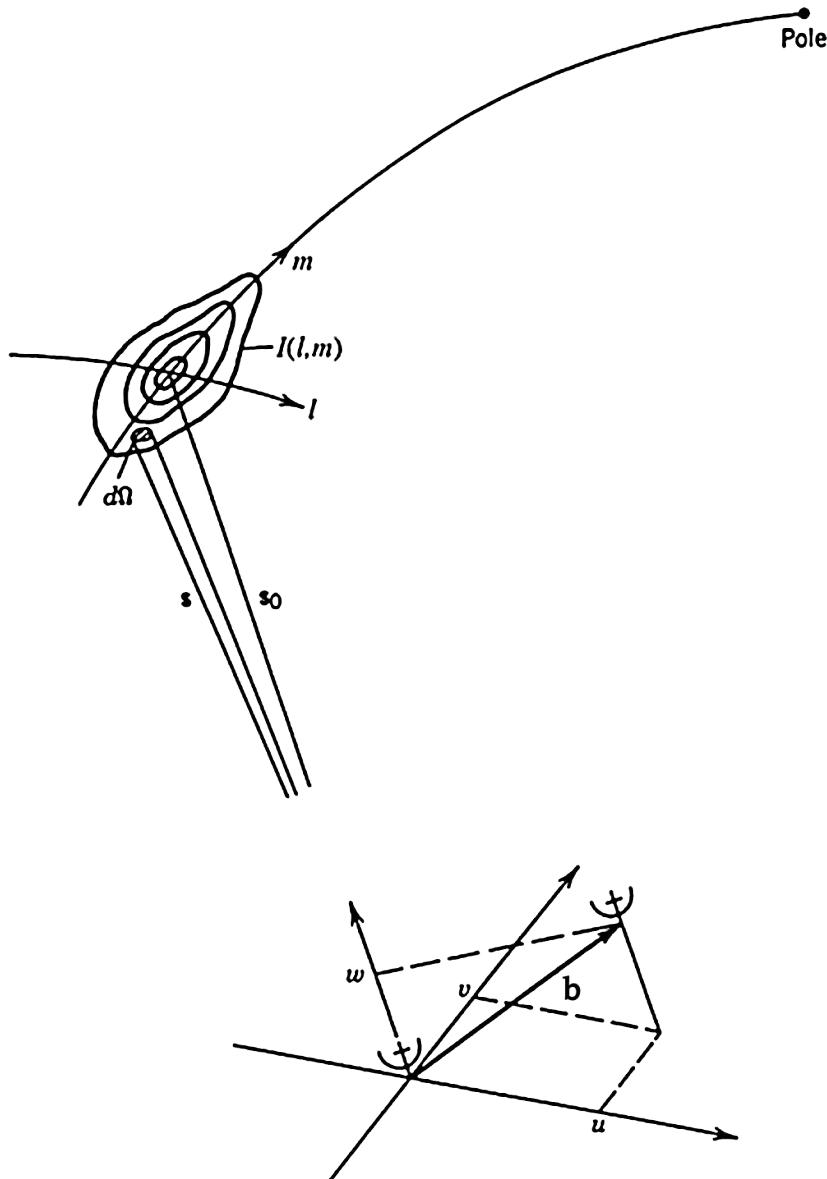


图 2-17. 干涉仪成像中常用的 (u, v, w) 直角坐标系，其中 w 轴指向参考方向 $\hat{\mathbf{s}}_0$ （通常为目标的中心）， u 轴向东， v 轴向北。基线矢量可表示为 $\mathbf{b} = (u, v, w)\lambda$ ，目标的亮度分布则用方向余弦描述，即 $I_\nu(\hat{\mathbf{s}}) = I_\nu(l, m)$ ，其中 l, m 分别为方向矢量 $\hat{\mathbf{s}}$ 对 u, v 轴的投影长度。

Figure 2-17. The (u, v, w) Cartesian coordinate system for interferometers, in which the w -axis points in the reference direction $\hat{\mathbf{s}}_0$ (usually toward the source center), and the u - and v -axes point east and north, respectively. A baseline vector is represented as $\mathbf{b} = (u, v, w)\lambda$, and the source brightness distribution is described as $I_\nu(\hat{\mathbf{s}}) = I_\nu(l, m)$, where l, m are direction cosines, i.e., the projected lengths of the direction vector $\hat{\mathbf{s}}$ against the u - and v -axes, respectively.

来源/Credit: THOMPSON et al. 2017 [72], § 3.1

- **所有基线矢量共面:** 这里可以进一步分为两种情形: (1) 干涉阵列的天线只沿东西方向分布, 如 Westerbork Synthesis Radio Telescope (WSRT)^[73], 尽管基线矢量随地球自转而发生变化, 所有基线矢量均落在同一个垂直于地球自转轴的平面内; (2) 虽然干涉阵列的天线呈二维分布, 如 MIT Epoch of Reionization (MITEoR)^[74], 但是采用快照(snapshot) 观测模式, 即每次观测或成像的积分时间(integration time) 足够短。在这两种情况下, 可以选取合适的坐标系原点使得 $w = 0$, 于是式(2-111) 变成二维 Fourier 变换, 通过逆变换可得目标的亮度分布:

$$\frac{I_\nu(l, m)}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} = \iint \mathcal{V}(u, v, w \equiv 0) \exp[2\pi i(u l + v m)] du dv. \quad (2-112)$$

- **小视场成像:** 对于任何干涉阵列, 如果只观测以参考方向 \hat{s}_0 为中心的一个足够小的视场区域, 则有:

$$w\sqrt{1 - l^2 - m^2} \approx w \left[1 - \frac{l^2 + m^2}{2} \right]. \quad (2-113)$$

于是式(2-111) 成为:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(u, v, w) &\approx \exp(-2\pi i w) \\ &\times \iint \frac{I_\nu(l, m)}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} \exp[-2\pi i(u l + v m) - i\pi w(l^2 + m^2)] dl dm. \end{aligned} \quad (2-114)$$

如果 $|\pi w(l^2 + m^2)| \ll 1$, 即有 $\exp[-i\pi w(l^2 + m^2)] \approx 1$, 则上式变成二维 Fourier 变换, 即:

$$\mathcal{V}(u, v) = \mathcal{V}(u, v, w) \exp(2\pi i w) \quad (2-115)$$

$$\approx \iint \frac{I_\nu(l, m)}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} \exp[-2\pi i(u l + v m)] dl dm, \quad (2-116)$$

然后通过逆 Fourier 变换, 便得到目标的亮度分布:

$$\frac{I_\nu(l, m)}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} = \iint \mathcal{V}(u, v) \exp[2\pi i(u l + v m)] du dv. \quad (2-117)$$

式(2-116) 中的近似所引入的相位误差为:

$$\sigma_p = \pi w(l^2 + m^2). \quad (2-118)$$

为估算 w 的最大值, 可设干涉阵列观测一个接近地平线的源, 则有:

$$w_{\max} \sim b_{\max}/\lambda \approx \theta_s^{-1}, \quad (2-119)$$

其中 b_{\max} 为基线的最大长度, θ_s 为综合波束宽度 [式 (2-95)]。于是最大相位误差约为:

$$(\sigma_p)_{\max} \sim \pi \theta_s^{-1} \left(\frac{\theta_f}{2} \right)^2, \quad (2-120)$$

其中 θ_f 为成像视场大小。如果要求相位误差 σ_p 不超过某个阈值, 比如 0.1 rad , 则要求:

$$\theta_f < \frac{1}{3} \sqrt{\theta_s}, \quad (2-121)$$

其中 θ_f 和 θ_s 均以 rad 为单位。参见 THOMPSON et al. 2017 [72] 的第 3.1.1 节。

上述第一种情况要求基线矢量 \mathbf{b} 全部在同一平面内, 第二种情况要求方向矢量 \hat{s} 在天球上的对应点全部在同一平面内, 即视场足够小。从式 (2-103) 容易看出 \mathbf{b} 和 \hat{s} 之间存在对称性, 因此这两种情况可理解为相同近似条件的不同表现形式^[75]。如果无法满足以上两种情况 (比如呈三维空间分布的干涉阵列的大视场成像), 则需要采用专门的成像方法^[76, 77], 例如 w 投影 (w -projection) 法^[78]、 w 堆叠 (w -stacking) 法^[79] (将在 § 4.5 使用的 WSClean 成像软件实现了该方法^[80, 81])。

2.5.4 uv 覆盖和脏图

设二元干涉仪的基线矢量为 $\mathbf{b} = (u, v, w)\lambda$, 干涉仪在每个时刻测量 uv 平面内位于 (u, v) 和 $(-u, -v)$ 的一对可见度数据点。 \mathbf{b} 的各个分量随地球自转而逐渐变化, 于是该基线在 24 h 内测量的可见度数据点在 uv 平面内形成两个相互对称的椭圆。一个包含 N_A 个天线的干涉阵列可形成 $N_A(N_A - 1)/2$ 条基线, 每条基线都可以测量 uv 平面内相应位置的可见度, 于是显著地增加了 uv 覆盖度, 即 uv 平面内被测量到的范围。图 2-18 展示了不同天线数目、不同积分时间的 uv 覆盖。

因为干涉阵列的天线数目是有限的, 基线的长度范围也是有限的, 所以在实际观测中 uv 平面不可能被完全覆盖, 具体覆盖情况可由采样函数 (sampling function) 描述:

$$S(u, v) = \sum_{k,t} \delta(u - u_{k,t}, v - v_{k,t}), \quad (2-122)$$

其中 $u_{k,t}$ 和 $v_{k,t}$ 为时刻 t 时基线 \mathbf{b}_k 在 uv 平面内的分量。于是, 干涉阵列实际测量的可见度数据为:

$$\mathcal{V}^m(u, v) = \mathcal{V}(u, v) S(u, v). \quad (2-123)$$

由于无法获得目标亮度分布的全部信息, 根据式 (2-117) 对测量的可见度数据进行逆

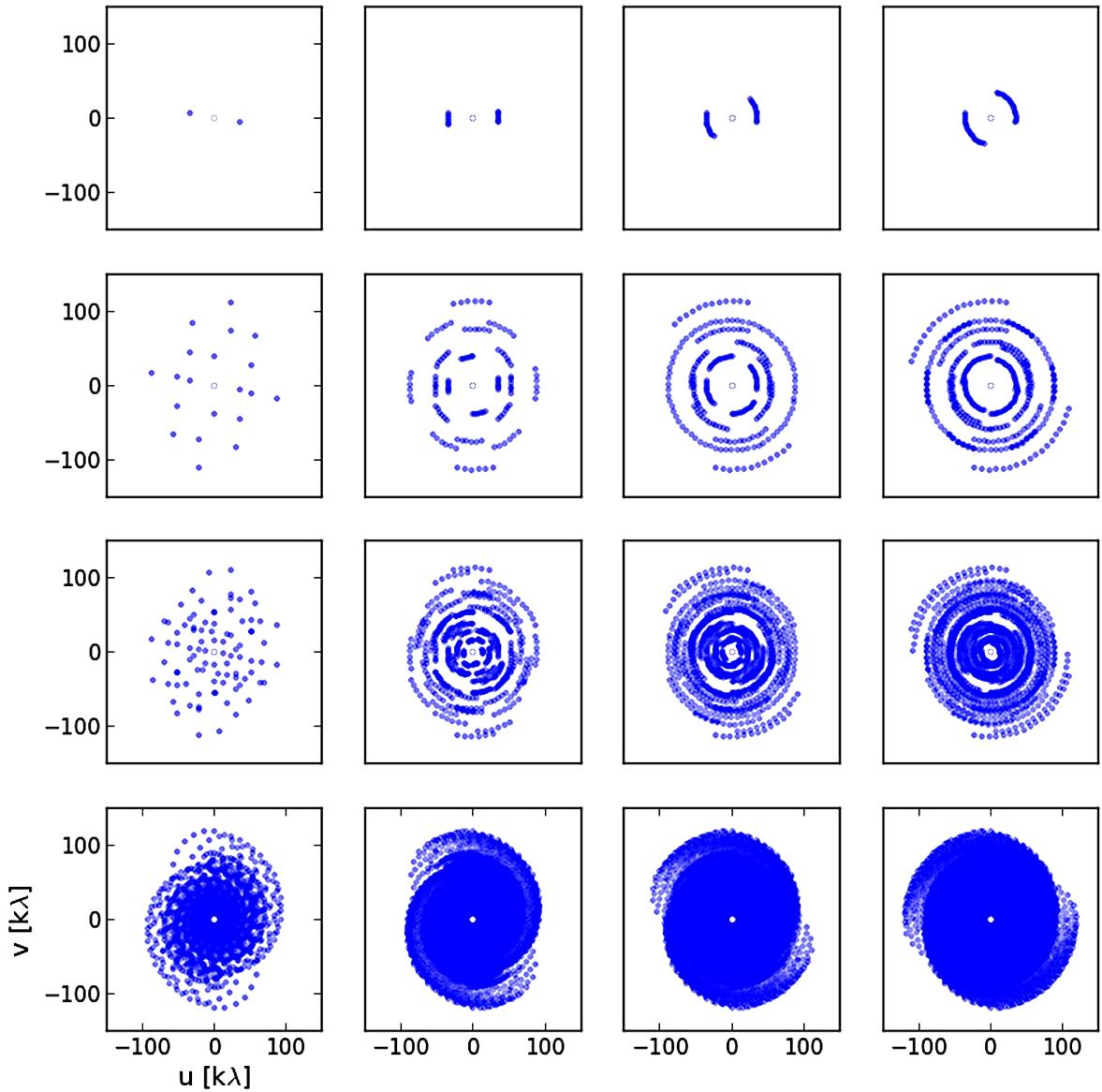


图 2-18. 不同天线数目、不同积分时间的 uv 覆盖示例。从上往下: 干涉阵列分别包含 2、5、10 和 50 个呈对数螺旋状分布的天线; 从左到右: 积分时间分别为 10 s、2 h、4 h 和 6 h。

Figure 2-18. Examples of uv coverages. Top to bottom: the interferometer includes 2, 5, 10, and 50 antennas in a logarithmic spiral pattern, respectively; Left to right: the integration time is 10 s, 2 h, 4 h, and 6 h, respectively.

来源/Credit: AVISON & GEORGE 2013 [82]

Fourier 变换仅能得到目标的脏图 (dirty map) $I_\nu^D(l, m)$:

$$\frac{I_\nu^D(l, m)}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} = \iint \mathcal{V}(u, v) S(u, v) \exp[2\pi i(ul + vm)] dl dm. \quad (2-124)$$

利用卷积定理 (convolution theorem), 可将上式表示为:

$$I_\nu^D(l, m) = I_\nu(l, m) * B(l, m), \quad (2-125)$$

其中 “*” 表示卷积算符, $B(l, m)$ 是采样函数 $S(u, v)$ 的 Fourier 变换:

$$B(l, m) = \iint S(u, v) \exp[2\pi i(ul + vm)] dl dm, \quad (2-126)$$

称为综合波束 (synthesized beam) 或点扩散函数 (Point Spread Function, PSF)。图 2-19 展示了成像过程中的主要变换关系。为了从脏图 $I_\nu^D(l, m)$ 尽可能地恢复目标的真实图像 $I_\nu(l, m)$, 则需要使用复杂的非线性解卷积 (deconvolution) 方法, 比如 CLEAN 算法^[83, 84] (详见后文 § 2.5.6)、最大熵方法 (maximum entropy method)^[85]。

2.5.5 栅格化和加权方法

干涉成像过程涉及大量的 Fourier 变换, 因此严重依赖于快速 Fourier 变换 (Fast Fourier Transform, FFT) 算法, 该算法的计算复杂度为 $\mathcal{O}(N \log N)$, 其中 N 为数据点数目, 远远低于离散 Fourier 变换的计算复杂度 $\mathcal{O}(N^2)$, 尤其当 N 很大的时候。FFT 算法要求数据分布在均匀的栅格 (grid) 上, 因此需要对观测的可见度数据 [式 (2-123)] 进行栅格化 (gridding), 即:

$$\mathcal{V}^G(u, v) = \frac{1}{\Delta u \Delta v} \text{III}\left(\frac{u}{\Delta u}, \frac{v}{\Delta v}\right) \mathcal{V}^m(u, v), \quad (2-127)$$

其中 $\text{III}()$ 为 Shah 函数 (亦称 Dirac 梳状函数):

$$\text{III}(x, y) = \sum_{i,j=-\infty}^{\infty} \delta(x - i, y - j), \quad (2-128)$$

Δu 和 Δv 为 uv 栅格的格子 (cell) 大小。

干涉阵列能够测量的最小 u_{\min} 和 v_{\min} 由其最短基线 b_{\min} 决定:

$$u_{\min} \approx v_{\min} \approx b_{\min}/\lambda. \quad (2-129)$$

根据信号处理领域的采样定理 (sampling theorem), 为了避免数据因栅格化而出现失真, 栅格的格子大小应满足:

$$\Delta u \approx \Delta v \lesssim \frac{u_{\min}}{2} \approx \frac{v_{\min}}{2} \approx \frac{b_{\min}}{2\lambda}. \quad (2-130)$$

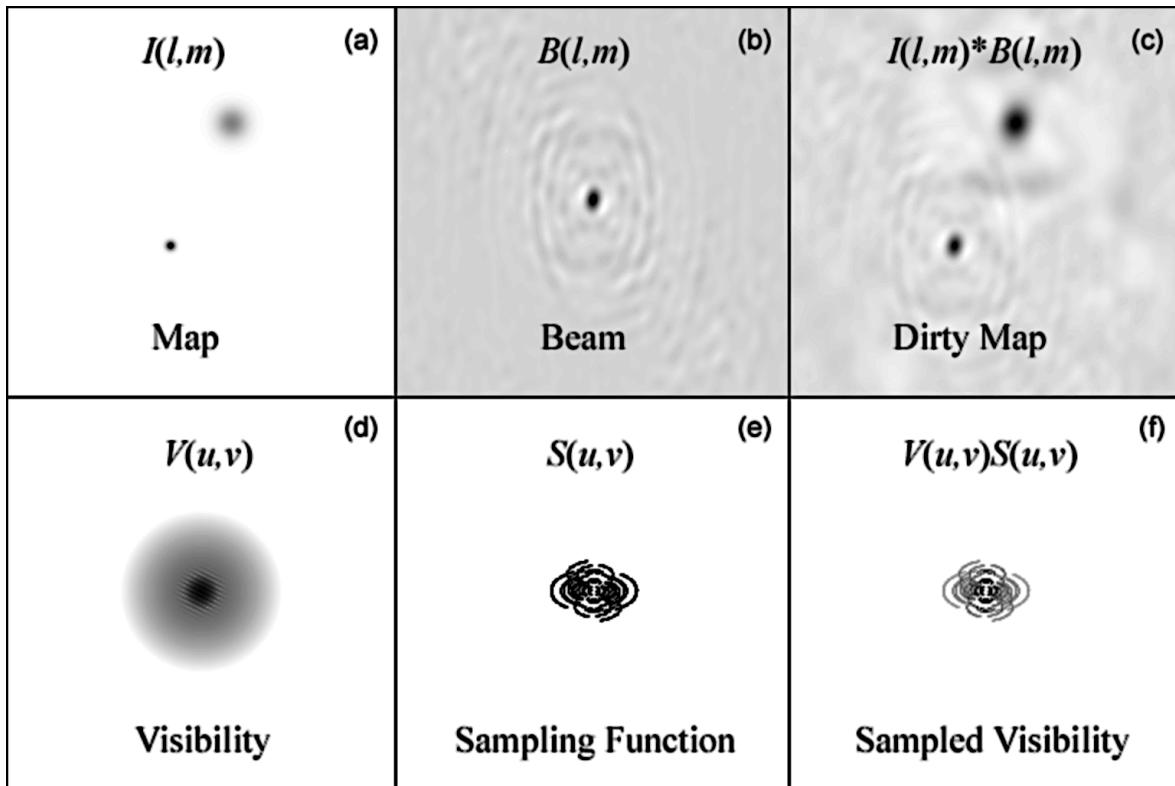


图 2-19. 干涉成像过程中的变换关系。**(a)** 真实天图；**(b)** 综合波束；**(c)** 脏图；**(d)** 真实的可见度数据；**(e)** 采样函数；**(f)** 实际测量的可见度数据。每列的两张图像互为 Fourier 变换。

Figure 2-19. The transform relations among the imaging process. **(a)** True sky map; **(b)** Synthesized beam; **(c)** Dirty map; **(d)** True visibility data; **(e)** Sampling function; **(f)** Actually measured visibility data. The two images in each column are the Fourier transform of each other.

来源/Credit: Dale E. Gary, Radio Astronomy, Lecture 6,

<https://web.njit.edu/~gary/728/Lecture6.html>, (2018-11-21) [反转了颜色]

另一方面，干涉阵列的最长基线 b_{\max} 决定了能够测量的 u_{\max} 和 v_{\max} ：

$$u_{\max} \approx v_{\max} \approx b_{\max}/\lambda. \quad (2-131)$$

因此栅格化之后的 uv 平面的每边格子数目为：

$$N_u \approx N_v \gtrsim \frac{2b_{\max}}{b_{\min}}. \quad (2-132)$$

干涉阵列的短基线主要测量目标辐射的大尺度分布情况（对应于 u 、 v 较小的可见度数据），长基线则主要探测目标辐射的小尺度结构（对应于 u 、 v 较大的可见度数据）。根据研究对象和目标的不同，需要从同一份观测数据处理得到不同性质的图像，

比如, 研究点源形态时要求图像的空间分辨率高, 探测展源时则要求图像的噪声水平低。因此在成像过程中需要对可见度数据进行加权处理, 即:

$$\mathcal{V}^w(u, v) = \mathcal{V}^G(u, v)W(u, v), \quad (2-133)$$

其中 $W(u, v)$ 为权重函数 (weighting function)。常用的加权方法有以下三种:

- **自然权重:** 每个格子的权重 $W_n(u_i, v_j)$ 为该格子所包含的数据点个数 $N(u_i, v_j)$ 。假定一个格子内的数据服从正态分布, 则该格子的数据方差为: $\sigma^2(u_i, v_j) \simeq 1/N(u_i, v_j)$ 。因此, 采用自然权重使每个格子的权重反比于格子的方差, 即:

$$W_n(u_i, v_j) = N(u_i, v_j) \simeq \frac{1}{\sigma^2(u_i, v_j)}, \quad (2-134)$$

如此所得的图像具有最低的噪声水平, 适合用于探测暗弱展源。因为 uv 平面中心区域的覆盖通常远好于外围区域, 所以自然权重会使短基线得到的权重大于长基线, 因此图像的空间分辨率较差, 并且旁瓣较明显。

- **均匀权重:** 每个格子的权重 $W_u(u_i, v_j)$ 反比于该格子所包含的数据点个数 $N(u_i, v_j)$, 即:

$$W_u(u_i, v_j) = \frac{1}{N(u_i, v_j)}. \quad (2-135)$$

这种加权方法使长基线得到更大的权重, 使 uv 平面的覆盖更均匀, 所以生成的图像的空间分辨率较好, 旁瓣较弱, 但是图像的噪声水平较高。

- **Briggs 权重:** 亦称稳健 (robust) 权重, 是均匀权重和自然权重的折衷, 通过调节稳健参数来控制两种加权方法的作用程度^[86]。稳健参数的典型取值范围为 $[-1, 1]$; 参数值越小, 加权效果越接近均匀权重, 参数值越大, 则越接近自然权重。但是, 取稳健参数为 -1 或 1 并不等效于使用均匀或自然权重。

图 2-20 对比了上述三种加权方法的成像效果。

2.5.6 CLEAN 算法和洁图

因为无法获得目标亮度分布的全部信息, 即 uv 平面覆盖不完备, 得到的脏图存在非常明显的仪器旁瓣等干扰结构, 与真实天图差异显著 (如图 2-19 和图 2-20 所示), 不适合直接用于科学分析。为了得到质量更佳的图像, 一方面可以通过开展额外观测来改进 uv 平面的覆盖度, 另一方面可以利用先验知识对 uv 平面未被覆盖的区域进行插值, 称为解卷积过程^[84]。

在射电天文学中, 由 HÖGBOM 在 1974 提出的 CLEAN 算法^[83] 是使用最为广泛的解卷积算法。CLEAN 算法假定目标源可以表示成一系列点源, 具体内容如下:

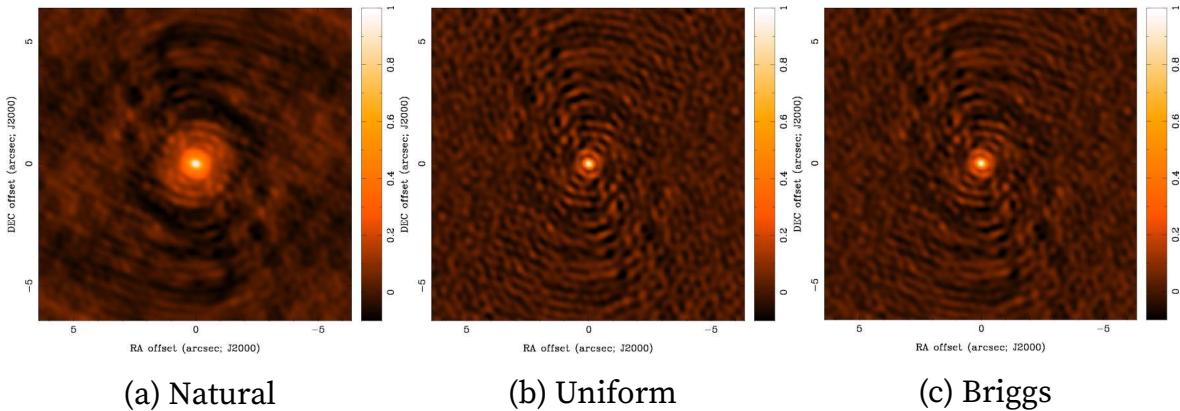


图 2-20. 自然权重、均匀权重和 Briggs 权重的成像效果对比。**(a)** 自然权重：空间分辨率为 $0.59'' \times 0.50''$ ，噪声水平为 1.0 Jy/beam ；**(b)** 均匀权重：空间分辨率为 $0.35'' \times 0.30''$ ，噪声水平为 2.1 Jy/beam ；**(c)** Briggs 权重（稳健参数为 0）：空间分辨率为 $0.40'' \times 0.34''$ ，噪声水平为 1.3 Jy/beam 。

Figure 2–20. A comparison of imaging results among different weighting methods. **(a)** Natural weighting: the angular resolution is $0.59'' \times 0.50''$ and the noise level is 1.0 Jy/beam; **(b)** Natural weighting: the angular resolution is $0.35'' \times 0.30''$ and the noise level is 2.1 Jy/beam; **(c)** Natural weighting: the angular resolution is $0.40'' \times 0.34''$ and the noise level is 1.3 Jy/beam.

来源/Credit: David J. Wilner, 2016, Imaging and Deconvolution, 15th Synthesis Imaging Workshop,
<https://science.nrao.edu/science/meetings/2016/15th-synthesis-imaging-workshop/>

- 输入:
 - 脏图 I^D [式 (2-124)]
 - 综合波束 B [式 (2-126)]
 - 参数:
 - 循环增益 (loop gain) g : 通常取 0.1
 - 最大迭代次数 n
 - CLEAN 阈值 s
 - 初始化:
 - CLEAN 成分集合 L : 空
 - 残差图 (residual map) I^r : 等于脏图 I^D
 - 迭代过程:
 1. 在残差图 I^r 中寻找绝对强度最大的点, 得到该峰值点的位置 p 和强度 A ;
 2. 在峰值点 p , 从 I^r 减去 gAB , 得到更新的残差图, 即: $I^r \leftarrow I^r - gAB$;
 3. 将峰值点的信息 (p 和 A) 添加到集合 L ;
 4. 判断是否满足下述停止条件, 如果满足其中任意一个, 则结束迭代并输出

结果，否则跳转至第 1 步继续下一轮迭代。

- 当前迭代次数 $i > n$
- I^r 的峰值点强度 $|A| < s$

• **输出：**

1. 使用椭圆高斯模型拟合综合波束 B 的主瓣，所得结果称为洁波束 (clean beam) B^C ；
2. 从 CLEAN 成分集合 L 生成模型图 (model map) I^m ；
3. 最后输出的洁图 (clean map) $I^C = I^m * B^C + I^r$ ，其中 I^r 为迭代结束时的残差图。

图 2-21 展示了 CLEAN 过程中的各种图像。

尽管 CLEAN 算法假定真实的辐射分布由一系列点源构成，但是该算法处理展源的效果也相当好。除了上面详细介绍的经典 Högbom 算法^[83]，CLEAN 算法还有多个变种，其中最重要的两种是 Clark 算法^[87] 和 Cotton–Schwab 算法^[88]，显著地提高了 CLEAN 效率。

2.5.7 点源灵敏度和亮度灵敏度

天线的输出信号会因为自身的热噪声而存在一定的误差。若天线的温度为 T_A [参见式 (2-86)]，则每个时刻天线的测量值的方均根 (root mean square) 误差为 $\sigma_1 \approx \sqrt{2}T_A$ (详见 CONDON & RANSOM 2016 [46], 附录 B.6)。设信号的带宽为 $\Delta\nu$ ，根据采样定理，在积分时间 τ 内应采样 $N \gtrsim 2\Delta\nu\tau$ 个数据点，于是天线的测量值误差减小为：

$$\sigma_\tau = \frac{\sqrt{2}T_A}{\sqrt{N}} \approx \frac{T_A}{\sqrt{\Delta\nu\tau}}. \quad (2-136)$$

积分时间越长，测量值的误差就越小，观测所达到的灵敏度就越高。然而在实际情况中，多种系统误差会限制灵敏度的提高，比如天线和接收机的增益变化、大气层辐射的不规则涨落、未分辨背景源的混淆 (confusion)、等等。

若一个无偏振点源的辐射使天线的温度 T_A 升高了 ΔT_A ，则根据式 (2-87) 可测得该点源的流量密度为：

$$S_\nu = \frac{2k_B\Delta T_A}{A_e}, \quad (2-137)$$

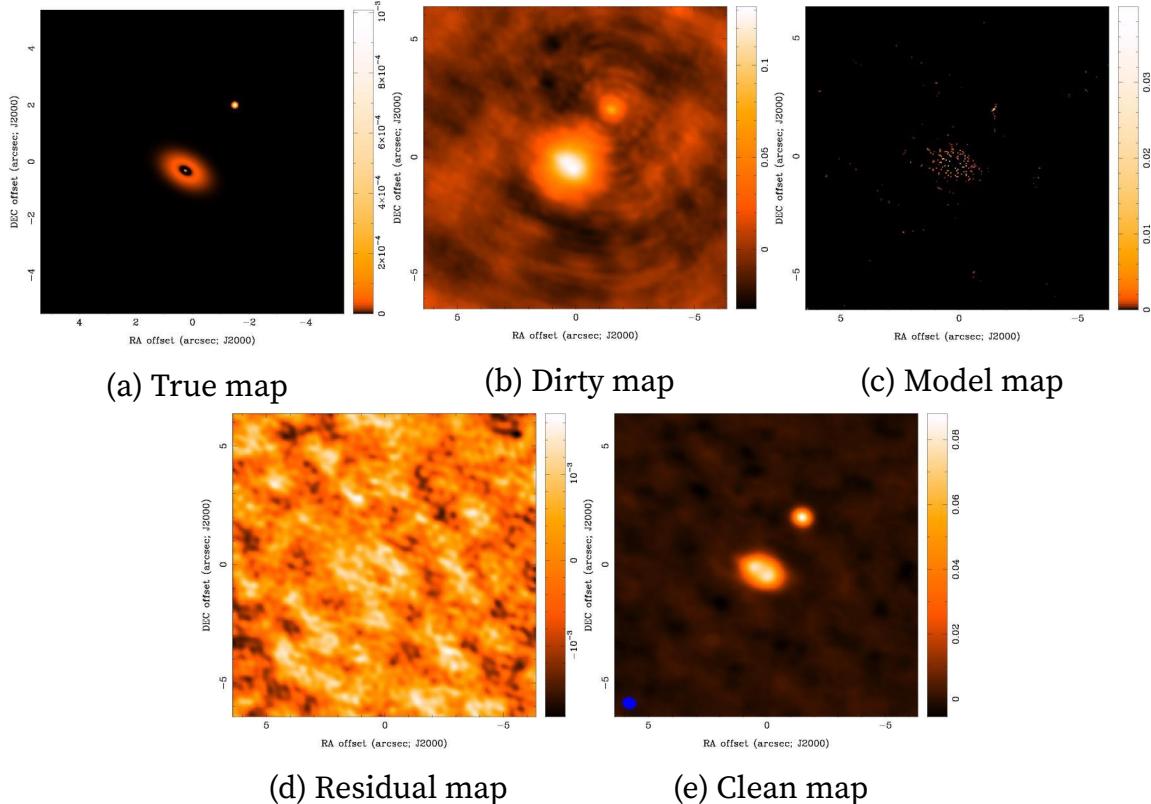


图 2-21. 从脏图得到洁图的 CLEAN 算法示例。**(a)** 真实的天图 I ; **(b)** 脏图 I^D ; **(c)** CLEAN 得到的模型图 I^m , 图中的点表示算法找到的 CLEAN 成分; **(d)** CLEAN 迭代结束时的残差图 I^r ; **(e)** 洁图 I^C , 图中左下角的蓝点表示洁波束 B^C 的大小。

Figure 2-21. An illustration of the CLEAN algorithm that derives the clean map from the dirty map.

(a) True sky map I ; **(b)** Dirty map I^D ; **(c)** Model map I^m created from all the found CLEAN components; **(d)** Residual map I^r when the CLEAN iteration process finished; **(e)** Clean map I^C with the blue blob in the bottom-left corner indicating the size of the clean beam B^C .

来源/Credit: David J. Wilner, 2016, Imaging and Deconvolution, 15th Synthesis Imaging Workshop, <https://science.nrao.edu/science/meetings/2016/15th-synthesis-imaging-workshop/>

相应的测量误差为：

$$\sigma_S = \frac{2k_B}{A_e} \sigma(T_A + \Delta T_A) \quad (2-138)$$

$$\approx \frac{2k_B}{A_e} \sigma(T_A) \quad (2-139)$$

$$= \frac{2k_B T_A}{A_e \sqrt{\Delta\nu \tau}}, \quad (2-140)$$

其中使用了式(2-136)，此即单天线的点源灵敏度。

对于由两个相同天线构成的二元干涉仪，其点源灵敏度为：

$$\sigma_S = \frac{\sqrt{2} k_B T_A}{A_e \sqrt{\Delta\nu \tau}}. \quad (2-141)$$

由 N_A 个相同天线构成的干涉阵列可形成 $N_A(N_A - 1)/2$ 个独立的二元干涉仪，因此其点源灵敏度 σ_S 为：

$$\sigma_S = \frac{2k_B T_A}{A_e \sqrt{N_A(N_A - 1)\Delta\nu \tau}}. \quad (2-142)$$

如果观测一个展源，则需要考虑干涉仪的亮度灵敏度 σ_b ，可利用 Rayleigh-Jeans 近似 [式(2-28)] 由 σ_S 导出：

$$\sigma_b = \frac{\lambda^2}{2k_B} \frac{\sigma_S}{\Omega_s}, \quad (2-143)$$

其中 Ω_s 是干涉阵列的综合波束的立体角。相比单口径望远镜，干涉阵列的基线长、角分辨率高，所以综合波束的立体角 Ω_s 非常小。即使干涉阵列包含许多天线，但其亮度灵敏度 σ_b 与单口径望远镜相比并不具备优势。

第三章 EoR 信号的特征和探测方法

EoR 是宇宙演化早期尚不为人所透彻理解的一个重要时期。目前的理论研究和有限的观测证据表明，该时期从宇宙大爆炸之后约 3 亿年持续到约 10 亿年，对应的红移范围约为 6–15。充分探明并深入理解 EoR，是进一步揭示更早期的宇宙黑暗时期 ($z > 15$)、建立完整的宇宙演化图景的关键环节之一。在低频射电波段 ($\sim 50\text{--}200\text{ MHz}$) 探测源自 EoR 的中性氢 21 cm 谱线是目前研究该时期的最直接和有效的办法^[14-16]。

3.1 EoR 信号的原理和特征

3.1.1 中性氢 21 cm 谱线

中性氢原子的原子核（即质子）和电子均有 $1/2$ 自旋 (spin)，因此均具有相应的内禀磁矩 (magnetic moment)：

$$\mu_p = |g_p| \frac{\mu_N}{\hbar} \mathbf{S}_p, \quad (3-1)$$

$$\mu_e = -|g_e| \frac{\mu_B}{\hbar} \mathbf{S}_e, \quad (3-2)$$

其中 \hbar 为约化 Planck 常数， $\mu_N = e\hbar/(2m_p)$ 为核磁子， $\mu_B = e\hbar/(2m_e)$ 为 Bohr 磁子， m_p 和 m_e 分别是质子和电子的质量， g_p 和 g_e 分别为两者的 g 因子， \mathbf{S}_p 和 \mathbf{S}_e 分别为两者的自旋。因为电子带负电，所以磁矩方向与其自旋方向相反。

由于质子和电子的自旋发生相互作用，氢原子的基态 (ground state) 发生超精细分裂 (hyperfine splitting) 而变成两个态：

- 质子的自旋 \mathbf{S}_p 和电子的自旋 \mathbf{S}_e 平行，总角动量 $F = 1$ ；
- \mathbf{S}_p 和 \mathbf{S}_e 反平行，总角动量 $F = 0$ 。

想像两个共中心的载流线圈，系统的稳定状态（即能量最低）为两个线圈的电流方向相同，即两个载流线圈的磁矩平行。将此应用于上述两个态，可知 $F = 1$ 态（即质子和电子的自旋反平行、磁矩平行）的能量比 $F = 0$ 态更高^[89]。当氢原子从 $F = 1$ 态跃迁到 $F = 0$ 态时，将产生频率约为 $\nu = 1420\text{ MHz}$ 的辐射，对应的波长约为 $\lambda = 21\text{ cm}$ ，因此称为 21 cm 谱线。此跃迁过程亦称为自旋翻转跃迁 (spin-flip transition)，如图 3-1 所示。对于 $F = 1$ 态（即上能级），磁量子数 m 可取 $\{-1, 0, 1\}$ ，因此这个态的简并度为 3，称为三重态 (triplet)；对于 $F = 0$ 态（即下能级），磁量子数 m 只能取 0，因此这个态是单态 (singlet)。

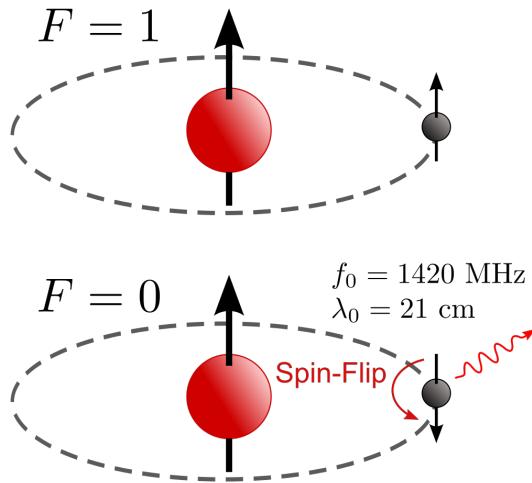


图 3-1. 氢原子在基态的两个超精细分裂能级之间发生自旋翻转跃迁，产生 21 cm 谱线。

Figure 3-1. A hydrogen atom makes a spin-flip transition between the two hyperfine levels of the ground state, emitting the 21 cm line.

来源/Credit: Tiltec, <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Hydrogen-SpinFlip.svg>,
(2019-03-31), 公有领域

中性氢 21 cm 谱线首次由 H. C. van de Hulst 在 1945 年提出^[90]，并由 H. I. Ewen 和 E. M. Purcell 在 1951 年观测到^[91]。该谱线的频率 ν_0 是目前测量最精确的几个物理量之一^[92, 93]：

$$\nu_0 = 1\,420\,405\,751.7667(9) \text{ Hz}, \quad (3-3)$$

对应真空中的波长为：

$$\lambda_0 = 21.106\,114\,054\,2 \text{ cm}. \quad (3-4)$$

3.1.2 EoR 信号的亮温度

中性氢 21 cm 谱线的跃迁概率非常低，其自发发射系数为：

$$A_{21} = 2.868\,88(7) \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}. \quad (3-5)$$

对应的自发发射半衰期为：

$$t_{1/2} \approx 1/A_{21} = 3.49 \times 10^{14} \text{ s} \approx 11.1 \text{ Myr}. \quad (3-6)$$

该时标 (timescale) 远大于典型中性氢云中的氢原子因碰撞而改变自旋的时标，因此中性氢的超精细结构的能级布居将由碰撞决定。

由式(2-55)可知，激发温度描述了能级的相对布居。因为 21 cm 谱线源自中性氢的自旋翻转跃迁，所以激发温度也被称为自旋温度 (spin temperature) T_s ，描述了氢原子自旋态（即单态和三重态）的相对布居^[94]：

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h_p \nu_0}{k_B T_s}\right) = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{T_*}{T_s}\right), \quad (3-7)$$

其中 $g_1 = 1$ 和 $g_2 = 3$ 分别为两个能级的简并度， $T_* \equiv h_p \nu_0 / k_B \approx 68.2 \text{ mK}$ 。在实际的天体物理应用中均有 $T_s \gg T_*$ ，因此：

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} = 3. \quad (3-8)$$

将此代入式(2-54)，近似后可得中性氢云的吸收系数为：

$$\kappa = \frac{3h_p c^2}{32\pi\nu_0} \frac{A_{21} n_{\text{HI}}}{k_B T_s} \phi(\nu), \quad (3-9)$$

其中 $n_{\text{HI}} = N_1 + N_2 = 4N_1$ 为中性氢的数密度。

设一团均匀的中性氢云位于红移 z 处，沿视线方向的长度为 s ，中性氢的数密度为 n_{HI} ，则其光深 [式(2-18)] 为：

$$\tau_{\nu_0} = \int_{\text{cloud}} \kappa(s') ds' \quad (3-10)$$

$$= \frac{3h_p c^2}{32\pi\nu_0} \frac{A_{21}}{k_B T_s} \phi(\nu) \int_{\text{cloud}} n_{\text{HI}}(s') ds' \quad (3-11)$$

$$= \frac{3h_p c^2}{32\pi\nu_0} \frac{A_{21}}{k_B T_s} N_{\text{HI}} \phi(\nu), \quad (3-12)$$

其中 N_{HI} 为中性氢的柱密度，可进一步写成：

$$N_{\text{HI}} = s n_{\text{H}} \chi_{\text{HI}}, \quad (3-13)$$

其中 n_{H} 为氢原子的数密度， χ_{HI} 为氢原子中性比例 (neutral fraction of hydrogen)。

谱线轮廓 $\phi(\nu)$ 与自然展宽 (natural broadening)、热展宽 (thermal broadening)、压力展宽 (pressure broadening)、体运动展宽 (bulk motion broadening) 等多种因素相关。但是对于 21 cm 谱线而言，最重要的展宽因素是宇宙膨胀引起的 Doppler 展宽。根据 Hubble 定律，线性尺度为 s 的中性氢云的速度弥散约为 $\Delta v \sim sH(z)$ ，于是谱线轮廓可近似为^[9, 16]：

$$\phi(\nu) \sim \frac{c}{\nu \Delta v} \sim \frac{c}{\nu s H(z)}. \quad (3-14)$$

将上式和式 (3-13) 代入式 (3-12), 可得光深:

$$\tau_{\nu_0} \approx \frac{3h_p c^3}{32\pi\nu_0^2 k_B T_s} \frac{A_{21}}{H(z)} \frac{\chi_{\text{HI}} n_{\text{H}}}{.} \quad (3-15)$$

如果需要考虑中性氢云的本动速度 (peculiar velocity), 则上式应修正为^[10, 16, 95]:

$$\tau_{\nu_0} \approx \frac{3h_p c^3}{32\pi\nu_0^2 k_B T_s} \frac{A_{21}}{(1+z)(\partial v_{\parallel}/\partial r_{\parallel})} \frac{\chi_{\text{HI}} n_{\text{H}}}{.} \quad (3-16)$$

其中 $(\partial v_{\parallel}/\partial r_{\parallel})$ 是自行速度 (proper velocity) 沿视线方向的梯度。此外, 中性氢云的光深通常满足 $\tau_{\nu_0} \ll 1$ ^[14, 16, 96]。

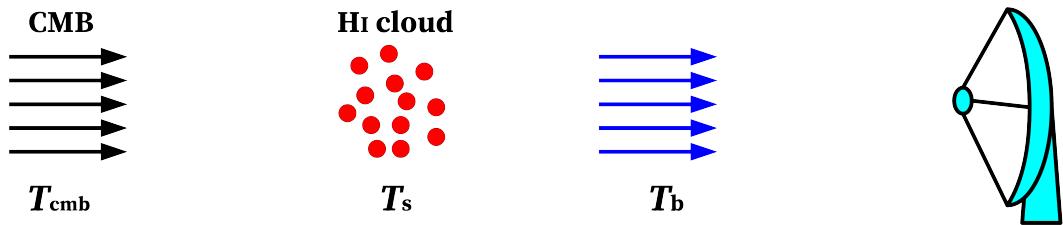


图 3-2. CMB 辐射穿过中性氢云的辐射转移示意图: 从自旋温度为 T_s 的中性氢云出射的 CMB 辐射的温度为 T_b 。

Figure 3-2. An illustration of the radiative transfer process: the CMB radiation goes through a cloud of hydrogen with spin temperature T_s and emerges with a temperature T_b measured by a telescope.

来源/Credit: ZAROUBI 2013 [11], § 4.1 [经过了左右翻转]

在实际观测中, 需要考虑 CMB 辐射穿过中性氢云的转移过程 (如图 3-2 所示)。考虑一团处于热平衡状态、自旋温度为 T_s 、位于红移 z 处的中性氢云, 结合 Kirchhoff 定律 [式 (2-26)] 可得辐射转移方程为:

$$\frac{dI_{\nu}}{ds} = -\kappa I_{\nu} + j_{\nu} = -\kappa [I_{\nu} - B_{\nu}(T_s)], \quad (3-17)$$

其中 $B_{\nu}(T_s)$ 是温度为 T_s 的黑体辐射谱 [式 (2-27)]。利用 Rayleigh-Jeans 近似 [式 (2-28)] 可将 I_{ν} 表示为亮温度 $T_b(\nu)$, 于是有:

$$\frac{dT_b}{ds} = -\kappa [T_b - T_s]. \quad (3-18)$$

根据光深的定义 [式 (2-18)] 有 $d\tau = -\kappa ds$, 代入上式可得:

$$\frac{dT_b}{d\tau} = T_b - T_s. \quad (3-19)$$

在上式两边均乘上 $e^{-\tau} d\tau$ 并积分：

$$T_b e^{-\tau} \int_0^{\tau_{\nu_0}} - \int_0^{\tau_{\nu_0}} T_b d(e^{-\tau}) = \int_0^{\tau_{\nu_0}} T_b e^{-\tau} d\tau + T_s \int_0^{\tau_{\nu_0}} e^{-\tau} d\tau, \quad (3-20)$$

可得：

$$T_b(\tau = \tau_{\nu_0}) e^{-\tau_{\nu_0}} - T_b(\tau = 0) = T_s(e^{-\tau_{\nu_0}} - 1), \quad (3-21)$$

其中 $T_b(\tau = \tau_{\nu_0}) = T_{\text{cmb}}(z)$ 为辐射入射中性氢云时的亮温度，于是获得从中性氢云出射 ($\tau = 0$) 的辐射亮温度为：

$$T_b(\nu_0) = T_s(1 - e^{-\tau_{\nu_0}}) + T_{\text{cmb}}(z) e^{-\tau_{\nu_0}}. \quad (3-22)$$

其中 $T_{\text{cmb}}(z)$ 为 CMB 辐射在红移 z 时的共动参考系 (comoving frame) 中的亮温度：

$$T_{\text{cmb}}(z) = T_{\text{cmb}}(z = 0)(1 + z) \quad (3-23)$$

$$= 2.73(1 + z) \quad [\text{K}], \quad (3-24)$$

类似地，宇宙膨胀效应将 21 cm 谱线红移至频率 $\nu = \nu_0/(1 + z)$ ，同时观测到的中性氢云的亮温度将为：

$$T_b^{\text{obs}}(\nu) = \frac{T_b(\nu_0)}{1 + z}. \quad (3-25)$$

目前观测 21 cm 谱线的策略是测量其相对于 CMB 辐射的差异，即较差亮温度 (differential brightness temperature)。综上并结合式 (3-16)，得到待探测的 EoR 信号的较差亮温度 δT_b 为：

$$\delta T_b(\nu) = \frac{T_b(\nu_0)}{1 + z} - T_{\text{cmb}}(z = 0) \quad (3-26)$$

$$= \frac{T_s - T_{\text{cmb}}(z)}{1 + z} (1 - e^{-\tau_{\nu_0}}) \quad (3-27)$$

$$\approx \frac{T_s - T_{\text{cmb}}(z)}{1 + z} \tau_{\nu_0} \quad (3-28)$$

$$\approx \frac{3h_p c^3 A_{21}}{32\pi\nu_0^2 k_B} \frac{\chi_{\text{HI}} n_{\text{H}}}{(1 + z)^2 (\partial v_{||}/\partial r_{||})} \left[1 - \frac{T_{\text{cmb}}(z)}{T_s} \right]. \quad (3-29)$$

由于 EoR 阶段的红移较大 ($z \gtrsim 6$)，因此 Hubble 常数 [式 (A-3)] 可近似为：

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1 + z)^3 + \Omega_{\Lambda}} \approx H_0 \Omega_m^{1/2} (1 + z)^{3/2}. \quad (3-30)$$

结合式 (A-7)，可得红移 z 时的宇宙重子物质的密度参数为：

$$\Omega_b(z) = \frac{\Omega_b}{\Omega_m} \Omega_f(z) \approx \frac{\Omega_b}{\Omega_m}. \quad (3-31)$$

再利用当地的重子物质过密度 (overdensity), 即

$$1 + \delta_b = \frac{\rho_b}{\bar{\rho}_b} \approx \frac{n_H m_p}{\Omega_b(z) \rho_{\text{crit}}(z)}, \quad (3-32)$$

其中 $\rho_{\text{crit}}(z)$ 为宇宙临界密度 [式 (A-4)], 可将氢原子的数密度 n_H 表示为:

$$n_H \approx \frac{1 + \delta_b}{m_p} \frac{\Omega_b}{\Omega_m} \frac{3H^2(z)}{8\pi G} \quad (3-33)$$

$$\approx \frac{3H_0}{8\pi m_p G} \frac{\Omega_b}{\Omega_m^{1/2}} (1 + \delta_b) (1 + z)^{3/2} H(z). \quad (3-34)$$

将上式代入式 (3-29), 可得 EoR 信号的最终表达式:

$$\delta T_b(\nu) \approx \frac{9h_p c^3 A_{21}}{256\pi^2 \nu_0^2 k_B m_p G} \frac{H_0 \Omega_b}{\Omega_m^{1/2}} \chi_{\text{HI}} (1 + \delta_b) (1 + z)^{1/2} \left[1 - \frac{T_{\text{cmb}}(z)}{T_s} \right] \left[\frac{H(z)/(1+z)}{\partial v_{\parallel}/\partial r_{\parallel}} \right] \quad (3-35)$$

$$\approx (38 \text{ mK}) \chi_{\text{HI}} (1 + \delta_b) \left(\frac{1+z}{10} \right)^{1/2} \left(\frac{0.27}{\Omega_m} \right)^{1/2} \left(\frac{\Omega_b h^2}{0.023} \right) \left[1 - \frac{T_{\text{cmb}}(z)}{T_s} \right] \left[\frac{H(z)/(1+z)}{\partial v_{\parallel}/\partial r_{\parallel}} \right]. \quad (3-36)$$

3.1.3 EoR 信号随红移的演化

由式 (3-35) 易知, 中性氢云的自旋温度 T_s 对 EoR 信号 $\delta T_b(\nu)$ 的强度起关键作用。当 $T_s > T_{\text{cmb}}(z)$ 时, $\delta T_b(\nu) > 0$ 为发射信号, 并且当 $T_s \gg T_{\text{cmb}}(z)$ 时 $\delta T_b(\nu)$ 达到饱和; 当 $T_s < T_{\text{cmb}}(z)$ 时, $\delta T_b(\nu) < 0$ 表现为吸收信号。自旋温度 T_s 主要由以下三个过程决定^[10]:

- CMB 光子被中性氢吸收或者使中性氢产生受激发射, 该过程使 T_s 与 $T_{\text{cmb}}(z)$ 相互耦合;
- 中性氢原子与其他原子或电子碰撞, 这个过程将 T_s 耦合到气体的运动温度 T_k ;
- 中性氢原子与 Lyα 光子发生共振散射 (resonant scattering) 而改变自旋状态, 即 Wouthuysen-Field 效应^[94, 97], 该过程将 T_s 与 Lyα 辐射的色温度 (color temperature) 关联起来。

上述过程与宇宙的再电离过程、第一代天体的形成、星系的形成与演化等环节密切相关, 因此 EoR 信号随宇宙的演化而发生复杂的变化, 并反映在其频谱上 (不同的频率对应于不同的红移, 即宇宙年龄), 如图 3-3 所示。EoR 信号的整个演化过程可大致分为以下几个阶段^[10]:

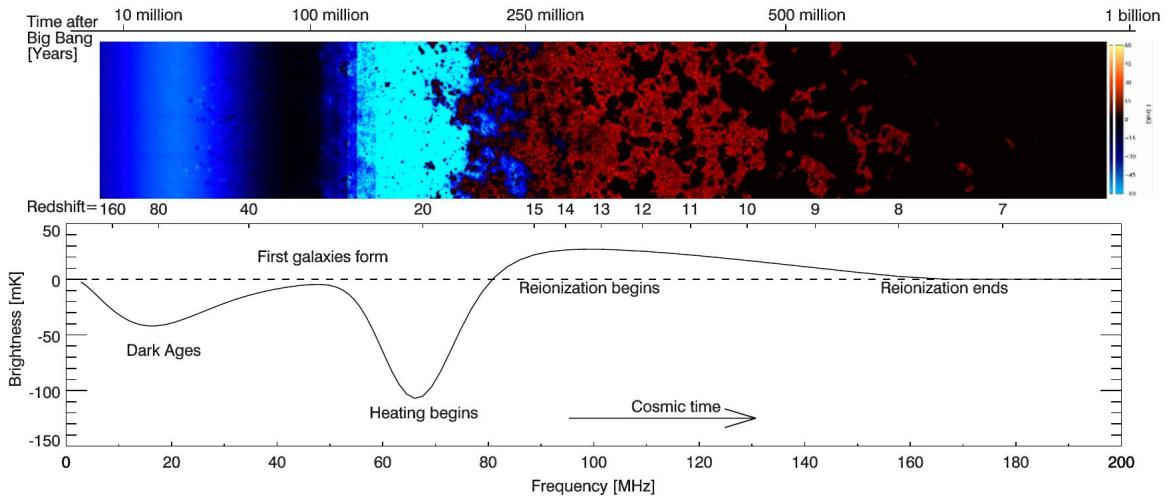


图 3-3. (上栏) 宇宙学模拟^[98]给出的 EoR 信号的演化过程。(下栏) 理论模型给出的 EoR 信号的全天平均强度 $\delta\bar{T}_b$ 的变化过程。

Figure 3-3. (Upper) The time evolution of the EoR signal derived from a cosmological simulation^[98]. (Lower) The expected evolution of the sky-averaged EoR signal $\delta\bar{T}_b$.

来源/Credit: PRITCHARD & LOEB 2012 [10], § 1

1. $200 \lesssim z \lesssim 1100$: 复合之后残留的自由电子通过 Compton 散射使气体和 CMB 之间形成耦合, 即有 $T_k = T_{\text{cmb}}$ 。因为气体的密度很高, 有效的碰撞使得 $T_s = T_{\text{cmb}}$, 所以此阶段没有可探测的 EoR 信号 ($\delta\bar{T}_b = 0$)。
2. $40 \lesssim z \lesssim 200$: 气体因宇宙膨胀而绝热冷却, 温度急剧下降 [$T_k \propto (1+z)^2$], 从而低于辐射的温度, 即 $T_k < T_{\text{cmb}}$ 。碰撞在这个阶段仍然足够有效, 因此 $T_s = T_k < T_{\text{cmb}}$, 所以 EoR 信号在此阶段表现为吸收信号 ($\delta\bar{T}_b < 0$)。
3. $z_* \lesssim z \lesssim 40$: (z_* 对应第一代天体形成的时刻) 气体密度随着宇宙膨胀而显著降低, 碰撞耦合也显著减弱, 于是 T_s 与 CMB 辐射的耦合到一起, 即 $T_s = T_{\text{cmb}}$, 所以 EoR 信号在此阶段逐渐减弱至消失。
4. $z_\alpha \lesssim z \lesssim z_*$: (z_α 对应 Ly α 光子的耦合达到饱和的时刻) 第一代天体开始逐渐形成并辐射 Ly α 光子和软 X 射线, Ly α 光子通过 Wouthuysen-Field 效应有效地将 T_s 与气体温度耦合到一起, 即 $T_s \sim T_k$ 。在这个阶段, 第一代天体的辐射对气体的加热还不显著, 即 $T_k < T_{\text{cmb}}$ 。因此该阶段可探测到强烈的 EoR 吸收信号 ($\delta\bar{T}_b < 0$)。
5. $z_h \lesssim z \lesssim z_\alpha$: (z_h 对应气体被加热至与 CMB 辐射的温度相同的时刻) 随着天体的大量形成, 气体受这些天体的辐射加热也越来越显著, 气体温度 T_k 也逐渐升高。直到 z_h 时刻, 气体被加热至与 CMB 辐射达到相同的温度。因此, 在

这个阶段可以继续探测到 EoR 吸收信号 ($\delta\bar{T}_b < 0$), 但强度逐渐减弱。

6. $z_t \lesssim z \lesssim z_h$: 随着气体被进一步加热, 气体温度将超过 CMB 辐射的温度 ($T_k > T_{\text{cmb}}$), 于是 EoR 信号从上一阶段的吸收信号转变为发射信号 ($\delta\bar{T}_b > 0$), 且强度逐渐增加。直到 z_t 时刻, 气体温度已经足够高 ($T_k \sim T_s \gg T_{\text{cmb}}$), EoR 信号的强度达到饱和。
7. $z_r \lesssim z \lesssim z_f$: 在此阶段, 气体温度 ($T_k \sim T_s \gg T_{\text{cmb}}$) 对 EoR 信号的影响已变得不重要, 因此 EoR 信号的强度将主要取决于氢原子中性比例 χ_{HI} 。随着再电离的进行, χ_{HI} 逐渐变小, EoR 信号的强度也随之减小; 直到 z_r 再电离结束时刻, EoR 信号也随之消失。
8. $z \lesssim z_r$: 再电离结束后, 残留的 21 cm 信号主要源自一些塌缩的中性氢岛, 比如阻尼 Lyα 系统 (Damped Lyman α system, DLA)。

由于缺乏足够的观测证据的约束, 上述各阶段的划分仍有很大的不确定性, 相邻阶段之间可能有显著交叠, 甚至 z_α 和 z_h 的次序可能需要修正^[10, 99]。基于目前有限的观测证据, 理论模型显示宇宙的再电离过程从红移 $z \sim 15$ 开始, 应在红移 $z > 6.5$ 之前完成, 但也不能显著早于 $z \sim 7\text{--}8$ ^[96, 100]。

3.2 一维和二维功率谱的计算

由于宇宙膨胀, 位于红移 z 处的中性氢云产生的 21 cm 谱线将被红移至频率 $\nu = \nu_0/(1+z)$, 其中 ν_0 为 21 cm 谱线的本征频率 [式 (3-3)]。据此, 对于某一视线方向, 通过在不同频率处测量 21 cm 谱线, 便可以相应地重构出中性氢在该视线上的分布情况。对于一个天区, 如果获得 21 cm 谱线在一段频率内的图像 $I(\theta, \nu)$, 即图像立方 (image cube), 便可以重构出中性氢的三维分布, 其中两个空间维度 θ 映射为中性氢的横向距离, 频率维度 ν 对应于中性氢的视向距离。此即 EoR 层析成像 (tomography)^[58]。

通过对 EoR 信号的图像立方 $I(\theta, \nu)$ 进行三维 Fourier 变换:

$$\tilde{I}(\mathbf{u}, \eta) = \int I(\theta, \nu) \exp[-2\pi i(\mathbf{u} \cdot \theta + \eta\nu)] d^2\theta d\nu, \quad (3-37)$$

其中 $(\mathbf{u}, \eta) = 1/(\theta, \nu)$ 分别是空间维度 θ 和频率维度 ν 的 Fourier 对偶 (dual), 可以得到由下式定义的三维功率谱 $P'(\mathbf{u}, \eta)$:

$$\langle \tilde{I}(\mathbf{u}, \eta) \tilde{I}^*(\mathbf{u}', \eta') \rangle \equiv P'(\mathbf{u}, \eta) \delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}') \delta(\eta - \eta'), \quad (3-38)$$

式中的上标 “*” 表示共轭 (conjugate) 算符。

上述三维 Fourier 变换采用了三维直角坐标系, 即要求输入图像 $I(\theta)$ 为二维平面 (或者能够近似为二维平面)。大视场是低频干涉阵列的重要优势之一, 比如 MWA 在

150 MHz 的视场大小达到约 25°^[21]。当输入图像所对应的天区较大时，严格的做法需要采用球面 Fourier 变换^[101]，但是这样大大增加了功率谱计算和分析的复杂性，显著削弱方法的实用性。因此，目前的主流做法是直接将输入图像近似为二维平面处理。如果输入图像对应的天区过大，则需要先将图像分割为多个小区域，然后将每个小区域分别近似为二维平面进行处理。

宇宙学研究需要使用共动参考系，而且采用的 Fourier 约定也与射电干涉成像所采用的约定不同。在宇宙学研究领域，一个三维场 $T(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel)$ 的 Fourier 变换表示为：

$$\tilde{T}(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel) = \int T(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel) \exp[-i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + k_\parallel r_\parallel)] d^2\mathbf{r}_\perp dr_\parallel, \quad (3-39)$$

其中 $(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel)$ 分别表示垂直于视线方向和平行于视线方向的共动距离， $(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel) = 2\pi/(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel)$ 分别表示 Fourier 空间中垂直于视线方向和平行于视线方向的波数 (wave number)。对比式 (3-37)，上式的相位因子少了系数 2π ，于是相应的逆 Fourier 变换为：

$$T(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \tilde{T}(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel) \exp[i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + k_\parallel r_\parallel)] d^2\mathbf{k}_\perp dk_\parallel, \quad (3-40)$$

三维功率谱 $P(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel)$ 则由下式给出：

$$\langle \tilde{T}(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel) \tilde{T}^*(\mathbf{k}'_\perp, k'_\parallel) \rangle \equiv (2\pi)^3 P(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel) \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}'_\perp) \delta(k_\parallel - k'_\parallel). \quad (3-41)$$

利用 21 cm 谱线的观测频率、红移、共动距离之间的转换关系，可得：

$$\mathbf{r}_\perp = D_C(z) \boldsymbol{\theta}, \quad (3-42)$$

$$\Delta r_\parallel = \frac{c}{v_0 H_0} \frac{(1+z)^2}{E(z)} \Delta v, \quad (3-43)$$

其中 $D_C(z)$ 为共动距离 [参见式 (A-14)]， $E(z)$ 为红移演化因子 [参见式 (A-1)]。可选取合适的坐标系原点，使得上式经过 $(\Delta r_\parallel, \Delta v) \rightarrow (r_\parallel, v)$ 替换后仍然成立。对比式 (3-37) 和式 (3-39)，可得：

$$\mathbf{k}_\perp = \frac{2\pi}{D_C(z)} \mathbf{u}, \quad (3-44)$$

$$k_\parallel = \frac{2\pi v_0 H_0 E(z)}{c(1+z)^2} \eta, \quad (3-45)$$

据此，可知式 (3-38) 和式 (3-41) 给出的三维功率谱之间的转换关系为：

$$P(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel) = \frac{c(1+z)^2 D_C^2(z)}{v_0 H_0 E(z)} P'(\mathbf{u}, \eta). \quad (3-46)$$

更多细节可参考 LIU et al. 2014 [102] 的附录 A。

EoR 层析成像将获得 EoR 信号的亮温度分布图像, 常用单位是 [mK], 因此由式(3-41)给出的 EoR 信号的三维功率谱 $P(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel)$ 将以 [$\text{mK}^2 \text{Mpc}^3$] 为单位。在实际研究中更常使用去量纲形式的功率谱^[103]:

$$\Delta^2(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel) \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} P(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel), \quad (3-47)$$

此形式的功率谱 $\Delta^2(\mathbf{k}_\perp, k_\parallel)$ 的单位变成 [mK^2]。

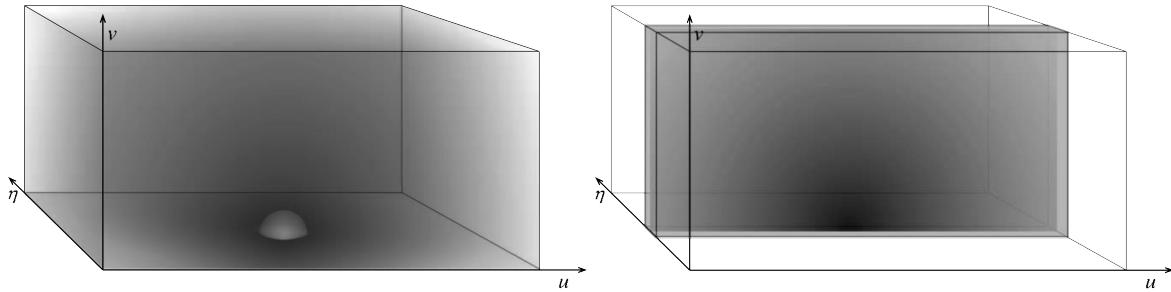


图 3-4. (左栏) EoR 信号的三维功率谱示意图, 呈球对称分布。(右栏) 前景辐射的三维功率谱示意图, 可见功率在两个空间维度 (u, v) 的分布与在频率维度 (η) 的分布情况明显不同。

Figure 3-4. (Left) An illustration of the 3D power spectrum of the EoR signal, exhibiting the spherical symmetry. (Right) An illustration of the 3D power spectrum of the foreground emission, showing obviously different distributions in the spatial directions (u, v) and the frequency dimension (η).

来源/Credit: MORALES & HEWITT 2004 [104]

当将红移范围限制在一个较窄的片段 (如 $\Delta z \lesssim 0.5$) 时, 可以忽略宇宙演化并认为中性氢的分布是各向同性的, 因此 EoR 信号的三维功率谱 $\Delta^2(\mathbf{k})$ 也具有球对称分布^[104, 105], 如图 3-4 左栏所示。于是可以将三维功率谱 $\Delta^2(\mathbf{k})$ 在一系列球壳里进行平均, 得到一维功率谱 $\Delta^2(k)$ ^[104, 106], 其中 $k = |\mathbf{k}| = \sqrt{|\mathbf{k}_\perp|^2 + k_\parallel^2}$ 为球壳的半径。通过这种方式, EoR 信号的信息被压缩到少量 Fourier 模式 (mode) 里, 有效地提高了每个模式里 EoR 信号的信噪比 (signal-to-noise ratio), 从而大大降低了探测 EoR 信号的难度和所需的观测时间^[106]。

然而, 在实际观测中存在目前无法完全扣除的前景干扰。尽管前景辐射的频谱是光滑的, 但是具有非常复杂的空间结构 (如银河系的子结构、形态各异的射电星系和星系团弥散辐射; 详见 § 3.5), 因此在三维功率谱中, 前景辐射的功率虽然将被较好地约束在频率维度 (η 或 k_\parallel), 但却弥散在整个空间维度 (u 或 \mathbf{k}_\perp), 如图 3-4 右栏所示。如果简单地对三维功率谱按球壳平均为一维功率谱 $\Delta^2(k)$, 那么前景辐射将出现在所有的 k 模式里, 严重阻碍 EoR 信号的识别与分离。

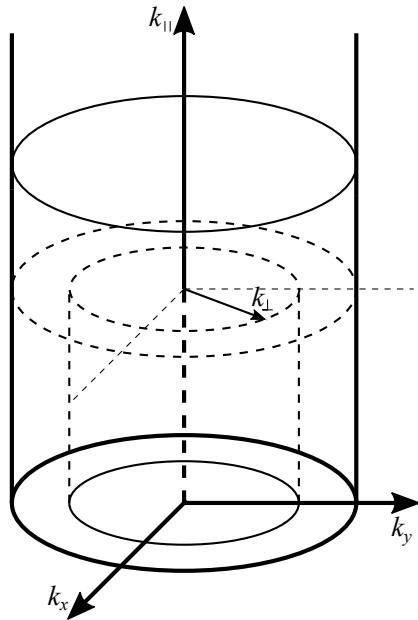


图 3-5. 二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_{\parallel})$ 的计算示意图：在三维功率谱 $\Delta^2(\mathbf{k}_\perp, k_{\parallel})$ 的每一个 k_{\parallel} 平面里，按一系列圆环（半径为 $k_\perp = |\mathbf{k}_\perp|$ ）将功率平均。

Figure 3-5. A diagram showing the calculation of the 2D power spectrum $\Delta^2(k_\perp, k_{\parallel})$: in each k_{\parallel} plane of the 3D power spectrum, average the powers in a series of annuli with radius of $k_\perp = |\mathbf{k}_\perp|$.

来源/Credit: THYAGARAJAN et al. 2013 [107]

EoR 信号的图像立方 $I_{\text{eor}}(\theta, \nu)$ 的三个维度在本质上是相同的，均映射为中性氢的空间坐标。但是对于前景辐射的图像立方 $I_{\text{fg}}(\theta, \nu)$ ，频率维度 ν 表示前景源的辐射频谱（通常为连续谱），与两个空间维度 θ 完全不同，两者之间也是相互独立的。因此，一个更好的处理方法是保持三维功率谱 $\Delta^2(\mathbf{k}_\perp, k_{\parallel})$ 的频率维度 k_{\parallel} 不变，只将两个空间维度 \mathbf{k}_\perp 压缩至一维^[106]。具体而言：如图 3-5 所示，在三维功率谱的每一个 k_{\parallel} 平面里，取一系列圆环将功率平均，得到二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_{\parallel})$ ，其中 $k_\perp = |\mathbf{k}_\perp|$ 是圆环的半径^[107]。

在二维功率谱上，EoR 信号因具有不光滑的频谱而主要分布在 k_{\parallel} 较大的区域，频谱光滑的前景则主要分布在 k_{\parallel} 较小的区域。因此，可以在二维功率谱上避开那些受前景严重污染的区域，在相对干净的区域开展 EoR 信号的探测和研究，这为克服强烈的前景干扰提供了一条非常有效的途径。由于这个独特优势，二维功率谱目前已成为分析 EoR 观测数据的最常用工具之一^[107-112]。

3.3 EoR 探测的三种方法

目前探测 EoR 信号的方法主要有以下三种，由易到难分别为：

- **EoR 信号全天总功率测量：**测量 EoR 信号的全天总功率随红移（即观测频率）的变化（参见 § 3.1.3），所得结果可以用于推断宇宙的电离过程，帮助检验和约束再电离模型^[10, 113]。该方法相对简单易行，通常采用小型专用设备，一般只包含单个或少量天线。目前已有一批采用该方法的 EoR 探测实验，主要包括位于澳大利亚的 Experiment to Detect the Global EoR Signature (EDGES)^[114] 和 Broadband Instrument for Global Hydrogen Reionisation Signal (BIGHORNS)^[115]、位于美国的 Large-aperture Experiment to Detect the Dark Ages (LEDA)^[116]、位于墨西哥的 Sonda Cosmológica de las Islas para la Detección de Hidrógeno Neutro (SCI-HI)^[117] 以及位于印度的 Shaped Antenna measurement of the background Radio Spectrum (SARAS)^[118]。值得一提的是，EDGES 在 2018 年初报导称发现全天平均的辐射信号在 78 MHz 附近存在吸收，该吸收特征的位置大致符合早期恒星所引发的 21 cm 信号，但强度是目前理论预测值的两倍以上^[119]。
- **EoR 信号功率谱测量：**测量 EoR 信号的一维或二维功率谱，获得 EoR 信号的统计分布规律，相比上一种方法能够为 EoR 研究提供更加丰富的信息，但需要借助高灵敏度的低频干涉阵列，比如 MWA、LOFAR、HERA。EoR 信号的功率谱可以直接从干涉阵列测量的可见度数据计算得到，并不需要经过成像。目前已有多种方法被提出来用于从可见度数据估算功率谱，这些方法可大致分为以下两类^[120]：
 - 图像功率谱方法：综合所有基线的测量数据，构成 (u, v, ν) 数据立方，然后沿频率维度 ν 进行 Fourier 变换，处理得到功率谱^[111, 121-123]。
 - 延迟谱 (delay spectrum) 方法：首先对每条基线的测量数据沿频率维度进行 Fourier 变换，得到的结果称为延迟谱，然后再将所有基线的延迟谱综合，处理得到功率谱^[124-126]。
 关于这两类功率谱分析方法的详细讨论可参见 MORALES et al. 2019 [120]。
- **EoR 层析成像：**直接对 EoR 区域进行成像观测，得到 EoR 区域的三维图像。该方法能够获得有关 EoR 最全面的信息，但是需要极高灵敏度的大型低频干涉阵列，目前仅有 SKA1-Low 将拥有足够高的灵敏度。事实上，EoR 成像是 SKA1-Low 的最关键科学目标^[127]。SKA1-Low 计划筛选 5 个射电尽可能宁静的 EoR 天区，然后对每个天区观测约 1000 h，实现对 EoR 区域的直接成像观测^[12, 26, 58]。

3.4 EoR 探测的主要困难

EoR 探测实验，尤其是采用低频干涉阵列，面临着一系列困难。这些困难主要分为以下五个方面：

- **前景干扰:** 源自银河系以及河外源的前景辐射非常强烈，亮温度可达数百 K，是 EoR 信号（亮温度仅约几 mK 至几十 mK）的 4-5 个数量级^[9]。虽然干涉阵列只能测量辐射的空间涨落幅度而非其绝对强度^[128]，但是前景辐射的涨落幅度仍达数 K 至数十 K，远远压制了待测 EoR 信号^[11]。图 3-6 显示了主要的前景干扰成分。因此，即便是轻微的前景处理不当，都会导致微弱的 EoR 信号被淹没而无法被提取出来。此外，部分前景成分（如银河系同步辐射）存在一定程度的偏振，该偏振成分可能发生泄漏而影响前景的总强度的测量，即偏振泄漏 (polarization leakage) 效应^[129, 130]，导致前景的频谱结构复杂化而变得更加难以处理^[131-135]。如何处理强烈的前景干扰并成功提取 EoR 信号，是目前 EoR 探测领域的一个关键任务，不仅需要深入地理解各个前景成分的特征^[30, 32-34, 38, 136-139]，还需要研发有效的前景扣除与信号分离算法^[41, 136, 140-149]。

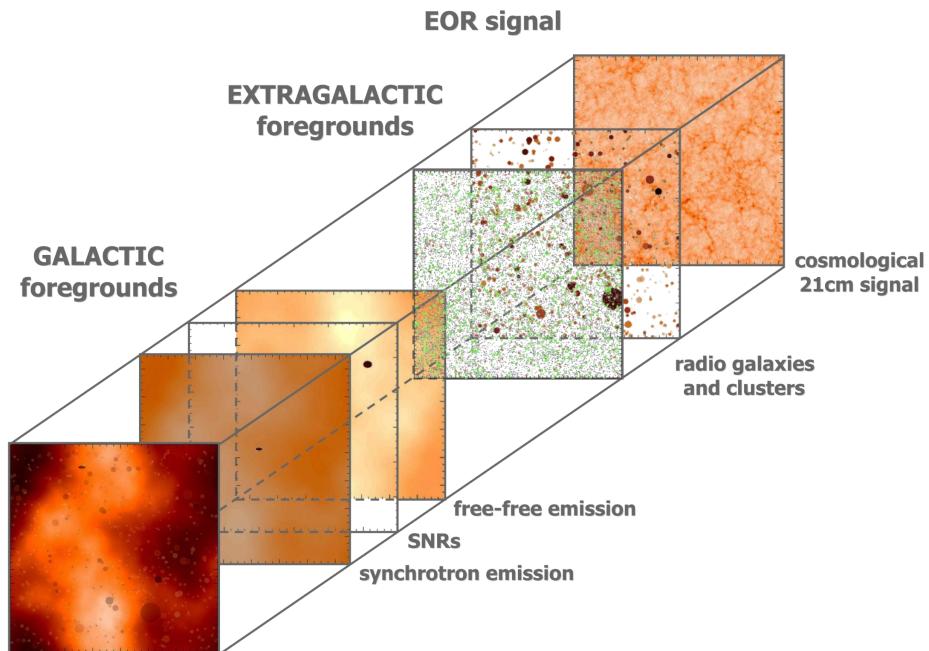


图 3-6. 主要前景干扰成分示意图

Figure 3-6. A diagram showing the major foreground components contaminating the EoR signal.

来源/Credit: ZAROUBI 2013 [11], § 5.5 [修改了标注]

- **人工源的射频干扰 (RFI):** 人类活动产生的无线电波已在地球上无处不在，对射

电天文观测产生了严重的干扰。这些人工源主要包括：调幅 (amplitude modulation) 和调频 (frequency modulation) 广播、卫星电视、卫星通信、GPS 信号、对讲机、雷达。虽然 EoR 探测设备通常建设在人烟稀少的射电宁静区域，但是仍不可避免地受到人工源的 RFI，甚至由月亮以及太空碎片反射回来的无线电波都可能对 EoR 观测产生一定程度的影响^[150, 151]。如图 3-7 所示的是 MWA 各子频带的可见度数据被标记为 RFI 的比例，其中突显了调频广播、卫星通信以及数字电视等人工源对 EoR 探测的影响。RFI 的强度通常会比天空信号高出若干个数量级，并且会实时发生变化^[152]。目前常用的一种办法是识别并屏蔽存在明显 RFI 的时间和频率片段^[153-157]，但是残留的干扰可能会对前景处理以及 EoR 信号的测量产生严重影响^[158]。

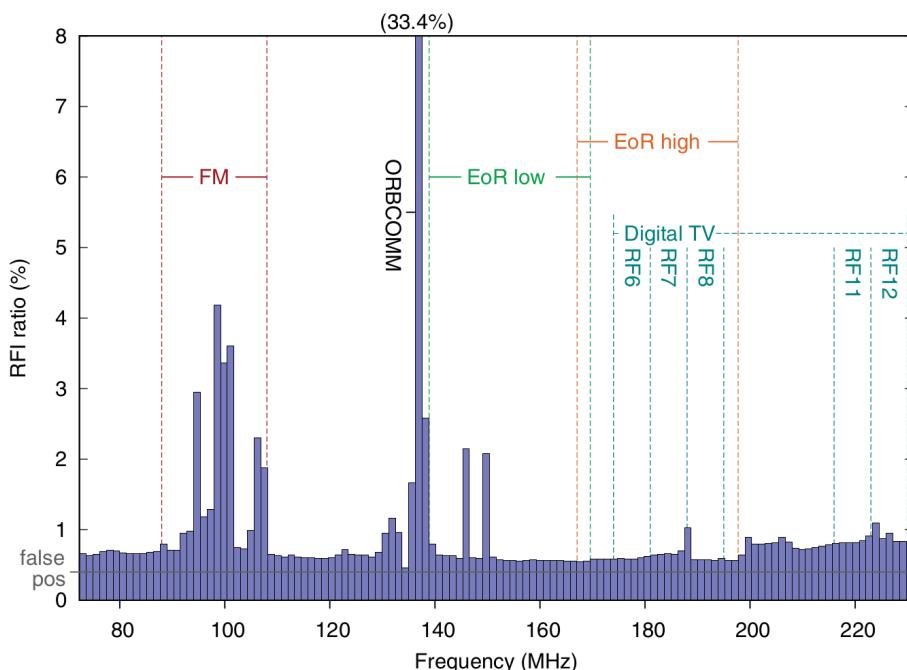


图 3-7. MWA 各子频带的可见度数据被标记为 RFI 的比例，主要的人工源为 ORBCOMM 卫星通信、调频 (FM) 广播和卫星电视。

Figure 3-7. The RFI occupancy, calculated as the percentage of visibilities that are detected as RFI by the flagger, per sub-band for the MWA. The major RFI sources are ORBCOMM satellite communications, FM radio, and digital TV.

来源/Credit: OFFRINGA et al. 2015 [158]

- **电离层扰动：**电离层是地球大气层顶部被太阳辐射电离的部分，从约 60 km 延伸至约 1000 km 的高空，覆盖了大气层的部分中间层 (mesosphere)、热层 (thermosphere) 以及散逸层 (exosphere)，如图 3-8 所示。电离层的气体非常

稀薄，因此被太阳辐射电离的气体分子所产生的自由电子在复合前可以短暂地自由运动，形成等离子体，从而影响电磁波的传播。在 < 300 MHz 的低频波段，电离层主要对电磁波产生折射、传播延迟、Faraday 旋转等影响，导致望远镜的观测数据出现相位和幅度失真^[72, 159]。由于主要受太阳活动的影响，电离层的状态会随时间和位置而发生剧烈变化，因此对干涉阵列各个天线产生的干扰程度也存在差异并且时刻发生变化。为了获得高质量的图像，必须实时校准观测数据^[159, 160]。这将成为 LOFAR、MWA、SKA 等大型低频干涉阵列的一个严重的计算负担^[159, 161]。

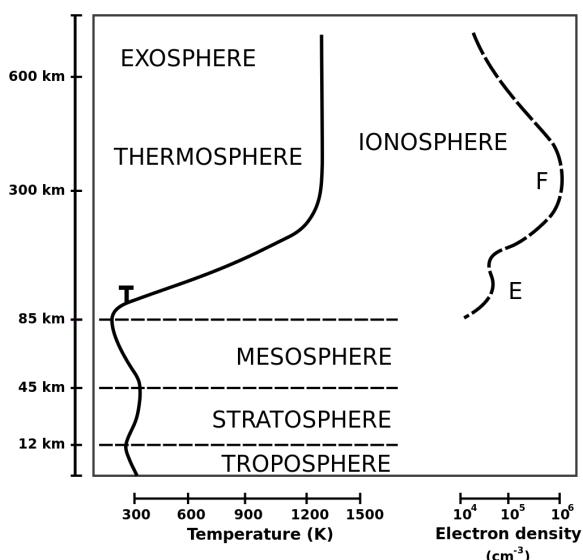


图 3-8. 电离层与大气层之间的关系，是大气层顶部被太阳辐射电离的部分。

Figure 3-8. The relation between Earth's atmosphere and ionosphere, which is the ionized part of upper atmosphere.

来源/Credit: Bhamer, https://en.wikipedia.org/wiki/File:Atmosphere_with_Ionosphere.svg, (2018-10-13), 公有领域

- **仪器效应:** 大型干涉阵列通常由成千上万根天线组成；由于生产和安装过程的差异以及随环境和时间的变化，站点 (station) 内每根天线的性能不可能完全相同，导致所形成的站点波束 (station beam) 存在很多不确定因素，而且各个站点的波束也互不相同。对于 LOFAR、SKA 等采用数字波束成形 (beam-forming) 技术的相控阵 (phased array) 而言，波束的形状更会随着波束指向的变化而发生大幅改变^[162-164]。因此，如果未能充分地校准站点波束，那么后续其他仪器效应的校准、亮点源的剥离 (peeling)、前景扣除等任务都会受到严重影响^[165, 166]。干涉阵列还有其他多种复杂的仪器效应，比如显著的旁瓣^[167, 168]、

天线响应随频率的变化^[169, 170]、波束的频率依赖效应^[42, 106, 171]（另见 § 3.7 和 § 6.1）、偏振泄漏^[132-134, 172]、信号在电缆内的反射^[110]。如何有效地校准仪器，发挥出仪器的设计性能，是目前最迫切的任务之一^[27, 109, 165, 173, 174]。

- **海量数据:** 大型干涉阵列将产生海量数据，如 SKA1-Low 的数据流量预计高达 $\sim 1 \text{ TB/s}$ ，由此引发一系列难题^[175-177]，例如：如何对原始数据进行实时的相关和校准？如何传输、分发和存储海量观测数据？如何实现高效的数字波束成形和多波束技术？如何处理海量数据实现大视场、高动态范围成像？缓解或解决这些问题，不仅依赖于更快更高效的计算资源^[178, 179]，建设新型的数据中心^[177]，还需要设计新算法，开发新软件，优化数据处理流程，充分利用大规模并行计算资源^[180-183]。

3.5 主要前景干扰成分

3.5.1 银河系同步辐射

银河系同步辐射 (Galactic synchrotron radiation) 是由弥散于银河系内的高能带电粒子在磁场中发生加速运动而产生的，是低频射电波段 ($\lesssim 1 \text{ GHz}$) 最明亮的前景成分^[184, 185]。在 150 MHz 处，即使是在高银纬辐射较弱的区域，银河系同步辐射亦占全部前景辐射的 $\sim 70\%$ ^[35]。图 3-9 上栏显示了由 REMAZEILLES et al. 2015 [186] 重新处理的 Haslam 408 MHz 巡天图^[187]，可见银河系同步辐射具有明显的大尺度（约在度以上）子结构，这将在功率谱的大尺度区域对 EoR 信号产生严重污染。银河系同步辐射的频谱近似为幂律形式，但谱指数随天空区域而变化，如图 3-9 下栏所示。在高银纬区域， $100\text{--}200 \text{ MHz}$ 范围内的平均谱指数 $\alpha_{\text{syn}} \sim 2.5 \pm 0.1$ ^[188]。

在低频射电波段对银河系同步辐射的观测和研究仍然非常有限，目前仅对少数几个天区开展了深入观测和研究^[184, 185, 192, 193]，基于大规模巡天的研究更加匮乏。考虑到磁场强度的涨落、高能带电粒子的密度涨落、星际介质的湍流等因素的影响^[192, 194, 195]，银河系同步辐射在原则上应该拥有更复杂的小尺度（角分及亚角分）结构。但是受限于目前的观测数据（比如 Haslam 408 MHz 全天图的分辨率约为 0.85° ），我们对这些细节的了解程度远远不够^[196]。

另一方面，银河系同步辐射具有一定的偏振^[131, 135, 184]。偏振辐射通过磁场时，其偏振面会发生旋转，即 Faraday 旋转效应^[197]，而且旋转量依赖于辐射频率。因此天线接收到的某一偏振成分（如 Stokes Q 或 U 分量）的强度变化也依赖于频率，这种效应能够损坏前景辐射的频谱光滑性。同时，仪器由于固有的限制而无法完全隔离各偏振成分的测量，因此会有少量 ($\sim 1\%$) 偏振辐射泄漏到总辐射强度里，从而对前景

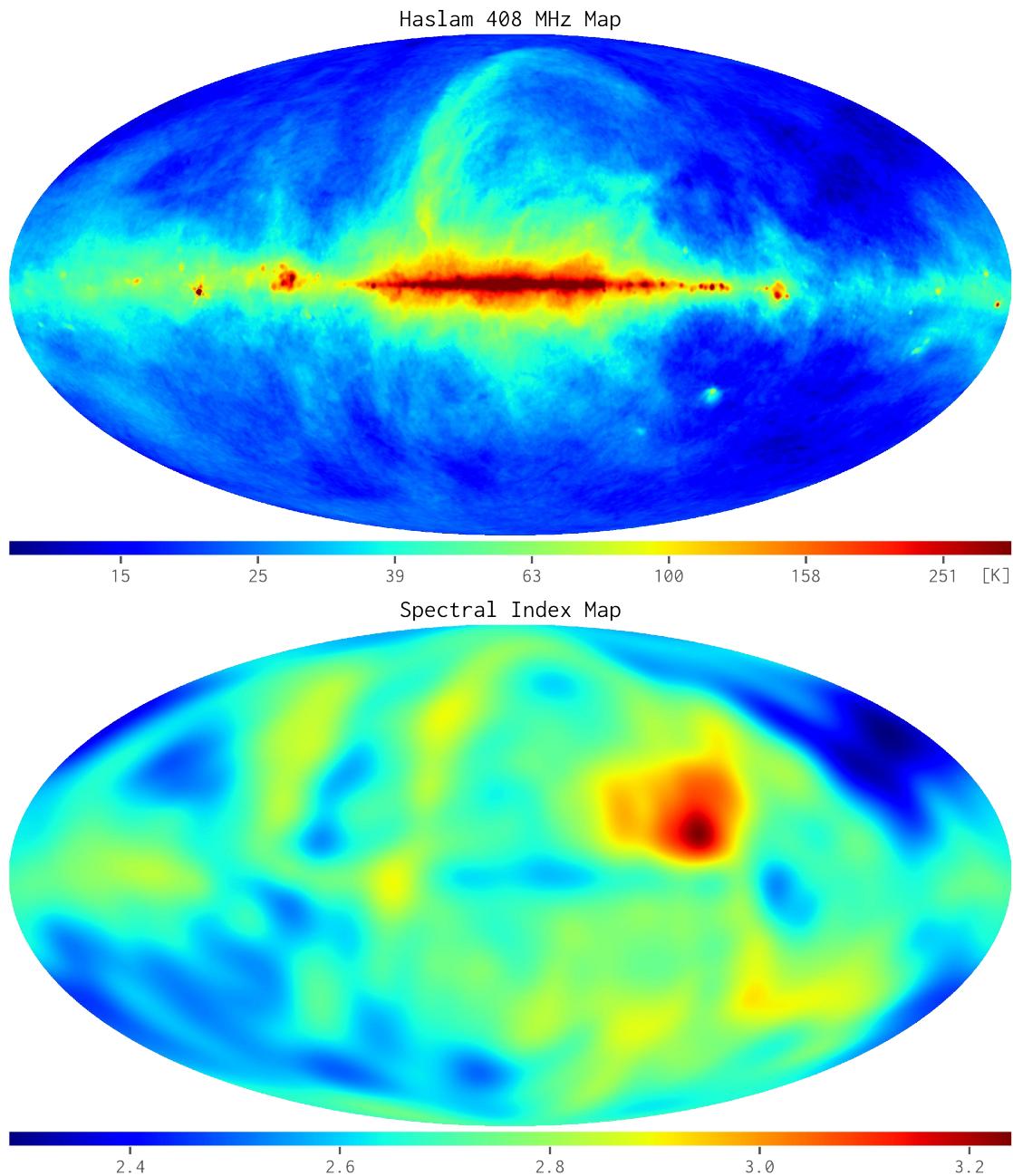


图 3-9. (上栏) 由 REMAZEILLES et al. 2015 [186] 重新处理的 Haslam 408 MHz 巡天图, 显示了银河系同步辐射的强度分布。(下栏) 由 GIARDINO et al. 2002 [189] 处理得到的银河系同步辐射的谱指数全天分布图, 利用了 408 MHz 全天图、1420 MHz 北天图^[190]以及 2326 MHz 南天图^[191]。

Figure 3-9. (Upper) The Haslam 408 MHz all-sky map reprocessed by REMAZEILLES et al. 2015 [186] shows the Galactic synchrotron radiation. (Lower) The synchrotron spectral index map obtained by GIARDINO et al. 2002 [189] by utilizing the 408 MHz all-sky map, the 1420 MHz northern sky survey^[190], and the 2326 MHz southern sky survey^[191].

频谱的光滑性产生破坏，阻碍前景干扰的准确识别与扣除^[38, 135, 137, 198, 199]。

3.5.2 银河系自由—自由辐射

银河系自由—自由辐射 (Galactic free-free radiation) 源自于银河系的电离氢区、温电离介质 (warm ionized medium) 等区域的热电子的轫致辐射 (bremsstrahlung)。因为电子在辐射前后都是自由的（即没有被束缚在离子、原子、分子里），所以轫致辐射又被称为自由—自由辐射。银河系自由—自由辐射的谱指数 $\alpha_{\text{ff}} \sim 2.1$ ，比同步辐射的频谱偏平一点^[200]。

在低频射电波段，除了银盘附近区域，银河系自由—自由辐射被淹没在同步辐射之中而无法被直接观测到，所以我们对该辐射成分的了解非常有限。目前已掌握的有关银河系自由—自由辐射的信息主要源自 H α 巡天^[201]。因为产生自由—自由辐射的电离区域同时也会产生 H α 辐射，而且两种辐射的强度之间存在紧密关联，因此可以利用 H α 辐射来有效地追踪自由—自由辐射^[200, 202]。因为 H α 辐射容易被尘埃吸收，所以需要首先利用尘埃分布图^[203]对 H α 辐射进行修正，然后再推导自由—自由辐射^[200]，如图 3-10 显示了利用该方法（详见 § 4.2.2）得到的银河系自由—自由辐射在 150 MHz 的全天图。但是在银盘附近，H α 辐射的尘埃吸收修正将因为尘埃多、分布复杂而变得不可靠，从而无法给出合理的自由—自由辐射^[200]。

另一种追踪自由—自由辐射的方法是利用电离氢的射电复合线 (radio recombination line)。因为射电复合线受尘埃吸收的影响很小，所以该方法可以顺利地用于银盘附近区域，给出可靠的自由—自由辐射^[204, 205]。与前一种方法相结合，可以获得银河系自由—自由辐射的完整全天图。

尽管银河系自由—自由辐射的强度远弱于同步辐射成分，比如在 150 MHz 处仅贡献了总前景辐射的 $\sim 1\%$ ^[35]，但仍然是重要的 EoR 前景干扰成分，原因有二^[136]：(1) 该前景成分的强度和涨落仍然远强于 EoR 信号；(2) 该前景成分的谱指数和子结构与其他前景成分不同。

3.5.3 河外点源

除银河系的弥散辐射（同步辐射和自由—自由辐射）之外，最强的前景干扰源便是数目极多的河外点源 (extragalactic point source)，这些点源产生的辐射在 150 MHz 处贡献了总前景辐射的 $\sim 27\%$ ^[35]。在功率谱的小尺度（亚角分）区域，河外点源更是成为最强、最难处理的前景成分^[33, 34, 206]。如图 3-11 显示了 MWA 对 EoR0 天区³的

³MWA 针对 EoR 深度观测筛选了 3 块天区，中心坐标 (R.A., Dec.) 分别为^[110]：EoR0: (0°, -27°); EoR1: (60°, -27°); EoR2: (170°, -10°)。

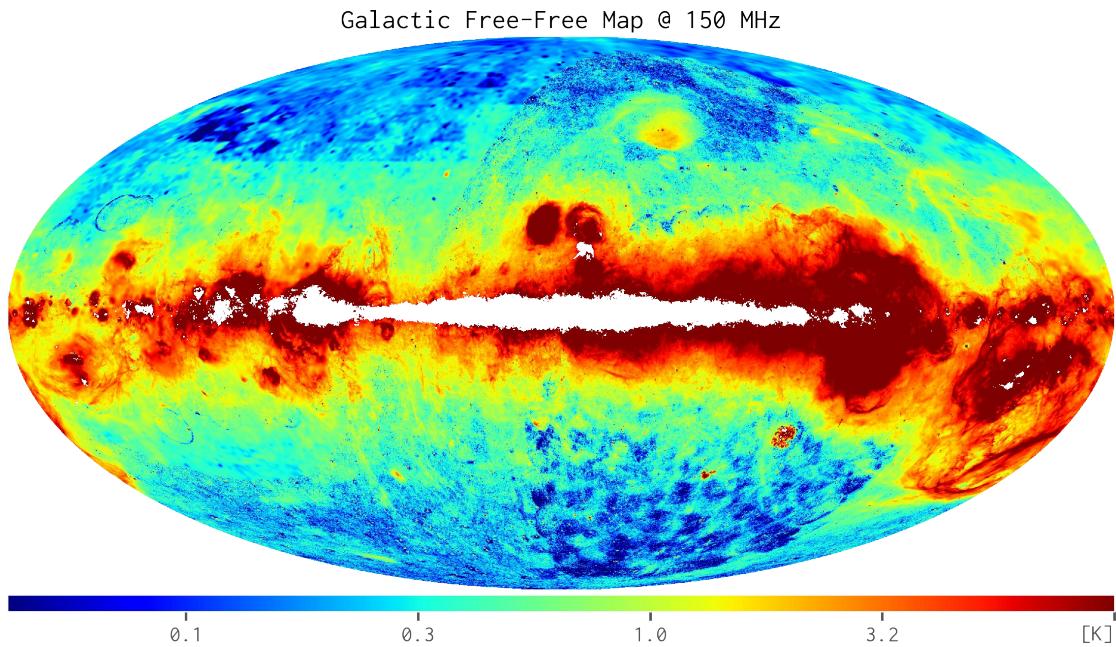


图 3-10. 对 H α 全天辐射图^[201]修正尘埃吸收后得到的银河系自由—自由辐射在 150 MHz 的强度分布图^[200]。图中靠近银盘的白色区域由于尘埃吸收修正不可靠而被屏蔽。

Figure 3-10. The Galactic free-free radiation map at 150 MHz derived from the H α all-sky map^[201] with dust absorption corrected^[200]. The white regions near the Galactic plane are masked due to the large uncertainty about the correction for dust absorption.

深度曝光图像^[32]，可见密布的点源。

根据目前的观测证据和研究结果，可将河外点源大致分为两大类^[207]：

- **射电星系:** 宿主通常为巨型椭圆星系，射电辐射结构远超出宿主星系本身的范围（比如存在相对论性喷流），在 1.4 GHz 处的射电功率 $\gtrsim 10^{22} \text{ W Hz}^{-1}$ ^[208]。FANAROFF & RILEY 1974 [209] 根据射电星系的功率和形态将其大致分为两小类：(1) Fanaroff-Riley (FR) I 型：功率较弱，具有相对弥散的射电羽 (plume)；(2) FR II 型：功率较强，具有射电瓣 (lobe) 以及显眼的热斑 (hot spot)。由此可见，很多点源其实具有复杂的形态结构，所以“点源”这一称法并不准确，主要是为了与下文 (§ 3.5.4) 将要介绍的“展源”区分开来。
- **致密源 (compact source):** 没有明显可见的射电辐射结构，呈致密点状。根据射电辐射的来源，可主要分为恒星形成星系 (star-forming galaxy)^[210] 和活动星系核 (Active Galactic Nucleus, AGN)^[211-213]。同时 AGN 还可进一步分为类星体^[212, 214]、耀变体 (blazar)^[215, 216]、射电宁静 (radio-quiet) AGN^[217, 218] 等子类。

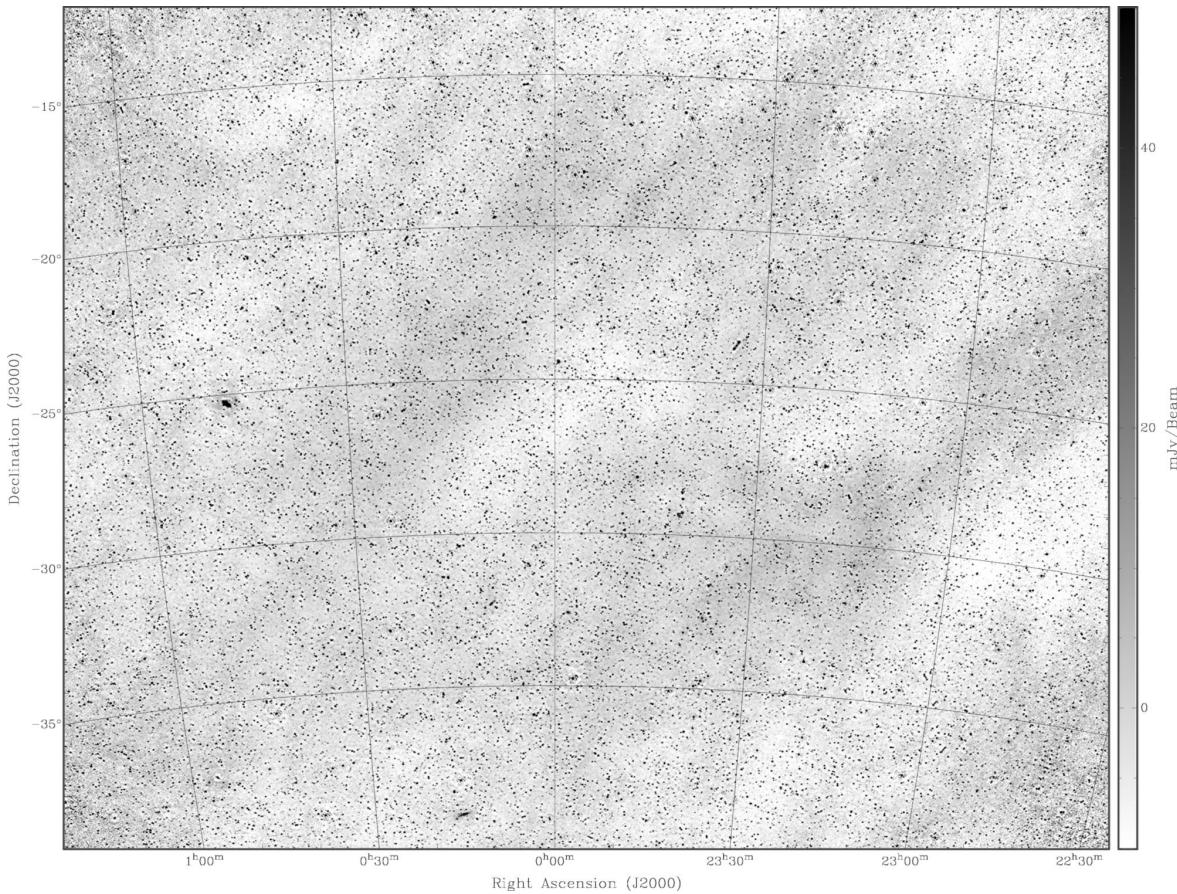


图 3-11. MWA 对 EoR0 天区 ($\text{R.A.} = 0^\circ$, $\text{Dec.} = -27^\circ$) 累计观测 45 h 获得的波束修正后的图像，大小约为 $45^\circ \times 30^\circ$ 。

Figure 3-11. The beam-corrected map of the EoR0 field ($\text{R.A.} = 0^\circ$, $\text{Dec.} = -27^\circ$) obtained by the MWA after 45 h of integration time. The image size is about $45^\circ \times 30^\circ$.

来源/Credit: OFFRINGA et al. 2016 [32]

目前的低频观测结果显示点源的频谱是光滑的，没有明显的谱线结构^[32]。但是不同类别的点源具有不同的谱指数和频谱形态。还有小部分点源的辐射具有显著偏振，所以观测得到的频谱的光滑性会受到偏振泄漏的影响^[219, 220]。此外，河外点源的成团效应 (clustering effect) 会改变其功率谱，该效应需要被仔细考虑以获得准确的 EoR 信号功率谱^[33, 36, 221-223]。

3.5.4 河外展源

星系团由成百上千个成员星系、弥漫于成员星系之间的 ICM 以及暗物质组成^[224, 225]。自 1959 年首次在 Coma 星系团中发现了尺度约 1 Mpc 的弥散射电辐射以来^[226]，目

前已在百来个星系团中探测到了弥散射电辐射^[39, 227]，根据其尺度、形态、位置等特征，这些弥散射电源可大致分为以下三类^[39, 61]：

- **射电晕 (radio halo):** 位于星系团的中央区域，尺度达 Mpc 量级，形态相对规则，目前只发现于并合星系团中（如图 3-12 左栏所示）。
- **微射电晕 (radio mini-halo):** 位于弛豫冷核星系团的中央区域，通常围绕中央射电星系，尺度为数百 kpc，形态比较规则（如图 3-12 中栏所示）。
- **射电遗迹 (radio relic):** 位于星系团的外围区域，尺度亦达 Mpc 量级，呈长条不规则形态，辐射具有较强的偏振；在并合星系团和弛豫星系团均有发现，在若干星系团中成对出现。图 3-12 右栏展示了一个双射电遗迹的情形。

此外，在一些星系团中同时观测到了射电晕和射电遗迹，比如 Abell 2744^[228]、ACT-CL J0102-4915^[229]、MACS J0717.5+3745^[230]。

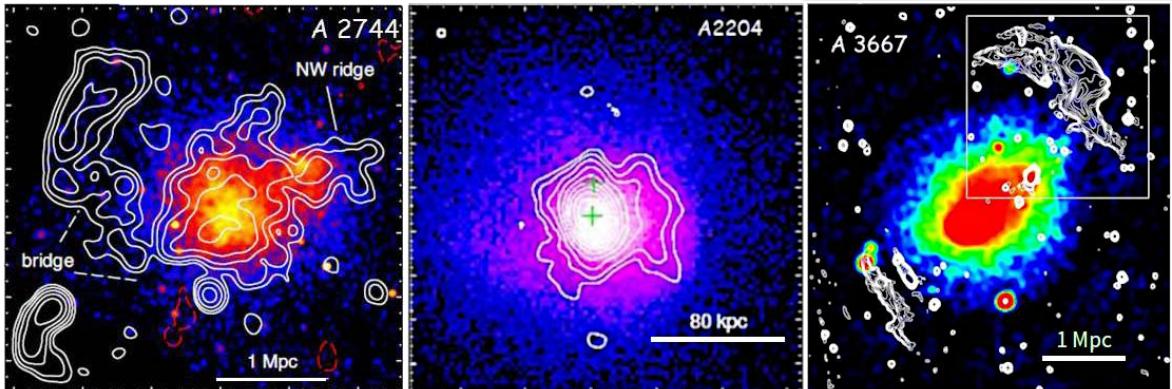


图 3-12. 星系团弥散射电辐射的典型样例：(左栏) Abell 2744 中的射电晕；(中栏) Abell 2204 中的微射电晕；(右栏) Abell 3667 中的双射电遗迹。射电辐射以白色等值线标记，并叠加在 X 射线图像上。

Figure 3-12. Typical examples of diffuse radio emission in galaxy clusters: (left) a radio halo in Abell 2744; (middle) a radio mini-halo in Abell 2204; (right) double radio relics in Abell 3667. The radio emissions are marked with white contours and superimposed on X-ray images.

来源/Credit: BRUNETTI & JONES 2014 [231]

在星系团中发现弥散射电辐射表明 ICM 除了包含由高温 ($\gtrsim 1 \text{ keV}$) 等离子气体构成的热成分，还存在一个由高能电子 (Lorentz 因子 $\gamma > 10^3$) 构成的非热成分。这些高能电子弥散于整个星系团，在约 μG 的微弱磁场中产生同步辐射并形成上述大尺度展源。电子的能量越高，由于同步辐射以及对 CMB 光子的逆 Compton 散射而损失能量的速率越快，寿命也就越短。因此相比中高频波段 ($\gtrsim 1 \text{ GHz}$)，ICM 展源在数百 MHz 的低频波段更容易形成，而且具有更长的寿命。以射电晕为例，SKA1-Low 预

计将发现约 2500 个^[59]，远远超过目前已发现的总数（71 个已确认，另有 9 个候选；详见附录 D 中的表 D-1）。尽管 ICM 展源相比银河系辐射和河外明亮点源来说比较微弱，但考虑到该前景成分的尺度较大（若干角分）、形态结构相对复杂、数目较多等特点，ICM 展源可能在功率谱的角分尺度上对 EoR 信号的测量产生显著干扰，是一个待仔细研究的前景成分^[36, 37]。

除了星系团，潜在的河外展源还包括超星系团和大尺度纤维状结构。在这些宇宙大尺度结构里分布着温度约为 $10^5\text{--}10^7\text{ K}$ 的温热星系际介质 (Warm Hot Intergalactic Medium, WHIM) 和强度约为 $10\text{--}100\text{ nG}$ 的极微弱磁场^[232]。在物质落入这些宇宙大尺度结构的过程中、或者物质沿着大尺度结构流动形成星系团等结构时，会产生 Mach 数 $\gtrsim 20$ 的强激波^[233, 234]，从而加速带电粒子并产生同步辐射^[60]。受限于当代射电望远镜的灵敏度，目前还没有获得这些大尺度结构的射电观测证据。SKA 将有能力打破这个局面，打开研究分布在超星系团和大尺度纤维状结构的 WHIM 的大门^[60]。另一方面，源自这些大尺度结构的射电辐射将会如何影响 EoR 信号的探测，亦是一个值得探讨的问题。

3.6 前景识别与分离方法

EoR 探测实验所面临的最主要困难之一便是微弱的 EoR 信号被强烈的前景干扰所淹没。准确地识别并分离前景干扰是成功探测 EoR 信号的关键。尽管前景污染的强度高达待测 EoR 信号的约 4-5 个数量级，但是幸运的是各前景成分的频谱在本质上是光滑的；而 EoR 信号的频谱表示中性氢在宇宙不同红移（即频率）处的分布状态^[221, 235, 236]，所以会随频率发生显著变化，呈锯齿状不光滑结构。利用这个关键区别，原则上可以将 EoR 信号从强烈的前景干扰中分离出来。

目前已有一批方法被提出来用于尝试从前景干扰中分离 EoR 信号。根据前景处理的策略，可将这些方法大致分为两大类^[41, 148]：

- **前景扣除法:** 在图像空间或 uv 空间（即 Fourier 空间），利用前景辐射和 EoR 信号两者明显不同的频谱特征，对每个像素点沿频率维度（即视线方向）识别光滑的前景成分并扣除，从而分离出 EoR 信号。根据对前景频谱的建模方式，这类方法可进一步分为两小类：
 - **参数化 (parametric) 方法:** 认为前景频谱可以由一个参数化模型（如低阶多项式）来描述，然后用此模型拟合前景频谱并扣除。这类方法主要包括多项式拟合法及其变种^[136, 140, 142, 146, 147]。
 - **非参数化 (non-parametric) 方法:** 不直接假定前景频谱应该符合某一特定参数化模型，而是充分利用前景辐射和 EoR 信号具有不同的频谱特征来

实现两者的分离。典型的方法有 Wp 平滑法^[141]、独立成分分析 (Independent Component Analysis, ICA)^[143]、广义形态成分分析 (Generalized Morphological Component Analysis, GMCA)^[144]、连续小波变换 (continuous wavelet transform)^[145]。

- **前景回避法:** 在二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$ 上, 频谱光滑的前景干扰将主要分布在 k_\parallel 较小的区域。尽管复杂的仪器效应和观测效应会导致前景污染被“泄漏”到 k_\parallel 模式里, 占据二维功率谱的右下方一个楔形区域, 但是左上方的区域仍然几乎未受前景污染的影响, 即 EoR 窗口 (详见下文 § 3.7)。因此, 前景回避法通过识别并避开二维功率谱上受到前景污染的区域, 从而实现提取 EoR 信号的目标。近年来, 该方法已得到了较多的关注和研究^[102, 107, 109-112, 237]。

上述两类方法均有各自的优缺点。前景扣除法的优点是能够保留 EoR 信号的全部信息, 但缺点是可能无法准确扣除前景污染或者将部分尺度较大的 EoR 信号误认为前景而扣除, 导致结果出现一定程度的偏差。前景回避法的优点是可以有效地避免前景污染对 EoR 探测结果产生的可能偏差, 而主要缺点便是损失了 EoR 信号在 EoR 窗口之外的信息, 牺牲了仪器的灵敏度和利用效率^[238]。这两类前景处理方法的进一步对比评估可参见 CHAPMAN et al. 2016 [41] 及其所引文献。

这两类前景处理方法并不冲突, 在实际情况中可以结合使用^[239], 比如先在图像空间或 uv 空间扣除明显的前景污染, 再利用前景回避法在二维功率谱上提取 EoR 信号^[106]。

3.7 前景楔形和 EoR 窗口

在二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$ 上, 频谱光滑的前景干扰在原则上只分布在 k_\parallel 较小的区域。但是干涉阵列的仪器效应和观测效应会将 k_\perp 模式里的功率“混合”到 k_\parallel 模式里, 即模式混合 (mode mixing) 效应, 并且 k_\parallel 受影响的范围与 k_\perp 的大小成正相关, 因此前景污染将占据二维功率谱的右下方一个楔形区域, 即前景楔形 (foreground wedge), 如图 3-13 所示。这个现象最早由 DATTA et al. 2010 [106] 基于模拟数据研究亮点源对 EoR 探测的影响时发现, 目前已被多个实际观测证实^[110, 112, 121, 240-242], 还有一系列工作对此现象进行了解释和深入研究^[102, 107, 108, 124, 125, 171, 237, 243, 244]。

引起模式混合的主要原因是干涉阵列固有的色彩效应 (chromatic effect), 即同一条基线的空间分辨率随着频率的增大而提高^[102]。模式混合还可能由其他多种因素引起, 比如: 干涉阵列的 PSF 随频率而变化^[42, 245]、前景模型不精确 (如点源的强度或位置有偏差)^[106, 171]、仪器响应的校准不足^[171]、不同基线的测量数据的叠加^[243]。下文将基于干涉阵列的色彩效应, 简要介绍模式混合的基本原理以及前景楔形的形成

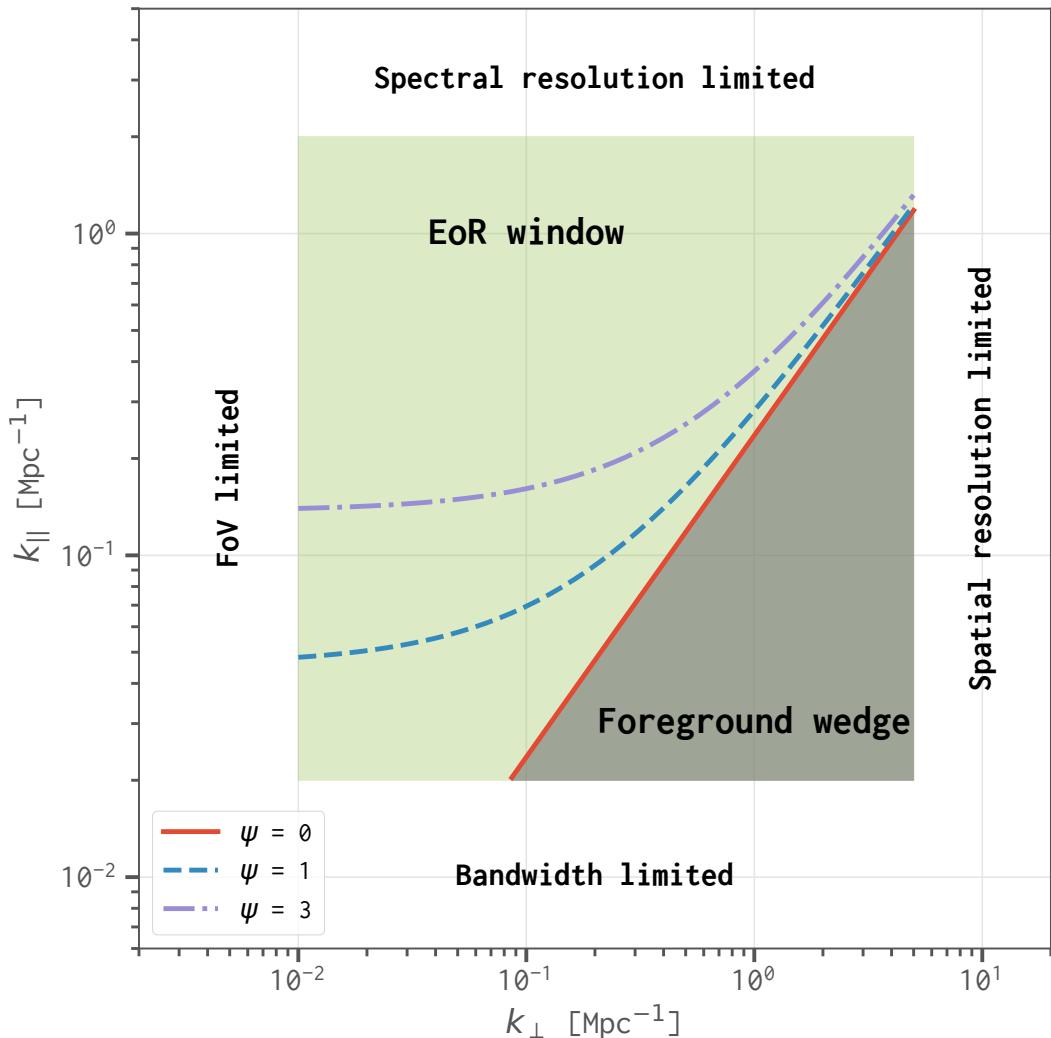


图 3-13. 二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$ 上的前景楔形（右下方灰色区域）和 EoR 窗口（左上方绿色区域）示意图。望远镜所能测量的二维功率谱的边界为： k_\perp 的最小值和最大值分别由望远镜的视场大小和空间分辨率（对应于最长基线）决定、 k_\parallel 的最小值和最大值分别取决于频率带宽和频率分辨率。图中三条粗线显示了不同前景漏失程度 [由式 (3-55) 中的 w 描述] 时的 EoR 窗口边界。

Figure 3-13. An illustration of the foreground wedge (gray region in the bottom right) and the EoR window (green region in the upper left) in the 2D power spectrum $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$. The boundaries of the 2D power spectrum that a telescope can measure are constrained by: the minimum and maximum k_\perp are determined by the field of view (FoV) and the spatial resolution (corresponding to the longest baseline), respectively; the observing bandwidth and spectral resolution limit the minimum and maximum k_\parallel , respectively. The bold lines show the EoR window boundaries corresponding to different foreground spillovers, described by the parameter w in Eq. (3-55).

原因。更严格的分析可参考 LIU et al. 2014 [102] 和 LIU et al. 2014 [237]。

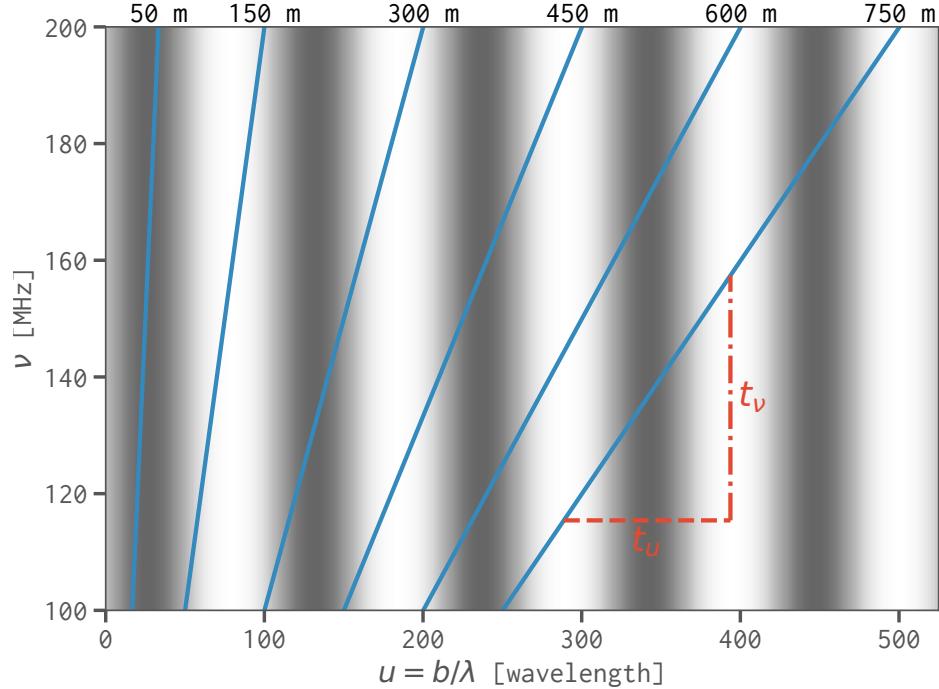


图 3-14. 干涉阵列基线的色彩效应示意图。观测频率越高，同一条基线 b 的空间分辨率越高，即所测量的波数 ($u = b/\lambda \propto k_{\perp}$) 越大。同时，基线的长度越长，其空间分辨率的变化越显著，该基线的色彩效应也越明显（对应于图中的蓝线越平）。背景条纹表示一个平谱点源的可见度数据的实部。

Figure 3-14. An illustration of the chromatic effect of the interferometer baselines. As the observing frequency increases, the spatial resolution of one baseline b also improves, i.e., the wavenumber ($u = b/\lambda \propto k_{\perp}$) measured by the baseline increases. Meanwhile, the longer the baseline, the more significant the variation of its spatial resolution, i.e., its chromatic effect is more significant and the corresponding blue line becomes flatter. The background fringes indicates the real part of the visibilities of a flat-spectrum point source.

考虑一个距离视场中心角度为 θ 的平谱点源(即各频率上的亮度相同),根据式 (2-103)，该点源将在 uv 平面产生一套平行条纹，可由下式描述：

$$\mathcal{V}(u, v) \propto \exp(-2\pi i \mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{s}}/\lambda) = \exp(-2\pi i u \sin \theta), \quad (3-48)$$

其中 $u = |\mathbf{b}|/\lambda$ 为基线 \mathbf{b} 在频率 $\nu = c/\lambda$ 处所测量的波数 ($k_{\perp} \propto u$)。由上式可知条纹的间隔 (或周期) 为：

$$t_u = \frac{1}{\sin \theta}, \quad (3-49)$$

如图 3-14 中的背景条纹所示。点源偏离视场中心越远，所产生的条纹的间隔越窄。对于同一条基线，随着观测频率 ν 的增大，则所测量的波数 u 也越大，于是获得的可见度数据 $\mathcal{V}(u)$ 也随之发生变化，如图 3-14 中的斜线所示。因此，虽然辐射源的亮度不随频率变化（即只有 k_{\perp} 模式），但是基线的色彩效应导致观测的可见度数据出现了随频率的涨落（即产生了 k_{\parallel} 模式），所以称为模式混合。结合图 3-14，可知由模式混合引起的涨落在频率维度 ν 的变化周期为^[171]：

$$t_{\nu} = \frac{c}{b} t_u = \frac{\nu}{u} t_u, \quad (3-50)$$

其中 t_u 是信号在空间维度 u 的变化周期 [式 (3-49)]。根据式 (3-44) 和式 (3-45) 可得：

$$t_{\nu} = \frac{1}{\eta} = \frac{2\pi\nu H(z)}{c(1+z)} \frac{1}{k_{\parallel}}, \quad (3-51)$$

$$u = \frac{D_C(z)}{2\pi} \frac{1}{k_{\perp}}, \quad (3-52)$$

其中使用了 $\nu = \nu_0/(1+z)$ 和 $H(z) = H_0 E(z)$ 。将上式以及式 (3-49) 代入式 (3-50)，可得：

$$k_{\parallel} = \frac{H(z) D_C(z) \sin \theta}{c(1+z)} k_{\perp}. \quad (3-53)$$

从上式可以清楚地看出，视场内每一个前景干扰源（如未准确扣除的点源）在二维功率谱上产生的污染分布在右下方的一条斜线上； k_{\perp} 越大的模式被混合到 k_{\parallel} 模式的范围也越大，于是形成前景楔形。另一方面，随着前景干扰源距离视场中心越来越远，其产生的污染区域也逐渐向左上方移动。因此视场内距离中心最远的干扰源（设该距离为 Φ ）确定了前景楔形的边界，而左上方未受前景污染的区域则称为“EoR 窗口”，可表示为：

$$k_{\parallel} \geq \frac{H(z) D_C(z) \sin \Phi}{c(1+z)} k_{\perp}, \quad (3-54)$$

如图 3-13 所示。干涉阵列通常具有明显的旁瓣，因此前景楔形的具体范围与旁瓣的行为密切相关。

在实际情况中，计算二维功率谱时只使用一个较窄的频带（带宽 $B_f \lesssim 10 \text{ MHz}$ ）以避免宇宙演化的影响^[107, 246]，所以计算过程中对频率维度进行 Fourier 变换时存在一定的边界效应。另外，干涉阵列的频率响应可能存在一些不光滑的结构^[170, 247]。这些因素将导致额外的前景漏失 (spillover)，扩大前景楔形区域，因此 THYAGARAJAN et al. 2013 [107] 提出了如下改进的 EoR 窗口的边界表达式：

$$k_{\parallel} \geq \frac{H(z) D_C(z)}{c(1+z)} \left[k_{\perp} \sin \Phi + \frac{2\pi\nu_0 \psi}{(1+z) D_C(z) B_f} \right], \quad (3-55)$$

其中 B_f 为带宽, ψ 描述了前景漏失的程度。图 3-13 显示了 $\psi = 0, 1, 3$ 所对应的 EoR 窗口边界。

3.8 小结

本章首先介绍了中性氢 21 cm 谱线的物理机制以及使用 21 cm 谱线开展 EoR 探测的基本原理。EoR 信号被淹没在强烈的前景干扰之中, 主要包括银河系的同步辐射和自由—自由辐射、河外点源以及河外展源。接着概述了目前的前景识别与分离方法, 可大致分为前景扣除和前景回避两大类。前景回避方法依赖于二维功率谱上的 EoR 窗口, 于是基于干涉阵列的色彩效应简要解释了前景楔形和 EoR 窗口的形成原因。这些内容是本文后续研究的基础。

第四章 低频射电天空建模的改进

为了能够评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响以及研发 EoR 信号分离算法, 首先需要进行低频射电天空的高精度模拟, 包括 EoR 信号和各种主要的前景成分。我们以之前的工作^[138, 146]为基础, 开发了 **FG21sim**⁴ 软件用来模拟主要的前景成分, 具体包括银河系的同步辐射和自由—自由辐射、河外点源、以及星系团射电晕。本工作与以往的 EoR 前景建模工作相比拥有两方面的优势: 一方面, 针对星系团射电晕构建了一个更完善、更物理的模型, 实现对其形成与演化过程的完整建模。另一方面, 将 SKA1-Low 阵列的仪器效应整合到模拟图像中, 获得更逼真的低频射电天空模型。

根据文献中相关的 EoR 前景研究^[42, 106, 143, 248], 我们选取了三个常用的频带, 分别为 120–128、154–162 和 192–200 MHz, 代表了 EoR 信号的主要频率范围。频带的宽度取为 8 MHz, 这是为了限制宇宙的演化效应, 从而简化功率谱的计算 (**§ 3.2**)^[107, 246]。考虑到 SKA1-Low 在 120 MHz 的视场大小 $\Theta \sim 5^\circ$, 我们将模拟的天区大小设为 $10^\circ \times 10^\circ$ 。模拟的图像大小取为 1800×1800 , 即像素大小为 $20''$ 。

本章开展的低频射电天空模拟的主要流程如图 4-1 所示, 首先重点阐述对星系团射电晕的低频射电辐射特征的建模及其结果 (**§ 4.1**), 接着介绍银河系弥散辐射 (**§ 4.2**) 和河外点源 (**§ 4.3**) 的模拟方法, 然后描述如何生成 EoR 信号的天图 (**§ 4.4**), 最后一节 (**§ 4.5**) 说明如何模拟各成分的 SKA1-Low 观测图像。通过将射电晕与其他前景成分 (如银河系、河外点源) 进行对比, 可以从另一个角度反映射电晕作为前景污染源的重要性。

4.1 星系团射电晕

目前只有少量几项工作在研究 EoR 前景时包含了星系团射电晕^[36, 37, 136], 而且这些工作对射电晕低频辐射的建模过于简化, 比如直接使用在低流量端很不完备的 1.4 GHz 流量函数 (flux function)^[37]、采用弥散很大的射电-X 射线标度关系^[136]、假定相同的频谱指数和均匀的表面亮度分布^[37, 136]。

为了能够充分地评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的具体影响, 改进射电晕的建模并获得更加逼真的射电晕图像和频谱信息非常必要。为此, 我们之前的一项工作^[138]考虑了高能电子的能量损失过程, 改进了射电晕频谱特征的模拟。在此基础之上, 我们采用了一种半解析方法来考虑射电晕的形成和演化过程, 进一步显著改进了射电晕

⁴FG21sim: <https://github.com/liweitianux/fg21sim>

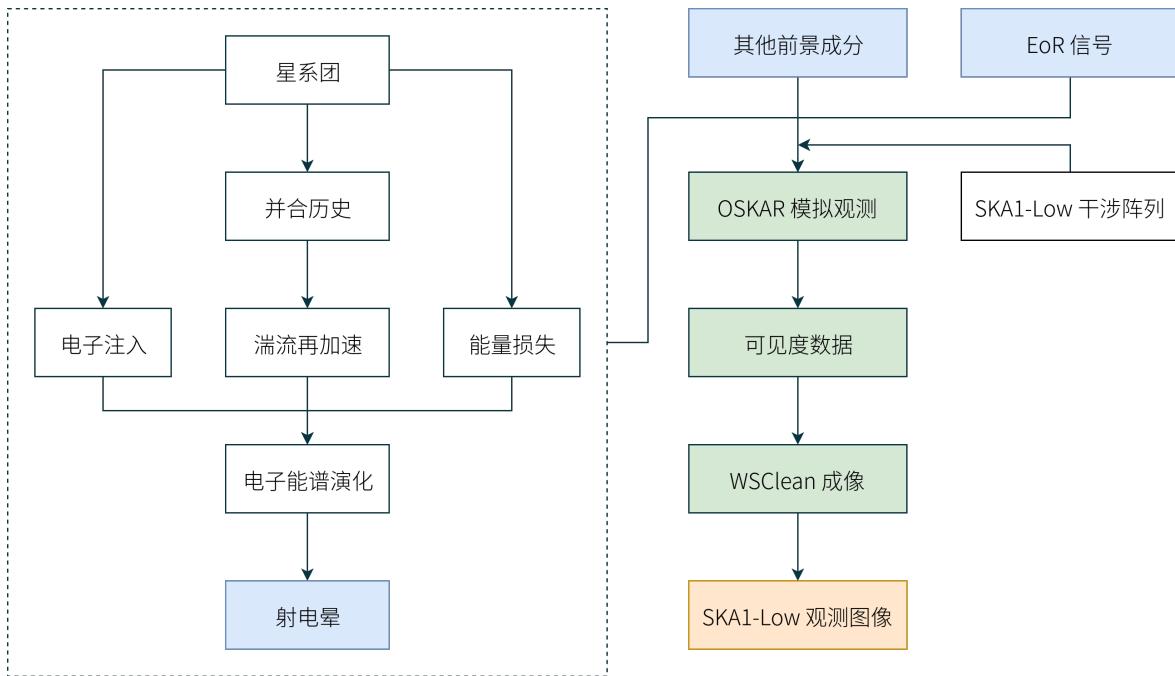


图 4-1. 低频射电天空模拟的主要流程

Figure 4-1. The basic flows of the simulation of the low-frequency radio sky.

的低频射电辐射特征的建模。对于一个星系团，首先根据扩展 Press-Schechter (PS) 理论模拟其并合历史 (§ 4.1.2)，然后运用湍流再加速模型 (turbulent re-acceleration model) 来计算并合所产生的湍流 (turbulence) 对 ICM 中的高能电子的再加速过程 (§ 4.1.3)，获得高能电子能谱以及射电辐射频谱随时间的演化 (§ 4.1.4)，进而确定所形成的射电晕的性质 (§ 4.1.5) 并生成相应的图像 (§ 4.1.7)。

Enrico Fermi 最早在 1949 年提出磁流体 (magneto-fluid) 中的带电粒子可与其中的湍流发生随机散射而获得能量，并用此来解释高能宇宙射线 (cosmic ray) 的起源^[249-251]。这个加速机制被称为二阶 Fermi 加速。星系团 ICM 主要由 $\gtrsim 1 \text{ keV}$ 的高温等离子气体构成，但同时还存在约 μG 的磁场^[252, 253]，所以是一个磁流体。为了解释射电晕的性质 (如尺度达 $\sim \text{Mpc}$ 、只在并合星系团中发现) 和形成机制，BRUNETTI et al. 2001 [254] 和 PETROSIAN 2001 [255] 率先将二阶 Fermi 加速机制应用于星系团 ICM，认为并合会产生大规模的湍流，就地加速 ICM 中的初级电子 (primary electron) 至极高的能量，从而产生强烈的同步辐射，形成大尺度弥散射电晕。这就是湍流再加速模型。该模型在诸多后续研究中得到了充分的发展和改进^[256-260]，是目前解释射电晕的形成与演化的主流模型，详见 BRUNETTI & JONES 2014 [231] 综述文。下文将详细介绍射电晕的建模方法和结果。

4.1.1 星系团的质量和红移分布

现在普遍认为，宇宙目前的结构是由极早期的微小密度扰动发展而来的^[5]。根据冷暗物质 (Cold Dark Matter, CDM) 模型，CDM 粒子的速度弥散很小，因此有利于先形成小尺度结构；然后在引力和宇宙膨胀的共同作用下，逐步形成尺度越来越大的结构^[261, 262]。这就是等级式成团 (hierarchical clustering) 模型。

当密度扰动进入非线性增长阶段，计算变得非常复杂而主要依赖于数值模拟。球形坍缩 (spherical collapse) 模型可作为一个简单的解析近似，能够给出与数值模拟相近的结果^[263]。根据该模型，暗物质坍缩形成暗物质晕，然后重子物质被暗物质晕的引力吸积 (accretion)，在晕中沉积并演化为星系、星系团等结构。利用这个模型，PRESS & SCHECHTER 1974 [264] 从密度扰动的随机统计性质推导出了暗物质晕（即星系、星系团等结构）的数目随质量的分布及其时间演化，即 PS 质量函数。在红移 z 处，每单位共动体积 (comoving volume) 内质量范围为 $[M, M + dM]$ 的星系团的数目 $n_{\text{cl}}(M, z)$ 为：

$$n_{\text{cl}}(M, z) dM = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\langle \rho_0 \rangle}{M} \frac{\delta_c(z)}{\sigma^2(M)} \left| \frac{d\sigma(M)}{dM} \right| \exp \left[-\frac{\delta_c^2(z)}{2\sigma^2(M)} \right] dM, \quad (4-1)$$

其中 M 是星系团的质量， $\langle \rho_0 \rangle$ 是当前的宇宙平均密度， $\delta_c(z)$ 是暗物质坍缩形成暗物质晕的临界线性过密度 (critical linear overdensity) [参见式 (A-11)]， $\sigma(M)$ 是当前在平均质量为 M 的球形区域里的密度涨落方均根值。

在星系团的质量范围内，密度涨落 $\sigma(M)$ 可合理地近似为以下幂律形式^[265, 266]：

$$\sigma(M) = \sigma_8 \left(\frac{M}{M_8} \right)^{-\alpha}, \quad (4-2)$$

其中 σ_8 是原初扰动在 $8 h^{-1} \text{Mpc}$ 尺度上的幅度， M_8 是半径为 $8 h^{-1} \text{Mpc}$ 的球形区域里的质量：

$$M_8 = \frac{4\pi \langle \rho_0 \rangle}{3} (8 h^{-1} \text{Mpc})^3, \quad (4-3)$$

以及指数 $\alpha = (n + 3)/6$ 并且有 $n = -7/5$ ^[267]。

设星系团的质量下限为 $M_{\min} = 2 \times 10^{14} \text{M}_\odot$ 以及红移上限为 $z_{\max} = 4$ ，于是由 PS 质量函数 [式 (4-1)] 可计算出 $10^\circ \times 10^\circ$ 的天区内的星系团总数为 504，以及相应的质量和红移分布（如图 4-2 所示）。接着对质量和红移分布随机采样，得到一系列 $(M_{\text{sim}}, z_{\text{sim}})$ 对，于是构成该天区的星系团样本。对于本文研究的天区大小，星系团的成团效应可以忽略，所以星系团均匀随机地分布在天区内。

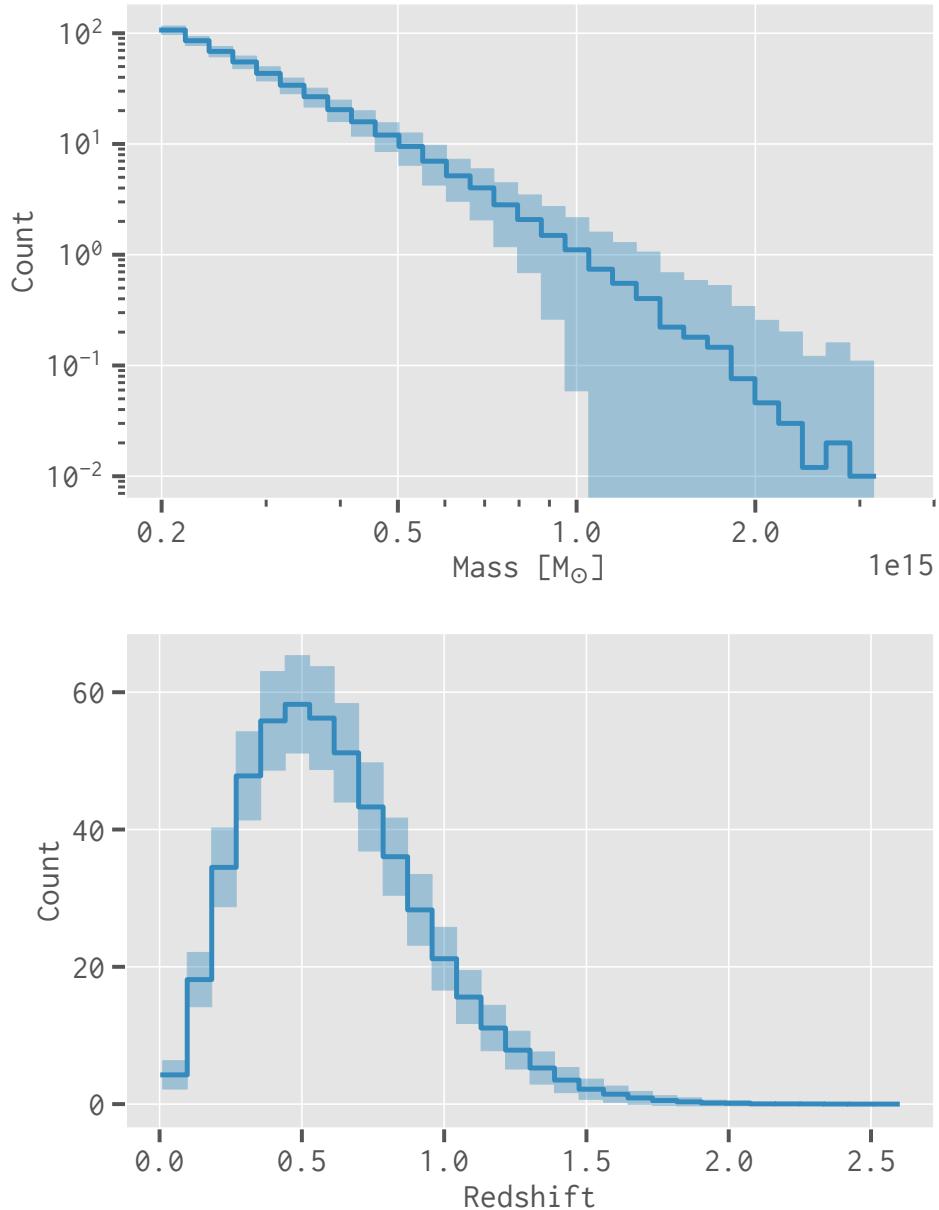


图 4-2. 在 $10^\circ \times 10^\circ$ 的天区内，星系团的质量（上栏）和红移（下栏）分布直方图。图中的实线和阴影区域分别表示 500 次模拟的平均值和 68% 的误差。

Figure 4-2. The mass (upper panel) and redshift (lower panel) histograms of the simulated galaxy clusters in a $10^\circ \times 10^\circ$ sky patch. The solid lines and shaded regions represent the means and 68% uncertainties derived from 500 simulation runs, respectively.

4.1.2 星系团并合历史的模拟

上述 PS 质量函数只给出了在不同红移处宇宙中的星系团的质量分布，没有提供单个星系团的形成历史的信息。扩展 PS 理论^[262, 268]对这个问题给出了一个解决方案。给定一个星系团，扩展 PS 理论描述了其前身 (progenitor) 的质量分布规律，然后利用 Monte Carlo 模拟构建该星系团的成长历史，即并合树 (merger tree)^[266, 268-270]。基于扩展 PS 理论，已有多种 Monte Carlo 算法被提出来用于构建并合树^[269]，由 LACEY & COLE 1993^[268] (LC93) 提出的算法是其中最简洁、最常用的一种，因此本文采用该算法来模拟星系团的并合树。LC93 算法假定^[268]：(1) 所有并合都是二叉的，即每次并合都是两个前身星系团合并成一个；(2) 合并后的星系团的质量为两个前身星系团之和。尽管 LC93 算法给出的模拟结果会高估并合次数，尤其在追溯时间较长的情况下（详见 ZHANG et al. 2008^[269]），但是该算法对于本文的射电晕建模已经足够，因此我们仍然采用简洁的 LC93 算法，而暂不考虑其他更准确但更复杂的算法。

设一个星系团在 t_1 时刻的质量为 M_1 ，经过一次成长步骤（并合或吸积）后，其质量在 $t_2 (> t_1)$ 时刻增长为 M_2 。给定 M_2 和 t_2 ，扩展 PS 理论给出了该星系团在一个较早时刻 t_1 具有一个质量范围为 $[M_1, M_1 + dM_1]$ 的前身的条件概率 (conditional probability) 为^[266, 268]：

$$\Pr(M_1, t_1 | M_2, t_2) dM_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{M_2}{M_1} \frac{\delta_{c1} - \delta_{c2}}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^{3/2}} \left| \frac{d\sigma_1^2}{dM_1} \right| \exp \left[-\frac{(\delta_{c1} - \delta_{c2})^2}{2(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)} \right] dM_1, \quad (4-4)$$

其中 $\delta_{ci} \equiv \delta_c(t_i)$, $\sigma_i \equiv \sigma(M_i)$, 同时下标 $i = 1, 2$ 分别表示这两个参数在时刻 t_1 和 t_2 的值。进一步定义 $\psi \equiv \sigma^2(M)$ 和 $\omega \equiv \delta_c(t)$, 上式可简化为：

$$\Pr(\Delta\psi, \Delta\omega) d\Delta\psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Delta\omega}{(\Delta\psi)^{3/2}} \exp \left[-\frac{(\Delta\omega)^2}{2\Delta\psi} \right] d\Delta\psi, \quad (4-5)$$

其中 $\Delta\psi = \sigma_1^2 - \sigma_2^2$, $\Delta\omega = \delta_{c1} - \delta_{c2}$ 。注意， ψ 随 M 的增大而单调递减， ω 也随 t 的增大而单调递减。

为了模拟一个星系团的并合树，从该星系团的“当前”质量 M_{sim} 和红移 z_{sim} 出发，运用 Monte Carlo 方法逐步追溯其成长历史，追溯的时间步长为 $\Delta\omega$ 。为了能够分辨质量变化为 $\Delta M_c (\ll M_2)$ 的并合，时间步长 $\Delta\omega$ 应满足^[268]：

$$\Delta\omega \lesssim (\Delta\omega)_{\max} = \left[\psi \left| \frac{d \ln \sigma^2}{d \ln M_2} \right| \left(\frac{\Delta M_c}{M_2} \right) \right]^{1/2}. \quad (4-6)$$

我们采用了自适应的时间步长^[266]： $\Delta\omega = (\Delta\omega)_{\max}/2$ 。

在追溯的每一步，当时间步长 $\Delta\omega$ 确定后，则星系团的质量变化量（由 $\Delta\psi$ 描述）的累积分布函数 (cumulative distribution function) 为：

$$F_{\Delta\psi}(<\Delta\psi, \Delta\omega) = \int_0^{\Delta\psi} \Pr(\Delta\psi', \Delta\omega) d\Delta\psi' \quad (4-7)$$

$$= 1 - \text{erf}\left(\frac{\Delta\omega}{\sqrt{2\Delta\psi}}\right), \quad (4-8)$$

其中 $\text{erf}()$ 为误差函数 (error function)：

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (4-9)$$

对式 (4-8) 随机采样得到一个 $\Delta\psi$ ，于是星系团 M_2 的一个前身的质量 M_1 由 $\psi_1 = \psi_2 + \Delta\psi$ 确定 [参见式 (4-2)]，同时另一个前身的质量为 $\Delta M = M_2 - M_1$ 。设 $M_m \equiv \max(M_1, \Delta M)$ 和 $M_s \equiv \min(M_1, \Delta M)$ 分别为并合的主星系团 (简称主团) 和子星系团 (简称子团) 的质量，如果 $M_s > \Delta M_c$ ，则认为发生了一次并合事件，否则认为是吸积过程^[266]。

目前普遍认为可观测的射电晕与最近 (在观测者的参考系) 发生的主并合 (major merger) 密切相关，而且射电晕的寿命较短，比如在 1.4 GHz 的典型寿命 $\tau_{\text{halo}} \lesssim 1 \text{ Gyr}$ ^[271, 272]。因此，我们选取 $\Delta M_c = 10^{13} M_\odot$ ^[258]，并且只针对主团从其“当前”时刻 t_{sim} (对应于 z_{sim}) 追溯 $t_{\text{back}} = 3 \text{ Gyr}$ 。如此获得了每个星系团的并合历史 $\{(M_m^{(i)}, M_s^{(i)}, t_{\text{merger}}^{(i)})\}$ 用于开展后续的射电晕模拟。

星系团的并合历史 (即并合树) 是随机模拟的。以一个质量为 $10^{15} M_\odot$ 的星系团为例，重复模拟其并合树 30 次，得到的 30 颗并合树互不相同，如图 4-3 上栏所示。同时，该图下栏显示了从 § 4.1.1 构建的样本中随机挑选的 30 个星系团的并合树，其中每个星系团只随机生成了一颗并合树。

4.1.3 高能电子的演化模型

根据湍流再加速模型，星系团 ICM 中充满一群非热的初级电子。这群高能电子的数密度非常低，约为 10^{-10} cm^{-3} 量级，但是能量非常高 (Lorentz 因子 $\gamma > 10^3$)，其能量密度能达到 ICM 热成分的能量密度的 $\lesssim 1\%$ 。这些电子可以在多种高能过程中产生并被注入 ICM，主要的注入过程包括类星体和射电星系的 AGN 活动、恒星形成、超新星 (supernova) 爆发、星系风 (galactic wind)。详见 BLASI et al. 2007 [273], FERETTI et al. 2012 [39], BRUNETTI & JONES 2014 [231] 等综述文。当星系团经历主并合时，整个 ICM 中都将产生剧烈的湍流，就地加速初级电子至极高的能量，从而形成弥散的射

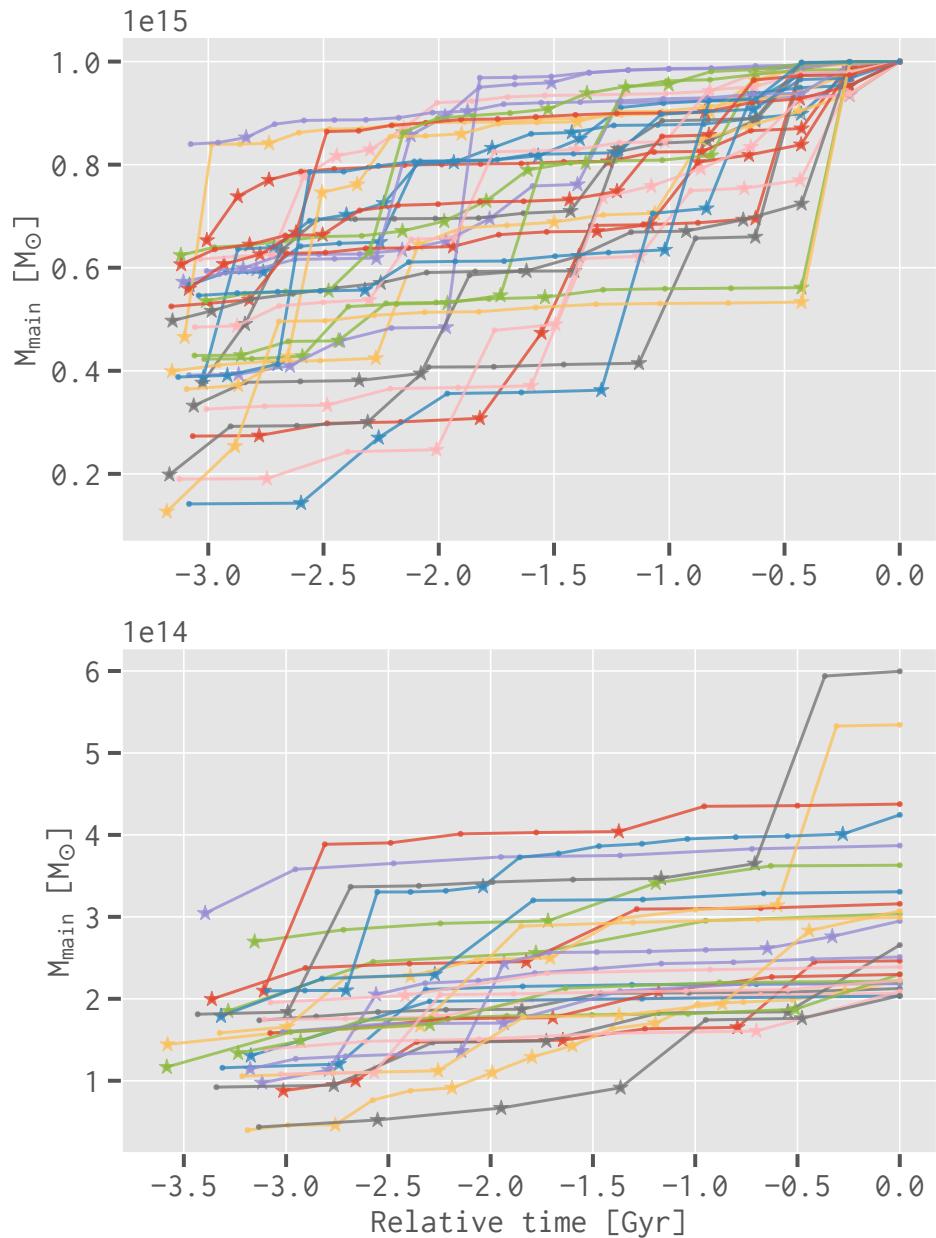


图 4-3. (上栏) 对同一个质量为 $10^{15} M_{\odot}$ 的星系团，重复模拟其并合树 30 次所得到的 30 颗不同的并合树。(下栏) 从 § 4.1.1 样本中随机挑选 30 个星系团，对每个星系团随机模拟一颗并合树。星号和圆点分别表示并合和吸积事件。

Figure 4-3. (Upper) Merger trees for one galaxy cluster of mass $10^{15} M_{\odot}$ obtained by repeating the random build process for 30 times. **(Lower)** Example merger trees for 30 galaxy clusters randomly drawn from the sample constructed in § 4.1.1. Asterisks mark merger events and dots represent accretion events.

电晕。另一方面，多种机制会使这些高能电子损失能量^[274]，主要包括同步辐射、逆Compton 散射和 Coulomb 碰撞。

对于一群能量分布各向同性的高能电子，在上述湍流再加速和能量损失的共同作用下，其能谱 $n_e(\gamma, t)$ 随时间的演化由以下 Fokker–Planck (FP) 方程描述^[275, 276]：

$$\frac{\partial n_e(\gamma, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[n_e(\gamma, t) \left(\left| \frac{d\gamma}{dt} \right| - \frac{2}{\gamma} D_{\gamma\gamma}(\gamma, t) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[D_{\gamma\gamma} \frac{\partial n_e(\gamma, t)}{\partial \gamma} \right] + Q_e(\gamma, t), \quad (4-10)$$

其中 γ 是电子的 Lorentz 因子， $D_{\gamma\gamma}$ 是描述湍流和电子相互作用的扩散系数， $|d\gamma/dt|$ 是电子的能量损失速率，还有 $Q_e(\gamma, t)$ 描述了电子的注入过程。除了本文使用的 Lorentz 因子 γ ，另一种常见做法是采用动量 p 来描述电子能谱^[258, 277]，两者之间的关系为：

$$p = \gamma m_e v = \sqrt{\gamma^2 - 1} m_e c. \quad (4-11)$$

对于高能电子有 $\gamma \gg 1$ ，于是 $p \approx \gamma m_e c$ ，说明两种表示方法是等价的。

4.1.3.1 ICM 热成分的性质

对于星系团 ICM 的热成分，其中的热电子的数密度 (number density) n_{th} 为：

$$n_{\text{th}} \simeq \frac{3 f_{\text{gas}} M_{\text{vir}}}{4 \pi \mu m_u r_{\text{vir}}^3}, \quad (4-12)$$

其中 $\mu \simeq 0.6$ 是 ICM 的平均分子量 (mean molecular weight)^[278]， m_u 是原子质量单位 (atomic mass unit)， M_{vir} 和 r_{vir} 分别是星系团的维里质量 (virial mass) 和 维里半径 (virial radius) [参见式 (A-5)]，还有 $f_{\text{gas}} \simeq \Omega_b/\Omega_m$ 是星系团的气体质量比例，即气体质量占总质量 (M_{vir}) 的比例。星系团 ICM 的热电子数密度约为 $n_{\text{th}} \sim 10^{-4}\text{--}10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ ，可参见 KRAVTSOV & BORGANI 2012 [279] 和 SARAZIN 1986 [224] 综述文。

ICM 的热能密度 (thermal energy density) ϵ_{th} 于是由下式给出：

$$\epsilon_{\text{th}} = \frac{3}{2} n_{\text{th}} k_B T_{\text{cl}}, \quad (4-13)$$

其中 ICM 的平均温度 T_{cl} 可近似为^[280]：

$$T_{\text{cl}} \simeq T_{\text{vir}} + \frac{3}{2} T_{\text{out}}, \quad (4-14)$$

其中 T_{vir} 为星系团的维里温度 (virial temperature)：

$$T_{\text{vir}} = \frac{\mu m_u G M_{\text{vir}}}{2 r_{\text{vir}}}, \quad (4-15)$$

以及 $T_{\text{out}} \simeq 0.5 \text{ keV}$ 是从星系团外围区域 ($\gtrsim r_{\text{vir}}$) 流入的气体的温度^[256]。

4.1.3.2 初级电子注入过程

在星系团的成员星系中持续发生着 AGN 活动、恒星形成等过程，不断地将初级电子注入 ICM。因此可以假定初级电子的注入速率 K_e 是恒定的^[258, 277]，同时还可假定注入电子的能谱为幂律形式^[274]，于是注入电子的能谱为：

$$Q_e(\gamma, t) \simeq Q_e(\gamma) = K_e \gamma^{-s}, \quad (4-16)$$

其中 s 为谱指数，在本文中取为 $s = 2.5$ ^[258]。

进一步假定注入电子的总能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比为 η_e ^[258]，即：

$$\tau_{\text{cl}} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} Q_e(\gamma') \gamma' \epsilon_e d\gamma' = \eta_e \epsilon_{\text{th}}, \quad (4-17)$$

其中 $\tau_{\text{cl}} \simeq t_{\text{sim}}$ （对应于红移 z_{sim} ）是星系团“当前的”年龄， $\epsilon_e = m_e c^2$ 是电子的静止能量 (rest energy)。考虑到 $\gamma_{\min} \ll \gamma_{\max}$ ，可推导出电子的注入速率 K_e 为：

$$K_e \simeq \frac{(s-2) \eta_e \epsilon_{\text{th}}}{\epsilon_e \tau_{\text{cl}}} \gamma_{\min}^{s-2}. \quad (4-18)$$

4.1.3.3 子团的剥离半径

当一个子团并入主团时，其外围区域的气体将被冲压 (ram pressure) 剥离，即冲压剥离 (ram-pressure stripping) 效应^[263]。对子团而言，距离自身的中心越远，则气体的流体静力学压强越小，冲压剥离的效果也就越显著。因此剥离半径 (stripping radius) r_s 定义为，该半径处子团受到的冲压与自身气体的流体静力学压强达到平衡^[258]，即：

$$\bar{\rho}_m v_{\text{imp}}^2 = \frac{\rho_s(r_s)}{\mu m_u} k_B T_{\text{cl},s}, \quad (4-19)$$

其中 $\bar{\rho}_m = \mu m_u n_{\text{th},m}$ 是主团的平均气体密度， v_{imp} 是主团和子团之间的碰撞速度， $\rho_s(r)$ 和 $T_{\text{cl},s}$ 分别是子团的气体密度轮廓和 ICM 平均温度。

质量分别为 $M_{\text{vir,m}}$ 和 $M_{\text{vir,s}}$ 的主团和子团，从相距足够远 (d_0) 的地方以零初速度开始并合，则两者的碰撞速度 v_{imp} 为^[258, 265]：

$$v_{\text{imp}} \simeq \left[\frac{2G(M_{\text{vir,m}} + M_{\text{vir,s}})}{r_{\text{vir,m}}} \left(1 - \frac{1}{\eta_v} \right) \right]^{1/2}, \quad (4-20)$$

其中 $r_{\text{vir,m}}$ 为主团的维里半径， η_v 为初始距离参数：

$$\eta_v = \frac{d_0}{r_{\text{vir,m}}} \simeq 4 \left(1 + \frac{M_{\text{vir,s}}}{M_{\text{vir,m}}} \right)^{1/3}. \quad (4-21)$$

星系团的气体密度轮廓可以很好地由 β 模型^[281] 描述：

$$\rho(r) = \rho(0) \left[1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right]^{-3\beta/2}, \quad (4-22)$$

其中 $\rho(0)$ 为中心处的气体密度， r_c 为核半径 (core radius)， β 为斜率参数 (slope parameter)。本文选取了 $r_c = 0.1 r_{\text{vir}}$ ^[282] 以及 $\beta = 2/3$ ^[283]。将 β 模型应用于上述子团，于是有：

$$\rho_s(r) = \rho_s(0) \left[1 + \left(\frac{r}{r_{c,s}} \right)^2 \right]^{-3\beta/2}, \quad (4-23)$$

其中 $r_{c,s} = 0.1 r_{\text{vir},s}$ ，同时 $\rho_s(0)$ 由子团的气体质量确定：

$$M_{\text{gas},s} = f_{\text{gas}} M_{\text{vir},s} = \int_0^{r_{\text{vir},s}} \rho_s(r) dr \quad (4-24)$$

$$= \rho_s(0) \int_0^{r_{\text{vir},s}} \left[1 + (r/r_{c,s})^2 \right]^{-3\beta/2} dr. \quad (4-25)$$

4.1.3.4 高能电子的湍流再加速过程

星系团 ICM 是一个等离子体，同时也是一个磁流体。湍流和等离子体的不稳定性^[284] 会扰动磁场而产生多种不同形式的波，其中最主要的两种波分别为^[285]：

- Alfvén 波：沿磁场方向传播的横波 (transverse wave)，因磁流体在垂直于磁场方向上受到扰动时而产生；
- 磁声波 (magnetosonic wave)：由磁场压力和等离子体的热压力共同作用而产生的纵波 (longitudinal wave)。当两个压力的相位同步时，产生快磁声波，能够在磁流体中沿各个方向较快地传播；当两个压力的相位不同步时，则产生慢磁声波，主要沿磁场方向传播，且速度较慢。

其中与高能电子的再加速过程联系最为紧密的是快磁声波^[259, 286]。并合产生的大规模湍流在大尺度 (k_L) 将能量注入快磁声波，所产生的大尺度快磁声波与 ICM 的热成分粒子以及宇宙射线粒子碰撞而衰减，逐渐将能量传递到较小尺度。当尺度减小至一定程度 (k_{coll}) 时，快磁声波与 ICM 粒子的碰撞便不再有效，于是通过加热 ICM 以及加速宇宙射线粒子而耗散所携带的能量^[259, 260]。在多种由快磁声波引起的粒子加速机制中，最重要的一种机制是渡越时间阻尼 (transit-time damping)，即粒子的渡越时间 (transit time) 与波的周期相等而产生共振，于是粒子从波中获得能量而被加速，而波因损失能量而被阻尼。详见 BRUNETTI & LAZARIAN 2007 [259] 和 BRUNETTI & LAZARIAN 2011 [260] 及其所引文献。该加速机制给出 FP 方程 [式 (4-10)] 中的扩散系

数 $D_{\gamma\gamma}$ 为^[287, 288]:

$$D_{\gamma\gamma} = 2 \gamma^2 \zeta k_L \frac{\langle (\delta v_t)^2 \rangle^2}{\chi_{\text{cr}} c_s^3}, \quad (4-26)$$

其中 ζ 是描述 ICM 等离子体的不稳定性参数, $\chi_{\text{cr}} = \epsilon_{\text{cr}}/\epsilon_{\text{th}}$ 是宇宙射线的能量密度与 ICM 热能密度之比, $k_L \simeq 2\pi/r_{\text{turb}}$ 是湍流注入尺度 (injection scale), 同时 r_{turb} 是湍流区域的半径, $\langle (\delta v_t)^2 \rangle$ 是湍流的速度弥散 (velocity dispersion), 以及 c_s 为 ICM 中的声速:

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma_{\text{gas}} k_B T_{\text{cl}}}{\mu m_u}}, \quad (4-27)$$

其中 γ_{gas} 是气体的绝热指数 (adiabatic index)。对于理想的单原子气体, $\gamma_{\text{gas}} = 5/3$ 。

首先定性地分析式 (4-26) 的扩散系数 $D_{\gamma\gamma}$:

$$D_{\gamma\gamma} \propto \zeta k_L \chi_{\text{cr}}^{-1} \mathcal{M}_t^3 \sqrt{\langle (\delta v_t)^2 \rangle}, \quad (4-28)$$

其中 $\mathcal{M}_t = \sqrt{\langle (\delta v_t)^2 \rangle}/c_s$ 是湍流 Mach 数。

- ζ 越大, 则快磁声波与 ICM 粒子的碰撞越频繁越有效, 能量耗散速率越快, $D_{\gamma\gamma}$ 也就越大;
- k_L 越大, 则快磁声波从大尺度 k_L 衰减至小尺度 k_{coll} 的周期越短, 因此能量耗散速率越快, $D_{\gamma\gamma}$ 也就越大;
- χ_{cr} 增大, 则快磁声波与宇宙射线粒子的碰撞变得不有效的尺度减小 (即 k_{coll} 变大), 于是波的衰减周期变长, 因此能量耗散速率减慢, $D_{\gamma\gamma}$ 也就减小;
- 湍流越激烈, 湍流的速度弥散 $\langle (\delta v_t)^2 \rangle$ 越大, 对应的 Mach 数 (\mathcal{M}_t) 也越大, 于是 $D_{\gamma\gamma}$ 也就越大。

除并合之外, AGN 喷流、星系风等过程也会在 ICM 中产生湍流^[289]。VAZZA et al. 2011 [289] 发现在驰豫星系团的中央区域, 湍流的能量与 ICM 热能之比可达 $\lesssim 5\%$ 。因此在并合开始前, 湍流具有初始的速度弥散 $\langle (\delta v_0)^2 \rangle$:

$$\langle (\delta v_0)^2 \rangle = 3 \chi_{\text{turb}} \frac{k_B T_{\text{cl,m}}}{\mu m_u}, \quad (4-29)$$

其中 χ_{turb} 是初始湍流的能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比。并合将贡献一部分能量给湍流, 使湍流的速度弥散 $\langle (\delta v_t)^2 \rangle$ 显著增大, 于是有:

$$E_{\text{turb}} = \frac{1}{2} M_{\text{turb}} \langle (\delta v_t)^2 \rangle \quad (4-30)$$

$$= \frac{1}{2} M_{\text{turb}} \langle (\delta v_0)^2 \rangle + \eta_t E_m, \quad (4-31)$$

其中 E_m 是子团在并合过程中释放的能量, η_t 是并合贡献给湍流的能量比例, 以及 M_{turb} 是半径为 r_{turb} 的湍流区域内的气体质量, 由下式给出:

$$M_{\text{turb}} = \int_0^{r_{\text{turb}}} \rho(r) 4\pi r^2 dr, \quad (4-32)$$

其中 $\rho(r)$ 是已并合星系团的气体密度轮廓, 同样由 β 模型描述 [参见式 (4-22)]。并合释放的能量 E_m 可以近似为子团在并合过程所做的功^[256, 258]:

$$E_m \simeq \bar{\rho}_m v_{\text{imp}}^2 V_{\text{turb}}, \quad (4-33)$$

其中 V_{turb} 为子团扫过的体积:

$$V_{\text{turb}} \simeq \pi r_s^2 r_{\text{vir,m}}. \quad (4-34)$$

综上可得, 在并合过程中湍流的速度弥散 $\langle (\delta v_t)^2 \rangle$ 为:

$$\langle (\delta v_t)^2 \rangle = \langle (\delta v_0)^2 \rangle + 2\pi \eta_t \bar{\rho}_m r_{\text{vir,m}} \frac{r_s^2 v_{\text{imp}}^2}{M_{\text{turb}}}. \quad (4-35)$$

最后还需要估算湍流区域的半径 r_{turb} 。前人的数值模拟研究显示, 并合能够在半径约为 $0.1\text{--}0.3 r_{\text{vir,m}}$ 的范围内产生显著的湍流^[289-291]。因此我们假定 r_{turb} 由以下关系给出:

$$r_{\text{turb}} \simeq r_{\text{c,m}} + r_s, \quad (4-36)$$

其中 $r_{\text{c,m}} = 0.1 r_{\text{vir,m}}$ 是主团的核半径, r_s 是落入子团的剥离半径 [参见式 (4-19)]。对于主并合 ($M_{\text{vir,m}}/M_{\text{vir,s}} \lesssim 3$) 而言, 剥离半径 r_s 约为 $1\text{--}2 r_{\text{c,m}}$; 对于次并合 (minor merger) ($M_{\text{vir,m}}/M_{\text{vir,s}} \sim 3\text{--}10$), 则有 $r_s < r_{\text{c,m}}$ 。上述计算 r_{turb} 的关系式还显示, 次并合亦能在半径 $\gtrsim r_{\text{c,m}}$ 的较大区域内产生湍流, 这是因为落入的子团会引起主团中央区域的气体晃荡 (sloshing), 从而产生较大范围的湍流^[290]。尽管如此, 次并合释放的能量 E_m 明显少于主并合 [参见式 (4-33)], 因此产生的湍流也要弱很多。

4.1.3.5 高能电子的能量损失过程

在星系团 ICM 中, 高能电子可通过多种机制损失能量^[274], 本文考虑了其中三种主要的机制。第一种能量损失机制为高能电子与 CMB 光子发生逆 Compton 散射。在这个过程中, 高能电子与 CMB 光子碰撞而将一部分能量传递给后者, 能够使其成为硬 X 射线甚至 γ 射线光子^[197]。高能电子通过这个过程损失能量的速率为^[274]:

$$\left(\frac{d\gamma}{dt} \right)_{\text{IC}} = \frac{4\sigma_T}{3m_e c} \gamma^2 \epsilon_{\text{cmb}} \quad (4-37)$$

$$= -4.32 \times 10^{-4} \gamma^2 (1+z)^4 \quad [\text{Gyr}^{-1}], \quad (4-38)$$

其中 σ_T 是 Thomson 截面:

$$\sigma_T \equiv \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \approx 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2, \quad (4-39)$$

以及 $\epsilon_{\text{cmb}} \propto (1+z)^4$ 是 CMB 辐射的能量密度。

第二, 由于 ICM 中存在强度约 μG 的磁场^[252, 253], 因此高能电子将产生同步辐射而损失能量^[197], 该过程的能量损失速率为^[274]:

$$\left(\frac{d\gamma}{dt} \right)_{\text{syn}} = \frac{4\sigma_T}{3m_e c} \gamma^2 \epsilon_B \quad (4-40)$$

$$= -4.10 \times 10^{-5} \gamma^2 \left(\frac{B}{1 \mu\text{G}} \right)^2 [\text{Gyr}^{-1}], \quad (4-41)$$

其中 $\epsilon_B = B^2/(8\pi)$ 是磁场的能量密度, B 是磁场强度。假定 ICM 中的磁场强度 B 是均匀的, 为了进一步估算 B 的大小, 可以假定磁场与宇宙射线达到能量均分 (equipartition)^[292], 即两者的能量密度相等:

$$\epsilon_B \simeq \epsilon_{\text{cr}} = \chi_{\text{cr}} \epsilon_{\text{th}}. \quad (4-42)$$

对比上述两种能量损失过程, 可得:

$$\frac{(d\gamma/dt)_{\text{IC}}}{(d\gamma/dt)_{\text{syn}}} = \frac{\epsilon_{\text{cmb}}}{\epsilon_B} \approx 10.54 (1+z)^4 \left(\frac{B}{1 \mu\text{G}} \right)^{-2}, \quad (4-43)$$

所以在磁场强度不是很强 ($B \sim 1 \mu\text{G}$) 的情况下, 逆 Compton 散射过程的能量损失速率远大于同步辐射过程。

第三, 高能电子与 ICM 中的热电子发生 Coulomb 碰撞而损失能量^[293], 对应的能量损失速率为^[274]:

$$\left(\frac{d\gamma}{dt} \right)_{\text{Coul}} = -3.79 \times 10^4 \left(\frac{n_{\text{th}}}{1 \text{ cm}^{-3}} \right) \left[1 + \frac{1}{75} \ln \left(\gamma \frac{1 \text{ cm}^{-3}}{n_{\text{th}}} \right) \right] [\text{Gyr}^{-1}], \quad (4-44)$$

其中 n_{th} 为热电子的数密度 [参见式 (4-12)]。在 ICM 中除了热电子还有各种离子, 此处只考虑电子与电子之间的碰撞的原因是: 电子与离子的质量差异很大, 因此两者通过碰撞传递能量的效率很低, 相比电子与电子的碰撞过程可以忽略。

取 $n_{\text{th}} = 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$ 、 $B = 1 \mu\text{G}$ 和 $z = 0.3$ 为例, 图 4-4 对比了这三种能量损失机制的时标 $\tau_{\text{loss}} = |dt/d\gamma|$ 。可见, 在高能端 ($\gamma \gtrsim 1000$), 逆 Compton 散射和同步辐射是能量损失的主导机制; 在低能端 ($\gamma \lesssim 100$), 电子主要通过 Coulomb 碰撞而损失能量。因此中等能量 ($\gamma \sim 300$) 的电子具有很长的寿命 ($\sim 3 \text{ Gyr}$), 能够随着星系团的成长而积累在 ICM 之中^[274]。

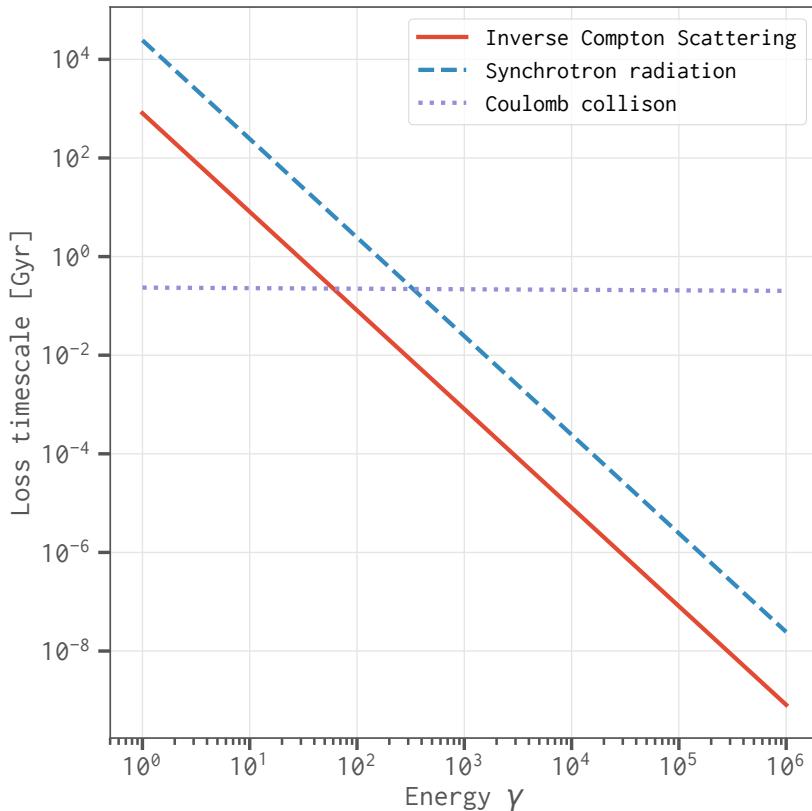


图 4-4. 高能电子在 ICM 中的三种主要能量损失机制的时标对比，包括逆 Compton 散射（红色实线）、同步辐射（蓝色虚线）和 Coulomb 碰撞（紫色点线）。使用的参数为： $n_{\text{th}} = 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$ 、 $B = 1 \mu\text{G}$ 和 $z = 0.3$ 。

Figure 4-4. The comparison of timescale among the three major energy loss mechanisms for electrons in the ICM, including the inverse Compton scattering (solid red line), synchrotron radiation (dashed blue line), and Coulomb collision (dotted purple line). The adopted parameters are:

$$n_{\text{th}} = 10^{-4} \text{ cm}^{-3}, B = 1 \mu\text{G}, \text{ and } z = 0.3.$$

4.1.4 数值计算方法

为了求解 FP 方程 [式 (4-10)] 获得电子能谱随时间的演化结果，必须借助于数值算法。本工作采用了由 CHANG & COOPER 1970 [294] 提出的有限差分法 (finite difference scheme)，同时采用无流量 (no-flux) 边界条件^[295]。该算法的具体内容和实现方法可参见附录 C。

在无流量边界条件下，电子可能在边界处出现不合理的堆积。因此需要在两个边界处分别设置一个“缓冲区”，设其能量区间分别为： $[\gamma_{\min}, \gamma_{\text{buf1}}]$ 和 $[\gamma_{\text{buf2}}, \gamma_{\max}]$ 。在求解过程中，利用缓冲区外 ($\gamma_{\text{buf1}} < \gamma < \gamma_{\text{buf2}}$) 的有效能谱，按幂律形式外延并替换缓冲区内的能谱^[277, 296]，从而消除电子在边界处的不合理堆积。本文选取了 $\gamma_{\min} = 1$

和 $\gamma_{\max} = 10^6$, 并采用对数栅格将 γ 划分为 256 个格子, 其中两个缓冲区均占据 10 个格子。

求解 FP 方程还需要知道初始电子能谱 $n_e(\gamma, t_0)$ 。为此, 首先假定 ICM 中积累的电子能谱为:

$$\tilde{n}_e(\gamma) = Q_e(\gamma) \tau_0, \quad (4-45)$$

其中 $\tau_0 \simeq t_{\text{merger}}^{(1)}$ 为星系团在第一次并合开始时刻的年龄; 然后在没有并合引起的湍流加速的情况下, 即式 (4-30) 中的 $E_m \equiv 0$ 以及 $\langle (\delta v_t)^2 \rangle \equiv \langle (\delta v_0)^2 \rangle$, 根据 FP 方程让电子能谱 $\tilde{n}_e(\gamma)$ 演化 1 Gyr, 于是获得初始电子能谱 $n_e(\gamma, t_0)$ 的一个合理近似^[259]。

尽管一次并合的完整过程可能持续约 2–3 Gyr^[272, 297], 但是在此过程中并合能够产生足够强的湍流以有效地加速电子的时间却比较短 ($\tau_{\text{turb}} \lesssim 1$ Gyr)。这段有效加速时长可估算为^[287]:

$$\tau_{\text{turb}} \simeq \frac{2 r_{\text{turb}}}{v_{\text{imp}}}. \quad (4-46)$$

一个星系团在其过去 $t_{\text{back}} = 3$ Gyr 的时间里可能经历多次并合。对于每一次并合 $(M_{\text{vir,m}}^{(i)}, M_{\text{vir,s}}^{(i)}, t_{\text{begin}}^{(i)})$, 其中 $t_{\text{begin}}^{(i)} = t_{\text{merger}}^{(i)}$ 表示该并合的开始时间, 能够引起有效的湍流加速 (即认为并合是活跃的) 的时间段为 $[t_{\text{begin}}^{(i)}, t_{\text{end}}^{(i)}]$, 其中 $t_{\text{end}}^{(i)} = t_{\text{begin}}^{(i)} + \tau_{\text{turb}}^{(i)}$ 是此次并合变得不活跃的时刻。在并合不活跃的其他时间段里, 则只有初始湍流对电子的加速有一定程度的贡献 [式 (4-29)]。然而初始湍流较弱, 所以加速效率很低, 不足以平衡同步辐射和逆 Compton 散射过程的能量损失。

对于一个经历多次并合的星系团, 每次并合所产生的湍流区域大小是不同的。为了考虑这个变化, 首先确定最大湍流区域的半径 (R_{turb}), 然后在计算具有较小湍流区域 ($r_{\text{turb}} < R_{\text{turb}}$) 的并合的加速过程时, 将加速后的电子能谱相应地稀释到半径为 R_{turb} 的球形区域里。具体而言, 对于一次有效加速时间段为 $[t_{\text{begin}}^{(i)}, t_{\text{end}}^{(i)}]$ 、湍流区域半径为 $r_{\text{turb}}^{(i)}$ 的并合, 将电子能谱被此次并合所加速的部分, 即 $n_e^{\text{acc}}(\gamma) = n_e(\gamma, t_{\text{end}}^{(i)}) - n_e(\gamma, t_{\text{begin}}^{(i)})$, 按以下体积比例稀释:

$$R_{\text{vol}} = \left[\frac{r_{\text{turb}}^{(i)}}{R_{\text{turb}}} \right]^3. \quad (4-47)$$

一旦获得所需的电子能谱 $n_e(\gamma, t)$, 便可计算同步辐射发射率 (synchrotron emissivity) 为^[197]:

$$J_{\text{syn}}(\nu) = \frac{\sqrt{3} e^3 B}{m_e c^2} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \int_0^{\pi/2} F_{\text{syn}}(\nu/\nu_c) n_e(\gamma, t) \sin^2 \theta d\theta d\gamma, \quad (4-48)$$

其中 c 是光速, e 是电子电荷, θ 是电子与磁场 B 之间的螺距角 (pitch angle), ν_c 是电子的临界频率:

$$\nu_c = \frac{3}{2}\gamma^2\nu_L \sin \theta, \quad (4-49)$$

其中 ν_L 是电子的 Larmor 频率:

$$\nu_L = \frac{eB}{2\pi m_e c}, \quad (4-50)$$

还有 $F_{\text{syn}}()$ 是同步辐射核函数 (kernel function):

$$F_{\text{syn}}(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(y) dy, \quad (4-51)$$

其中 $K_{5/3}()$ 是 5/3 阶修正 Bessel 函数。

以一个经历一次主并合、质量为 $10^{15} M_\odot$ 的星系团为例, 图 4-5 显示了并合过程中高能电子能谱 $n_e(\gamma, t)$ 和同步辐射发射率频谱 $J_{\text{syn}}(\nu)$ 随时间的演化。星系团在红移 $z = 0.3$ (对应宇宙年龄 $t \approx 10.3$ Gyr) 时与一个质量为 $6 \times 10^{14} M_\odot$ 的子团开始并合。该并合的有效加速时长约为 $\tau_{\text{turb}} \approx 0.67$ Gyr, 能够将电子加速至极高能量 ($\gamma \gtrsim 10^4$), 形成在中高频波段 (> GHz) 可见的射电晕。然而, 当并合变得不活跃时 ($t > 10.9$ Gyr), 高能端的电子迅速地损失能量而衰减, 射电晕也很快地消失, 特别是在中高频波段。

4.1.5 射电晕的识别和半径

从上一节的示例可知, 如果 ICM 中没有活跃的湍流加速, 射电晕要么无法形成要么会迅速消失。通过求解 FP 方程 [式 (4-10)] 并得到对应于星系团“当前”时刻的高能电子能谱 $n_e(\gamma, t_{\text{sim}})$ 后, 还需要判别射电晕在频率 ν 处是否确实存在。为此, 本工作采用以下两点判据:

1. 同步辐射发射率在频率 ν 处的值 $J_{\text{syn}}(\nu)$ 是相应的“参考值” $J'_{\text{syn}}(\nu)$ 的至少 1000 倍。该参考值 $J'_{\text{syn}}(\nu)$ 由相应的参考电子能谱 $n'_e(\gamma, t_{\text{sim}})$ 确定, 后者的计算方法与 § 4.1.4 中计算初始电子能谱 $n_e(\gamma, t_0)$ 的方法类似, 即在没有并合引起的湍流加速的情况下求解 FP 方程得到;
2. 同步辐射在频率 ν 处的谱指数满足 $\alpha_\nu \leq 3$ 。

对于图 4-5 所示的例子, 射电晕在 1.4 GHz 和 158 MHz 处的存在时间段分别约为 10.6–11.0 Gyr 和 10.5–11.3 Gyr。同时, 射电晕的同步辐射频谱在 1.4 GHz 和 158 MHz 的谱指数分别达到了约 2.1 和 1.0。这些结果显示, 射电晕在低频波段更容易形成, 并且拥有更长的寿命。因此, 在低频波段也更容易发现更多的射电晕。此外, 上述示例给出的 1.4 GHz 谱指数 ($\alpha_{1400} \sim 2.1$) 比通常的观测结果^[39] 偏大一些, 这是因为本文直

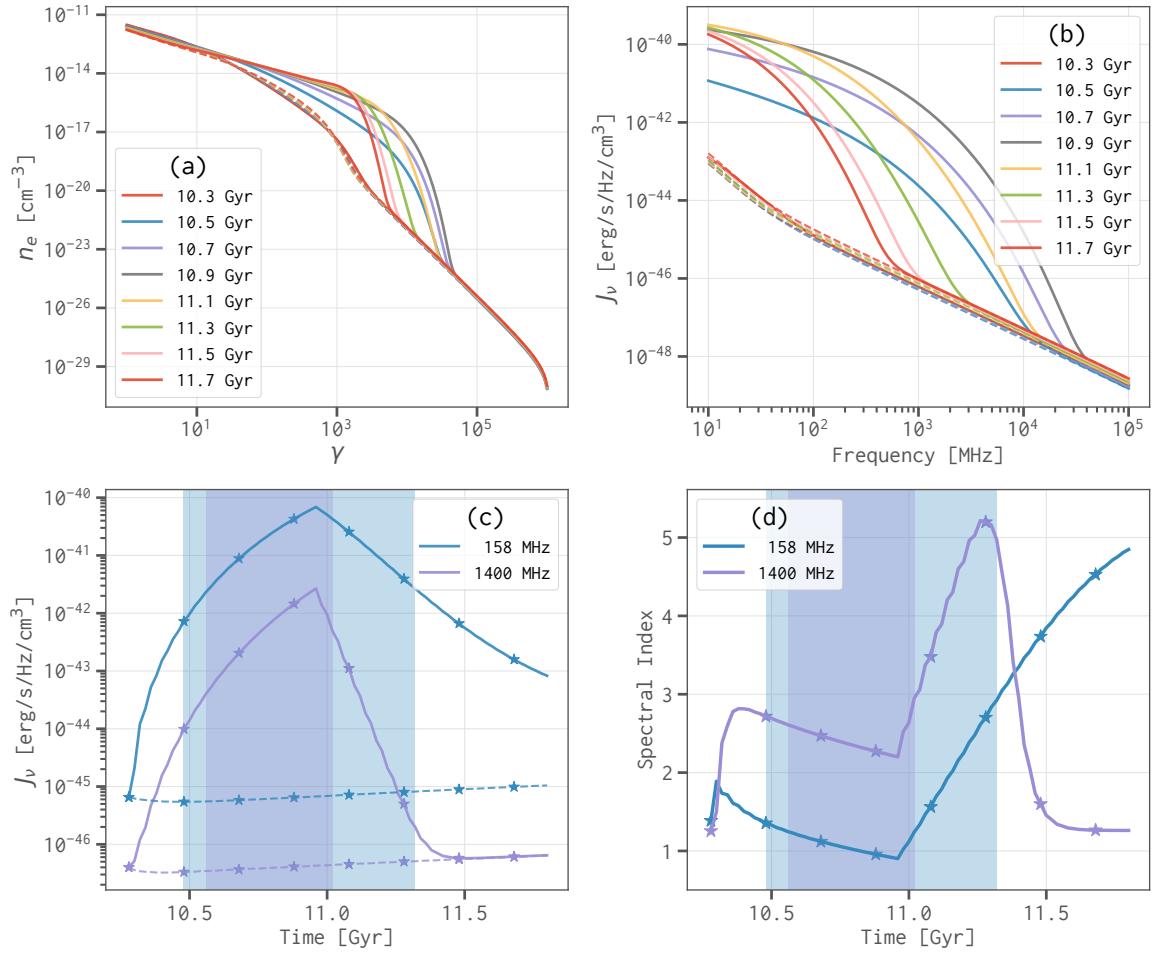


图 4-5. 一个在红移 $z = 0.3$ ($t \approx 10.3$ Gyr) 经历了一次主并合的星系团从并合开始至 $z = 0.15$ ($t \approx 11.8$ Gyr) 的高能电子能谱 $n_e(\gamma, t)$ 和同步辐射发射率频谱 $J_{\text{syn}}(\nu)$ 随时间的演化。**(a)** 高能电子能谱 (实线) 和相应的参考能谱 (虚线; 见 § 4.1.5); **(b)** 同步辐射发射率频谱 (实线) 和相应的参考频谱 (虚线); **(c)** 同步辐射在 158 MHz (蓝色实线) 和 1400 MHz (紫色实线) 处的发射率及其相应的参考发射率 (虚线) 随时间的变化; **(d)** 158 MHz (蓝线) 和 1400 MHz (紫线) 处的谱指数随时间的变化。阴影区域显示了射电晕存在的时段 (详见 § 4.1.5)。星号标记了子图 (a) 和 (b) 所示频谱的时间点。

Figure 4-5. The temporal evolution of the electron and synchrotron emissivity spectra for an example cluster with one major merger, which begins at redshift $z = 0.3$ (i.e., $t \approx 10.3$ Gyr) and is tracked until $z = 0.15$ (i.e., $t \approx 11.8$ Gyr). **(a)** The relativistic electron spectra (solid lines) and the corresponding reference electron spectra (dashed lines; see § 4.1.5). **(b)** The synchrotron emissivity spectra (solid lines) and the corresponding reference synchrotron spectra (dashed lines). **(c)** The variation of 158 MHz (solid blue line) and 1400 MHz (solid purple line) synchrotron emissivity as well as the corresponding reference emissivity (dashed lines) with time. **(d)** The temporal variation of spectral indices at 158 MHz (blue line) and 1400 MHz (purple line). Shaded regions show the periods during which the radio halo exists (see § 4.1.5). Asterisks mark the time points corresponding to the spectra presented in panels (a) and (b).

接在某个频率 ν 的附近计算该频率处的谱指数 α_ν , 而观测给出的谱指数 $\alpha_{\nu_1}^{\nu_2}$ 通常从两个相隔较远的频率 (ν_1 和 ν_2) 的观测数据得出, 比如 $\nu_1 = 0.3 \text{ GHz}$ 和 $\nu_2 = 1.4 \text{ GHz}$ ^[39]。

判别一个射电晕存在后, 接着需要确定其大小。之前的研究结果已显示射电晕的半径 r_{halo} 会随星系团的维里半径 r_{vir} 超线性地增大^[298, 299], 这可能是由高能电子和磁场的径向分布特征造成的^[300]。据此, 我们假定射电晕的半径 r_{halo} 满足以下标度关系 (scaling relation):

$$r_{\text{halo}} = f_r R_{\text{turb}} \left(\frac{r_{\text{vir}}}{r_{\text{vir},*}} \right)^b, \quad (4-52)$$

其中 R_{turb} 是最大湍流区域的半径 [另见式 (4-47)], $r_{\text{vir},*}$ 是质量为 $10^{15} M_\odot$ 的参考星系团的维里半径, f_r 和 b 分别是标度关系的系数和指数。CASSANO et al. 2007 [298] 获得的观测标度关系为: $r_{\text{halo}} \propto r_{\text{vir}}^{2.63 \pm 0.50}$, 与之对比后, 我们选取 $f_r = 0.7$ 和 $b = 1.8$ 。

于是射电晕在频率 ν 处的功率 $P_{\text{halo}}(\nu)$ 为:

$$P_{\text{halo}}(\nu) = \frac{4\pi}{3} r_{\text{halo}}^3 J_{\text{syn}}(\nu), \quad (4-53)$$

同时在该频率处的流量密度 $S_{\text{halo}}(\nu)$ 为:

$$S_{\text{halo}}(\nu) = \frac{(1 + z_{\text{sim}}) P_{\text{halo}}[\nu(1 + z_{\text{sim}})]}{4\pi D_L^2(z_{\text{sim}})}, \quad (4-54)$$

其中 $D_L(z_{\text{sim}})$ 是射电晕的光度距离, 因子 $(1 + z_{\text{sim}})$ 用于考虑 K 修正^[301]。

4.1.6 模型参数调节和模拟结果

我们构建的射电晕模型主要包含以下 5 个待调节的参数:

1. η_e : 注入电子的总能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比;
2. η_t : 并合释放的能量中转化为湍流能量的比例;
3. χ_{cr} : 宇宙射线的能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比;
4. χ_{turb} : 初始湍流的能量密度与 ICM 热能密度 ϵ_{th} 之比;
5. ζ : ICM 等离子体的不稳定性参数。

由于目前的观测和理论研究均无法给出上述参数的有效约束, 因此有必要仔细调节这些参数, 使得模型给出的结果能够符合目前的观测结果, 主要包括流量函数、射电晕的功率与宿主星系团的质量之间的标度关系。

本文通过以下两个对比来调节上述参数。第一个对比是射电晕的 1.4 GHz 功率 (P_{1400}) 与宿主星系团的维里质量 (M_{vir}) 之间的标度关系。观测的标度关系由 CASSANO et al. 2013 [302] 给出: $P_{1400} \propto M_{500}^{3.70 \pm 0.56}$ 。这里需要将质量 M_{500} 换算至维里质量以便与模拟结果对比, 具体换算方法可见附录 § A.2。

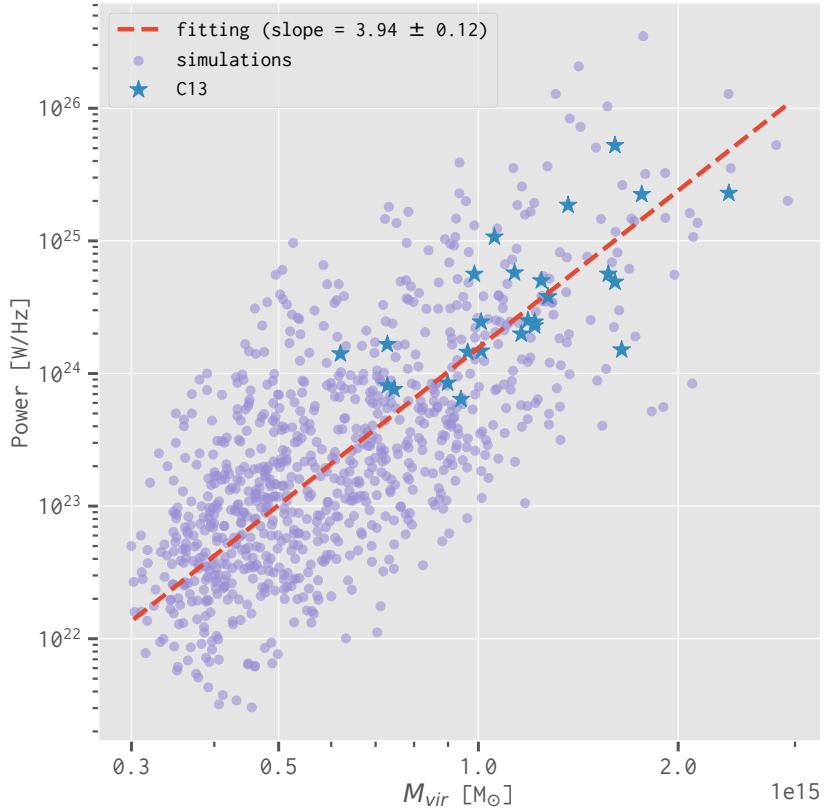


图 4-6. 模拟得到的射电晕 1.4 GHz 功率 (P_{1400}) 和宿主星系团质量 (M_{vir}) 之间的标度关系。蓝色星号表示来自 CASSANO et al. 2013 [302] 的观测数据。紫色圆点表示 500 次模拟的全部射电晕数据，红色虚线为模拟结果的拟合线： $P_{1400} \propto M_{\text{vir}}^{3.94 \pm 0.12}$ 。

Figure 4-6. Simulated scaling relation between the radio halo power at 1.4 GHz (P_{1400}) and the cluster mass (M_{vir}). Blue asterisks mark the observation data from CASSANO et al. 2013 [302]. Purple dots represent the results of 500 simulation runs and the dashed red line shows the fitted relation of

$$P_{1400} \propto M_{\text{vir}}^{3.94 \pm 0.12}.$$

另一个对比则利用射电晕 1.4 GHz 流量函数。为此，我们搜集了截至 2018 年 1 月已观测到的 80 个射电晕，其中 71 个已确认，另外 9 个为候选，详见附录 D 的表 D-1。考虑到目前观测到的射电晕远远不够完备，尤其是在低流量端，因此在对比时只要求模拟得到的流量函数与观测结果在高流量端达到一致。

根据上述 $P_{1400}-M_{\text{vir}}$ 标度关系可知，亮射电晕主要位于大质量 ($\gtrsim 10^{15} \text{ M}_\odot$) 星系团中。在一块 $10^\circ \times 10^\circ$ 的天区中，大质量星系团存在显著的涨落 (§ 4.1.1)，因此亮射电晕也会出现明显的涨落。为了考虑这个分布涨落，我们对每一种参数组合均重复模拟 500 次，由此估算模拟结果的均值和误差，并与上述两个观测结果进行对比。通过测试多种参数组合，我们最终选取了如下参数组合： $\eta_e = 0.01\%$, $\eta_t = 15\%$, $\chi_{\text{cr}} = 1.5\%$,

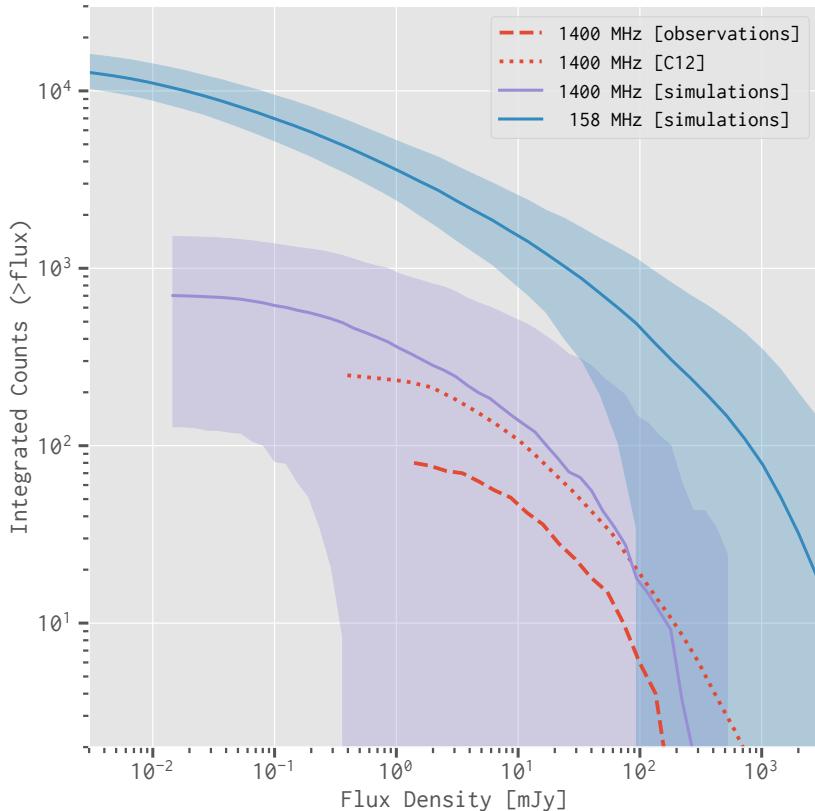


图 4-7. 模拟的射电晕（紫色实线）和观测的射电晕（红色虚线）之间的 1.4 GHz 流量函数对比。红色点线显示了 CASSANO et al. 2012 [303] 预测的 1.4 GHz 流量函数。作为对比，蓝色实线表示模拟的射电晕的 158 MHz 流量函数。阴影区域显示了从 500 次模拟估算得到的 68% 误差范围。

Figure 4-7. The 1.4 GHz all-sky integrated flux function comparison between the simulated (solid purple line) and observed (dashed red line) radio halos. The dotted red line shows the 1.4 GHz flux function predicted by CASSANO et al. 2012 [303]. The solid blue line represents the 158 MHz flux function for the simulated halos as a comparison. Shaded regions mark the 68% uncertainties of the simulated radio halos estimated from the 500 simulation runs.

$$\chi_{\text{turb}} = 1.5\%, \zeta = 0.1.$$

如图 4-6 所示, 使用上述调节好的参数, 模拟的射电晕给出的 $P_{1400}-M_{\text{vir}}$ 标度关系为: $P_{1400} \propto M_{\text{vir}}^{3.94 \pm 0.12}$ 。该标度关系的斜率和截距均与 CASSANO et al. 2013 [302] 获得的观测结果符合得很好。图 4-7 显示了 1.4 GHz 流量函数的对比结果, 可见射电晕的模拟结果与观测结果在高流量端是一致的。同时, 本文模拟给出的 1.4 GHz 流量函数还与 CASSANO et al. 2012 [303] 的预测结果相互匹配。

图 4-8 显示了具有射电晕的星系团比例随星系团质量的变化。可见星系团的质量越大, 其中存在射电晕的概率就越高。同时, 星系团中存在一个在低频波段 (如 158 MHz) 可见的射电晕的概率也显著高于存在一个在高频波段 (如 1.4 GHz) 可见的射电晕。因此, 在 ~ 100 – 200 MHz 的低频波段将能观测到成千上万个射电晕, 远远多于目前发现的数目 [59, 303], 更适合开展射电晕的系统性观测与研究 [61]。

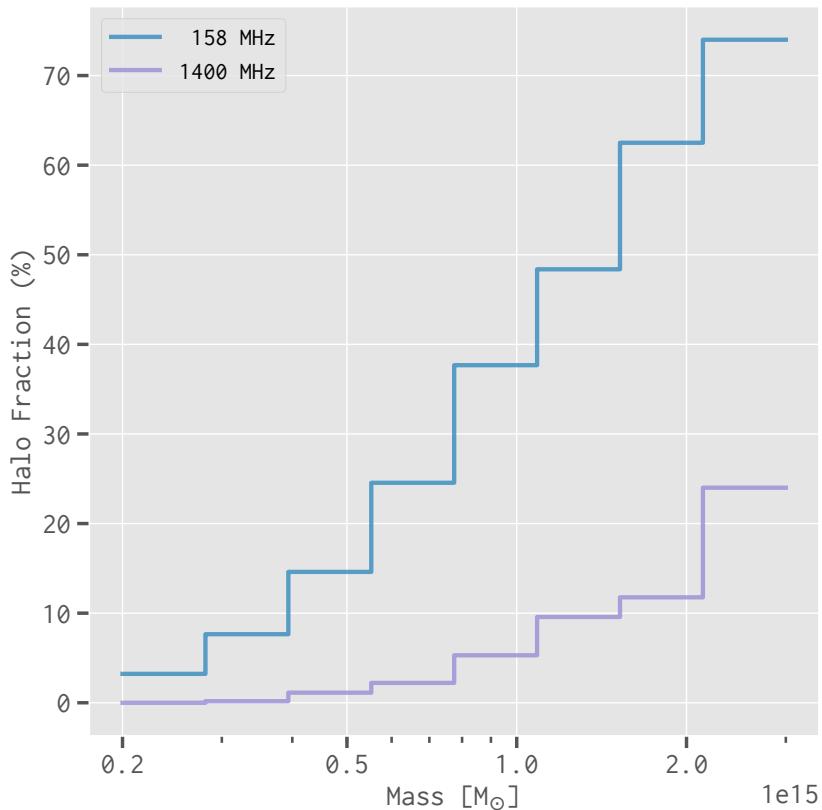


图 4-8. 具有射电晕的星系团比例随星系团质量的变化。蓝线和紫线分别表示在 158 MHz 和 1.4 GHz 频率处识别的射电晕比例。

Figure 4-8. The fraction of clusters with radio halos as a function of the cluster mass. The blue and purple lines represent the fraction of halos identified at 158 MHz and 1.4 GHz, respectively.

4.1.7 射电晕天图生成

获得射电晕的半径 r_{halo} 和流量密度 $S_{\text{halo}}(\nu)$ 后, 为了生成图像, 我们假定射电晕为圆形, 并采用以下指数型轮廓来描述其角向平均的亮度分布^[304]:

$$I_\nu(\theta) = I_{\nu,0} \exp\left(-\frac{3\theta}{\theta_{\text{halo}}}\right), \quad (4-55)$$

其中 $\theta = r/D_A(z_{\text{sim}})$ 是距离射电晕中心的角半径 (angular radius), 并且 $D_A(z_{\text{sim}})$ 是射电晕的角直径距离; $\theta_{\text{halo}} = r_{\text{halo}}/D_A(z_{\text{sim}})$ 。中心亮度 $I_{\nu,0}$ 由射电晕的流量密度 $S_{\text{halo}}(\nu)$ 确定:

$$S_{\text{halo}}(\nu) = \int_0^{\theta_{\text{halo}}} I_\nu(\theta) d\theta \quad (4-56)$$

$$= I_{\nu,0} \int_0^{\theta_{\text{halo}}} \exp(-3\theta/\theta_{\text{halo}}) d\theta, \quad (4-57)$$

于是可得:

$$I_{\nu,0} = \frac{9S_{\text{halo}}(\nu)}{2\pi\theta_{\text{halo}}^2}. \quad (4-58)$$

最后利用 Rayleigh-Jeans 近似 [式 (2-28)], 将亮度 I_ν 转换为亮温度 $T_b(\nu)$, 得到射电晕的亮温度分布图像。

如 § 4.1.6 所述, 为了考虑亮射电晕数目在不同天区之间的显著涨落, 从而使第五章的评估结果更具代表性, 我们重复模拟了 100 次射电晕, 并将 100 次模拟的全部数据用于后续分析。基于这 100 次模拟, 射电晕的亮温度方均根值的中位数以及 68% 的误差⁵为: 在 124 MHz 处是 $(4.21^{+11.2}_{-2.60}) \times 10^3$ mK; 在 158 MHz 处是 $(1.81^{+5.28}_{-1.13}) \times 10^3$ mK; 以及在 196 MHz 处是 $(0.85^{+2.74}_{-0.54}) \times 10^3$ mK (另见表 4-1)。图 4-9 显示了其中一次典型情况的射电晕在 158 MHz 的模拟天图。

4.2 银河系弥散辐射

在低频射电波段, 银河系的弥散辐射主要包括同步辐射和自由—自由辐射。本节将介绍这两种辐射成分的天图模拟。

银河系辐射会随天空位置的改变而发生显著变化, 越靠近银盘辐射越强, 因此 EoR 实验将挑选高银纬天区开展观测。例如, MWA 目前正在研究的 EoR0 天区位于 (R.A., Dec.) = $(0^\circ, -27^\circ)$ ^[110], 是一块高银纬 ($b = -78.5^\circ$) 天区。考虑到 SKA1-Low 将

⁵68% 的误差根据第 16 和第 84 百分位点 (percentile) 得到。对于弥散很大的数据, 如此计算的误差比标准差更稳健。

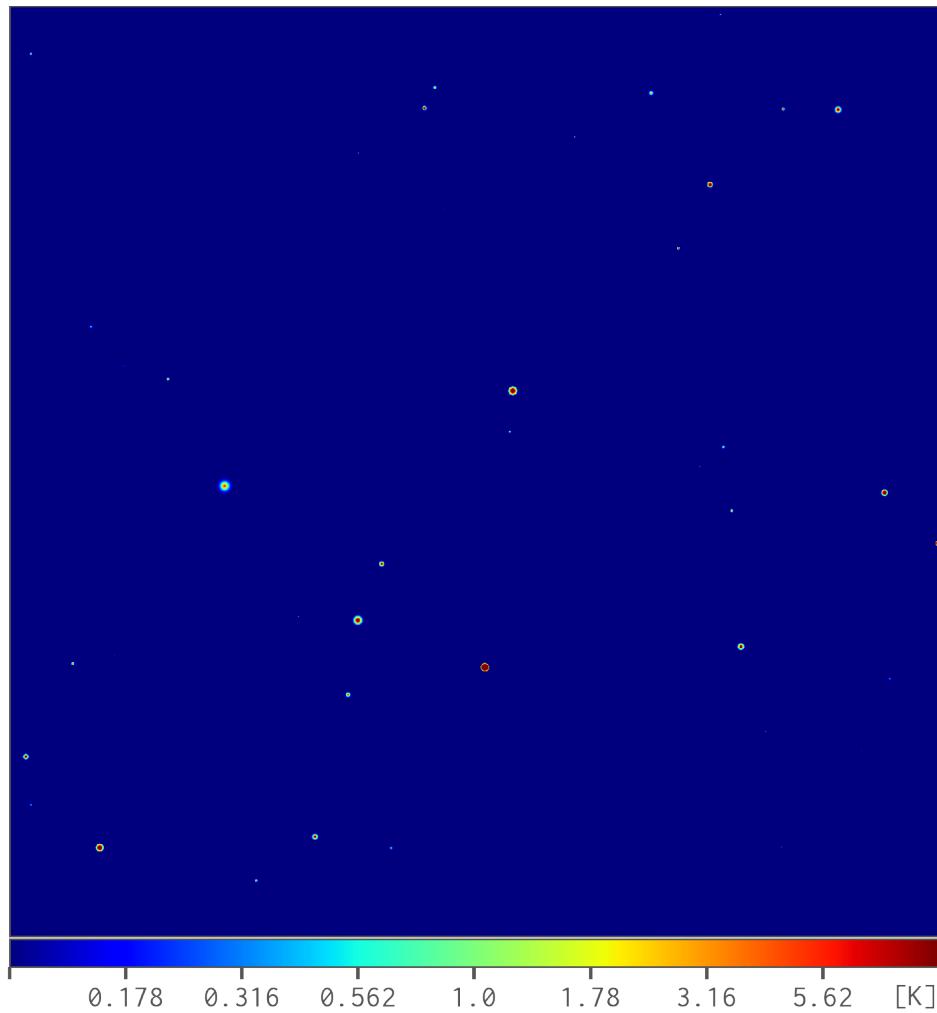


图 4-9. 射电晕在 158 MHz 的模拟天图示例，取自 100 次模拟中的一次典型情况。天区的大小为 $10^\circ \times 10^\circ$ ，色条的单位是 K。

Figure 4-9. An typical example from the 100 simulation runs showing the simulated radio halos at 158 MHz. The sky region size is $10^\circ \times 10^\circ$, and the color bar is in units of K.

表 4-1. 射电晕、银河系同步辐射、银河系自由—自由辐射、河外点源以及 EoR 信号在 124、158 和 196 MHz (三个频带的中心频率) 的亮温度方均根值。(单位: mK)

Table 4-1. The root-mean-square brightness temperatures of radio halos, Galactic synchrotron radiation, Galactic free-free radiation, extragalactic point sources, and the EoR signal at 124, 158 and 196 MHz. (unit: mK)

成分	124 MHz	158 MHz	196 MHz
射电晕 (100 次模拟)	$(4.21^{+11.2}_{-2.60}) \times 10^3$	$(1.81^{+5.28}_{-1.13}) \times 10^3$	$(0.85^{+2.74}_{-0.54}) \times 10^3$
银河系同步辐射	4.74×10^5	2.52×10^5	1.43×10^5
银河系自由—自由辐射	330	200	130
河外点源	29.7×10^7	5.90×10^7	1.39×10^7
EoR 信号	15.1	11.3	3.77

建设在 MWA (地理坐标: $26^{\circ}42'12''$ S、 $116^{\circ}40'16''$ E) 的旁边, EoR0 天区能几乎经过 SKA1-Low 的天顶 (zenith), 是一个理想的观测天区, 对本文所开展的模拟研究而言也是一个合适的选择 (另见 § 4.5)。因此, 本文将以 (R.A., Dec.) = (0° , -27°) 为重心坐标模拟银河系弥散辐射的天图。

4.2.1 同步辐射

银河系同步辐射的低频射电天图通过以 Haslam 408 MHz 巡天图^[187] 为模板、按幂律谱形式外延得到^[138, 147]:

$$T_b^{\text{syn}}(\hat{\mathbf{r}}, \nu) = T_b^{\text{haslam}}(\hat{\mathbf{r}}) \left(\frac{\nu}{408 \text{ MHz}} \right)^{-\alpha_{\text{syn}}(\hat{\mathbf{r}})}, \quad (4-59)$$

其中 $T_b^{\text{haslam}}(\hat{\mathbf{r}})$ 为银河系在 $\hat{\mathbf{r}}$ 位置的 408 MHz 亮温度, $\alpha_{\text{syn}}(\hat{\mathbf{r}})$ 为该处的同步辐射谱指数。

本工作使用了由 REMAZEILLES et al. 2015 [186] 重新处理的 Haslam 408 MHz 全天图⁶。与 Haslam 原图相比, 新图具有更好的仪器校准以及更准确的河外点源扣除^[186] (另见 § 3.5 的图 3-9 上栏)。同步辐射的谱指数也会随天空位置变化。GIARDINO et al. 2002 [189] 通过综合 Haslam 408 MHz 全天图、1420 MHz 北天图^[190] 以及 2326 MHz 南天图^[191], 处理得到了的银河系同步辐射的谱指数全天分布图 (另见 § 3.5 的图 3-9 下栏)。本文利用了该谱指数分布图来确定上式中的 $\alpha_{\text{syn}}(\hat{\mathbf{r}})$ 。图 4-10 左栏显示了银河

⁶REMAZEILLES et al. 2015 [186] 重新处理的 Haslam 408 MHz 全天图: http://www.jb.man.ac.uk/research/cosmos/haslam_map/

系同步辐射在 158 MHz 的天图。表 4-1 中列出了该前景成分在三个频带的中心频率处的亮温度方均根值。

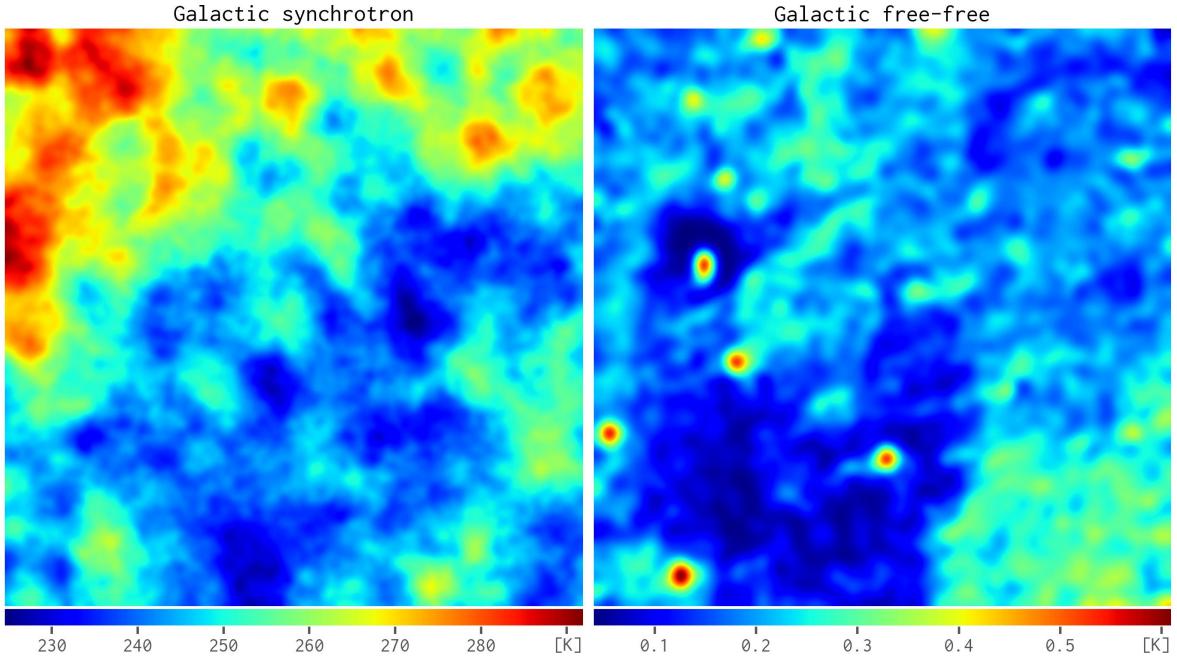


图 4-10. 银河系同步辐射（左栏）和自由—自由辐射（右栏）在 158 MHz 的天图。天区的大小均为 $10^\circ \times 10^\circ$ ，色条的单位是 K。

Figure 4-10. The sky maps of the Galactic synchrotron (left panel) and free-free (right panel) radiations at 158 MHz. Both maps have a sky region size of $10^\circ \times 10^\circ$ and the color bars are in units of K.

4.2.2 自由—自由辐射

银河系自由—自由辐射和 H α 辐射源自相同的辐射区域（如电离氢区、温电离介质），因此两者之间存在紧密的联系^[200]。利用该关系以及 H α 辐射巡天图^[201]，便可以获得所需的银河系自由—自由辐射的图像。

由于 H α 辐射易被尘埃吸收，而自由—自由辐射则几乎不受尘埃的影响，所以首先需要对观测到的 H α 辐射 $I_{\text{H}\alpha}(\hat{\mathbf{r}})$ 修正尘埃吸收^[200]：

$$I_{\text{H}\alpha}^{\text{corr}}(\hat{\mathbf{r}}) = I_{\text{H}\alpha}(\hat{\mathbf{r}}) \times 10^{0.0185 f_d D(\hat{\mathbf{r}})}, \quad (4-60)$$

其中 $D(\hat{\mathbf{r}})$ 是视线方向 $\hat{\mathbf{r}}$ 上的尘埃柱密度 (column density)，以 $[\text{MJy sr}^{-1}]$ 为单位， f_d 是尘埃在视线方向上的有效吸收比例。然后，自由—自由辐射在频率 ν 处的图像 $T_b^{\text{ff}}(\hat{\mathbf{r}}, \nu)$

可由以下关系⁷ 计算得到^[200]:

$$T_b^{\text{ff}}(\hat{\mathbf{r}}, \nu) = 38.86 \nu^{-2.1} 10^{(290/T_e)} T_e^{0.667} a(\nu, T_e) \left[\frac{I_{\text{H}\alpha}^{\text{corr}}(\hat{\mathbf{r}})}{\text{Rayleigh}} \right] [\text{K}], \quad (4-61)$$

其中 T_e 是辐射区域的电子温度（以 K 为单位），频率 ν 的单位是 MHz，因子 $a(\nu, T_e)$ 是对光深的修正，由下式给出：

$$a(\nu, T_e) = 0.183 \nu^{0.1} T_e^{-0.15} [3.91 - \ln \nu + 1.5 \ln T_e]. \quad (4-62)$$

与 DICKINSON et al. 2003 [200] 一致，本文采用 $f_d = 0.33$ 和 $T_e = 7000$ K。再利用 FINKBEINER 2003 [201] 提供的 H α 辐射全天图 $I_{\text{H}\alpha}(\hat{\mathbf{r}})$ 以及来自 SCHLEGEL et al. 1998 [203] 的全天尘埃分布图 $D(\hat{\mathbf{r}})$ ，便可获得银河系自由—自由辐射在低频波段的天图（另见 § 3.5 的图 3-10）。图 4-10 右栏显示了银河系自由—自由辐射在 158 MHz 的天图。表 4-1 中列出了该前景成分在三个频带的中心频率处的亮温度方均根值。

4.3 河外点源

本文对河外点源的模拟继承自我们之前的一项工作^[138]，其中模拟了以下四类点源：

1. FR I 型和 II 型射电星系^[209]；
2. 恒星形成星系^[210]，包括普通晚型星系 (normal late-type galaxy) 和星暴星系 (starburst galaxy)；
3. 射电宁静 (radio-quiet) AGN^[217, 218]；
4. GHz 倒转谱 (GHz-peaked spectrum) 和致密陡谱 (compact steep-spectrum) AGN^[305]。

上述第 1-3 类点源的模拟使用了 WILMAN et al. 2008 [306] 针对 SKA 模拟的点源结果；第 4 类点源的模拟则利用了相应的光度函数 (luminosity function) 和频谱模型^[307-309]。具体模拟方法可参考 WANG et al. 2010 [138] 和 WILMAN et al. 2008 [306] 及其所引文献。图 4-11 显示了模拟的河外点源在 158 MHz 的天图。该前景成分在三个频带的中心频率处的亮温度方均根值罗列在表 4-1 中。

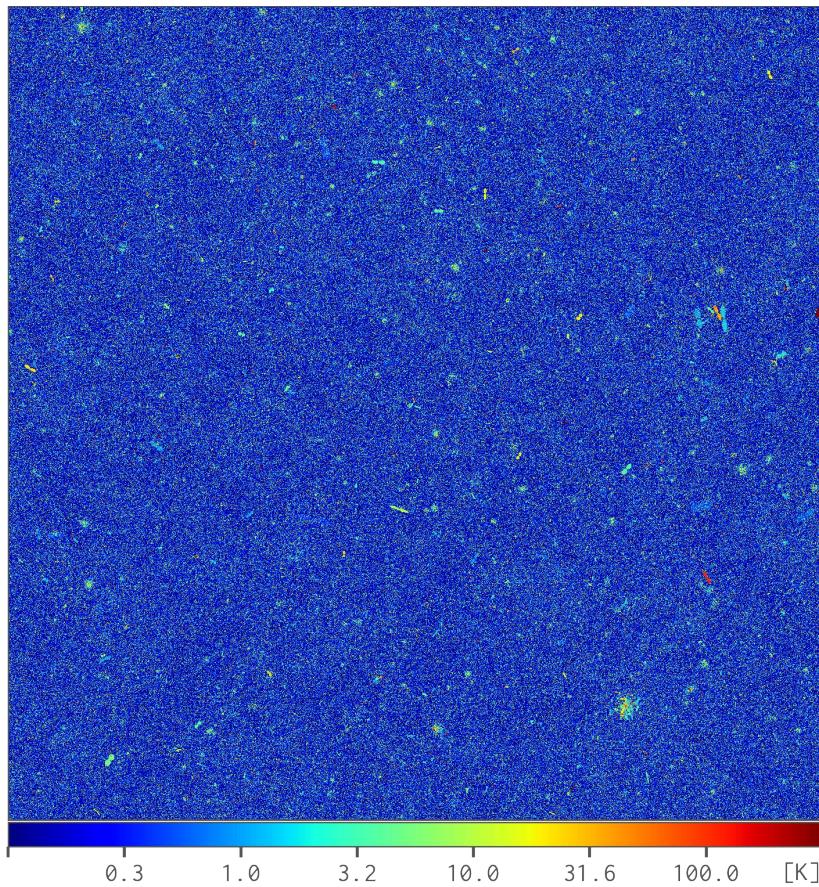


图 4-11. 河外点源在 158 MHz 的模拟天图。天区的大小为 $10^\circ \times 10^\circ$ ，色条的单位是 K。

Figure 4-11. The simulated sky map of the extragalactic point sources at 158 MHz. The sky region size is $10^\circ \times 10^\circ$ and the color bar is in units of K.

4.4 EoR 信号

本文使用了 *Evolution Of 21 cm Structure* 项目⁸ 公开的 EoR 模拟数据来生成所需的 EoR 信号的天图。该项目使用 *21cmFAST*⁹ 软件^[310] 展开了宇宙再电离过程的高精度模拟，模拟盒子的边长为 1.6 Gpc 并划分为 1024 个格子，红移范围从 86.5 至 5.0^[311]。图 4-12 显示了模拟的 EoR 信号在 120–200 MHz (即 $z = 6.1$ –10.8) 的亮温度方均根值。

利用该项目推荐的“faint galaxies”情形的光锥 (light cone) 图像立方，我们提取所需红移 (对应于所需的频率) 处的图像切片 (slice)，然后经过适当的平铺和缩放，使其图像大小为 1800×1800 以及天区覆盖为 $10^\circ \times 10^\circ$ ，即与前文的前景天图一致。

⁷DICKINSON et al. 2003 [200] 的公式 (11) 中的 “ $\times 10^3$ ” 似应略去。

⁸Evolution Of 21 cm Structure: <http://homepage.sns.it/mesinger/EOS.html>

⁹21cmFAST: http://homepage.sns.it/mesinger/DexM__21cmFAST.html

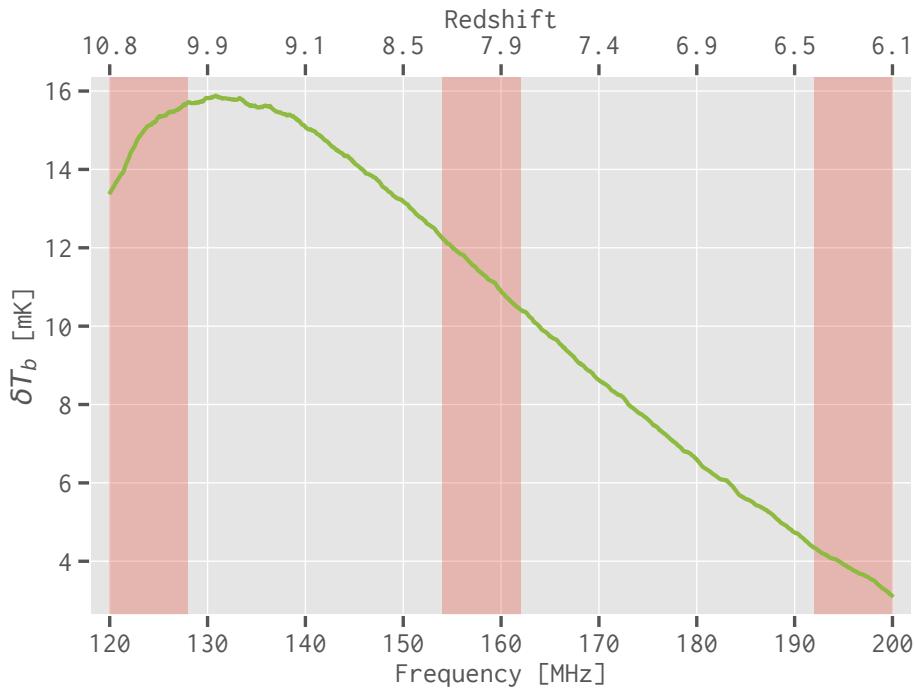


图 4-12. EoR 信号在 120–200 MHz ($z = 6.1\text{--}10.8$) 的亮温度方均根值 (绿色实线)。红色阴影区域表示本文选取的三个频带: 120–128、154–162 和 192–200 MHz。

Figure 4-12. The root-mean-square brightness temperatures of the EoR signal (solid green line) within 120–200 MHz ($z = 6.1\text{--}10.8$). The red shaded regions mark the three adopted frequency bands (120–128, 154–162, and 192–200 MHz).

表 4-1 中罗列了 EoR 信号在三个频带的中心频率处的亮温度方均根值。图 4-13 显示了 EoR 信号在 158 MHz 的天图。

4.5 SKA1-Low 观测图像的模拟

干涉阵列的复杂仪器效应是制约 EoR 探测的一个重要因素 (参见 § 3.4)，同时还会影响前景干扰的行为，比如导致二维功率谱上的前景楔形污染区域 (参见 § 3.7)。为了有效地评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的具体干扰情况，在模拟图像中整合干涉阵列的仪器效应非常必要。为此，本文采用了目前最新的 SKA1-Low 阵列布局¹⁰，对前文模拟得到的天图进行模拟观测，获得了包含仪器效应的 SKA1-Low 观测图像。

¹⁰SKA1-Low 阵列布局坐标: https://astronomers.skatelescope.org/wp-content/uploads/2016/09/SKA-TEL-SKO-0000422_02_SKA1_LowConfigurationCoordinates-1.pdf (发布日期: 2016 年 5 月 31 日)

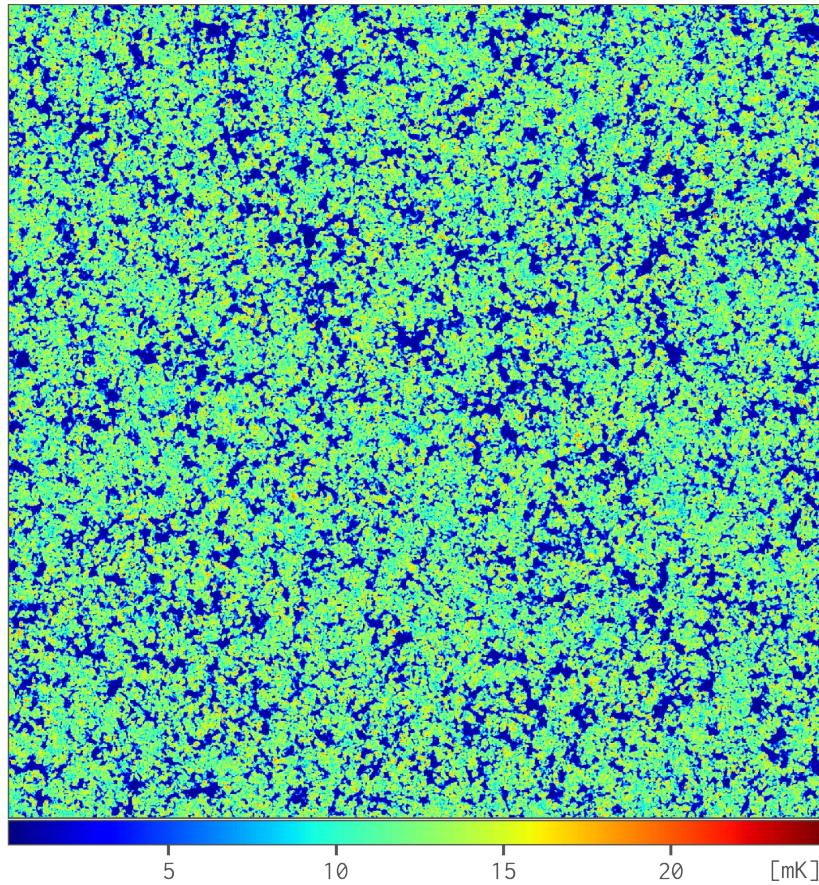


图 4-13. EoR 信号在 158 MHz 的模拟天图。天区的大小为 $10^\circ \times 10^\circ$ ，色条的单位是 mK。

Figure 4-13. The simulated sky map of the EoR signal at 158 MHz. The sky region size is $10^\circ \times 10^\circ$ and the color bar is in units of mK.

4.5.1 SKA1-Low 阵列布局

根据目前最新的 SKA1-Low 阵列布局方案，SKA1-Low 干涉阵列由 512 个站点组成，每个站点包含 256 根天线，合计 131 072 根天线。每个站点呈直径 35 m 的圆形区域，256 根天线随机分布其中并且满足最小间隔 $d_{\min} = 1.5 \text{ m}$ ^[168]。512 个站点的布局方式分为两种情况^[312]：

- 核心区域（半径 $R \leq 500 \text{ m}$ ）：随机分布 224 个站点；
- 核心区域之外：余下的 288 个站点构成 48 个站点团（每个团由 6 个站点组成），分布在 3 条半径达 $\sim 35 \text{ km}$ 的螺旋线上，形成长达 $\sim 65 \text{ km}$ 的基线。

图 4-14 显示了 SKA1-Low 的站点布局。利用这种布局方案，一方面核心区域的大量短基线能够提供非常高灵敏度的 EoR 测量，另一方面，长基线提供的高分辨率能够获得精确的前景模型，有利于 EoR 探测的前景扣除。

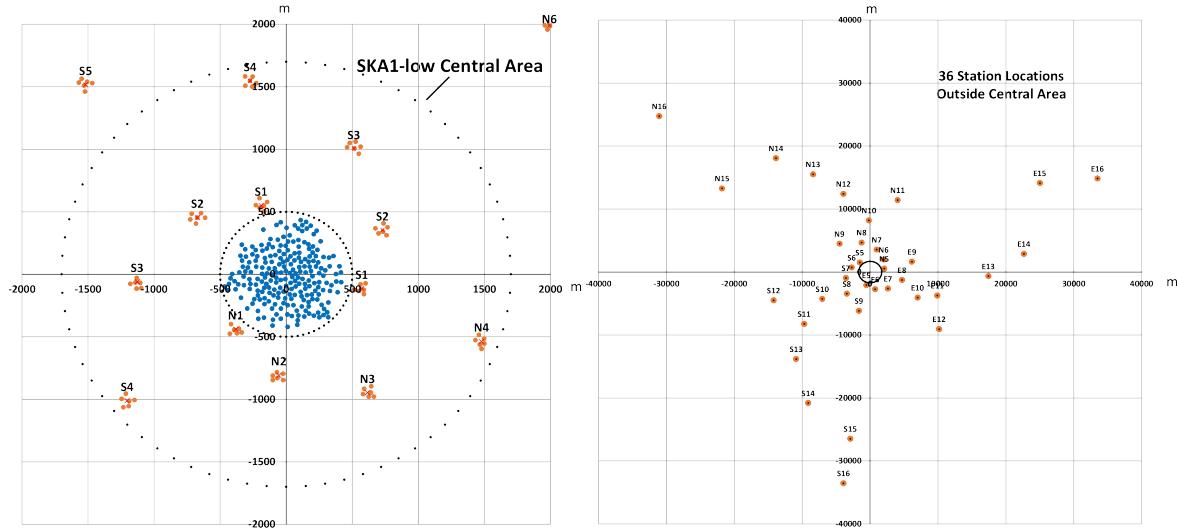


图 4-14. (左栏) 中央区域($R \leq 1700$ m) 的站点布局, 包括 224 个随机分布在核心区域($R \leq 500$ m) 的站点, 以及 12 个分布在核心区域之外的站点团。(右栏) 中央区域之外的站点布局, 由分布在 3 条螺旋线上的 36 个站点团构成。

Figure 4-14. (Left) The layout configuration of stations in the central area ($radius R \leq 1700$ m), including the 224 randomly distributed stations in the core area ($R \leq 500$ m) and another 12 station clusters outside the core area. (Right) The layout configuration of stations outside the central area, which are arranged as 36 station clusters on 3 spiral arms.

来源/Credit: DEWDNEY & BRAUN 2016 [312]

4.5.2 可见度数据的模拟与成像

每一个宽 8 MHz 的频带被分为 51 个频率通道, 对应的频率分辨率为 160 kHz。在每一个频率通道, 首先模拟各个成分 (包括前景辐射和 EoR 信号) 的天图, 然后使用 OSKAR¹¹ 软件^[313] 模拟每张天图的可见度数据, 积分时间为 6 h。输入天图的中心置于 (R.A., Dec.) = (0°, -27°), 因为该点能够经过 SKA1-Low 的天顶, 是开展模拟观测的理想选择^[42, 106]。所以, 在一次 6 h 的模拟观测过程中, 输入天图的中心的时角 (hour angle) 范围为 [-3 h, 3 h]。

因为银河系的同步辐射和自由—自由辐射的形态均呈弥散状, 而且后续分析并不区分两者, 所以我们将这两个成分的天图叠加之后再进行模拟观测。在干涉阵列的实际数据处理流程中, 其中一个重要的步骤是实时校准并扣除明亮点源, 即剥源 (source peeling)^[159, 165, 173], 这个步骤能够有效地提高图像的质量和动态范围 (dynamic range)。据此, 我们假定 158 MHz 流量密度 $S_{158} > 50$ mJy 的河外点源已从天

¹¹OSKAR: <https://github.com/OxfordSKA/OSKAR> (v2.7.0)

图上移除^[42, 168, 314]。

模拟获得可见度数据之后，便使用 `WSClean`¹² 成像软件^[80]生成相应的观测图像。该软件实现了 w 堆叠 CLEAN 成像算法，适用于低频大视场成像，已在 LOFAR 和 MWA 等项目中被广泛使用^[80, 81]。通过采用 Briggs 权重^[86]并且设稳健参数 (robustness) 为 0，兼顾了成像的噪声水平和空间分辨率的需求^[86]。图像的边缘区域会因为 CLEAN 程度不足而质量较差，因此只切取质量较好的中央区域图像用于后文的分析。考虑到望远镜的视场大小反比于观测频率 ($\Theta \propto \nu^{-1}$)，图像的切取大小在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带内分别为 $6^\circ \times 6^\circ$ 、 $5^\circ \times 5^\circ$ 和 $4^\circ \times 4^\circ$ 。

前景的频谱光滑性是区分前景污染和 EoR 信号的关键。为了保证 CLEAN 成分的频谱光滑性，我们利用了 `WSClean` 的联合通道解卷积 (joined-channel deconvolution) 技术^[81]，将一个前景成分（如射电晕）在一个频带（如 154–162 MHz）内 51 个通道的可见度数据作为一个整体处理，得到相应的图像立方。对于 EoR 信号，由于 CLEAN 算法对这种非常暗弱的弥散辐射处理效果有限，我们直接使用由 `WSClean` 生成的脏图。尽管如此，因为 EoR 信号的天图中没有明亮的点状结构，所以脏图的质量已经足够好。这样，我们模拟得到了以下成分在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带内的 SKA1-Low 观测图像立方：

- EoR 信号；
- 射电晕（100 次模拟）；
- 银河系弥散辐射（包括同步辐射和自由—自由辐射）；
- 河外点源。

图 4-15 展示了这四个成分在 158 MHz 的模拟观测图像。

4.6 小结

基于 PS 理论以及湍流再加速模型，我们针对星系团射电晕构建了一个更完善、更物理的模型，并据此模拟了射电晕的低频射电天图。此外，我们还模拟了银河系同步辐射和自由—自由辐射、河外点源、以及 EoR 信号的天图。最后，我们采用目前最新的 SKA1-Low 阵列布局模拟了上述各成分的射电观测图像，将仪器效应整合到模拟流程之中。这些模拟的 SKA1-Low 观测图像将在第五章用于评估射电晕对 EoR 信号探测的影响，以及在第六章用于帮助研发和评估 EoR 信号分离新算法。

本章内容已发表于 *The Astrophysical Journal*^[315]。

¹²WSClean: <https://sourceforge.net/p/wsclean> (v2.6)

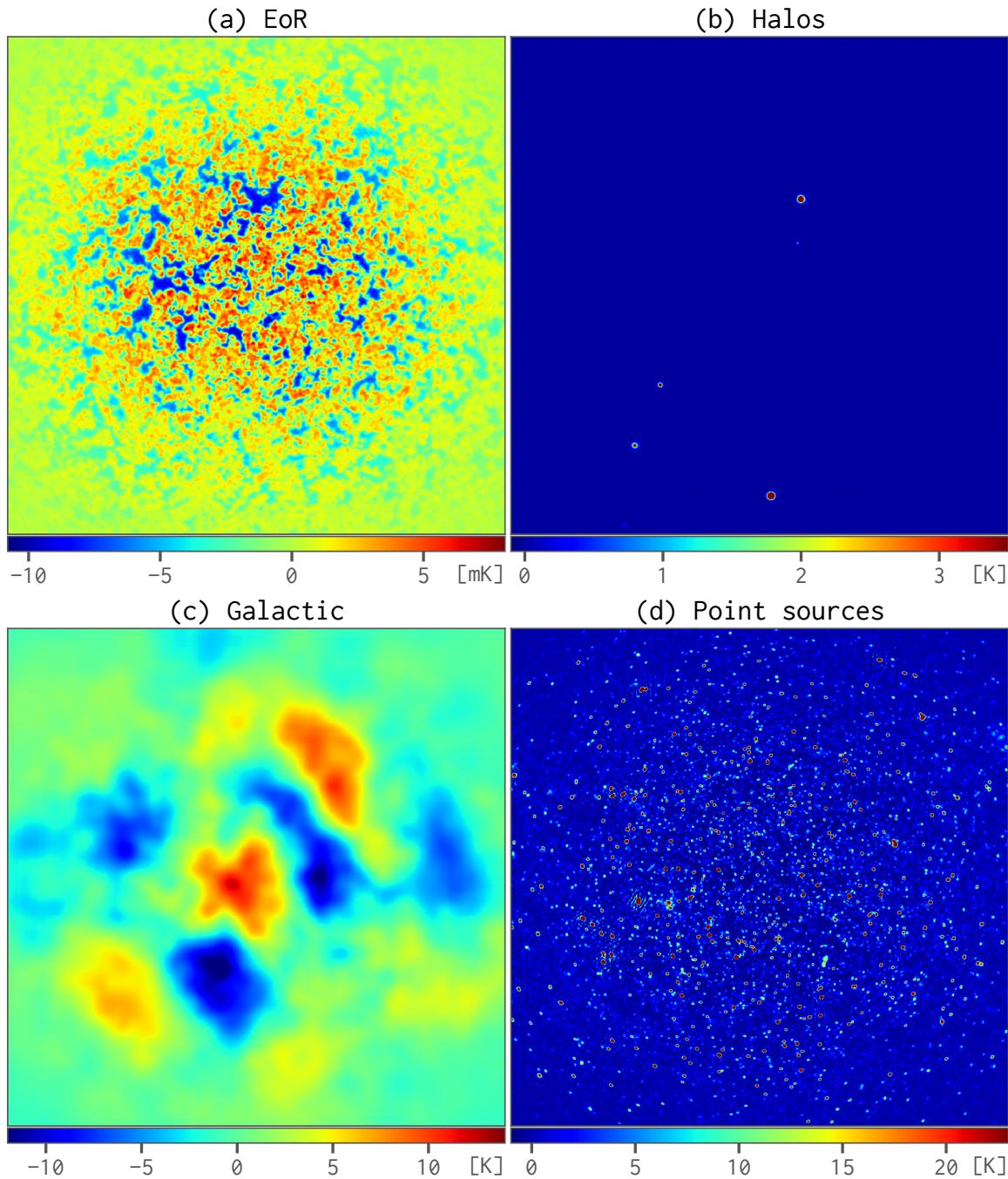


图 4-15. 各成分在 158 MHz 的 SKA1-Low 模拟图像。从左上至右下分别为：(a) EoR 信号；(b) 射电晕；(c) 银河系弥散辐射；(d) 河外点源。所有图像覆盖的天区大小均为 $5^\circ \times 5^\circ$ ，即切取了中央区域。

Figure 4-15. The simulated SKA1-Low images of all components at 158 MHz. From upper-left to bottom-right: (a) EoR signal; (b) radio halos; (c) Galactic diffuse emission; (d) extragalactic point sources. All the images cover a sky region of $5^\circ \times 5^\circ$ (i.e., cropped out the central regions).

第五章 射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响

利用[第四章](#)模拟得到的射电晕、EoR 信号以及其他前景成分的 SKA1-Low 观测图像，可以分别针对前景扣除和前景回避两类前景处理方法 ([§ 3.6](#)) 评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响。首先，我们计算一维功率谱 $\Delta^2(k)$ 来对比射电晕辐射和 EoR 信号在各个尺度 k 的功率，说明使用前景扣除方法时将面临的射电晕辐射的干扰程度。其次，我们计算二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$ ，然后在 EoR 窗口 ([§ 3.7](#)) 内比较射电晕辐射和 EoR 信号的功率，据此评估使用前景回避方法提取 EoR 信号时射电晕辐射将产生的污染强度。

5.1 频率维度的加窗处理

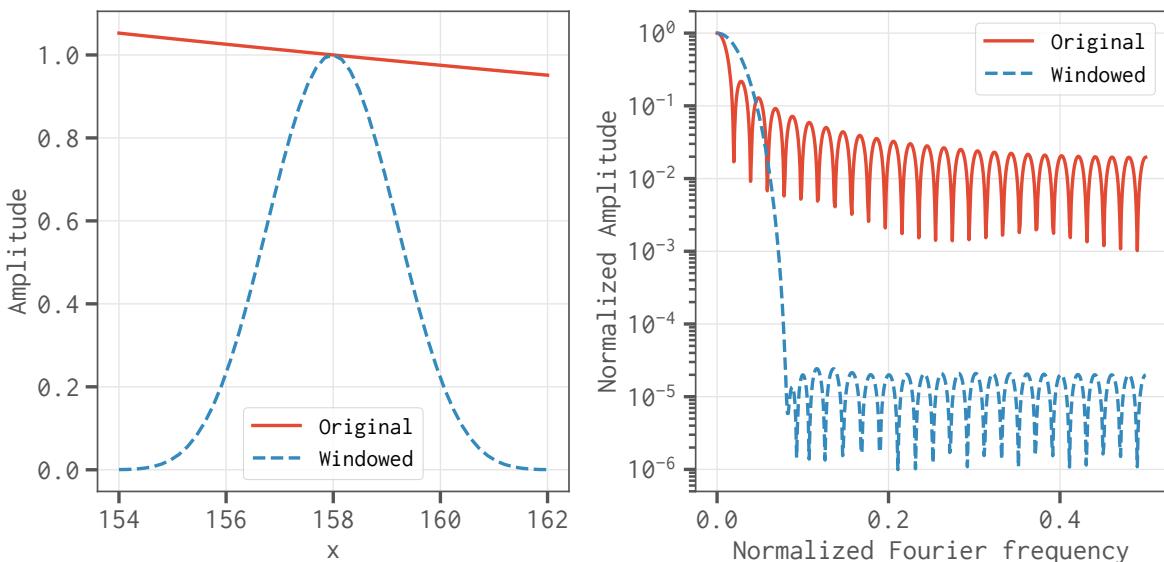


图 5-1. 直接进行 Fourier 变换（红色实线）与使用 Blackman–Nuttall 窗函数之后再 Fourier 变换（蓝色虚线）的结果对比。左栏显示了原输入信号 $y = (x/158)^{-2}$ （红色实线）以及加窗后的输入信号（蓝色虚线），右栏显示了相应的 Fourier 变换结果。

Figure 5-1. A comparison of the Fourier transform results with and without applying the Blackman–Nuttall window function. The left panel shows the original input signal $y = (x/158)^{-2}$ (solid red line) and the windowed signal (dashed blue line); the right panel shows the corresponding Fourier transform results.

考慮一个有限宽的频带，信号（如前景辐射）将在频带的两端出现跃变，这会

导致 Fourier 变换的结果出现显著的旁瓣。即使输入信号非常平滑，Fourier 变换后也会出现一系列幅度较大的高频 Fourier 成分（亦称为旁瓣），如图 5-1 所示。为了抑制这些旁瓣，可以先对信号加窗，然后再进行 Fourier 变换。一个常用的选择是 Blackman–Nuttall 窗函数 (window function)，该窗函数具有良好的旁瓣抑制效果^[316]，其表达式为：

$$w[n] = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right), \quad (5-1)$$

其中 N 为采样点的数目（即窗的宽度），其他系数分别为： $a_0 = 0.363\,581\,9$, $a_1 = 0.489\,177\,5$, $a_2 = 0.136\,599\,5$, $a_3 = 0.010\,641\,1$ 。图 5-1 显示了使用 Blackman–Nuttall 窗函数之后得到的 Fourier 变换结果，可见高频 Fourier 成分的幅度被有效地抑制了。因此，我们对第四章模拟得到的图像立方沿频率方向施加 Blackman–Nuttall 窗函数，然后再进行 Fourier 变换以及计算功率谱^[41, 317]。

5.2 一维功率谱的对比

我们对上一章模拟得到的每一个成分在每一个频带里的图像立方分别计算了一维功率谱 $\Delta^2(k)$ 。对于射电晕，我们使用了 100 次模拟的全部结果 (§ 4.1.7) 来估算其一维功率谱的中位值和 68% 误差范围。具体而言，对于每一个频带，射电晕的 100 次模拟会生成 100 个图像立方，分别计算这 100 个图像立方的一维功率谱，然后从所得的 100 个一维功率谱计算每个尺度 k 处的中位值和 68% 误差范围。

各成分在三个频带内的一维功率谱 $\Delta^2(k)$ 的对比如图 5-2 所示。我们发现，在 $0.1 \text{ Mpc}^{-1} < k < 2 \text{ Mpc}^{-1}$ 尺度范围内，射电晕辐射在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 频带内的典型功率（红色实线）分别约为 EoR 信号功率的 10 000、1 000 和 300 倍。考虑到射电晕的亮度和数目在不同天区之间会发生显著变化，因此在 68% 误差范围内（红色阴影区域），射电晕辐射的功率能够变化约 10–100 倍。

对于另外两个前景成分，银河系弥散辐射在最大尺度 ($k \lesssim 0.1 \text{ Mpc}^{-1}$) 上是最强的污染源，但随着尺度的减小（对应于 k 增大），其功率迅速减小。在 $0.5 \text{ Mpc}^{-1} \lesssim k \lesssim 1 \text{ Mpc}^{-1}$ 的中小尺度范围，射电晕辐射的典型功率比银河系前景的功率强约 10–100 倍。河外点源除了在最大尺度上弱于银河系前景，在其他尺度上均是最强的污染源。

在射电观测研究中，更习惯使用角分或角秒来描述信号的尺度分布情况。尺度 s 与波数 k 之间的换算关系与信号源的距离相关，具体换算方法可参见附录 § A.6。以频率为 $\nu = 158 \text{ MHz}$ 的 EoR 信号为例，对应的中性氢云的红移为 $z = \nu_0/\nu - 1 \approx 7.99$ ，其中 ν_0 是中性氢 21 cm 谱线的本征频率 [式 (3-3)]，于是可知波数 $k = 1 \text{ Mpc}^{-1}$ 对应

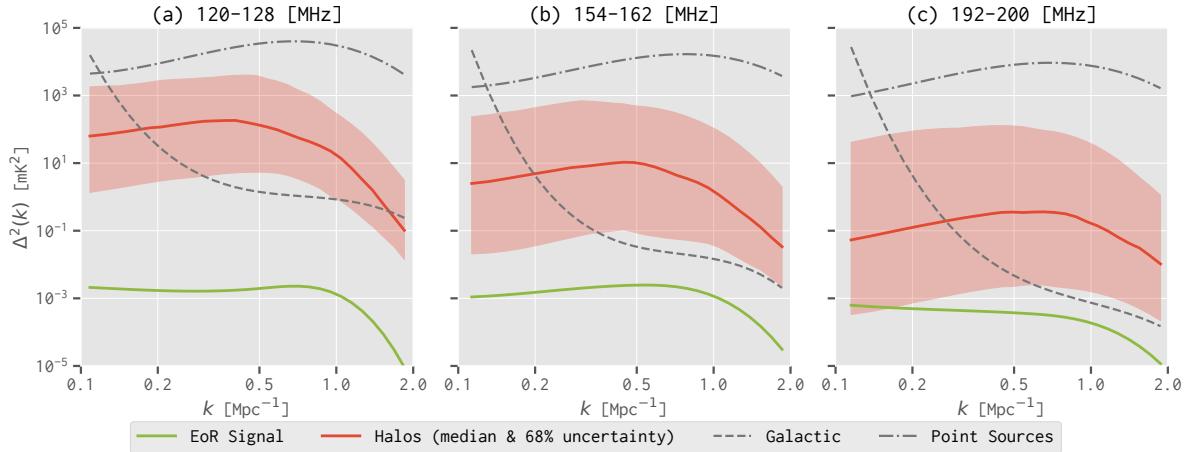


图 5-2. EoR 信号（绿色实线）、射电晕（红色实线）、银河系弥散辐射（灰色虚线）以及河外点源（灰色点虚线）之间的一维功率谱 $\Delta^2(k)$ 的对比。左栏、中栏、右栏分别表示 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带的结果。对于射电晕，红色实线及其阴影区域分别表示从 100 次模拟结果得到的中位值和 68% 误差范围。

Figure 5-2. Comparisons of the 1D dimensionless power spectra $\Delta^2(k)$ among the EoR signal (solid green line), radio halos (solid red line), Galactic diffuse emission (dashed gray line), and extragalactic point sources (dash-dotted gray line) in the (a) 120–128 MHz, (b) 154–162 MHz, and (c) 192–200 MHz frequency bands. The solid red lines and shaded regions represent the median values and the corresponding 68% uncertainties of the power spectra for radio halos estimated from the 100 simulation runs.

于尺度 $s = 2.36'$ 。因此，射电晕辐射的主要功率分布尺度 $0.5 \text{ Mpc}^{-1} \lesssim k \lesssim 1 \text{ Mpc}^{-1}$ 大约对应于 $2.4'–4.8'$ 的尺度，这与射电晕的典型大小（角分至数个角分）相符。

以上这些结果清楚地说明射电晕是严重的 EoR 前景污染源，需要在前景扣除中仔细处理。此外，射电晕的形态还呈现一定程度的不规则结构，这显著增加了对其进行准确建模和扣除的难度。

5.3 二维功率谱以及 EoR 窗口的对比

以 154–162 MHz 频带为例，图 5-3 显示了 EoR 信号、射电晕、银河系弥散辐射以及河外点源的二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$ ，其中射电晕的二维功率谱对应于 100 次模拟结果的中位值。从图中容易看出，EoR 信号的功率分散在大范围的 k_\parallel 模式里，反映了 EoR 信号沿频率维度快速变化的特点；频谱光滑的前景成分则集中在 k_\parallel 较小的区域 ($k_\parallel \lesssim 0.2 \text{ Mpc}^{-1}$; 对应于 $s \gtrsim 12'$)。在空间维度 (k_\perp)，射电晕辐射的功率主要出现在 $k_\perp \lesssim 1 \text{ Mpc}^{-1}$ 的范围，并且倾向于集中在 $k_\perp \sim 0.5 \text{ Mpc}^{-1}$ ($s \sim 4.8'$) 的中等尺度上。

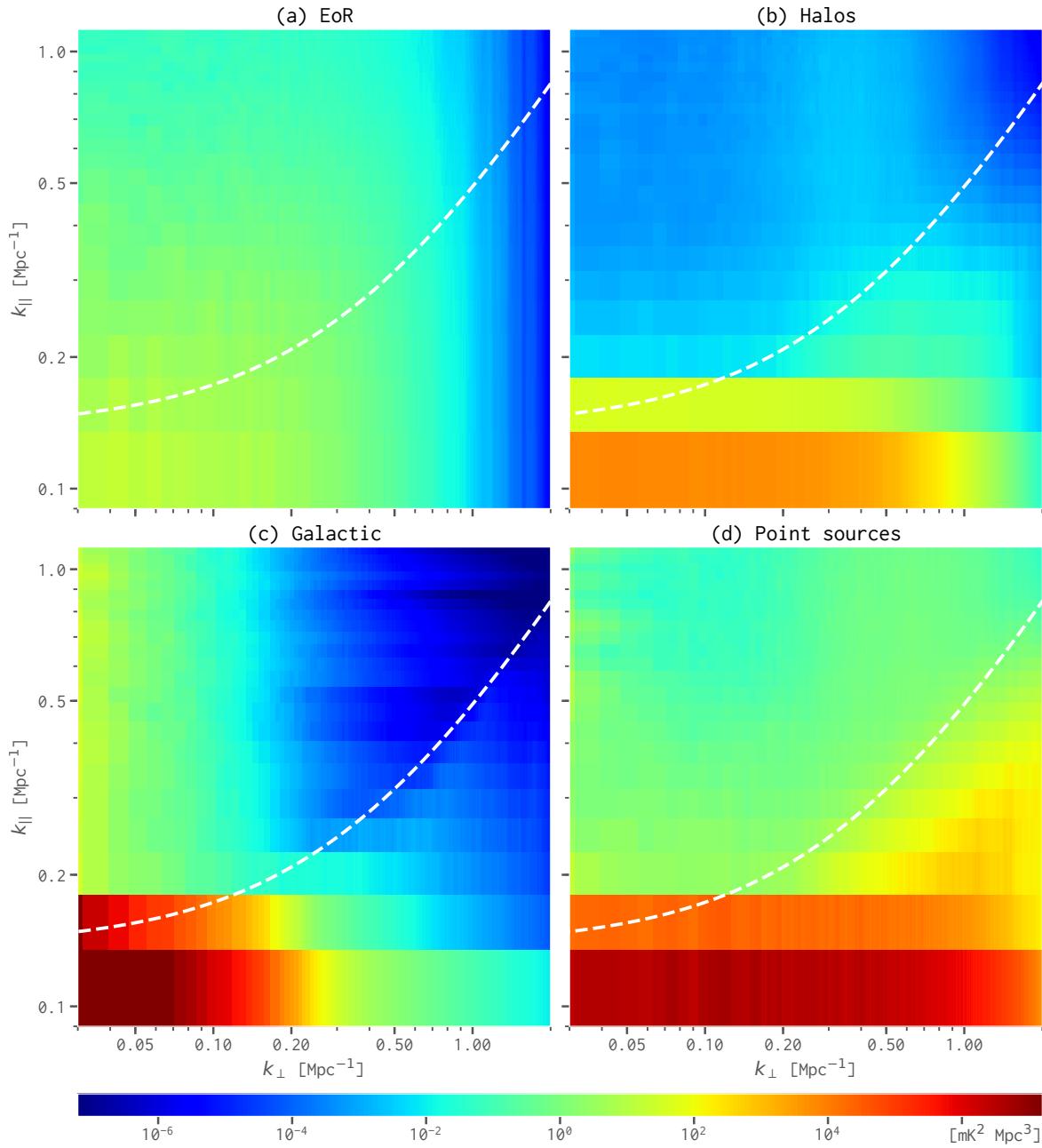


图 5-3. 各成分在 154–162 MHz 频带的二维功率谱 $\Delta^2(k_{\perp}, k_{\parallel})$ ，从左上至右下分别为：(a) EoR 信号；(b) 射电晕 (100 次模拟的中位值)；(c) 银河系弥散辐射；(d) 河外点源。所有子图共用了以 $[\text{mK}^2 \text{ Mpc}^3]$ 为单位的对数色条。白色虚线显示了 EoR 窗口的边界。

Figure 5-3. The 154–162 MHz 2D power spectra $\Delta^2(k_{\perp}, k_{\parallel})$ of (a) the EoR signal, (b) radio halos (median of the 100 simulation runs), (c) Galactic diffuse emission, and (d) extragalactic point sources. All panels share the same logarithmic scale in units of $[\text{mK}^2 \text{ Mpc}^3]$. The dashed white lines mark the boundary between the EoR window (at the top left) and the contaminating wedge (at the bottom right).

银河系弥散辐射的功率主导了 $k_{\perp} \lesssim 0.1 \text{ Mpc}^{-1}$ ($s \gtrsim 24'$) 的大尺度区域，而河外点源辐射的功率则占据了 $k_{\perp} \gtrsim 0.1 \text{ Mpc}^{-1}$ ($s \lesssim 24'$) 的中小尺度范围。这些结果与 图 5-2(b) 所示结果相符，也与诸多文献中的结果一致^[41, 106, 109, 317]。

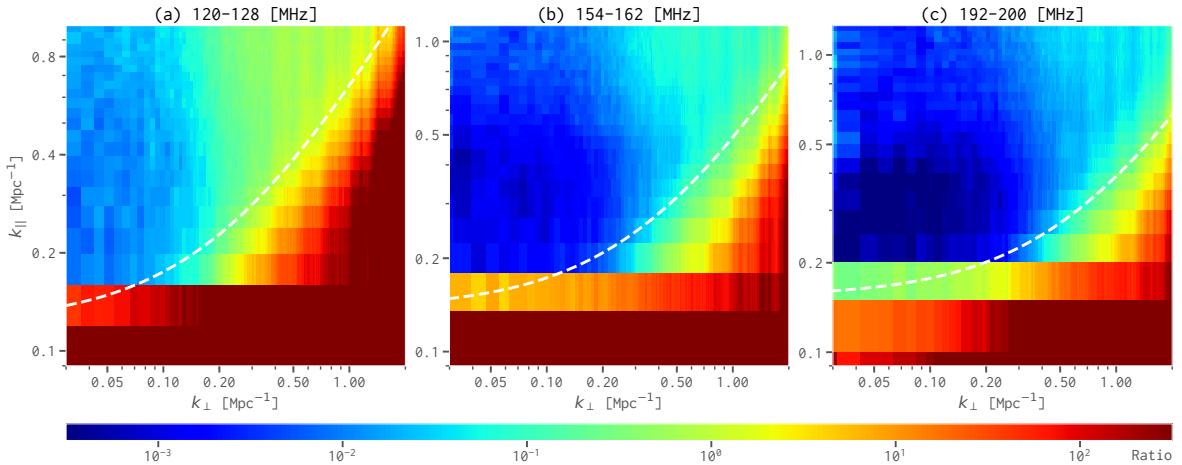


图 5-4. 射电晕和 EoR 信号在 (a) 120–128 MHz、(b) 154–162 MHz 和 (c) 192–200 MHz 三个频带内的二维功率比 $R(k_{\perp}, k_{\parallel})$ 。这里使用的射电晕二维功率谱对应于 100 次模拟结果的中位值。所有子图共用了对数色条。白色虚线显示了 EoR 窗口的边界。

Figure 5-4. The 2D power spectrum ratios $R(k_{\perp}, k_{\parallel})$ of radio halos to the EoR signal in the (a) 120–128 MHz, (b) 154–162 MHz, and (c) 192–200 MHz frequency bands. The median 2D power spectrum of 100 simulation runs for radio halos is used. All panels use the same color bar in logarithmic scale. The dashed white lines mark the EoR window boundaries.

为了更具体地显示射电晕辐射对 EoR 信号探测的污染情况，我们将射电晕辐射的二维功率谱 $\Delta_{\text{halo}}^2(k_{\perp}, k_{\parallel})$ 除以 EoR 信号的二维功率谱 $\Delta_{\text{eor}}^2(k_{\perp}, k_{\parallel})$ ，得到两者的二维功率比：

$$R(k_{\perp}, k_{\parallel}) \equiv \frac{\Delta_{\text{halo}}^2(k_{\perp}, k_{\parallel})}{\Delta_{\text{eor}}^2(k_{\perp}, k_{\parallel})}. \quad (5-2)$$

如图 5-4 所示，可见射电晕辐射的污染区域形成一个明显的楔形区域 (§ 3.7)。我们发现，在 120–128 MHz 频带内，射电晕辐射在 $k_{\perp} \gtrsim 0.1 \text{ Mpc}^{-1}$ ($s \lesssim 22'$) 的尺度范围内对 EoR 信号探测产生了严重污染（两者的功率之比达到 $R \gtrsim 1$ ）。在 154–162 和 192–200 MHz 两个频带里，射电晕辐射的主要污染范围分别为 $k_{\perp} \gtrsim 0.3 \text{ Mpc}^{-1}$ ($s \lesssim 8'$) 和 $k_{\perp} \gtrsim 0.5 \text{ Mpc}^{-1}$ ($s \lesssim 5'$)。注意，尺度 s 与波数 k 之间的换算依赖于频率，具体可参见附录 § A.6 的表 A-1。另外容易看出，射电晕辐射在较低频率处 ($\sim 120 \text{ MHz}$) 对 EoR 探测的污染程度明显强于在较高频率处 ($\sim 200 \text{ MHz}$) 的污染程度。图 5-2 也显示了与此一致的结果。

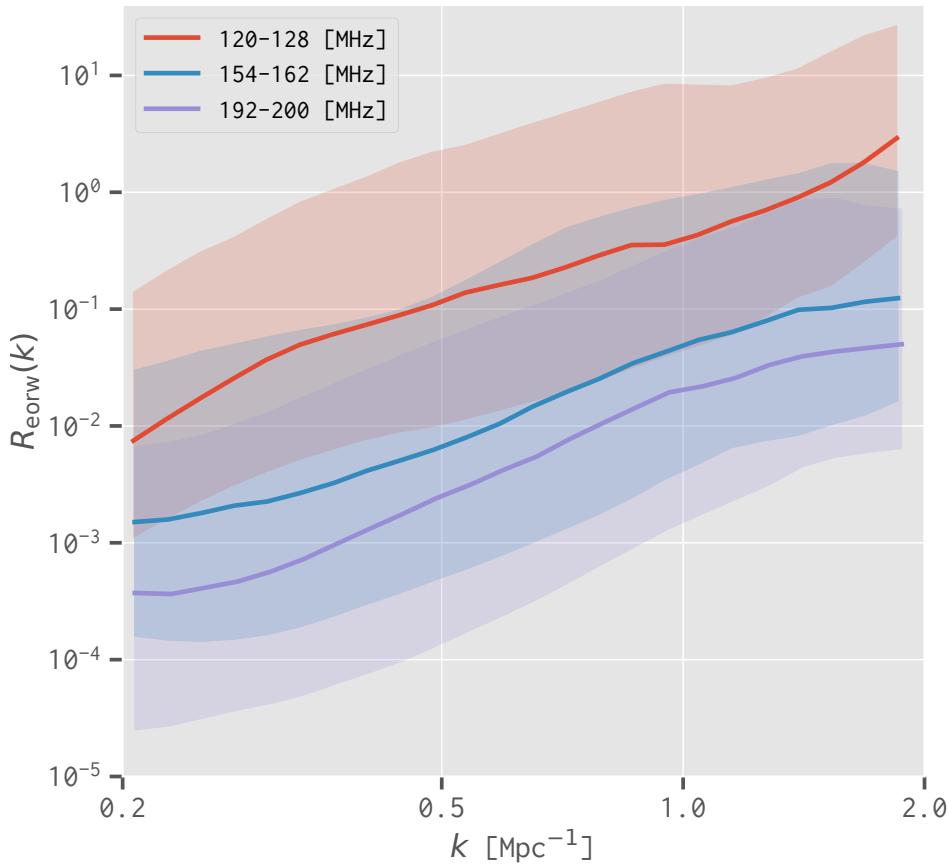


图 5-5. 射电晕和 EoR 信号在 EoR 窗口内的一维功率比 $R_{\text{eorw}}(k)$ 。实线和阴影区域分别对应于射电晕 100 次模拟结果的中位值和 68% 误差范围。

Figure 5-5. The 1D power ratios $R_{\text{eorw}}(k)$ inside the EoR window of radio halos to the EoR signal. The solid lines and shaded regions show the median values and corresponding 68% uncertainties, respectively.

考虑到射电晕辐射的污染主要集中在二维功率谱右下方的楔形区域内（如图 5-4 所示），因此可以选定一个合适的边界将其排除，于是能够在左上方的 EoR 窗口内提取 EoR 信号，有效地避开了强烈的前景污染，这就是前景回避方法的基本思路（参见 § 3.7）。根据式 (3-55) 定义的 EoR 窗口边界的表达式，我们测试了多种不同的 (ψ, Φ) 参数组合，最终选择了 $\psi = 3$ 以及 $\Phi = 1.5\Theta$ ，其中 Θ 为视场大小；所以 Φ 在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带的值分别为 $\Phi_{124} = 7.5^\circ$ 、 $\Phi_{158} = 6.0^\circ$ 和 $\Phi_{196} = 4.8^\circ$ 。图 5-3 和图 5-4 显示了如此定义的 EoR 窗口边界，可见前景楔形的污染能够被很好地避开。但是在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带内，EoR 信号分别有约 45%、46% 和 60% 的功率损失在避开的前景楔形之中。

在上述定义的 EoR 窗口内，对射电晕辐射与 EoR 信号的二维功率比 $R(k_\perp, k_\parallel)$ 进

行平均，可得到一维功率比 $R_{\text{eow}}(k)$ ，如图 5-5 所示。相比图 5-2 所示的未受 EoR 窗口约束的一维功率谱 $\Delta^2(k)$ ，射电晕辐射的污染在 EoR 窗口内被抑制了约 4 个数量级。比如，在 $k \sim 1 \text{ Mpc}^{-1}$ （约对应于 $s \sim 2.4'$ ）尺度上，EoR 窗口内的一维功率比 $R_{\text{eow}}(k)$ 在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带的典型值（图中的实线）分别约为 45%、6% 和 2%。这充分展示了 EoR 窗口和前景回避法是探测 EoR 信号的有力工具。尽管如此，由于射电晕的亮度和数目在不同天区里具有显著的涨落，在 68% 误差范围（图中的阴影区域）以及 $0.5 \text{ Mpc}^{-1} \lesssim k \lesssim 1 \text{ Mpc}^{-1}$ （约对应于 $2.4' < s < 4.8'$ ）尺度范围内，EoR 窗口内的一维功率比 $R_{\text{eow}}(k)$ 在三个频带内的值能够分别达到约 230–800%、18–95% 和 7–40%，说明射电晕泄漏到 EoR 窗口内的功率仍然可能是显著的，尤其是在较低频率 ($\lesssim 120 \text{ MHz}$)。

基于本节和上一节（§ 5.2）的结果，我们认为射电晕是 EoR 信号探测的一个重要前景干扰成分。即使在已避开严重污染的 EoR 窗口内，射电晕辐射所产生的污染仍然能够对 EoR 信号的准确测量产生不可忽略的干扰，尤其是在 $\lesssim 120 \text{ MHz}$ 的较低频率。为了获得一个尽可能干净、同时也尽可能大的 EoR 窗口，必须深入理解、建模并扣除射电晕以及其他前景干扰成分。同时还需要联合使用前景扣除和前景回避两类方法，改进 EoR 信号探测手段^[239]。

5.4 频谱伪结构的影响

射电干涉观测的实际情况比 § 4.5 所模拟的理想情况要复杂得多，比如面临不理想的仪器校准，电离层的扰动（参见 § 3.4）。这些复杂的仪器效应和观测效应会导致图像立方的频谱出现伪结构，破坏前景辐射的频谱光谱性，从而阻碍 EoR 信号的有效分离。

一些模拟和观测研究指出，干涉阵列频率通道的校准存在约 0.1–1% 的不确定性^[109, 110, 318]。为了评估这种频谱伪结构对功率谱以及前景干扰的影响，我们对图像立方的每一个切片乘以一个从平均值为 0、标准差为 σ 的正态分布生成的随机数，以此模拟实际观测中出现的频谱伪结构^[41]，然后计算有无频谱伪结构的图像立方的功率谱并进行对比。本文考虑如下两种边界情况：

- 频谱伪结构的幅度为 $A_{\text{arti}} = 0.1\%$ ，对应于正态分布的标准差为 $\sigma = 0.001$ ；
- 频谱伪结构的幅度为 $A_{\text{arti}} = 1\%$ ，对应于 $\sigma = 0.01$ 。

给定一个图像立方，计算在有频谱伪结构和无频谱伪结构情形下的二维功率谱，分别为 $\Delta_{\text{arti}}^2(k_\perp, k_\parallel)$ 和 $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$ ，于是可得两者之比为：

$$R_{\text{arti}}(k_\perp, k_\parallel) \equiv \frac{\Delta_{\text{arti}}^2(k_\perp, k_\parallel)}{\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)}. \quad (5-3)$$

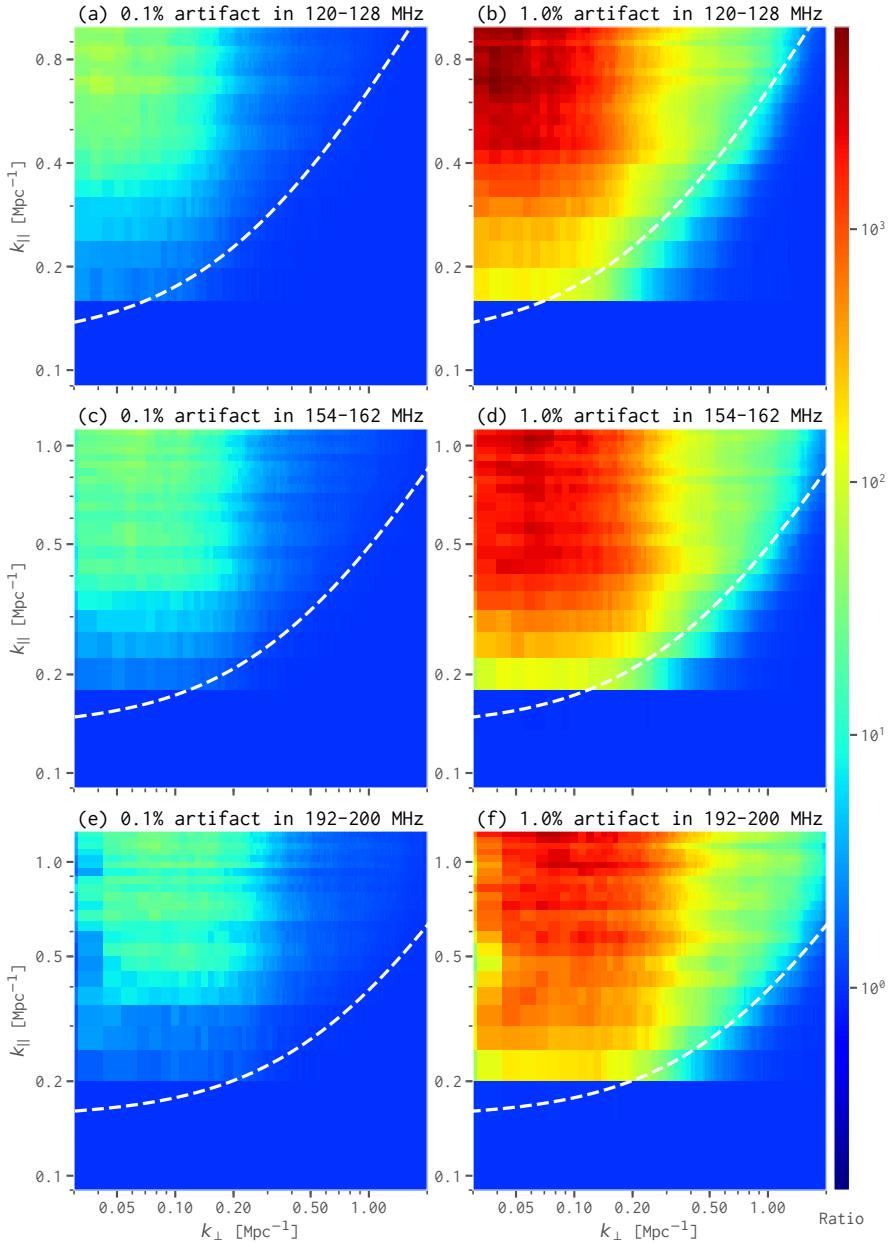


图 5-6. 有无频谱伪结构时射电晕的二维功率比 $R_{\text{arti}}(k_{\perp}, k_{\parallel})$ 。上、中、下三行分别对应 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带；左、右两列分别显示了频谱伪结构幅度为 $A_{\text{arti}} = 0.1\%$ 和 $A_{\text{arti}} = 1\%$ 的情况；白色虚线标识了 EoR 窗口的边界。所有子图共用了对数色条。

Figure 5-6. The 2D power spectrum ratios $R_{\text{arti}}(k_{\perp}, k_{\parallel})$ of radio halos with and without frequency artifacts. The upper, middle, and lower rows show the power spectrum ratios in the 120–128, 154–162, and 192–200 MHz bands, respectively; the left and right columns show the cases of frequency artifacts being $A_{\text{arti}} = 0.1\%$ and $A_{\text{arti}} = 1\%$, respectively. The dashed white lines mark the EoR window boundaries. All panels share the same color bar in logarithmic scale.

对于射电晕的 100 次模拟，我们计算了每一次模拟在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带内、频谱伪结构幅度为 $A_{\text{arti}} = 0.1\%$ 和 $A_{\text{arti}} = 1\%$ 情形下的二维功率比 $R_{\text{arti}}(k_{\perp}, k_{\parallel})$ ，得到了射电晕辐射在三个频带内以及两种频谱伪结构幅度的情况下 的二维功率比的中位值，结果如图 5–6 所示。我们发现，射电晕辐射的二维功率谱受到了频谱伪结构的严重破坏。在 $k_{\perp} \lesssim 0.2 \text{ Mpc}^{-1}$ 和 $k_{\parallel} \gtrsim 0.3 \text{ Mpc}^{-1}$ 尺度范围内，幅度为 $A_{\text{arti}} = 0.1\%$ 的频谱伪结构使射电晕在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带内的功率分别增加了约 17、15 和 13 倍。这个结果可以半定量地解释如下：以 154–162 MHz 频带为例，射电晕辐射的二维功率谱如图 5–3(b) 所示，其中左下方 k_{\parallel} 较小区域的功率为 $\sim 10^4 \text{ mK}^2$ ，左上方 k_{\parallel} 较大区域的功率为 $\sim 10^{-3} \text{ mK}^2$ 。于是，幅度为 $A_{\text{arti}} = 0.1\%$ 的频率伪结构在 k_{\parallel} 较大区域产生的额外功率约为： $10^4 \text{ mK}^2 \times (0.1\%)^2 = 10^{-2} \text{ mK}^2$ ，即为该尺度上原来功率的大约 10 倍。

当频谱伪结构的幅度为 $A_{\text{arti}} = 1\%$ ，即为前一种情况的 10 倍时，射电晕辐射在相同尺度范围内的功率比 R_{arti} 则为前一种情况的 100 倍（因为功率是幅度的平方），即在三个频带内分别约为 1700、1500 和 1300。

作为对比，我们对 EoR 信号的图像立方引入了同样的频谱伪结构 ($A_{\text{arti}} = 0.1\%$ 或 1%) 并计算了相应的二维功率比 $R_{\text{arti}}(k_{\perp}, k_{\parallel})$ ，但是发现 EoR 信号的二维功率谱几乎未受频谱伪结构的影响，即使频谱伪结构的幅度为 $A_{\text{arti}} = 1\%$ 。这主要是因为 EoR 信号在频率维度已经具有明显的小尺度起伏结构。

由上述结果可知，即便是非常微小（幅度约为 $\sim 0.1\%$ ）的频谱伪结构也会使射电晕辐射的干扰显著增强，特别是在关键的 EoR 窗口内。这说明 EoR 探测实验需要对仪器进行非常严格的校准，以获得非常准确的频谱响应^[109]。这些结果也进一步支持射电晕对 EoR 探测而言是一个严重的前景干扰成分。

5.5 旁瓣内射电晕辐射的影响

低频干涉阵列的波束形状非常复杂，除主瓣之外还有一系列明显的旁瓣^[27, 165]（图 5–7），更多关于 SKA1-Low 的波束形状及其影响的研究可参见 MORT et al. 2017 [168]。辐射源即使远在视场之外，也会通过旁瓣在视场中产生类似噪声的干扰，即远旁瓣致淆噪声 (Far Side-lobe Confusion Noise, FSCN)^[319]。更加重要的是，当观测的 uv 覆盖达到饱和时，FSCN 便不再降低，因此 FSCN 可能会超过仪器热噪声而成为制约成像质量的关键因素之一^[168]。

为了研究旁瓣内的射电晕所产生的 FSCN，我们需要生成相应的天图并模拟包含仪器效应的 SKA1-Low 观测图像。OSKAR 利用了射电干涉仪测量方程 (measurement equation)^[320]，实现了高仿真的波束成形，并且能够开展全天模拟^[313]。我们取

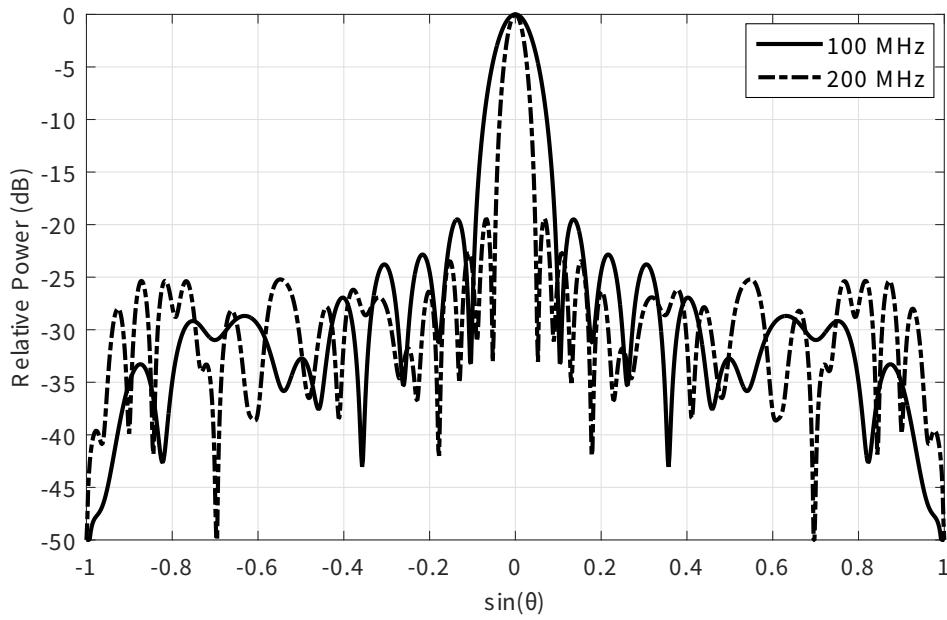


图 5-7. SKA1-Low 在 100 和 200 MHz 处的模拟站点波束

Figure 5-7. The simulated station beams of SKA1-Low at 100 and 200 MHz.

来源/Credit: MORT et al. 2017 [168] [删减了标识]

154–162 MHz 频带为例，首先模拟射电晕的天图，其中射电晕覆盖了从第二旁瓣的边缘（距离视场中心 $\phi \sim 10^\circ$ ）一直到地平线（即 $\phi = 90^\circ$ ）的范围。这相当于在实际数据处理中将主瓣和第一旁瓣里的射电晕全部识别并完全去除。然后，使用 OSKAR 和 WSClean 软件按 § 4.5 所述方法进行模拟观测并成像，得到视场中央 $5^\circ \times 5^\circ$ 区域的脏图。因为视场（即主瓣）内没有辐射源，没有必要、也无法进行 CLEAN，所以直接从可见度数据生成脏图即可。对频带内的所有频率通道均如此处理，于是得到射电晕 FSCN 的图像立方，最后计算其二维功率谱 $\Delta_{\text{fscn}}^2(k_\perp, k_\parallel)$ 。

图 5-8 显示了射电晕 FSCN 的二维功率谱 $\Delta_{\text{fscn}}^2(k_\perp, k_\parallel)$ 以及与 EoR 信号的二维功率比 $R_{\text{fscn}}(k_\perp, k_\parallel)$ 。我们发现，射电晕 FSCN 对 EoR 信号产生的干扰非常严重：在 $k_\perp \sim 0.3 \text{ Mpc}^{-1}$ 和 $k_\parallel \sim 1.0 \text{ Mpc}^{-1}$ 的附近尺度上，射电晕 FSCN 的功率达到了 EoR 信号的约 20 倍。显然可见，前景楔形污染区域越过了原来的边界（白色虚线）向左上方大幅扩张，极大地压缩了 EoR 窗口的大小。为了能够在二维功率谱上有效地避开 FSCN 的污染，我们被迫采用一个更加保守的 EoR 窗口边界，如图中白色实线所示、由 $\Phi = 90^\circ$ 确定的边界，但是如此将损失绝大部分 ($\sim 96\%$) 的 EoR 信号。

因此，严重的 FSCN 污染使得筛选 EoR 观测天区成为一个更加困难的任务，这是因为在原则上不仅在主瓣里，还有在旁瓣里，都不允许出现明亮的射电晕以及其他干扰源。否则需要在一个远远大于视场的天区里准确识别、建模并扣除这些干扰源，

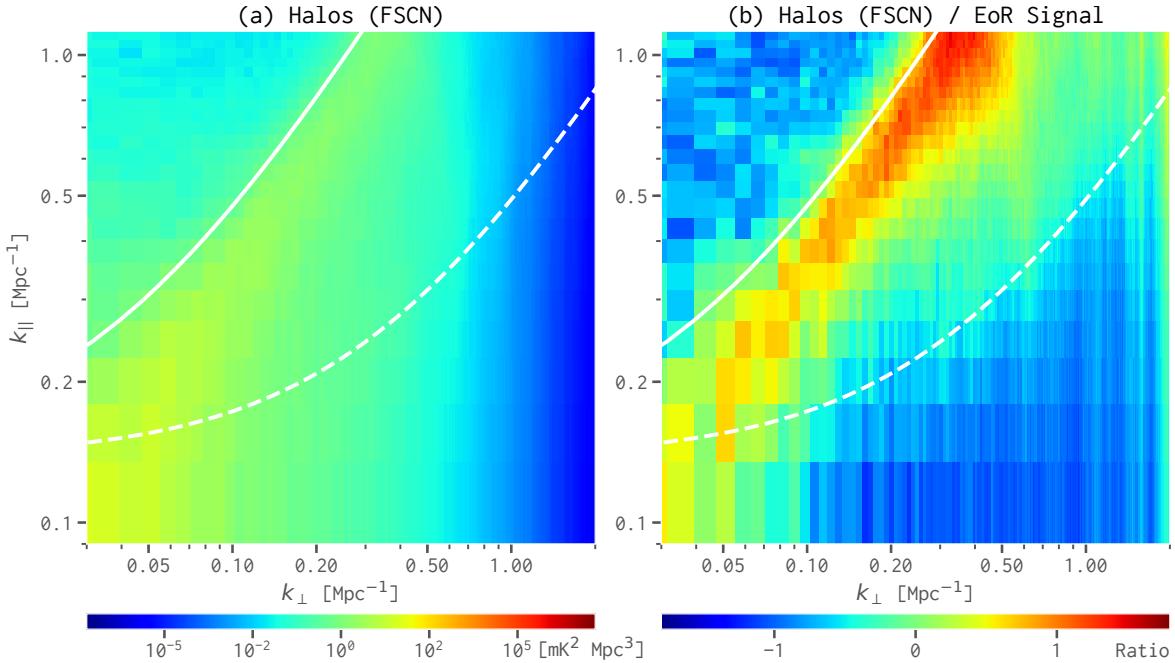


图 5-8. (左栏) 射电晕 FSCN 的二维功率谱 $\Delta_{\text{fscn}}^2(k_\perp, k_\parallel)$; (右栏) 射电晕 FSCN 与 EoR 信号的二维功率比 $R_{\text{fscn}}(k_\perp, k_\parallel)$ 。白色虚线和实线分别标识了 $\Phi = 6.0^\circ$ 和 90° 所对应的 EoR 窗口边界。

Figure 5-8. (Left) The 2D power spectrum of the FSCN caused by radio halos in the far side-lobes of the station beam. (Right) The 2D power spectrum ratio of the FSCN to the EoR signal. The results are derived in the 154–162 MHz band. The dashed and solid white lines mark the EoR window boundaries defined with $\Phi = 6.0^\circ$ and 90° , respectively.

如此将使数据处理的难度大大提高^[240, 242]。

5.6 小结

利用第四章模拟的 SKA1-Low 观测图像，我们对比了射电晕、EoR 信号以及其他前景成分的一维和二维功率谱，充分说明了射电晕是一个重要的前景干扰成分。即便采用前景回避方法在二维功率谱上避开强烈的前景污染区域，射电晕辐射在 EoR 窗口内所产生的污染仍然能对 EoR 信号的测量产生不可忽略的影响，尤其是在 $\lesssim 120$ MHz 较低频率。此外，我们还考虑了仪器的频谱伪结构对射电晕的功率谱的影响，以及旁瓣内的射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响。这些结果进一步说明了射电晕作为前景成分的重要性。

本章内容已发表于 *The Astrophysical Journal*^[315]。

第六章 基于深度学习的 EoR 信号分离算法

利用[第四章](#)改进的前景模型以及模拟的 SKA1-Low 观测图像，本章进一步研究了干涉阵列波束效应对前景辐射频谱光滑性的影响，同时研发有效的 EoR 信号分离算法。

为了能够从强烈的前景干扰中分离出微弱的 EoR 信号，传统的前景扣除方法都依赖于一个关键的前提：前景干扰的频谱非常光滑，而 EoR 信号沿频率维度发生剧烈变化；两者具有显著不同的频谱结构，从而能够被有效地分离^[9, 41]。然而在实际情况中，未分辨的或者未完全扣除的干扰源在干涉阵列的波束效应的影响下，会在频率维度产生快速变化的辐射起伏，能够损坏前景频谱的光滑性^[42]。这会显著削弱前景干扰与 EoR 信号的可分性，导致传统前景扣除方法的效果不理想甚至失效，因此需要研发能够克服波束效应的 EoR 信号分离新算法。

6.1 干涉阵列波束的频率依赖效应

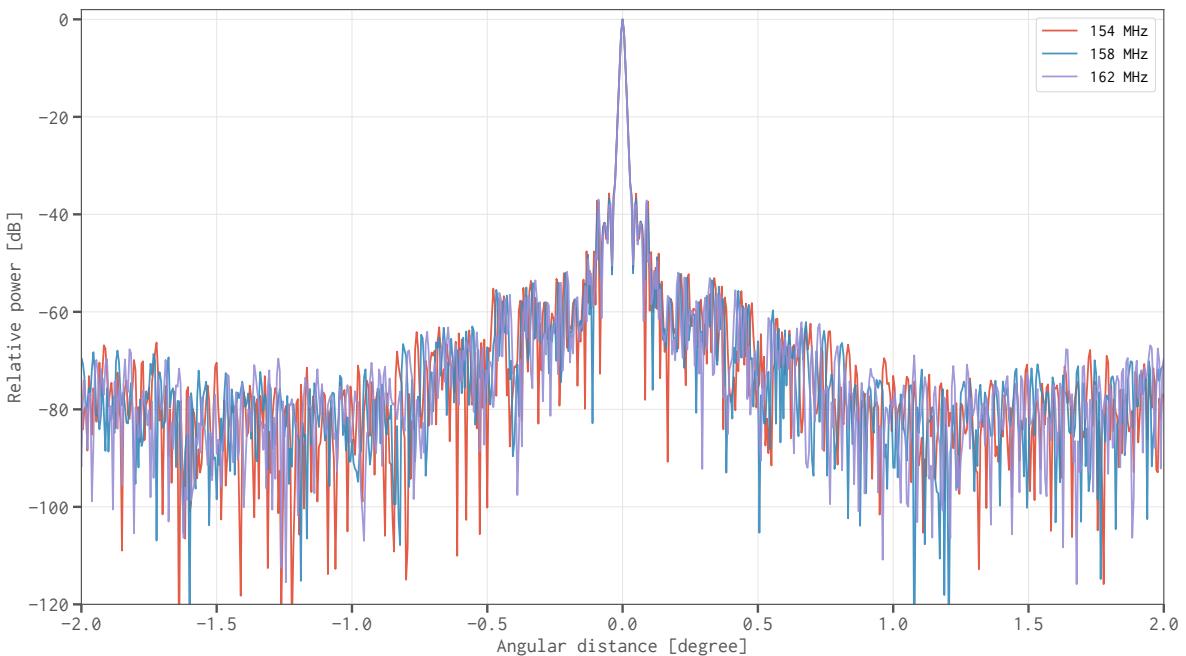


图 6-1. SKA1-Low 在 154、158 和 162 MHz 处的模拟综合波束，积分时间为 6 h。

Figure 6-1. The simulated synthesized beams of SKA1-Low at 154, 158, and 162 MHz with an integration time of 6 h.

一个干涉阵列拥有的基线数目和长度均是有限的，在观测中能够达到的 uv 覆盖也是有限而且不完备的 (§ 2.5.4)，这导致干涉阵列综合波束的形状非常复杂。图 6-1 显示了 SKA1-Low 的模拟综合波束，除了中间一个很窄的主瓣，综合波束还包含一系列旁瓣。这些旁瓣的数量非常多，相对幅度约为 0.01–0.1%，一直延伸到远超出视场的位置。另见 LIU et al. 2009 [42] 的图 1 和图 3。

另一方面，波束的形状还依赖于观测频率（亦如图 6-1 所示），旁瓣的位置 θ 会随着频率 ν 的增大而向中间移动 ($\theta \propto \nu^{-1}$)。因此，一个干扰源在视场中的辐射分布也随频率而变化。由于仪器的热噪声水平、成像天区的大小、CLEAN 阈值等因素的限制，视场中总是存在一批未分辨的或者未完全扣除的干扰源。由这些干扰源的辐射综合而成的前景干扰，将在频率维度呈现类似于波束旁瓣形状的起伏结构。这将破坏前景辐射的频谱光滑性，使得前景干扰具有类似 EoR 信号的小尺度频谱结构，从而导致传统前景扣除方法无法有效地将两者区分开。另见 LIU et al. 2009 [42] 的第 1 节。

6.2 基于深度学习的新算法

鉴于干涉阵列的波束形状非常复杂，并且随频率和视场位置而变化，即使愿意付出昂贵的计算代价，为传统前景扣除方法手工打造一个用于克服上述波束效应的模型仍然非常困难^[43]。此外，SKA1-Low 等大型干涉阵列的海量数据处理已经成为一个关键瓶颈^[175–177]，所以采用传统前景扣除方法并建模克服波束效应在实际应用中几乎不可行。在另一方面，深度学习方法与传统方法相比具有以下几个关键优势：

- 能够自适应地从数据中汲取信息用来优化模型；
- 模型一旦训练好，使用过程则变得非常高效；
- 网络架构灵活，易于扩展，便于重新训练以适用到其他望远镜的数据处理。

因此，基于深度学习研发能够克服波束效应的 EoR 信号分离算法更加具有可行性和吸引力^[44, 45]。

6.2.1 深度学习简介

深度学习是机器学习 (machine learning) 的一个分支，同时后者又是人工智能 (artificial intelligence) 的一个子集。人工智能起始于上世纪 50 年代，该领域的开创人之一 John McCarthy 将人工智能定义为“制造智能机器的科学和工程”^[321]。早期的一些人工智能系统完全基于一整套规则，而这些规则需要明确地由人来定义和实现^[322, 323]。机器学习提供了另一条实现人工智能的途径：通过让机器从数据中学习并调整算法和模型，达到解决人工智能领域的问题的目标^[324, 325]。利用该方法，只需要

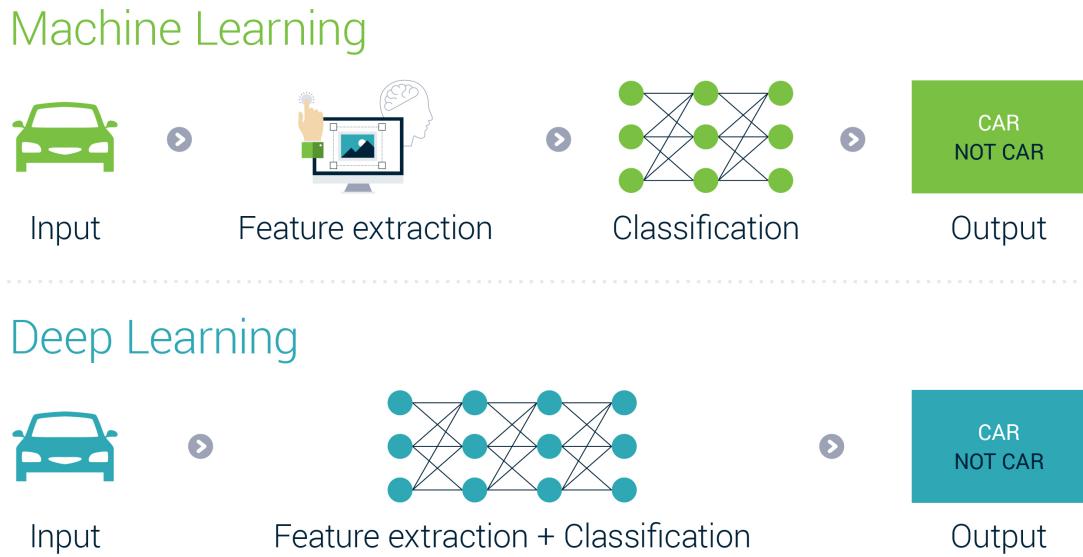


图 6-2. 机器学习和深度学习之间的主要区别：深度学习拥有特征提取的能力，而不必手工设计需要从数据中提取的特征。

Figure 6-2. The main difference between machine learning and deep learning. The feature extraction is an integral part of the deep learning; therefore, there is no need to craft the features to be extracted from the data.

来源/Credit: Jochem Grietens, <https://verhaert.com/difference-machine-learning-deep-learning/>,
(2019-04-25)

为机器设计需要从数据中提取的特征以及相应的学习策略，而不必编写每一条具体的规则，有效地减轻了开发人工智能系统的负担。深度学习是机器学习中的一个分支，主要利用多层神经网络 (neural network) 架构让机器自己去发掘数据中的特征，并从简单特征构建出复杂特征，学习得到数据的一个有效表示 (representation)^[326-328]。换言之，深度学习让机器自身拥有了特征提取 (feature extraction) 的能力，从而进一步降低了开发先进的人工智能系统的难度，极大地拓展了人工智能的应用范围。**图 6-2**示意了机器学习和深度学习之间的主要区别。

深度学习算法包括多种神经网络^[327, 329, 330]，其中主要有：卷积神经网络 (Convolutional Neural Network, CNN)、深度置信网络 (deep belief network)、循环神经网络 (recurrent neural network)、自编码器 (autoencoder)、残差神经网络 (residual neural network)。深度学习中的“深度”是指神经网络的层数，一般认为深度神经网络的隐藏层（即输入层与输出层之间的层）数目应大于 2。通过利用多个隐藏层，深度学习算法可以将数据特征分为多个层次进行学习，提高了网络的表达能力和特征提

取能力^[326]。

近十多年来，借助于计算机等硬件性能的显著提升，尤其是高性能 GPU 的广泛应用，再结合互联网上的海量数据，深度学习发展迅猛，已经被应用到计算机视觉 (computer vision)、语音识别 (speech recognition)、自然语言处理 (natural language processing) 等诸多领域，并取得了一系列突破性成果，详见 LECUN et al. 2015 [330] 综述文。

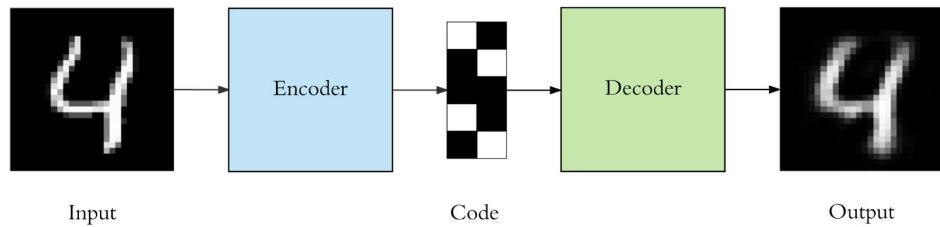
6.2.2 为什么采用 CDAE？

对于 EoR 信号分离问题，可以将前景辐射作为强噪声对待，于是该问题转化为 EoR 信号的去噪 (denoising) 问题：通过将总辐射信号（即 EoR 信号与前景辐射之和）中的噪声（即前景辐射）去除，得到其中的信号（即 EoR 信号），实现 EoR 信号与前景辐射的分离。

在多种深度学习算法中，自编码器是最常用于数据去噪的算法之一。自编码器能够以无监督 (unsupervised) 的方式学习得到输入数据的有效表示^[331]，因此适合用于数据的降维 (dimensionality reduction)^[332, 333] 和去噪^[334-336]。在自编码器的诸多变种中，卷积去噪自编码器 (Convolutional Denoising AutoEncoder, CDAE) 综合了去噪自编码器 (denoising autoencoder) 的去噪能力以及 CNN 的强大特征提取能力，因此擅于发掘数据中的抽象、细微的特征^[337]，并且已经被成功应用于微弱引力波 (gravitational wave) 信号的去噪^[338]、单声道音源的分离^[339]、等等。这些应用说明了 CDAE 具有从高度时变的数据中提取微弱信号的出色能力，契合 EoR 信号分离问题的需求。尽管待分离的 EoR 信号的信噪比要比上述应用的情况更低，但是 EoR 信号、前景辐射以及干涉阵列的波束效应都是稳定或近似稳定的，因此，值得尝试将 CDAE 应用于 EoR 信号的分离。

6.2.3 CDAE 的结构和原理

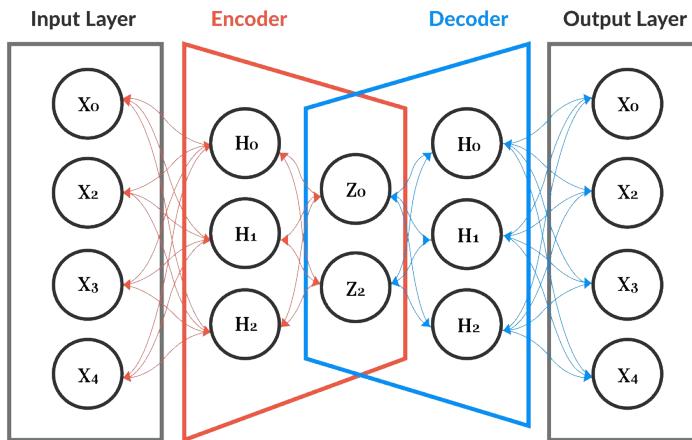
自编码器由编码器 (encoder) 和解码器 (decoder) 两部分组成（图 6-3），其中编码器将输入信号 \mathbf{x} 映射成一个内部编码 (code) \mathbf{h} ，可记为 $\mathbf{h} = f(\mathbf{x})$ ；解码器则尝试从编码 \mathbf{h} 重建原输入信号，可记为 $\mathbf{r} = g(\mathbf{h})$ 。因为本工作将在频率维度对天空像素点逐个进行 EoR 信号的分离，所以输入信号 \mathbf{x} 表示一个天空像素点的频谱， \mathbf{x} 、 \mathbf{h} 和 \mathbf{r} 均为一维矢量。通过对编码 \mathbf{h} 施加一定的约束（如维度、稀疏性），同时训练自编码器使得重建信号 \mathbf{r} 与输入信号 \mathbf{x} 之间的损失 $L(\mathbf{r}, \mathbf{x})$ 达到最小，则自编码器所学习到的编码将能有效地表示输入信号。详见 GOODFELLOW et al. 2016 [328] 第 14 章。

**图 6-3.** 自编码器示意图**Figure 6-3.** Diagram of an autoencoder.

来源/Credit: Arden Dertat,

<https://towardsdatascience.com/applied-deep-learning-part-3-autoencoders-1c083af4d798>,
(2019-04-25)

自编码器所学到的表示的质量直接决定其性能。为了促使自编码器学得一个更好的表示, VINCENT et al. 2008 [340] 和 VINCENT et al. 2010 [341] 基于“去噪准则”提出了一种全新的训练策略: 首先人为地损坏 (比如加入噪声) 原始输入信号 \mathbf{x} , 得到受损信号 \mathbf{x}' 并输入自编码器进行训练, 使重建信号 \mathbf{r} 尽可能地恢复原始输入信号 \mathbf{x} , 即最小化损失 $L(\mathbf{r}, \mathbf{x})$ 。这个去噪过程迫使自编码器去发掘原始输入信号 \mathbf{x} 中那些对重建起关键作用的稳健特征。使用该去噪准则训练的自编码器称为去噪自编码器。

**图 6-4.** 使用全连接层的经典自编码器示意图。全连接层的每个神经元都与上一层的所有神经元相连。**Figure 6-4.** Diagram of a classic autoencoder that uses fully connected layers. Every neuron in a fully connected layer is connected to all neurons in the previous layer.来源/Credit: Trix Genota, <https://medium.com/@abien.agarap/implementing-an-autoencoder-in-tensorflow-2-0-5e86126e9f7>,

(2019-04-26)

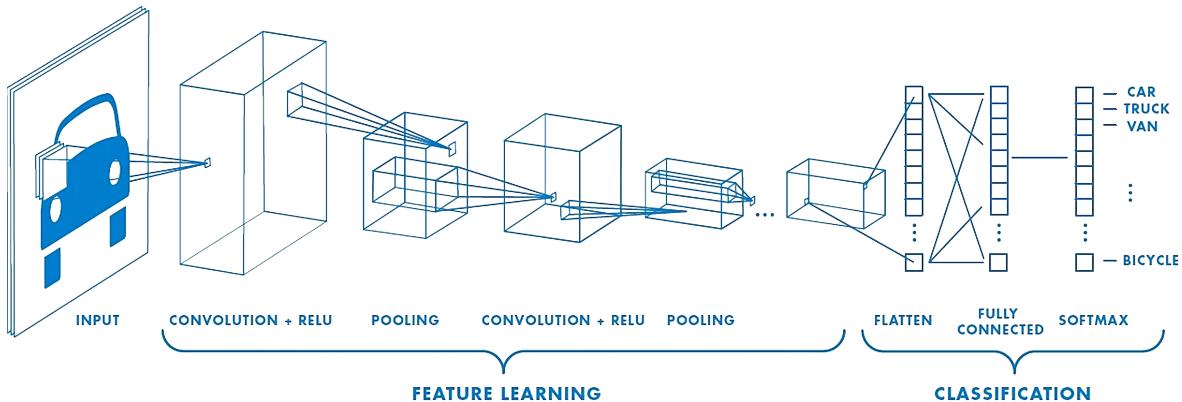


图 6-5. 卷积神经网络示意图，一般包括多个卷积层，每个卷积层由一组小尺寸过滤器构成，每个过滤器在数据的所有位置共享其参数。

Figure 6-5. Diagram of a convolutional neural network, which includes several convolutional layers. A convolutional layer consists of a set of small filters, each of which shares its weights among all locations in the data.

来源/Credit: Sumit Saha, <https://towardsdatascience.com/a-comprehensive-guide-to-convolutional-neural-networks-the-eli5-way-3bd2b1164a53>,
(2019-04-26)

经典的自编码器由多个全连接层 (fully connected layer) 构成，其中每个神经元 (neuron) 都与上一层的所有神经元相连，如图 6-4 所示。这种设计使自编码器的参数数目随层数呈指数级增长，难以构建很深的网络。此外，使用全连接层提取的特征是全局的，所以全连接层不适合用来学习输入数据中的局部特征（如图像中的文字、物体等），而这些局部特征通常包含了数据的关键信息^[342]。在另一方面，CNN 则使用多个卷积层 (convolutional layer) 来提取数据中的特征，如图 6-5 所示。每个卷积层由一组小尺寸（大小通常为 3、5、7）过滤器 (filter) 构成，每个过滤器的权重参数不随数据的位置而变化。因此，卷积层非常适用于提取数据中的局部特征^[343]，同时有效地减少了参数数目。CNN 的参数数目通常约为类似的全连接神经网络的 1% 或更少^[339]，所以 CNN 更容易训练，消耗的资源（如内存和时间）也更少。另外，多个卷积层可以很容易地堆叠起来。在前一层所提取的特征的基础上，更复杂、更抽象的特征能够从数据中提取出来。利用这种技术，极深（几十层甚至上百层）、极富表达力的 CNN 被设计出来，并且在图像分类及相关领域有着非凡的表现^[344-347]。

CDAE 是使用了多个卷积层而非全连接层的去噪自编码器，因此拥有和 CNN 一样强大的特征提取能力。如此一来，CDAE 有能力从输入数据中学习一个更好的表示，从而拥有更强的去噪能力，能够重建即使严重受损的信号^[337]。所以 CDAE 非常适合用于发掘 EoR 信号和前景辐射之间的复杂区别，以期实现两者的准确分离。

6.2.4 网络架构的设计

自编码器的编码器和解码器两部分均包含多个卷积层。因为本工作关注于自编码器的特征提取能力和去噪能力，而不关心编码 \mathbf{h} 的具体形式，所以编码器和解码器之间并没有明确的界线。设第 l 个卷积层包含 m_l 个过滤器 ($\{k_i^{(l)}\}; i = 1, 2, \dots, m_l$)，其中每个过滤器 $k_i^{(l)}$ 卷积前一层的输出，得到一个特征矢量 (feature vector) $\mathbf{v}_i^{(l)}$ ：

$$\mathbf{v}_i^{(l)} = \phi^{(l)} \left(\sum_{j=1}^{m_{l-1}} \mathbf{v}_j^{(l-1)} * W_i^{(l)} + b_i^{(l)} \right), \quad i = 1, 2, \dots, m_l, \quad (6-1)$$

其中 $W_i^{(l)}$ 和 $b_i^{(l)}$ 分别是过滤器 $k_i^{(l)}$ 的权重和偏置 (bias) 参数， $\phi^{(l)}$ 是当前第 l 层的激活函数 (activation function)， $\mathbf{v}_j^{(l-1)}$ 为前一层的输出，“ $*$ ”表示卷积运算。于是第 l 层的输出为该层所有过滤器的特征矢量所构成的集合 ($\{\mathbf{v}_i^{(l)}\}; i = 1, 2, \dots, m_l$)。

我们遵循深度学习的推荐做法^[348, 349] 来设计 CDAE 的架构。所有卷积层的过滤器的尺寸均为 3。最后一个卷积层 (即自编码器的输出层) 使用的激活函数为双曲正切函数 (hyperbolic tangent function)：

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad (6-2)$$

这可以简化数据的预处理 (详见 § 6.3.2)。其他卷积层使用的激活函数则为指数线性单元 (Exponential Linear Unit, ELU)^[350]：

$$\text{ELU}(x) = \begin{cases} x, & \text{if } x \geq 0, \\ \alpha_{\text{elu}}(e^x - 1), & \text{if } x < 0, \end{cases} \quad (6-3)$$

其中 α_{elu} 为负饱和值，本文使用其默认值 $\alpha_{\text{elu}} = 1$ 。ELU 相比最常使用的修正线性单元 (rectified linear unit) 具有更好的性能^[348, 350]。同时，除输出层之外的卷积层还使用了批标准化 (batch normalization) 技术^[351]；该技术不仅可以加快训练速度，提高模型的准确率，还能作为一个正则化项 (regularizer) 预防过拟合 (overfitting)^[348]。

为了确定 CDAE 的卷积层数目以及每个卷积层的过滤器个数，我们构建了多个包含不同数量的卷积层和过滤器的 CDAE，然后评估这些 CDAE 的性能 (详见 § 6.3.3)。最后，我们选取了一个性能足够好并且最简单的 CDAE，如图 6-6 所示。这个 CDAE 由一个四层的编码器和一个五层的解码器组成，其中编码器的四个卷积层分别包含 32、64、64 和 32 个过滤器，解码器的五个卷积层分别包含 32、64、64、32 和 1 个过滤器。我们也测试了在 CDAE 中包含池化层 (pooling layer) 和上采样层 (upsampling layer)，但这些层对 CDAE 的性能影响可以忽略不计。因此，最终设计的 CDAE (图 6-6) 完全由卷积层构成，这种网络也被称为全卷积网络 (fully convolutional network)^[352, 353]。

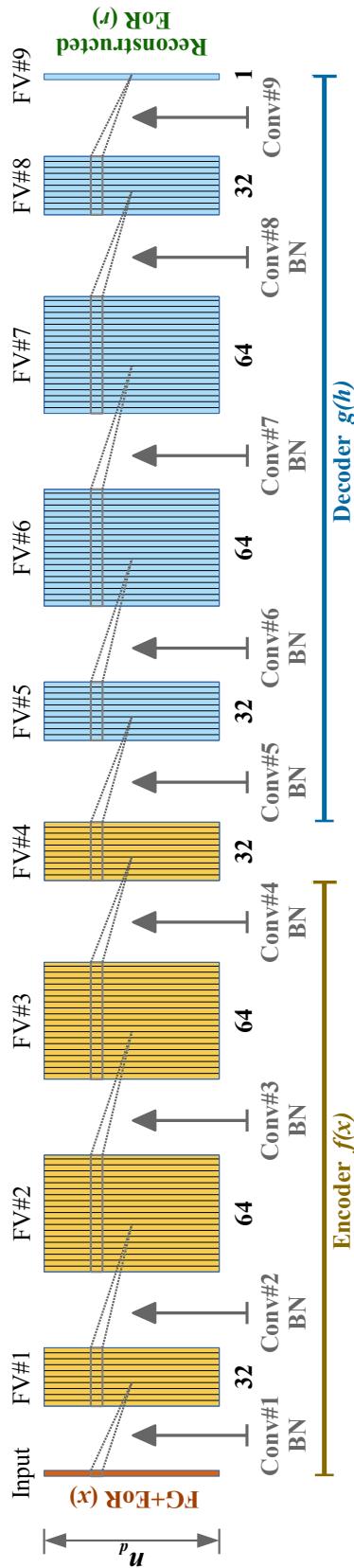


图 6-6. 本文设计的 CDAE 网络架构，由一个四层的编码器和一个五层的解码器组成。黄色和蓝色方框分别表示编码器和解码器输出的特征矢量 (FV)，方框下方的数字表示相应的卷积层所包含过滤器的数目。除了最后一层，其他层均使用了批标准化 (BN) 技术。

Figure 6-6. The architecture of the proposed CDAE that consists of a four-layer encoder and a five-layer decoder. The yellow and blue boxes represent the feature vectors (FV) generated by the encoder and decoder layers, respectively. The numbers marked below the boxes are the number of filters in the corresponding convolutional layers. The batch normalization (BN) technique is applied to all layers except for the last layer.

6.2.5 训练和评估方法

CDAE 的全部参数（即所有层的过滤器的权重和偏置）在训练开始时刻由 He 均匀初始化器 (He uniform initializer)^[354] 设置为随机值。为了训练这些参数以获得一个有效的 CDAE，需要以下三个数据集 (dataset)^[355]：

- 训练集 S_{tr} : 用于拟合 CDAE 的待训练参数；
- 验证集 S_{val} : 一方面用于验证训练过程是否正常，比如没有出现过拟合；另一方面用来约束 CDAE 的超参数 (hyperparameter)，比如层数和过滤器的数目 ([§ 6.2.4](#))；
- 测试集 S_{test} : 仅仅在训练结束后用于评估 CDAE 的性能。

上述每一个数据集都包含大量数据点 $(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)})$ ，其中 $\mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}$ 是一个天空像素点 i 的 EoR 信号的频谱， $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)} + \mathbf{x}_{\text{fg}}^{(i)}$ 是该像素点的总辐射（即前景辐射与 EoR 信号之和）的频谱。

在每一个训练周期 (epoch)，将总辐射 $\mathbf{x}^{(i)}$ 输入 CDAE，经过一系列卷积层 [参见式 ([6-1](#))] 后得到重建的 EoR 信号 $\mathbf{r}_{\text{eor}}^{(i)}$ 。该重建信号 $\mathbf{r}_{\text{eor}}^{(i)}$ 与输入 EoR 信号 $\mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}$ 之间的差异就是 CDAE 的损失 L ，可利用均方误差 (mean squared error) 将其量化为：

$$L = \frac{1}{N_{\text{tr}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{tr}}} [\mathbf{r}_{\text{eor}}^{(i)} - \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}]^T [\mathbf{r}_{\text{eor}}^{(i)} - \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}], \quad (6-4)$$

其中 N_{tr} 是训练集 S_{tr} 所包含数据点的数目，上标 “ T ” 表示转置运算。运用反向传播 (back-propagation) 方法^[356, 357]，可以计算损失 L 对任意一个参数 p_i 的梯度 $\partial L / \partial p_i$ ，然后据此更新这些参数，使得损失 L 逐渐减小，从而提高重建信号 $\mathbf{r}_{\text{eor}}^{(i)}$ 的准确度。随着训练周期的增加，原来一个随机的 CDAE 被逐渐塑造成一个专用网络，能够从输入数据中发掘有用特征并用来重建 EoR 信号。

为了定量评估已训练好的 CDAE 的性能，我们采用 Pearson 相关系数 (correlation coefficient)^[141, 144] 来量化 CDAE 重建的 EoR 信号 \mathbf{r}_{eor} 与输入 EoR 信号 \mathbf{x}_{eor} 之间的相似程度：

$$\xi(\mathbf{r}_{\text{eor}}, \mathbf{x}_{\text{eor}}) = \frac{\sum_{j=1}^n (r_{\text{eor},j} - \bar{r}_{\text{eor}})(x_{\text{eor},j} - \bar{x}_{\text{eor}})}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{\text{eor},j} - \bar{r}_{\text{eor}})^2 \sum_{j=1}^n (x_{\text{eor},j} - \bar{x}_{\text{eor}})^2}}, \quad (6-5)$$

其中 \bar{r}_{eor} 和 \bar{x}_{eor} 分别表示 \mathbf{r}_{eor} 和 \mathbf{x}_{eor} 的平均值， n 是信号的长度。相关系数 $\xi(\mathbf{r}_{\text{eor}}, \mathbf{x}_{\text{eor}})$ 越接近于 1，则表示重建的 EoR 信号越准确，说明 CDAE 的性能越好。

6.3 新算法的效果演示和评估

为了演示和评估 CDAE 分离 EoR 信号的效果，首先模拟 EoR 信号和前景辐射的图像立方作为训练数据 (§ 6.3.1)，接着预处理训练数据，生成训练所需的三个数据集 (§ 6.3.2)，然后训练 CDAE 并评估其性能 (§ 6.3.3)，最后进一步验证 CDAE 的学习能力和效果 (§ 6.3.4)。

6.3.1 训练数据的模拟

取 154–162 MHz 这个典型频带为例^[106]，将其分成 $n_f = 101$ 个宽度为 80 kHz 的频率通道。与 § 4.5 的射电天空模拟相比，这里将频率分辨率从 160 MHz 提高到了 80 MHz，这样能够保留更多频谱信息，有助于 EoR 信号的分离。

利用已在第四章中详细描述的方法，模拟了 EoR 信号 (§ 4.4) 和前景辐射在每一个频率通道里的天图。其中前景辐射包括了银河系的同步辐射和自由—自由辐射 (§ 4.2)、河外点源 (§ 4.3) 以及星系团射电晕 (§ 4.1)。所有天图覆盖的天区大小为 $10^\circ \times 10^\circ$ ，图像尺寸为 1800×1800 ，像素大小为 $20''$ 。

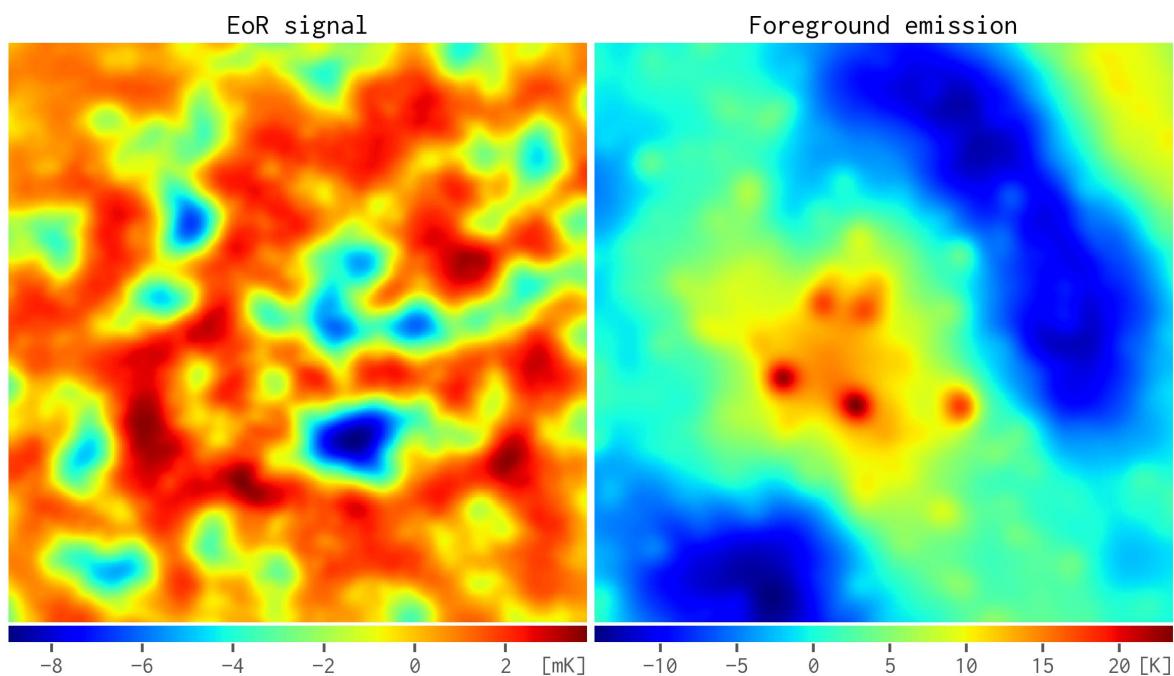


图 6-7. EoR 信号（左栏）和前景辐射（右栏）在 158 MHz 的模拟图像。两张图像的尺寸均为 360×360 并且覆盖天区的大小均为 $2^\circ \times 2^\circ$ 。右栏前景辐射图像中的斑点为明亮的点源和射电晕。

Figure 6-7. Simulated images of the EoR signal (left panel) and the foreground emission (right panel) at 158 MHz. Both images have sizes of 360×360 and cover sky areas of $2^\circ \times 2^\circ$. The blobs in the right panel show the bright point sources and radio halos.

然后，我们按照 § 4.5 所述方法模拟了天图的 SKA1-Low 观测图像，同时根据此处需求的不同而对具体的模拟过程进行了如下微调：

- 因为只区分 EoR 信号和前景辐射，所以将所有前景成分的天图叠加起来再输入 OSKAR 模拟可见度数据；
- 假定 158 MHz 流量密度 $S_{158} > 10 \text{ mJy}$ 的河外点源已被全部去除^[42]；
- 为了强调暗弱而且比较弥散的 EoR 信号，在使用 `wsclean` 成像时选择自然权重，同时将基线范围限制在 $30\text{--}1000 \lambda$ ；
- 为了得到最佳的图像质量，只切取中央 $2^\circ \times 2^\circ$ 的区域，对应的图像尺寸为 360×360 。

于是得到了一组尺寸为 $360 \times 360 \times 101$ 的图像立方：EoR 信号 $C_{\text{eor}}^{(1)}$ 和前景辐射 $C_{\text{fg}}^{(1)}$ 。[图 6-7](#) 显示了两者在中心频率 158 MHz 的模拟图像。

为了展示波束效应对前景辐射的频谱光滑性的影响，我们随机选取一个天空像素点为例，然后对比前景辐射频谱在有无波束效应的情况下变化，如[图 6-8](#) 所示，其中还显示了相应的差分频谱（即相邻两个频谱通道的差值）以及 EoR 信号的频谱。可以看出，前景辐射的本征频谱非常光滑（上栏），但是在复杂的波束效应的影响下出现了许多小幅度、小尺度 ($< 1 \text{ MHz}$) 的涨落（中栏），这说明频谱的光滑性受到了严重损坏。尽管这些小尺度的涨落与 EoR 信号（下栏）具有一些相似的频谱特征，但两者之间仍然具有足够的可区分度，能够被 CDAE 发掘出来并用于两者的分离。此外，[图 6-8](#) 还显示“观测”的前景辐射的强度比原来约小 100 倍，主要原因是因为干涉阵列只能测量天空辐射的空间涨落而非其绝对强度^[128]。

训练和评估 CDAE 需要训练集、验证集和测试集三个数据集（§ 6.2.5）。如果只有一组图像立方，那么测试集 S_{test} 只能包含一小部分像素点的数据，而且这些像素点随机地分布在天空平面里。在 CDAE 的测试阶段（§ 6.3.3），从这样一个测试集 S_{test} 重建得到的 EoR 信号无法构成完整的、甚至局部完整的图像立方，从而无法通过图像和功率谱直观地展示 CDAE 分离 EoR 信号的效果。因此，可以为测试集 S_{test} 额外模拟一组图像立方来解决上述问题。由于最终切取后的图像立方所覆盖的天区大小仅有 $2^\circ \times 2^\circ$ ，可以设第二组图像立方的中心坐标为 $(\text{R.A.}, \text{Dec.}) = (3^\circ, -27^\circ)$ ，即与第一组图像立方 $(C_{\text{eor}}^{(1)}, C_{\text{fg}}^{(1)})$ 的中心相距 3° 。具体而言，我们以 $(\text{R.A.}, \text{Dec.}) = (3^\circ, -27^\circ)$ 为中心模拟了银河系弥散辐射（同步辐射和自由—自由辐射）的天图；因为河外点源、射电晕以及 EoR 信号的空间分布几乎是各向同性的，所以将这几个成分原来的天图平移 3° 来得到所需的新天图。然后按照相同的方法模拟生成了第二组图像立方 $(C_{\text{eor}}^{(2)}, C_{\text{fg}}^{(2)})$ 。

我们的新算法针对 EoR 层析成像而设计，所以要求非常深度的观测以达到足够低的噪声水平。比如，SKA1-Low 计划筛选 5 个 EoR 天区，然后对每个天区观测约

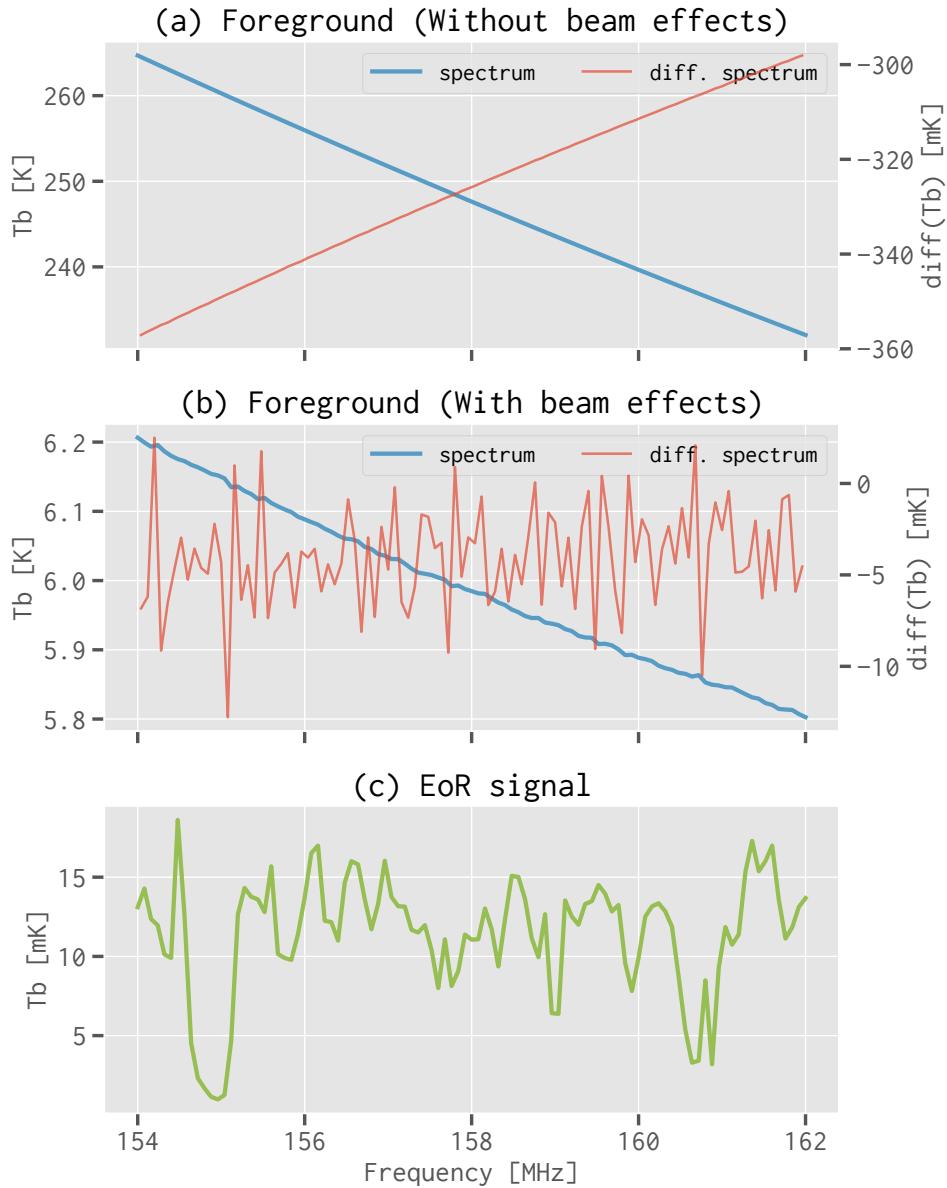


图 6-8. 随机取一个天空像素点为例所得到的前景辐射和 EoR 信号的频谱。(上栏) 理想的 (即没有波束效应) 前景辐射频谱 (蓝线) 以及相应的差分频谱 (红线)。(中栏) 仪器“观测”的 (即包含波束效应) 前景辐射频谱 (蓝线) 以及相应的差分频谱 (红线)。(下栏) EoR 信号的频谱 (绿线)。

Figure 6-8. Example spectra of the foreground emission and the EoR signal for one random sky pixel. (Upper) The ideal (i.e., without beam effects) foreground spectrum (blue line) and the corresponding differential spectrum (red line). (Middle) The “observed” (i.e., with beam effects) foreground spectrum (blue line) and the corresponding differential spectrum (red line). (Lower) The EoR signal spectrum (green line).

1000 h，达到空前的约小于 1 mK 的亮度灵敏度 [参见式 (2-143)]，从而实现对 EoR 区域的直接成像观测^[12, 26, 58]。因此，我们没有在上述模拟中包含仪器的热噪声。

6.3.2 数据的预处理

按照天空像素点将 § 6.3.1 模拟得到的图像立方重新组织，形成一系列数据点 $(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)})$ ，其中 $\mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}$ 和 $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)} + \mathbf{x}_{\text{fg}}^{(i)}$ 分别表示像素点 i 的 EoR 信号和总辐射的频谱。数据点的总数为 $N_S = 360 \times 360 \times 2 = 259200$ ，这些数据点组成了训练和评估 CDAE 所需的数据集 $S = \{(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)})\}$ 。在 CDAE 使用该数据集 S 之前，还需要分别对输入的总辐射 $X = \{\mathbf{x}^{(i)}\}$ 以及 EoR 信号 $X_{\text{eor}} = \{\mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}\}$ 进行相应的预处理。

对于输入数据 $X = \{\mathbf{x}^{(i)}\}$ ，我们提出首先对信号 $\mathbf{x}^{(i)}$ 进行 Fourier 变换。这样可以提高 EoR 信号与前景辐射之间的可分度，于是 CDAE 能够更容易、更准确地学习两者之间的差异。我们将在 § 6.4.1 讨论不使用 Fourier 变换预处理数据时所得到的结果。由于信号 $\mathbf{x}^{(i)}$ 的长度 ($n_f = 101$) 是有限的，为了抑制信号的边界效应使 Fourier 变换产生显著的旁瓣（参见 § 5.1），先对信号 $\mathbf{x}^{(i)}$ 施加 Blackman–Nuttall 窗函数^[41] [式 (5-1)] 再进行 Fourier 变换。因为信号 $\mathbf{x}^{(i)}$ 全部由实数组成，所以变换后的复 Fourier 系数 $\hat{x}_f^{(i)}$ 具有以下对称关系：

$$\hat{x}_f^{(i)} \equiv \hat{x}_{-f}^{*(i)}, \quad (6-6)$$

其中 f 表示 Fourier 频率，上标 “*” 为共轭算符；因此只需要保留一半的 Fourier 系数即可，于是长度为 $n_f = 101$ 的信号 $\mathbf{x}^{(i)}$ 变换为 $n_c = 51$ 个复 Fourier 系数：

$$(\hat{x}_f^{(i)}; f = 0, 1, \dots, 50). \quad (6-7)$$

考虑到 Fourier 频率 f 最小的几个系数主要由频谱光滑的前景辐射贡献，可以通过排除这几个 Fourier 系数来抑制前景干扰。为了平衡前景辐射的抑制效果和 EoR 信号的损失程度，经过测试，我们选择去除 $n_{\text{ex}} = 6$ 个 Fourier 频率最小的系数，于是剩下的 45 个 Fourier 系数为：

$$(\hat{x}_f^{(i)}; f = 6, 7, \dots, 50). \quad (6-8)$$

因为 CDAE 只能处理实数，所以需要将这些复数的实部和虚部分开，设 $\hat{x}_f^{(i)} = a_f + i b_f$ ，然后重新拼接成一个长度为 $n_d = 90$ 的实矢量：

$$(a_6, a_7, \dots, a_{49}, a_{50}, b_{50}, b_{49}, \dots, b_7, b_6). \quad (6-9)$$

最后，将数据标准化，使其平均值为 0、标准差为 1。

对于输入的 EoR 信号 $X_{\text{eor}} = \{\mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}\}$ ，我们首先使用与上述 X 相同的处理步骤：进行 Fourier 变换，去除 n_{ex} 个 Fourier 频率最小的系数，再将复 Fourier 系数的实部

和虚部拼接成实矢量。后续的处理步骤则与 X 有所不同。先计算数据的第 1 和第 99 百分位点，然后将小于第 1 百分位点以及大于第 99 百分位点的元素截断，防止数据中可能存在的离群值 (outlier) 阻碍 CDAE 的训练。最后，将数据除以其最大绝对值，使其数值范围变为 $[-1, 1]$ 。这种处理方法允许我们在 CDAE 的输出层使用值域同样为 $[-1, 1]$ 的 \tanh 函数作为激活函数（参见 § 6.2.4）。

6.3.3 CDAE 的训练和结果

从第一组图像立方 $(C_{\text{eor}}^{(1)}, C_{\text{fg}}^{(1)})$ 预处理得到的数据被随机地划分为：

- 训练集 S_{tr} : 包含 103 680 个数据点，对应于一个图像立方中 80% 的像素点；
- 验证集 S_{val} : 包含余下的 25 920 个数据点，对应于 20% 的像素点。

从第二组图像立方 $(C_{\text{eor}}^{(2)}, C_{\text{fg}}^{(2)})$ 预处理得到的数据全部作为测试集 S_{test} ，即包含 129 600 个数据点。使用完整的图像立方作为测试集允许我们在测试 CDAE 的性能时获得重建 EoR 信号的完整图像。

我们使用了 Keras¹³ 框架^[358] 来实现 CDAE；Keras 的后端支持为 Google TensorFlow¹⁴^[359]，并且通过 NVIDIA CUDA¹⁵ 来利用 GPU 加速训练。我们采用了 Adam 优化方法^[360] 来训练 CDAE，初始学习速率 (learning rate) 设为 $\alpha = 10^{-5}$ ，批大小 (batch size) 取为 100。然后在训练集 S_{tr} 上训练 CDAE，直到训练损失 L_{tr} 收敛为止。

CDAE 的训练过程和结果如图 6-9 所示，训练过程持续了 50 个周期。图中还画出了验证损失 L_{val} 以及从验证集 S_{val} 计算得到的评估指标（即相关系数 ξ ）随着 CDAE 训练过程的变化情况。显然可见，损失 L_{tr} 和 L_{val} 均持续减小，同时相关系数 ξ 稳步增长，说明 CDAE 的训练效果良好，没有出现过拟合。在训练完成后，使用测试集 S_{test} 来评估 CDAE 的性能，可得 CDAE 重建的 EoR 信号与输入的 EoR 信号之间的平均相关系数达到了 $\xi_{\text{cdae}} = 0.929 \pm 0.045$ ，说明训练好的 CDAE 在 EoR 信号的分离问题上取得了出色的成绩。以测试集 S_{test} 中一个随机像素点为例，图 6-10 展示了 CDAE 重建的和输入的 EoR 信号之间的对比 ($\xi = 0.931$)。

由于测试集 S_{test} 源自一组完整的图像立方 $(C_{\text{eor}}^{(2)}, C_{\text{fg}}^{(2)})$ ，因此评估 CDAE 时能够获得重建 EoR 信号的完整图像立方，从而可以进行图像和功率谱的直观对比。以中心频率 158 MHz 为例（如图 6-11 所示），相比输入的 EoR 图像，由 CDAE 重建的 EoR 图像中存在一些微弱的小尺度波纹状结构，这些波纹的尺度约为 10 个像素点 ($\sim 200''$)，源自数据预处理 (§ 6.3.2) 时去除了 $n_{\text{ex}} = 6$ 个 Fourier 频率最小的系数。除此之外，两

¹³Keras: <https://keras.io> (v2.2.4)

¹⁴TensorFlow: <https://www.tensorflow.org> (v1.12.0)

¹⁵CUDA: <https://developer.nvidia.com/cuda-zone> (v9.1.85)

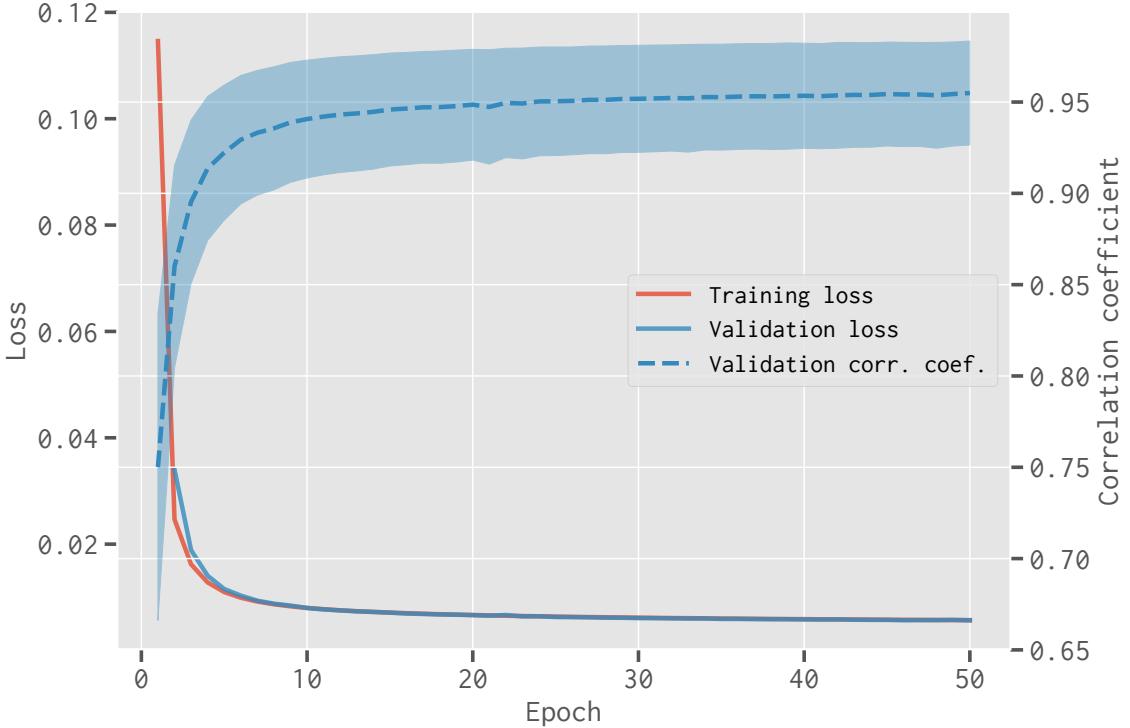


图 6-9. CDAE 的训练过程和结果。红色和蓝色实线分别显示了训练损失 L_{tr} 和验证损失 L_{val} 随训练过程的变化情况。蓝色虚线及其阴影区域分别表示从验证集 S_{val} 计算得到的相关系数 ξ 及其标准差。

Figure 6-9. The training loss L_{tr} (solid red line), validation loss L_{val} (solid blue line), and correlation coefficient ξ (dashed blue line with shaded region representing its standard deviation) calculated on the validation set S_{val} along the training of the CDAE.

张图像具有几乎完全相同的空间结构和强度分布。

另一方面，我们分别计算了输入的 EoR 信号和 CDAE 重建的 EoR 信号的二维功率谱 $\Delta^2(k_\perp, k_\parallel)$ ，结果如图 6-12 所示。在重建 EoR 信号的二维功率谱上，上面提及的小尺度波纹状结构在 $k_\perp \approx 0.7 \text{ Mpc}^{-1}$ 的尺度（对应于空间尺度 $s \sim 200''$ ）上贡献了额外的功率，形成一条窄带。在数据所覆盖的其他尺度上，CDAE 很好地恢复了 EoR 信号的功率。

以上这些结果充分说明了训练好的 CDAE 能够有效地克服波束效应对前景辐射频谱光滑性的影响，从而准确地分离 EoR 信号。CDAE 的出色性能主要归功于堆叠多个卷积层所实现的强大特征提取能力，这种堆叠式架构让每一层专注于提取相对简单的特征，然后这些特征逐层地融合成精细、抽象的高层次特征^[330]。同时，53 569 个可训练参数让 CDAE 拥有高度的灵活性。经过有效训练后，CDAE 自适应地从数据

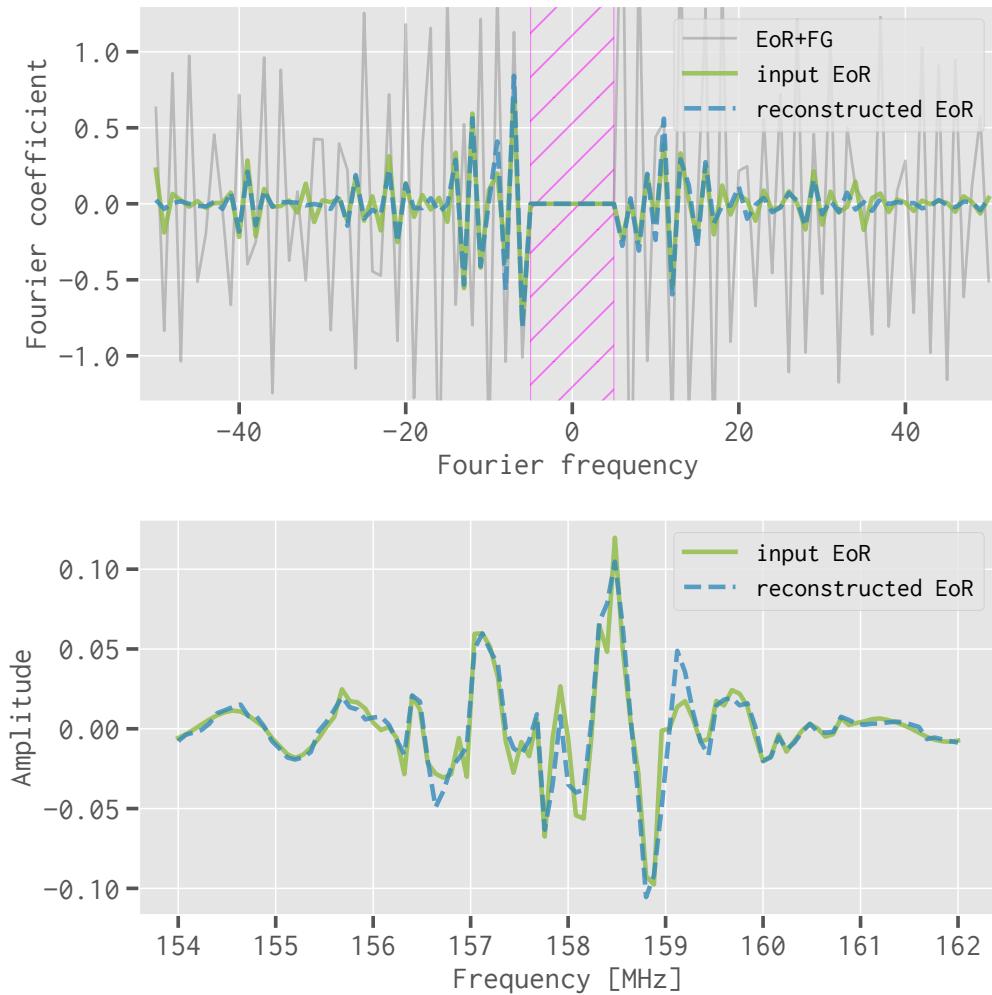


图 6-10. 以测试集 S_{test} 中一个随机像素点为例来对比 CDAE 重建的和输入的 EoR 信号。(上栏) 输入的 EoR 信号 x_{eor} (绿色实线) 和 CDAE 重建的 EoR 信号 r_{eor} (蓝色虚线) 在 Fourier 空间的对比。两个信号之间的相关系数为 $\xi = 0.931$ 。灰线表示输入的总辐射信号 $x = x_{\text{fg}} + x_{\text{eor}}$, 品红线标记区域表示在 § 6.3.2 预处理过程中排除的 Fourier 系数。(下栏) 输入的 EoR 信号 x_{eor} (绿色实线) 和 CDAE 重建的 EoR 信号 r_{eor} (蓝色虚线) 变换回观测频率空间的对比。

Figure 6-10. An example of the EoR signal reconstructed by the trained CDAE for one random pixel in the test set S_{test} . (Upper) The input EoR signal x_{eor} (solid green line) and the reconstructed EoR signal r_{eor} (dashed blue line) in the Fourier domain. The correlation coefficient between the input and reconstructed EoR signals is $\xi = 0.931$. The gray line represents the input total emission $x = x_{\text{fg}} + x_{\text{eor}}$. The magenta hatched region marks the excised Fourier coefficients in data preprocessing (§ 6.3.2). (Lower) The input EoR signal x_{eor} (solid green line) and the reconstructed EoR signal r_{eor} (dashed blue line) transformed back to the observing frequency domain.

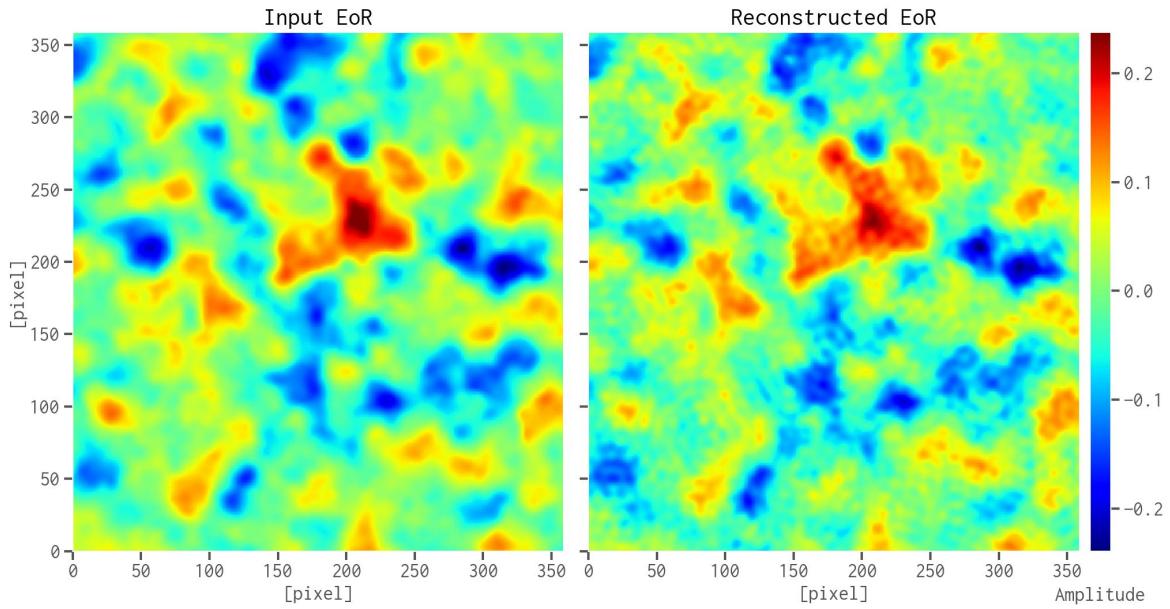


图 6-11. 输入的 EoR 图像（左栏）和 CDAE 重建的 EoR 图像（右栏）在中心频率 158 MHz 处的对比。图像的尺寸均为 360×360 ，并且使用了相同的色条；辐射强度因 CDAE 训练的需要已被标准化（§ 6.3.2）。

Figure 6-11. Comparison between the input EoR image (left panel) and reconstructed EoR image (right panel) at the central frequency of 158 MHz. The images have the same size (360×360 pixel) and share the same color bar. The emission amplitude is normalized for the CDAE (§ 6.3.2).

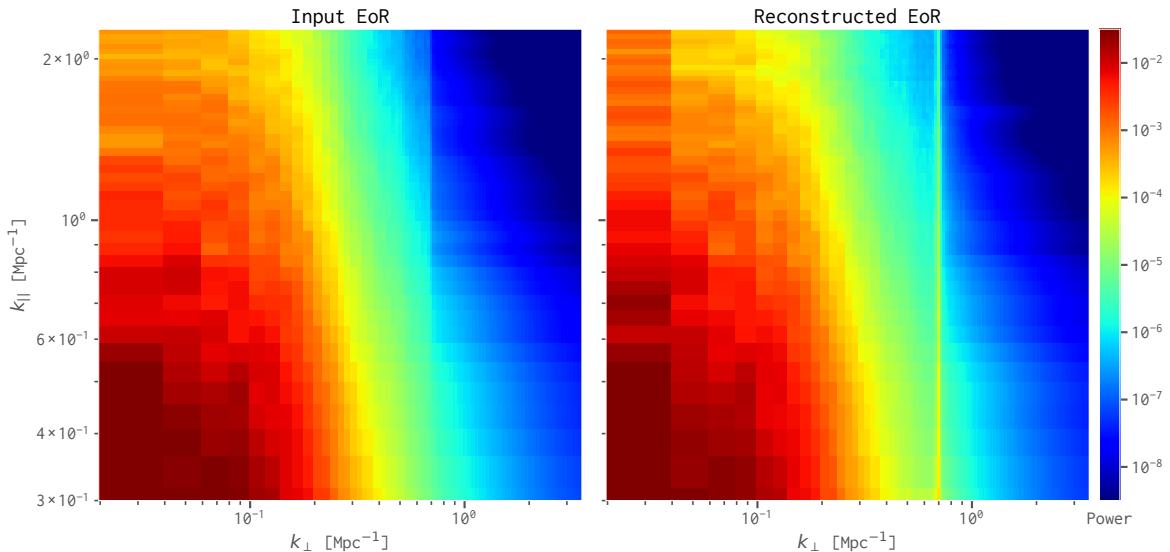


图 6-12. 输入的 EoR 信号（左栏）和 CDAE 重建的 EoR 信号（右栏）之间的二维功率谱对比。

Figure 6-12. Comparison of two-dimensional power spectra between the input (left panel) and reconstructed (right panel) EoR signals.

中学得一个针对 EoR 信号分离而优化的模型^[361]。

6.3.4 CDAE 有效性的验证

为了进一步验证 CDAE 是否真正地从数据中发掘了 EoR 信号的有用特征，我们采用遮蔽 (occlusion) 方法^[362] 来可视化 CDAE 对输入数据的敏感度分布情况。对验证集 S_{val} 中的每一个输入信号 $\mathbf{x}^{(i)}$ ，遮挡其中连续的 3 个元素，记所得被遮挡的信号为 $\tilde{\mathbf{x}}^{(i)}$ ，然后输入训练好的 CDAE，得到重建的 EoR 信号 $\tilde{\mathbf{r}}_{\text{eor}}^{(i)}$ 。如果输入信号 $\mathbf{x}^{(i)}$ 没有被遮挡，则 CDAE 重建的 EoR 信号为 $\mathbf{r}_{\text{eor}}^{(i)}$ 。对比在有无遮挡这两种情况下所重建的 EoR 信号的准确度，可定义 CDAE 对输入数据被遮挡部分的敏感度 κ 为：

$$\kappa = \frac{1}{N_{\text{val}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{val}}} [\xi(\mathbf{r}_{\text{eor}}^{(i)}, \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}) - \xi(\tilde{\mathbf{r}}_{\text{eor}}^{(i)}, \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)})], \quad (6-10)$$

其中 $\mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)}$ 为输入的 EoR 信号， N_{val} 是验证集 S_{val} 包含的数据点数目。敏感度 κ 越大，说明被遮挡的部分数据对 CDAE 的性能影响越强，也就说明 CDAE 从该部分数据学到的特征越重要。

通过每次遮挡输入数据的不同部分并计算相应的敏感度 κ ，可以得到 CDAE 对输入数据各个部分的敏感度分布 κ ，如图 6-13 所示。图中还画出了前景辐射强度的方均根值 \mathbf{y}_{fg} 以及 EoR 信号强度的方均根值 \mathbf{y}_{eor} 。我们发现 CDAE 的敏感度分布 κ 与 EoR 信号 \mathbf{y}_{eor} 之间的相关性为 $\xi(\kappa, \mathbf{y}_{\text{eor}}) = 0.742$ ，显著高于 κ 与前景辐射 \mathbf{y}_{fg} 的相关性 $[\xi(\kappa, \mathbf{y}_{\text{fg}}) = 0.562]$ 。这个结果表明，训练好的 CDAE 确实从输入数据中学到了能够帮助区分前景辐射的 EoR 信号的特征，因此 CDAE 对输入数据中信噪比高的部分也更敏感。

6.4 讨论

6.4.1 为什么使用 Fourier 变换预处理数据？

为了说明使用 Fourier 变换预处理数据 (§ 6.3.2) 的优势，我们开展了一次对比实验。与 § 6.3 的演示唯一的区别是：没有在数据预处理阶段运用 Fourier 变换。使用相同的 CDAE 架构、数据集以及训练方法，得到的训练结果如图 6-14 所示。我们发现，训练损失 L_{tr} 减小的速度更慢，大约经过 100 个周期才收敛。同时，从验证集 S_{val} 计算得到的损失 L_{val} 以及相关系数 ξ 的曲线上均有很多小尖峰 (spike)，表明 CDAE 的训练过程有一点不稳定。这种现象在 § 6.3 的演示以及图 6-9 中是没有的。此外，使用测试集 S_{test} 来评估 CDAE 的性能可得，CDAE 重建的与输入的 EoR 信号之间的平

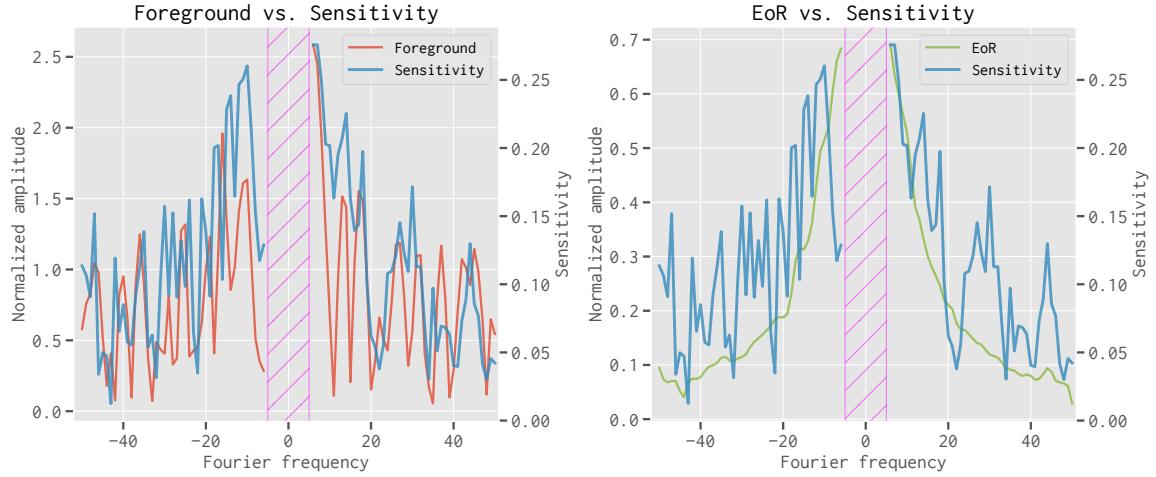


图 6-13. 采用遮蔽方法得到的 CDAE 对输入数据的敏感度分布 κ (蓝线)。左图红线显示了前景辐射的强度的方均根值 y_{fg} ; 右图绿线显示了 EoR 信号的强度的方均根值 y_{eor} 。通过计算相关系数 ξ 可知敏感度分布 κ 与 EoR 信号的相关性 [$\xi(\kappa, y_{eor}) = 0.742$] 显著大于与前景辐射的相关性 [$\xi(\kappa, y_{fg}) = 0.562$]。

Figure 6-13. The CDAE's sensitivity distribution κ (blue lines) obtained by applying the occlusion method. We also plot the root-mean-square amplitudes of the foreground emission y_{fg} (red line in the left panel) and the EoR signal y_{eor} (green line in the right panel). The sensitivity distribution κ is more correlated with the EoR signal [$\xi(\kappa, y_{eor}) = 0.742$] than the foreground [$\xi(\kappa, y_{fg}) = 0.562$].

均相关系数仅有 $\bar{\xi}_{\text{noft}} = 0.628 \pm 0.167$, 显著劣于使用了 Fourier 变换预处理数据所得的结果 (§ 6.3.3)。

这些结果说明在数据集的预处理阶段运用 Fourier 变换很有帮助。将 EoR 信号和前景辐射变换到 Fourier 空间后, EoR 信号主要分布在较大的 Fourier 模式里, 而频谱光滑的前景辐射则比较集中在较小的 Fourier 模式里^[124], 所以两者的可区分度提高了, 从而能够更容易、更准确地被 CDAE 学习并分离。

6.4.2 与传统方法的对比

如 § 3.6 所述, 目前已有一批方法被提出来用于扣除强烈的前景污染从而分离出微弱的 EoR 信号, 这些前景扣除方法可大致分为参数化方法和非参数化方法两类。为了进一步展示我们基于深度学习设计的新算法的性能, 我们从传统的前景扣除方法中挑选了两种典型的方法进行对比, 分别是多项式拟合法^[140] 和连续小波变换法^[145]。多项式拟合法因为简单、可靠而被广泛使用^[42, 136, 363], 并且常常作为基准与其他前景扣除方法对比^[141, 148, 223], 是参数化方法类别中最具有代表性的一种方法。在非参数化

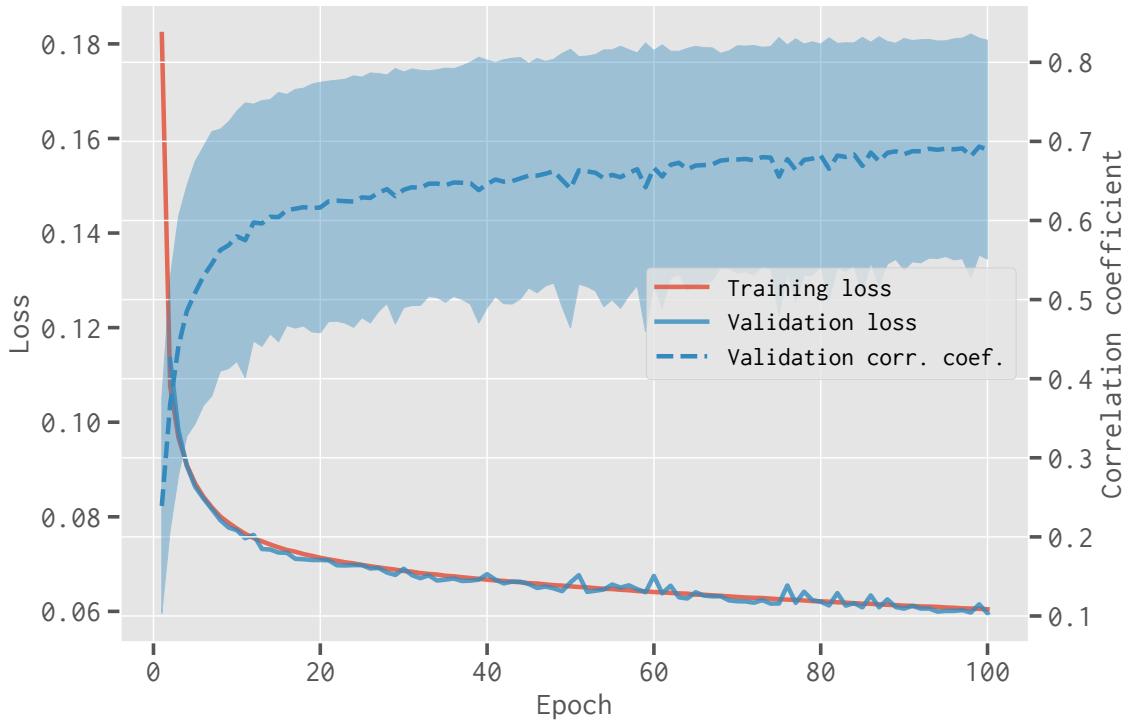


图 6-14. CDAE 的训练过程和结果。与图 6-9 类似，但是所用数据集在预处理过程中没有运用 Fourier 变换。

Figure 6-14. The training process and result of the CDAE. Similar to Fig. 6-9 but for the case that the data are preprocessed without applying the Fourier Transform.

方法类别中，我们选取连续小波变换法是因为该方法与 Wp 平滑法^[141]、GMCA 法^[144]等其他非参数化方法性能相当，但是速度更快、使用更简单^[145, 148]。

对于天空的每一个像素点 i ，多项式拟合法使用一个低阶多项式来拟合该像素点的总辐射的频谱 $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}_{\text{eor}}^{(i)} + \mathbf{x}_{\text{fg}}^{(i)}$ ，确定其中的光滑成分并作为前景扣除，从而分离出其中的 EoR 信号^[140]。使用在 § 6.3.1 模拟的图像立方 $(C_{\text{eor}}^{(2)}, C_{\text{fg}}^{(2)})$ ，我们测试了从二阶到五阶的多项式，发现四阶多项式所达到的 EoR 信号分离效果最佳。然而，使用四阶多项式拟合分离的 EoR 信号与输入 EoR 信号之间的平均相关系数仍然仅有 $\xi_{\text{poly}} = 0.296 \pm 0.121$ 。因此，当前景频谱的光滑性受到仪器波束效应损坏时，多项式拟合法难以有效地扣除前景污染。

连续小波变换法与其他前景扣除方法同样依赖于前景辐射与 EoR 信号具有显著不同的频谱结构这一关键前提。对于天空每一个像素点的总辐射的频谱，首先运用基于 Morlet 小波函数的连续小波变换，于是前景辐射和 EoR 信号因为频谱特征不同

而在小波空间中占据不同的区域。在小波空间中，可以更容易地识别那些主要源自前景辐射的小波系数并将其扣除，然后再逆变换回到观测频率空间，便得到已扣除前景污染的 EoR 信号^[145]。使用相同的图像立方 ($C_{\text{eor}}^{(2)}, C_{\text{fg}}^{(2)}$)，我们通过调节连续小波变换法的参数以达到最佳的性能。于是本文采用的参数为：最小缩放因子 $s_{\min} = 7.4$ ，最大缩放因子 $s_{\max} = 50.0$ ，缩放级数 $n_{\text{scale}} = 50$ ，以及影响锥 (cone of influence) $c_i = 1.6$ 。但是，连续小波变换法分离的 EoR 信号与输入 EoR 信号之间的平均相关系数仅有 $\bar{\xi}_{\text{cwt}} = 0.198 \pm 0.160$ 。这个分离结果相比上述多项式拟合法的结果还要略差一点，这与 GU et al. 2013 [145] 的对比结果不同。主要原因是本文模拟的图像立方的频带较窄、频率分辨率较差，所以在使用连续小波变换时产生了较严重的边界效应。

总之，干涉阵列的复杂波束效应使前景辐射的频谱产生了小尺度涨落，破坏了前景辐射的频谱光滑性 [参见图 6-8(b)]。于是，低阶多项式无法有效地拟合前景辐射的频谱，在小波空间中区分前景辐射和 EoR 信号也变得非常困难，因此上述两种传统的前景扣除方法都难以对复杂的前景辐射建模并扣除，从而导致无法准确地分离 EoR 信号。CDAE 则完全不同；凭借强大的特征提取能力以及数据驱动 (data-driven) 的特点，CDAE 可以从训练数据中汲取信息来优化自身模型，实现 EoR 信号与波束效应所导致的前景频谱涨落之间的有效区分，最终准确地分离 EoR 信号。

6.5 小结

干涉阵列的波束效应会使前景辐射产生沿频率维度快速变化的起伏，损坏前景的频谱光滑性，导致传统前景扣除方法无法成功分离 EoR 信号。为了克服复杂的波束效应，我们基于深度学习方法设计了一个由 9 个卷积层构成的 CDAE，并且使用第四章模拟的 SKA1-Low 观测图像来训练 CDAE，训练好的 CDAE 能够准确地分离 EoR 信号，分离效果显著优于传统前景扣除方法。这也充分展示了深度学习方法具有在未来 EoR 实验中发挥重要作用的巨大潜力。

本章内容已发表于 *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*^[364]。

全文总结

在低频射电波段探测源自 EoR 的中性氢 21 cm 谱线是目前研究该时期最直接和有效的方法，但是 EoR 探测面临诸多挑战，其中一个关键困难便是强烈的前景干扰。本文借助 SKA1-Low 干涉阵列，围绕 EoR 探测所面临的前景干扰问题，完成了以下三点工作：

1. (a) 为了改进低频射电天空中星系团射电晕的建模，首先根据扩展 PS 理论模拟星系团的并合历史，然后利用湍流再加速模型来计算并合所产生的湍流对 ICM 中的高能电子的再加速过程，从而实现了对射电晕形成和演化过程的完整建模，并模拟生成了射电晕的低频射电天图。此外，还模拟了银河系的同步辐射和自由—自由辐射、河外点源辐射以及 EoR 信号的低频射电天图。(b) 采用目前最新的 SKA1-Low 阵列布局，模拟了上述各个成分在 120–128、154–162 和 192–200 MHz 三个频带内的 SKA1-Low 观测图像，从而将干涉阵列的仪器效应整合到模拟图像和数据分析流程之中。
2. 利用上述获得的 SKA1-Low 观测图像，计算并对比了射电晕和 EoR 信号在三个频带内的一维和二维功率谱，发现射电晕辐射的功率显著强于待探测的 EoR 信号。即使在选定的 EoR 窗口内，射电晕辐射所泄漏的污染仍然能够对 EoR 信号的测量产生不可忽略的干扰。为了更加全面地评估射电晕辐射对 EoR 信号探测的影响，还考虑了仪器的频谱伪结构以及旁瓣的影响。这些结果进一步支持了射电晕是一个过去被忽视的较强前景干扰成分，需要在 EoR 观测中认真对待。
3. 利用上述改进的前景模型以及模拟的 SKA1-Low 观测图像，进一步研究了干涉阵列的波束效应对前景辐射频谱光滑性的影响。基于深度学习方法，设计了一个包括 9 个卷积层的 CDAE 用来分离 EoR 信号。使用模拟的 SKA1-Low 观测图像对 CDAE 进行训练和测试，发现 CDAE 能够准确地分离 EoR 信号，分离效果显著优于传统前景扣除方法。这说明 CDAE 能够有效地克服波束效应对前景辐射频谱光滑性的破坏，同时也反映了深度学习方法在未来 EoR 实验中的潜在重要作用。

随着 MWA 二期^[365] 升级完成并开展观测，以及 SKA1-Low 开始加速建设，解决 EoR 探测的前景干扰问题的需求也愈加迫切。基于在本工作中积累的技术和经验，我们认为后续可开展的工作包括：

- **前景辐射建模的改进:**

- 完善并优化低频射电观测图像的模拟流程与技术, 比如提高空间和频率分辨率, 测试不同的成像权重以及成像算法, 针对 EoR 探测优化观测模式和成像质量;
- 改进射电晕形态结构的模拟, 生成形态更逼真的射电晕图像, 比如利用变分自编码器 (variational autoencoder)^[366] 或生成对抗网络 (generative adversarial network)^[367];
- 增加对星系团其他弥散射电辐射的模拟, 比如射电遗迹和微射电晕;
- 将流体动力学模拟与本文构建的射电晕模型结合起来, 比如先通过流体动力学模拟 (甚至宇宙学模拟) 获得星系团的成长过程, 然后拓展本文的射电晕模型, 计算其射电辐射;
- 参考对河外点源的成团效应的研究, 考虑并评估星系团的成团效应^[368, 369] 对 EoR 探测的可能影响;
- 不经过成像步骤, 使用延迟谱方法^[124] 或其他方法从可见度数据计算功率谱^[120], 然后评估前景辐射对 EoR 信号探测的干扰情况, 同时分析不同的功率谱计算方法的优劣;
- 深入挖掘低频射电巡天数据, 主要包括: MWA 的 GLEAM^[370, 371] 和 GLEAM-X^[372], LOFAR 的 LoTSS^[373, 374], GMRT 的 TGSS^[375]。

- **EoR 信号分离算法的研发:**

- 进一步测试和验证本文设计的 CDAE 新算法, 包括测试不同的 EoR 模型、不同的前景模型、不同的仪器效应 (比如模拟不同的天区);
- 将本文设计的 CDAE 适用到二维功率谱的处理, 因为二维功率谱是目前广泛使用的 EoR 探测方法, 更接近实际应用;
- 除了 CDAE, 尝试将其他深度学习算法用于 EoR 信号分离问题, 比如残差神经网络^[376];
- 目前的前景扣除方法 (如多项式拟合法) 通常对图像的每个像素点独立地处理。但是, 相邻像素点存在一定的联系, 比如同一个点源占据的像素点应具有相同的频谱。研发能够利用图像的空间关联信息的 EoR 信号分离算法, 提升信号分离效果;
- 频带过宽 (即红移范围较大) 时, 宇宙演化效应将使功率谱产生显著偏置, 同时图像的空间分辨率也会随频率发生明显变化^[245]; 另一方面, 如果频带过窄, 则可能因为数据有限而无法有效地区分前景和 EoR 信号。据此研究频带宽度及频率分辨率对 EoR 信号分离的影响, 并给出有效的建议。

- 研发前景扣除和前景回避的混合方法^[239]，能够尽可能地抑制前景楔形的范围，扩大 EoR 窗口。
- **干涉阵列仪器效应的处理：**
 - 深入理解干涉阵列的仪器效应，构建一个更符合实际情况的模型来描述和研究仪器频率响应的不确定性^[41]，然后进一步研究 EoR 探测的前景干扰问题，并改进 EoR 信号分离算法；
 - 干涉阵列安装于野外环境，其众多天线可能出现故障，同时还会受多种环境因素（比如温度、天气）的影响而改变响应。这些因素将会如何影响干涉阵列的校准、如何影响 EoR 探测实验的开展，都是值得进一步探讨的问题。

附录 A 补充公式

在本文所采用的平直 Λ CDM 宇宙中，红移演化因子 $E(z)$ 为^[301]：

$$E(z) = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda} \quad (\text{A-1})$$

$$= \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}. \quad (\text{A-2})$$

于是，红移为 z 时的 Hubble 常数可表示为：

$$H(z) = H_0 E(z). \quad (\text{A-3})$$

该红移处的宇宙临界密度为：

$$\rho_{\text{crit}}(z) = \frac{3H^2(z)}{8\pi G}, \quad (\text{A-4})$$

其中 G 是引力常数。

A.1 维里半径和维里质量

位于红移 z 处的星系团的 r_{vir} 定义为该半径范围内星系团的平均密度是当时宇宙临界密度的 Δ_{vir} 倍，由下式给出：

$$r_{\text{vir}}(z) = \left[\frac{3M_{\text{vir}}}{4\pi\Delta_{\text{vir}}\rho_{\text{crit}}(z)} \right]^{1/3}, \quad (\text{A-5})$$

其中 M_{vir} 是星系团的维里质量（通常用作其总引力质量），过密度 (overdensity) Δ_{vir} 为^[377]：

$$\Delta_{\text{vir}}(z) = 18\pi^2 + 82[\Omega_f(z) - 1] - 39[\Omega_f(z) - 1]^2, \quad (\text{A-6})$$

其中 $\Omega_f(z)$ 是红移为 z 时的宇宙物质密度参数：

$$\Omega_f(z) = \frac{(1+z)^3}{E^2(z)}\Omega_m. \quad (\text{A-7})$$

A.2 r_{200} 与 r_{500} 以及 M_{200} 与 M_{500} 的换算

实际情况中会经常用到星系团的 r_{200} 和 r_{500} ，分别定义为该半径范围内星系团的平均密度是当时宇宙临界密度的 200 和 500 倍。于是， M_{200} 和 M_{500} 分别为 r_{200} 和 r_{500}

之内的总质量。一般可认为 $r_{200} \simeq r_{\text{vir}}$ 以及 $r_{500} \simeq 0.65 r_{200}$ ^[378]，因此 $M_{200} \simeq M_{\text{vir}}$ ，而 M_{200} 和 M_{500} 之间的换算可参考下述方法。

假定星系团的密度分布符合 Navarro–Frenk–White (NFW) 模型^[379]：

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}, \quad (\text{A-8})$$

其中 ρ_s 是密度参数， r_s 是标度半径 (scale radius)。于是半径 $r = s r_{\text{vir}}$ 之内的总质量可表示为^[380]：

$$M(< s r_{\text{vir}}) = M_{\text{vir}} \frac{\ln(1+cs) - cs/(1+cs)}{\ln(1+c) - c/(1+c)}, \quad (\text{A-9})$$

其中 $c = r_{\text{vir}}/r_s$ 为聚集参数 (concentration parameter)。DUFFY et al. 2008 [381] 通过数值模拟研究得出该参数与质量存在如下关系：

$$c = A \left(\frac{M_{200}}{M_{\text{pivot}}} \right)^B (1+z)^C, \quad (\text{A-10})$$

其中 $M_{\text{pivot}} = 2 \times 10^{12} h^{-1} \text{M}_{\odot}$, $A = 5.71$, $B = -0.084$, 以及 $C = 0.47$ 。利用上述两式便可由 M_{200} 换算得到 M_{500} ；反过来并利用迭代法，亦可由 M_{500} 导出 M_{200} 。

A.3 暗物质塌缩的临界密度

在 CDM 模型中，暗物质塌缩形成暗物质晕的临界线性过密度 (critical linear overdensity) 随红移的变化关系可表示为^[266, 382]：

$$\delta_c(z) = \frac{D(z=0)}{D(z)} \frac{3(12\pi)^{2/3}}{20} \left[1 + 0.0123 \log_{10} \Omega_f(z) \right], \quad (\text{A-11})$$

其中 $D(z)$ 是增长因子 (growth factor)，可由下述公式计算 [参见 PEEBLES 1980 [5], 式 (13.6)]：

$$D(x) = \frac{(x^3 + 2)^{1/2}}{x^{3/2}} \int_0^x y^{3/2} (y^3 + 2)^{-3/2} dy, \quad (\text{A-12})$$

并且 $x_0 \equiv (2\Omega_\Lambda/\Omega_m)^{1/3}$, $x = x_0/(1+z)$ 。

A.4 宇宙年龄与红移的关系

在平直宇宙学模型中，宇宙在红移 z 时的年龄 t 具有如下解析计算形式 [参见 THOMAS & KANTOWSKI 2000 [383], 式 (18)]:

$$\begin{aligned} t(z; \Omega_m) &= \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')\sqrt{1+z'(3+3z'+z'^2)\Omega_m}} \\ &= \frac{2}{3H_0\sqrt{1-\Omega_m}} \sinh^{-1}\left(\sqrt{\frac{\Omega_m^{-1}-1}{(1+z)^3}}\right). \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

A.5 共动距离、光度距离和角直径距离

两个相邻物体之间的共动距离 (comoving distance) δD_C 定义为，当两者随 Hubble 流共同运动时，该距离 δD_C 保持不变^[301]。所以， δD_C 等于这两个物体之间的固有距离 (proper distance) 乘以 $(1+z)$ 。因此，一个位于红移 z 的物体的 (视向) 共动距离 $D_C(z)$ 为^[301]:

$$D_C(z) = \int_0^z \delta D_C(z') dz' = D_H \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}. \quad (\text{A-14})$$

其中 $D_H \equiv c/H_0$ 为 Hubble 距离。在平直宇宙中 ($\Omega_k = 0$)，横向共动距离 (transverse comoving distance, D_M) 与视向共动距离相等，即 $D_M(z) = D_C(z)$ 。

一个物体的光度距离 (luminosity distance, D_L) 由以下关系定义:

$$D_L \equiv \sqrt{\frac{L_{\text{bolo}}}{4\pi S_{\text{bolo}}}}, \quad (\text{A-15})$$

其中 L_{bolo} 是该物体的本征热光度 (bolometric luminosity)， S_{bolo} 是测得的热流量 (bolometric flux)。这里的 L_{bolo} 和 S_{bolo} 都是对全频段的积分值。

一个物体的角直径距离 (angular diameter distance, D_A) 定义为该物体的物理横向尺寸与其对观测者的张角 (以 radian 为单位) 之比。需要注意的是，由于宇宙膨胀的原因，该距离并不随红移单调递增，即相同物理尺寸的物体位于更高红移 (如 $z \gtrsim 1$) 处时反而看起来更大^[301]。参见图 A-1，其中对比了三种宇宙距离测量随红移的变化。

一个位于红移 z 的物体，其光度距离与角直径距离之间有以下关系^[1, 301, 384]:

$$D_L(z) = (1+z)^2 D_A(z). \quad (\text{A-16})$$

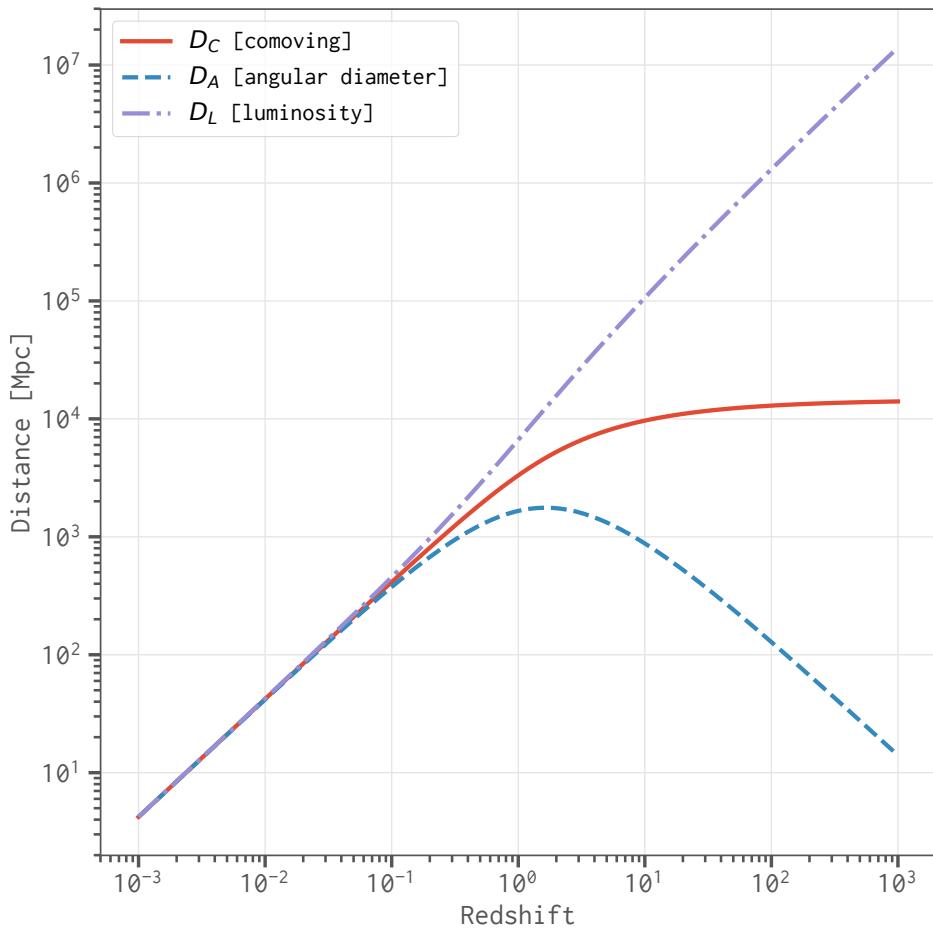


图 A-1. 共动距离 $D_C(z)$ 、角直径距离 $D_A(z)$ 和光度距离 $D_L(z)$ 三种宇宙距离测量从红移 $z = 10^{-3}$ 至 $z = 10^3$ 的变化情况。

Figure A-1. A comparison among the comoving distance $D_C(z)$, angular diameter distance $D_A(z)$, and luminosity distance $D_L(z)$, from redshift $z = 10^{-3}$ to $z = 10^3$.

A.6 波数与尺度的换算

Fourier 空间的波数 k 与实空间（即图像空间）的尺度 s 之间的换算关系为^[5, 385]:

$$k = 2\pi/s. \quad (\text{A-17})$$

EoR 信号的功率谱研究中通常采用共动参考系，其中波数 k 的单位通常为 $[\text{Mpc}^{-1}]$ 。然而在观测研究中，更习惯使用角分或角秒来描述尺度 s 。为了进行 k 和 s 两者的换算，首先需要计算 EoR 信号源（即中性氢云）的共动距离：

$$D_C(z) = D_C(z = v_0/\nu - 1), \quad (\text{A-18})$$

其中 ν 是观测频率, ν_0 是中性氢 21 cm 谱线的本征频率 [式 (3-3)]。于是可得换算关系为:

$$\left(\frac{k}{\text{Mpc}^{-1}}\right) = 2\pi \left(\frac{\text{Mpc}}{D_C(z)}\right) \left(\frac{\text{rad}}{s}\right), \quad (\text{A-19})$$

相应的逆换算关系为:

$$\left(\frac{s}{\text{rad}}\right) = 2\pi \left(\frac{\text{Mpc}}{D_C(z)}\right) \left(\frac{\text{Mpc}^{-1}}{k}\right). \quad (\text{A-20})$$

以本文使用的三个频带的中心频率 124、158 和 196 MHz 为例, 波数 k 和空间尺度 s 的换算关系如表 A-1 所示:

表 A-1. 波数与尺度在 124、158 和 196 MHz 的换算关系

Table A-1. The conversion relations between the wavenumber and scale at 124, 158, and 196 MHz.

物理量	124 MHz	158 MHz	196 MHz
红移 z	10.45	7.99	6.25
共动距离 $D_C(z)$	9762.6 Mpc	9144.9 Mpc	8529.8 Mpc
波数 $k = 1 \text{ Mpc}^{-1}$	2.21'	2.36'	2.53'
尺度 $s = 1'$	2.21 Mpc $^{-1}$	2.36 Mpc $^{-1}$	2.53 Mpc $^{-1}$

附录 B 常用 CGS 单位的换算

在 CGS 单位制中, 力 (force) F 的单位及其换算关系为:

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ cm g s}^{-2} \quad (\text{B-1})$$

$$= 10^{-5} \text{ N.} \quad (\text{B-2})$$

能量 (energy) E 的单位及其换算关系为:

$$1 \text{ erg} = 1 \text{ cm}^2 \text{ g s}^{-2} \quad (\text{B-3})$$

$$= 10^{-7} \text{ J.} \quad (\text{B-4})$$

针对电磁学, 有多个基于 CGS 单位制的扩展, 其中最常用的是高斯单位制 (Gaussian units)。在该单位制中, 电荷 (electric charge) q 的单位及其换算关系为:

$$1 \text{ esu} \equiv 1 \text{ statC} \equiv 1 \text{ Fr} \quad (\text{B-5})$$

$$= 1 \text{ dyn}^{1/2} \text{ cm} \quad (\text{B-6})$$

$$= 1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} \quad (\text{B-7})$$

$$= (10c)^{-1} \text{ C} \approx 3.33564 \times 10^{-10} \text{ C}, \quad (\text{B-8})$$

其中 $c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$ 为真空中的光速。磁感应强度 (magnetic induction) \mathbf{B} 的单位及其换算关系为:

$$1 \text{ G} = 1 \text{ esu cm}^{-2} \quad (\text{B-9})$$

$$= 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} \quad (\text{B-10})$$

$$= 10^{-4} \text{ T.} \quad (\text{B-11})$$

天文中常用的流量密度 (flux density) S_ν 的单位及其换算关系为:

$$1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \quad (\text{B-12})$$

$$= 10^{-23} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}. \quad (\text{B-13})$$

附录 C Fokker-Planck 方程数值算法

在磁流体中，带电粒子可与其中的湍流发生随机散射而通过二阶 Fermi 加速机制获得能量^[249-251]，该过程可由 Fokker-Planck (FP) 方程描述^[275, 276, 386]。当加速区域是均匀的且远大于散射的平均自由程 (mean free path) 时，FP 方程可被简化到只依赖于时间和能量^[295, 387]：

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{A(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left[B(x)u(x, t) + C(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right] - \frac{u(x, t)}{T(x)} + Q(x), \quad (\text{C-1})$$

其中 x 是能量或动量， $u(x, t)$ 为粒子的能量分布， $A(x)$ 为相位因子（如果 x 表示能量，该项等于 1；如果 x 表示动量，该项等于 $4\pi x^2$ ）， $B(x)$ 、 $C(x)$ 、 $T(x)$ 和 $Q(x)$ 分别描述了粒子的平流 (advection)、扩散 (diffusion)、逃逸 (escape) 和注入 (injection)。这几个系数需满足 $A(x) > 0$, $C(x) > 0$, $T(x) \geq 0$, $Q(x) \geq 0$ 。

然而，简化后的 FP 方程 [式 (C-1)] 仍然只能在非常有限的几种特殊情况下获得解析解，而对于一般情况则必须求助于数值算法。由 CHANG & COOPER 1970 [294] 提出的有限差分法是一种有效的算法，下文对该算法作具体介绍。

C.1 数值算法描述

采用一个包含 $M+1$ 个格子的栅格对 x 离散化： $x_m (m = 0, 1, \dots, M)$ 。在格子的中点处， x 的值定义为：

$$x_{m+1/2} = (x_m + x_{m+1})/2, \quad (\text{C-2})$$

同时 Δx 的值定义为：

$$\Delta x_{m+1/2} = x_{m+1} - x_m, \quad (\text{C-3})$$

于是可得：

$$\Delta x_m = (x_{m+1} - x_{m-1})/2. \quad (\text{C-4})$$

对时间 t 离散化，并采用记法：

$$u_m^n = u(x_m, t_n). \quad (\text{C-5})$$

接着，定义 x -空间的粒子流量 $F(x, t)$ 为：

$$F(x, t) = B(x)u(x, t) + C(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}. \quad (\text{C-6})$$

于是无流量边界条件可写为^[387]:

$$F(x_0, t) = F(x_M, t) = 0. \quad (\text{C-7})$$

对式 (C-1) 离散化可得:

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\Delta t} = \frac{1}{A_m} \frac{F_{m+1/2}^{n+1} - F_{m-1/2}^{n+1}}{\Delta x_m} - \frac{u_m^{n+1}}{T_m} + Q_m, \quad (\text{C-8})$$

其中 $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ 为时间步长。同时式 (C-7) 的无流量边界条件成为:

$$F_{-1/2}^{n+1} = F_{M+1/2}^{n+1} = 0. \quad (\text{C-9})$$

CHANG & COOPER 1970 [294] 给出如下 $F_{m+1/2}^{n+1}$ 的表达式:

$$F_{m+1/2}^{n+1} = (1 - \delta_{m+1/2})B_{m+1/2}u_{m+1}^{n+1} + \delta_{m+1/2}B_{m+1/2}u_m^{n+1} + C_{m+1/2} \frac{u_{m+1}^{n+1} - u_m^{n+1}}{\Delta x_{m+1/2}} \quad (\text{C-10})$$

$$= \frac{C_{m+1/2}}{\Delta x_{m+1/2}} [W_{m+1/2}^+ u_{m+1}^{n+1} - W_{m+1/2}^- u_m^{n+1}], \quad (\text{C-11})$$

其中

$$\delta_m = \frac{1}{w_m} - \frac{1}{\exp(w_m) - 1}, \quad (\text{C-12})$$

$$W_m^\pm = W_m \exp(\pm w_m/2), \quad (\text{C-13})$$

$$W_m = w_m/[2 \sinh(w_m/2)], \quad (\text{C-14})$$

$$w_m = \frac{B_m}{C_m} \Delta x_m. \quad (\text{C-15})$$

考虑到 $|w_m|$ 可能会非常大或者非常小, 为了使数值计算更稳定, 可采用^[295]:

$$W_m = \begin{cases} \left[1 + \frac{w_m^2}{24} + \frac{w_m^4}{1920} \right]^{-1}, & \text{if } |w_m| < 0.1, \\ \frac{|w_m| \exp(-|w_m|/2)}{1 - \exp(-|w_m|)}, & \text{if } |w_m| \geq 0.1. \end{cases} \quad (\text{C-16})$$

将式 (C-10) 代入式 (C-8), 可整理成如下三对角 (tridiagonal) 线性方程组:

$$\begin{cases} -a_m u_{m-1}^{n+1} + b_m u_m^{n+1} - c_m u_{m+1}^{n+1} = r_m, \\ a_0 = c_M = 0, \end{cases} \quad (\text{C-17})$$

其中各项系数如下：

$$\begin{cases} a_m = \frac{\Delta t}{A_m \Delta x_m} \frac{C_{m-1/2}}{\Delta x_{m-1/2}} W_{m-1/2}^-, \\ c_m = \frac{\Delta t}{A_m \Delta x_m} \frac{C_{m+1/2}}{\Delta x_{m+1/2}} W_{m+1/2}^+, \\ b_m = 1 + \frac{\Delta t}{A_m \Delta x_m} \left[\frac{C_{m-1/2}}{\Delta x_{m-1/2}} W_{m-1/2}^+ + \frac{C_{m+1/2}}{\Delta x_{m+1/2}} W_{m+1/2}^- \right] + \frac{\Delta t}{T_m}, \\ r_m = u_m^n + \Delta t Q_m. \end{cases} \quad (\text{C-18})$$

注意，上式无法给出 b_0 和 b_M ，这需要利用边界条件 [式 (C-9)] 重新推导系数，可得：

$$\begin{cases} b_0 = 1 + \frac{\Delta t}{A_0 \Delta x_0} \frac{C_{1/2}}{\Delta x_{1/2}} W_{1/2}^- + \frac{\Delta t}{T_0}, \\ b_M = 1 + \frac{\Delta t}{A_M \Delta x_M} \frac{C_{M-1/2}}{\Delta x_{M-1/2}} W_{M-1/2}^+ + \frac{\Delta t}{T_M}. \end{cases} \quad (\text{C-19})$$

式 (C-17) 的线性方程组可由快速的三对角矩阵算法（亦称 Thomas 算法）求解^[388]。

在无流量边界条件下，粒子可能在边界处堆积，这对本文所研究的湍流加速应用而言是不合理的，因此需要在边界处进行额外处理。可在边界处设定一个“缓冲区”，在每个时间步，利用缓冲区外的有效粒子能谱，按幂律谱外延并替换缓冲区内的能谱^[277, 296]。

C.2 求解程序的测试

我们使用 Python 编程语言实现了以上数值算法，为了测试求解程序是否正确，我们将其应用于几种已知解析解的情况^[277, 295]。第一个测试是硬球公式 (hard-sphere equation)¹⁶：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + (1-x)u \right] - u + \delta(x - x_{\text{inj}}) \Theta(t), \quad (\text{C-20})$$

其中 $x_{\text{inj}} = 0.1$ 为注入粒子的能量值， $\Theta(t)$ 为 Heaviside 阶跃函数 (step function)。此例可用于测试算法能否有效处理 $B(x)$ 跨越多个数量级的情况。

第二个测试是：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[x^2 \frac{\partial u}{\partial x} - xu \right] - \frac{u}{x} + \delta(x - x_{\text{inj}}) \Theta(t). \quad (\text{C-21})$$

¹⁶PARK & PETROSIAN 1996 [295] 的公式 (22) 和 DONNERT & BRUNETTI 2014 [277] 的公式 (34) 均有一个正负号的笔误。

相比第一个测试，此测试中的逃逸项 $T(x)$ 增加了能量依赖而具有多个数量级的变化。

第三个测试是：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[x^3 \frac{\partial u}{\partial x} - x^2 u \right] - u + \delta(x - x_{\text{inj}}) \delta(t). \quad (\text{C-22})$$

此例用于测试算法的时间演化准确度。

我们选取了对数栅格，将 $x \in [10^{-4}, 10^4]$ 划分为 $M = 200$ 个格子，时间步长固定为 $\Delta t = 10^{-3}$ ，求解以上三个测试，结果如图 C-1 所示。我们的结果与 PARK & PETROSIAN 1996 [295] 以及 DONNERT & BRUNETTI 2014 [277] 的结果非常吻合，说明我们的求解程序正确地实现了上一节描述的算法。

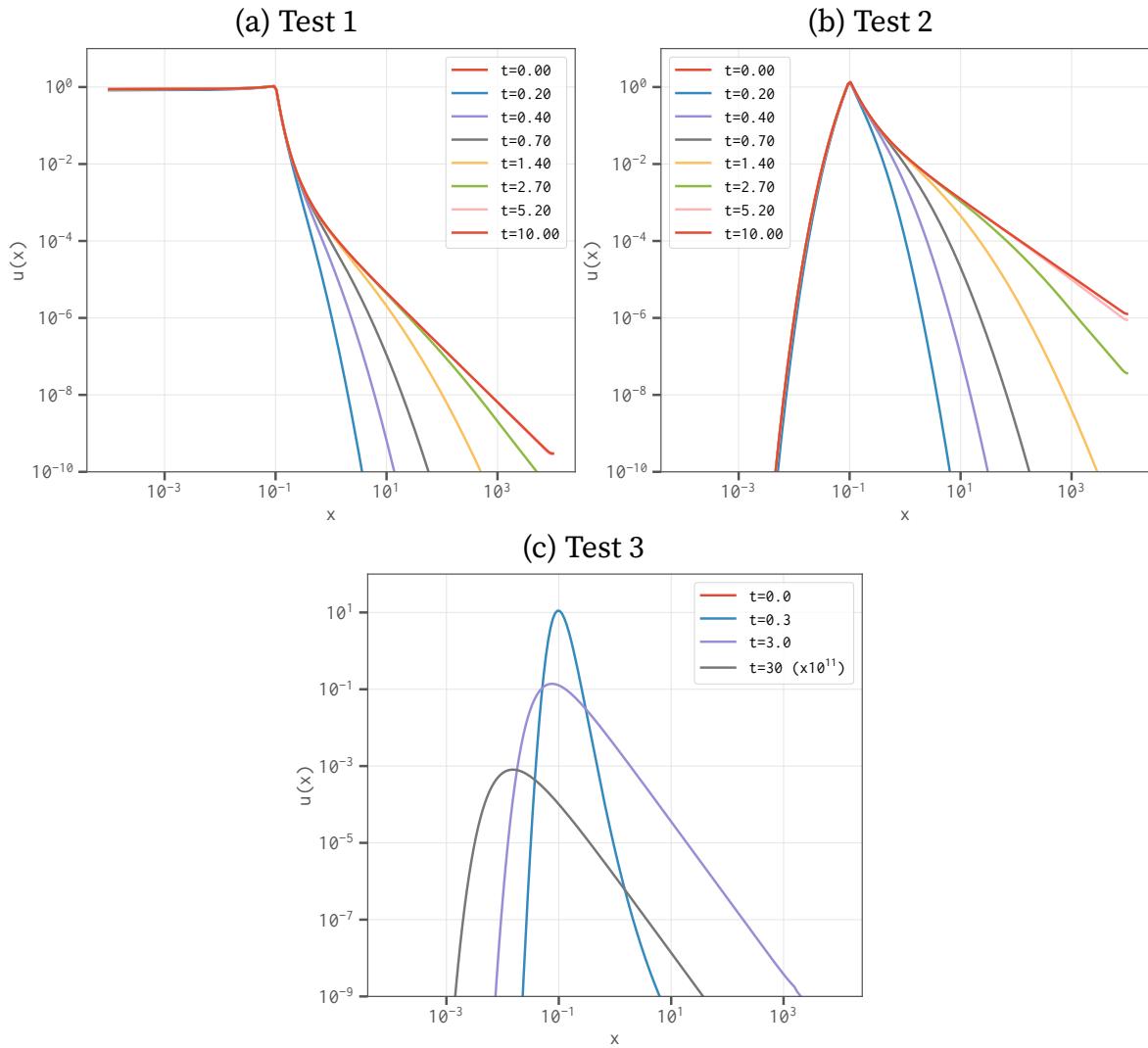


图 C-1. FP 方程求解程序的三个测试，显示了针对三个测试求解得到的不同时刻的粒子能谱。对于第三个测试， $t = 30$ 对应的能谱乘以了 10^{11} 以便更清楚地显示。

Figure C-1. The three cases for testing the implementation of the FP equation solver, showing the derived particle spectra at difference times for the three tests. Note that the spectrum at $t = 30$ of the third test has been multiplied by 10^{11} for clearer visualization.

附录 D 已观测到的射电晕目录

表 D-1. 目前已观测到的 71 个射电晕及 9 个候选者 (截至 2018 年 1 月)

Table D-1. Currently observed 71 radio halos and 9 candidates (As of 2018 January)

各列说明: (1) 序号; (2) 星系团名称; (3) 红移; (4) 角度与尺寸的转换因子 (已换算至本文所采用的宇宙学参数); (5) 射电晕的最大尺寸, 单位 Mpc; (6) 1.4 GHz 流量密度, 单位 mJy; (7) 1.4 GHz 射电功率, 单位 $10^{24} \text{ W Hz}^{-1}$ (已换算至本文所采用的宇宙学参数); (8) 备注说明 (cH: 候选射电晕; +R: 另有单射电遗迹; +2R: 另有双射电遗迹; +cR: 另有单候选射电遗迹); (9) 数据的来源文献。

序号 (1)	名称 (2)	红移 (3)	kpc/'' (4)	尺寸 [Mpc] (5)	$S_{1.4 \text{ GHz}}$ [mJy] (6)	$P_{1.4 \text{ GHz}}$ $[10^{24} \text{ W Hz}^{-1}]$ (7)	备注 (8)	文献 (9)
1	1E 0657-56	0.2960	4.38	1.48	78.0 ± 5.0	21.33 ± 1.49	—	[389]
2	Abell 141	0.2300	3.64	1.20	1.3 ± 0.1^a	0.25 ± 0.02	—	[390]
3	Abell 209	0.2060	3.34	1.40	16.9 ± 1.0	2.04 ± 0.12	+cR	[391]
4	Abell 399	0.0718	1.35	0.57	16.0 ± 2.0	0.20 ± 0.03	—	[392]
5	Abell 401	0.0737	1.38	0.49	17.0 ± 1.0	0.20 ± 0.01	—	[393]
6	Abell 520	0.1990	3.25	0.99	34.4 ± 1.5	3.17 ± 0.14	—	[228]
7	Abell 521	0.2533	3.91	1.17	5.9 ± 0.5	1.12 ± 0.09	+R	[391]
8	Abell 523	0.1000	1.82	1.30	59.0 ± 5.0	1.47 ± 0.12	—	[394]
9	Abell 545	0.1540	2.64	0.81	23.0 ± 1.0	1.25 ± 0.05	—	[393]
10	Abell 665	0.1818	3.03	1.66	43.1 ± 2.2	3.28 ± 0.17	—	[395]
11	Abell 697	0.2820	4.23	0.75	5.2 ± 0.5	2.20 ± 0.21	—	[396]
12	Abell 746	0.2320	3.67	0.85	18.0 ± 4.0	3.80 ± 0.84	+R	[396]
13	Abell 754	0.0542	1.04	0.95	86.0 ± 4.0	0.56 ± 0.03	+R	[393]
14	Abell 773	0.2170	3.48	1.13	12.7 ± 1.3	1.39 ± 0.14	—	[228]
15	Abell 781	0.3004	4.42	1.60	20.5 ± 5.0	5.90 ± 1.44	+cR	[397]
16	Abell 800	0.2223	3.55	1.28	10.6 ± 0.9	1.52 ± 0.13	—	[398]
17	Abell 851	0.4069	5.40	1.08	3.7 ± 0.3	2.14 ± 0.17	—	[391]
18	Abell 1132	0.1369	2.39	0.74	3.3 ± 1.5	0.16 ± 0.07	—	[399]
19	Abell 1213	0.0469	0.91	0.22	72.2 ± 3.5	0.36 ± 0.02	—	[391]
20	Abell 1300	0.3100	4.52	0.92	20.0 ± 2.0	2.99 ± 0.30	+R	[400]
21	Abell 1351	0.3220	4.64	1.08	$32.4 \pm —$	$11.37 \pm —$	—	[401]

下页继续……

表 D-1 (接上页)

序号	名称	红移	kpc/''	尺寸	$S_{1.4\text{GHz}}$	$P_{1.4\text{GHz}}$	备注	文献
22	Abell 1443	0.2700	4.10	1.10	$11.0 \pm 1.1^{\text{b}}$	2.53 ± 0.30	cH	[402]
23	Abell 1451	0.1989	3.25	0.74	5.4 ± 0.5	0.62 ± 0.07	+cR	[403]
24	Abell 1550	0.2540	3.92	1.41	7.7 ± 1.6	1.49 ± 0.31	—	[398]
25	Abell 1656	0.0232	0.46	0.58	530.0 ± 50.0	0.31 ± 0.03	+cR	[404]
26	Abell 1682	0.2272	3.61	0.85	$2.3 \pm 0.5^{\text{c}}$	0.41 ± 0.08	cH	[405]
27	Abell 1689	0.1832	3.05	0.73	10.0 ± 2.9	0.92 ± 0.27	—	[406]
28	Abell 1758A	0.2790	4.20	0.63	3.9 ± 0.4	0.93 ± 0.10	+R	[391]
29	Abell 1914	0.1712	2.88	1.16	64.0 ± 3.0	4.32 ± 0.20	—	[393]
30	Abell 1995	0.3186	4.61	0.83	4.1 ± 0.7	1.35 ± 0.23	—	[391]
31	Abell 2034	0.1130	2.03	0.60	7.3 ± 2.0	0.28 ± 0.08	+R	[396]
32	Abell 2061	0.0784	1.46	1.68	16.9 ± 4.2	0.25 ± 0.06	+R	[407]
33	Abell 2065	0.0726	1.36	1.08	32.9 ± 11.0	0.41 ± 0.14	—	[407]
34	Abell 2069	0.1160	2.08	0.90	$6.2 \pm 2.2^{\text{d}}$	0.25 ± 0.05	—	[408]
35	Abell 2142	0.0909	1.67	0.99	11.8 ± 0.8	1.12 ± 0.08	—	[409]
36	Abell 2163	0.2030	3.31	2.04	155.0 ± 2.0	14.93 ± 0.20	+R	[410]
37	Abell 2218	0.1710	2.88	0.35	4.7 ± 0.1	0.32 ± 0.01	—	[395]
38	Abell 2219	0.2256	3.59	1.54	81.0 ± 4.0	9.72 ± 0.48	—	[393]
39	Abell 2254	0.1780	2.98	0.85	33.7 ± 1.8	2.43 ± 0.13	—	[228]
40	Abell 2255	0.0806	1.50	0.90	56.0 ± 3.0	0.87 ± 0.05	+R	[411]
41	Abell 2256	0.0594	1.13	0.81	103.4 ± 1.1	0.82 ± 0.01	+R	[412]
42	Abell 2294	0.1780	2.98	0.54	5.8 ± 0.5	0.51 ± 0.04	—	[391]
43	Abell 2319	0.0524	1.01	0.93	153.0 ± 8.0	0.54 ± 0.03	—	[413]
44	Abell 2680	0.1901	3.14	0.57	$1.8 \pm 0.6^{\text{e}}$	0.16 ± 0.05	cH	[390]
45	Abell 2693	0.1730	2.91	0.65	$7.7 \pm 0.9^{\text{f}}$	0.61 ± 0.07	cH	[390]
46	Abell 2744	0.3080	4.50	1.62	57.1 ± 2.9	12.89 ± 0.65	+R	[228]
47	Abell 2811	0.1080	1.95	0.48	$3.4 \pm 0.7^{\text{g}}$	0.10 ± 0.02	—	[390]
48	Abell 3411	0.1687	2.85	0.90	4.8 ± 0.5	0.46 ± 0.05	+R	[414]
49	Abell 3562	0.0480	0.93	0.44	20.0 ± 2.0	0.10 ± 0.01	—	[415]
50	Abell 3888	0.1510	2.60	0.99	27.6 ± 3.1	1.85 ± 0.19	—	[416]
51	Abell S84	0.1080	1.95	0.49	$2.1 \pm 0.3^{\text{h}}$	0.06 ± 0.01	cH	[390]
52	Abell S1121	0.3580	4.98	1.25	$9.8 \pm 3.1^{\text{h}}$	4.54 ± 1.44	—	[390]
53	ACT-CL J0102-4915	0.8700	7.73	2.17	$10.7 \pm 1.1^{\text{i}}$	44.43 ± 1.28	+2R	[229]
54	ACT-CL J0256.5+0006	0.3430	4.84	0.79	$2.1 \pm 0.5^{\text{i}}$	0.97 ± 0.29	—	[417]
55	CIZA J0107.7+5408	0.1066	1.93	1.10	55.0 ± 5.0	1.80 ± 0.16	—	[396]

下页继续……

表 D-1 (接上页)

序号	名称	红移	kpc/''	尺寸	$S_{1.4\text{GHz}}$	$P_{1.4\text{GHz}}$	备注	文献
56	CIZA J0638.1+4747	0.1740	2.92	0.59	3.6 ± 0.2	0.30 ± 0.02	—	[403]
57	CIZA J1938.3+5409	0.2600	3.99	0.72	$1.6 \pm 0.2^{\text{b}}$	0.36 ± 0.05	—	[402]
58	CIZA J2242.8+5301	0.1921	3.16	1.77	$33.5 \pm 6.2^{\text{j}}$	3.40 ± 0.97	+2R	[398]
59	ClG 0016+16	0.5456	6.37	0.77	$5.5 \pm —$	$4.42 \pm —$	—	[395]
60	ClG 0217+70	0.0655	1.24	0.73	58.6 ± 0.9	0.54 ± 0.01	+2R	[418]
61	ClG 1446+26	0.3700	5.09	1.22	7.7 ± 2.6	3.57 ± 1.21	+R	[398]
62	ClG 1821+64	0.2990	4.41	1.10	$13.0 \pm 0.8^{\text{k}}$	3.70 ± 0.10	—	[419]
63	MACS J0416.1–2403	0.3960	5.31	0.64	$1.7 \pm 0.8^{\text{l}}$	1.26 ± 0.29	—	[420]
64	MACS J0520.7–1328	0.3400	4.81	0.80	9.0 ± 1.6	3.38 ± 0.60	cH	[421]
65	MACS J0553.4–3342	0.4070	5.40	1.32	$9.2 \pm 0.7^{\text{b}}$	6.73 ± 0.61	—	[422]
66	MACS J0717.5+3745	0.5458	6.37	1.20	118.0 ± 5.0	50.00 ± 10.00	+R	[230]
67	MACS J0949.8+1708	0.3825	5.20	1.04	$3.1 \pm 0.3^{\text{b}}$	1.63 ± 0.15	—	[402]
68	MACS J1149.5+2223	0.5444	6.36	1.32	1.2 ± 0.5	1.95 ± 0.93	cH, +2R	[422]
69	MACS J1752.0+4440	0.3660	5.05	1.65	$14.2 \pm 1.4^{\text{m}}$	9.50 ± 0.91	+2R	[423]
70	MACS J2243.3–0935	0.4470	5.71	0.91	$3.1 \pm 0.6^{\text{n}}$	3.11 ± 0.58	+cR	[424]
71	PLCK G147.3–16.6	0.6500	6.92	1.80	$2.5 \pm 0.4^{\text{o}}$	5.10 ± 0.80	—	[425]
72	PLCK G171.9–40.7	0.2700	4.10	0.99	18.0 ± 2.0	4.76 ± 0.10	—	[426]
73	PLCK G285.0–23.7	0.3900	5.26	0.73	$2.9 \pm 0.4^{\text{p}}$	1.67 ± 0.21	—	[427]
74	PLCK G287.0+32.9	0.3900	5.26	1.30	8.8 ± 0.9	5.10 ± 0.51	+2R	[428]
75	PSZ1 G108.18–11.53	0.3347	4.77	0.84	6.8 ± 0.2	2.72 ± 0.10	+2R	[429]
76	RXC J1234.2+0947	0.2290	3.63	0.92	$2.0 \pm —$	$0.30 \pm —$	cH	[398]
77	RXC J1314.4–2515	0.2474	3.85	1.27	20.3 ± 0.8	1.45 ± 0.06	+2R	[430]
78	RXC J1514.9–1523	0.2226	3.55	1.38	10.0 ± 2.0	1.65 ± 0.33	—	[431]
79	RXC J2003.5–2323	0.3171	4.59	1.38	35.0 ± 2.0	11.96 ± 0.68	—	[432]
80	RXC J2351.0–1954	0.2477	3.85	0.64	$4.5 \pm 0.9^{\text{q}}$	0.89 ± 0.18	cH	[390]

标注说明: (a) 自 168 MHz 按谱指数 $\alpha = 2.1$ 外延; (b) 自 323 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.3$ 外延; (c) 自 153 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.7$ 外延; (d) 自 346 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.0$ 外延; (e) 自 168 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.2$ 外延; (f) 自 168 MHz 按谱指数 $\alpha = 0.88$ 外延; (g) 自 168 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.5$ 外延; (h) 自 168 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.3$ 外延; (i) 自 610 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.2$ 外延; (j) 自 145 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.03$ 外延; (k) 自 325 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.04$ 外延; (l) 自 340 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.5$ 外延; (m) 自 1714 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.1$ 外延; (n) 自 610 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.4$ 外延; (o) 自 610 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.3$ 外延; (p) 自 1867 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.3$ 外延; (q) 自 168 MHz 按谱指数 $\alpha = 1.4$ 外延。

参考文献

- [1] WEINBERG S. **Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity**[M]. [S.l.]: Wiely, 1972 (see pp. 1, 145)
- [2] WEINBERG S. **Cosmology**[M]. [S.l.]: Oxford University Press, 2008 (see p. 1)
- [3] PEEBLES P J E. **Principles of Physical Cosmology**[M]. [S.l.]: Princeton University Press, 1993 (see pp. 1, 2)
- [4] PEACOCK J A. **Cosmological Physics**[M]. [S.l. : s.n.], 1999: 704. (see pp. 1, 2)
- [5] PEEBLES P J E. **The Large-scale Structure of the Universe**[M]. [S.l.]: Princeton University Press, 1980 (see pp. 2, 75, 144, 146)
- [6] BECKER R H, FAN X, WHITE R L, et al. *Evidence for Reionization at $z \sim 6$: Detection of a Gunn-Peterson Trough in a $z = 6.28$ Quasar*[J]. Astronomical Journal, 2001, **122**: 2850-2857. eprint: [astro-ph/0108097](#) DOI: [10.1086/324231](#) (see p. 2)
- [7] KAPLINGHAT M, CHU M, HAIMAN Z, et al. *Probing the Reionization History of the Universe using the Cosmic Microwave Background Polarization*[J]. Astrophysical Journal, 2003, **583**: 24-32. eprint: [astro-ph/0207591](#) DOI: [10.1086/344927](#) (see p. 2)
- [8] FAN X, CARILLI C L & KEATING B. *Observational Constraints on Cosmic Reionization*[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 2006, **44**: 415-462. eprint: [astro-ph/0602375](#) DOI: [10.1146/annurev.astro.44.051905.092514](#) (see p. 2)
- [9] MORALES M F & WYITHE J S B. *Reionization and Cosmology with 21-cm Fluctuations*[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 2010, **48**: 127-171. arXiv: [0910.3010](#) DOI: [10.1146/annurev-astro-081309-130936](#) (see pp. 2, 11, 47, 57, 117)
- [10] PRITCHARD J R & LOEB A. *21 cm cosmology in the 21st century*[J]. Reports on Progress in Physics, 2012, **75**: (8), 086901: 086901. arXiv: [1109.6012](#) DOI: [10.1088/0034-4885/75/8/086901](#) (see pp. 2, 48, 50-52, 56)
- [11] ZAROUBI S. *The Epoch of Reionization*[C]. // WIKLIND T, MOBASHER B & BROMM V *The First Galaxies*.**396**: [S.l. : s.n.], 2013: 45. arXiv: [1206.0267](#) DOI: [10.1007/978-3-642-32362-1_2](#) (see pp. 2, 3, 48, 57)
- [12] KOOPMANS L, PRITCHARD J, MELLEMA G, et al. *The Cosmic Dawn and Epoch of Reionisation with SKA*[J]. Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14), 2015, 1: 1. arXiv: [1505.07568](#) (see pp. 2, 11, 56, 129)
- [13] MCQUINN M. *The Evolution of the Intergalactic Medium*[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 2016, **54**: 313-362. arXiv: [1512.00086](#) DOI: [10.1146/annurev-astro-082214-122355](#) (see p. 2)
- [14] MADAU P, MEIKSIN A & REES M J. *21 Centimeter Tomography of the Intergalactic Medium at High Redshift*[J]. Astrophysical Journal, 1997, **475**: 429-444. eprint: [astro-ph/9608010](#) DOI: [10.1086/303549](#) (see pp. 2, 45, 48)

- [15] TOZZI P, MADAU P, MEIKSIN A, et al. *Radio Signatures of H I at High Redshift: Mapping the End of the “Dark Ages”*[J]. *Astrophysical Journal*, 2000, **528**: 597-606. eprint: [astro-ph/9903139](#) DOI: [10.1086/308196](https://doi.org/10.1086/308196) (see pp. 2, 45)
- [16] FURLANETTO S R, OH S P & BRIGGS F H. *Cosmology at low frequencies: The 21 cm transition and the high-redshift Universe*[J]. *Physics Reports*, 2006, **433**: 181-301. eprint: [astro-ph/0608032](#) DOI: [10.1016/j.physrep.2006.08.002](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2006.08.002) (see pp. 2, 45, 47, 48)
- [17] FURLANETTO S R. *The 21-cm Line as a Probe of Reionization*[J]. *Understanding the Epoch of Cosmic Reionization: Challenges and Progress*, 2016, **423**: 247. arXiv: [1511.01131](#) DOI: [10.1007/978-3-319-21957-8_9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-21957-8_9) (see p. 2)
- [18] ZHENG Q, WU X P, JOHNSTON-HOLLITT M, et al. *Radio Sources in the NCP Region Observed with the 21 Centimeter Array*[J]. *Astrophysical Journal*, 2016, **832**: 190: 190. arXiv: [1602.06624](#) DOI: [10.3847/0004-637X/832/2/190](https://doi.org/10.3847/0004-637X/832/2/190) (see p. 2)
- [19] PACIGA G, CHANG T C, GUPTA Y, et al. *The GMRT Epoch of Reionization experiment: a new upper limit on the neutral hydrogen power spectrum at $z \approx 8.6$* [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2011, **413**: 1174-1183. arXiv: [1006.1351](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18208.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18208.x) (see p. 2)
- [20] BOWMAN J D, CAIRNS I, KAPLAN D L, et al. *Science with the Murchison Widefield Array*[J]. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2013, **30**: e031: e031. arXiv: [1212.5151](#) [[astro-ph.IM](#)] DOI: [10.1017/pas.2013.009](https://doi.org/10.1017/pas.2013.009) (see p. 2)
- [21] TINGAY S J, GOEKE R, BOWMAN J D, et al. *The Murchison Widefield Array: The Square Kilometre Array Precursor at Low Radio Frequencies*[J]. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2013, **30**: e007: e007. arXiv: [1206.6945](#) [[astro-ph.IM](#)] DOI: [10.1017/pasa.2012.007](https://doi.org/10.1017/pasa.2012.007) (see pp. 2, 53)
- [22] VAN HAARLEM M P, WISE M W, GUNST A W, et al. *LOFAR: The LOw-Frequency ARray*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2013, **556**: A2: A2. arXiv: [1305.3550](#) [[astro-ph.IM](#)] DOI: [10.1051/0004-6361/201220873](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201220873) (see p. 2)
- [23] ELLINGSON S W, CLARKE T E, COHEN A, et al. *The Long Wavelength Array*[J]. *IEEE Proceedings*, 2009, **97**: 1421-1430. DOI: [10.1109/JPROC.2009.2015683](https://doi.org/10.1109/JPROC.2009.2015683) (see p. 2)
- [24] PARSONS A R, BACKER D C, FOSTER G S, et al. *The Precision Array for Probing the Epoch of Re-ionization: Eight Station Results*[J]. *Astronomical Journal*, 2010, **139**: 1468-1480. arXiv: [0904.2334](#) DOI: [10.1088/0004-6256/139/4/1468](https://doi.org/10.1088/0004-6256/139/4/1468) (see p. 2)
- [25] DEBOER D R, PARSONS A R, AGUIRRE J E, et al. *Hydrogen Epoch of Reionization Array (HERA)*[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2017, **129**: (4): 045001. arXiv: [1606.07473](#) [[astro-ph.IM](#)] DOI: [10.1088/1538-3873/129/974/045001](https://doi.org/10.1088/1538-3873/129/974/045001) (see p. 2)
- [26] MELLEMA G, KOOPMANS L V E, ABDALLA F A, et al. *Reionization and the Cosmic Dawn with the Square Kilometre Array*[J]. *Experimental Astronomy*, 2013, **36**: 235-318. arXiv: [1210.0197](#) DOI: [10.1007/s10686-013-9334-5](https://doi.org/10.1007/s10686-013-9334-5) (see pp. 2, 11, 56, 129)
- [27] WIJNHOLDS S, VAN DER TOL S, NIJBOER R, et al. *Calibration challenges for future radio telescopes*[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, **27**: 30-42. arXiv: [1004.0156](#) [[astro-ph.IM](#)] DOI: [10.1109/MSP.2009.934853](https://doi.org/10.1109/MSP.2009.934853) (see pp. 2, 60, 113)

- [28] DE OLIVEIRA-COSTA A, TEGMARK M, GAENSLER B M, et al. *A model of diffuse Galactic radio emission from 10 MHz to 100 GHz[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2008, **388**: 247-260. arXiv: [0802.1525](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13376.x](#) (see p. 3)
- [29] ZHENG H, TEGMARK M, DILLON J S, et al. *An improved model of diffuse galactic radio emission from 10 MHz to 5 THz[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, **464**: 3486-3497. arXiv: [1605.04920](#) DOI: [10.1093/mnras/stw2525](#) (see p. 3)
- [30] LIU A & TEGMARK M. *How well can we measure and understand foregrounds with 21-cm experiments?[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, **419**: 3491-3504. arXiv: [1106.0007 \[astro-ph.CO\]](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.19989.x](#) (see pp. 3, 57)
- [31] HARKER G J A. *Selection between foreground models for global 21-cm experiments[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2015, **449**: L21-L25. arXiv: [1501.05182](#) DOI: [10.1093/mnrasl/slv011](#) (see p. 3)
- [32] OFFRINGA A R, TROTT C M, HURLEY-WALKER N, et al. *Parametrizing Epoch of Reionization foregrounds: a deep survey of low-frequency point-source spectra with the Murchison Widefield Array[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2016, **458**: 1057-1070. arXiv: [1602.02247 \[astro-ph.IM\]](#) DOI: [10.1093/mnras/stw310](#) (see pp. 3, 57, 63, 64)
- [33] MURRAY S G, TROTT C M & JORDAN C H. *An Improved Statistical Point-source Foreground Model for the Epoch of Reionization[J]*. Astrophysical Journal, 2017, **845**: 7: 7. arXiv: [1706.10033](#) DOI: [10.3847/1538-4357/aa7d0a](#) (see pp. 3, 57, 62, 64)
- [34] PROCOPIO P, WAYTH R B, LINE J, et al. *A High-Resolution Foreground Model for the MWA EoR1 Field: Model and Implications for EoR Power Spectrum Analysis[J]*. Publications of the Astronomical Society of Australia, 2017, **34**: e033: e033. arXiv: [1707.02288 \[astro-ph.IM\]](#) DOI: [10.1017/pasa.2017.26](#) (see pp. 3, 57, 62)
- [35] SHAVER P A, WINDHORST R A, MADAU P, et al. *Can the reionization epoch be detected as a global signature in the cosmic background?[J]*. Astronomy and Astrophysics, 1999, **345**: 380-390. eprint: [astro-ph/9901320](#) (see pp. 3, 60, 62)
- [36] DI MATTEO T, CIARDI B & MINIATI F. *The 21-cm emission from the reionization epoch: extended and point source foregrounds[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2004, **355**: 1053-1065. eprint: [astro-ph/0402322](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.08443.x](#) (see pp. 3, 64, 66, 73)
- [37] GLESER L, NUSSER A & BENSON A J. *Decontamination of cosmological 21-cm maps[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2008, **391**: 383-398. arXiv: [0712.0497](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13897.x](#) (see pp. 3, 66, 73)
- [38] SPINELLI M, BERNARDI G & SANTOS M G. *Simulations of Galactic polarized synchrotron emission for Epoch of Reionization observations[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2018, **479**: 275-283. arXiv: [1802.03060](#) DOI: [10.1093/mnras/sty1457](#) (see pp. 3, 57, 62)

- [39] FERETTI L, GIOVANNINI G, GOVONI F, et al. *Clusters of galaxies: observational properties of the diffuse radio emission*[J]. *Astronomy and Astrophysics Review*, 2012, **20**: 54: 54. arXiv: [1205.1919](https://arxiv.org/abs/1205.1919) DOI: [10.1007/s00159-012-0054-z](https://doi.org/10.1007/s00159-012-0054-z) (see pp. 3, 65, 78, 88, 90)
- [40] KESHET U, WAXMAN E & LOEB A. *Imprint of Intergalactic Shocks on the Radio Sky*[J]. *Astrophysical Journal*, 2004, **617**: 281-302. eprint: [astro-ph/0402320](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0402320) DOI: [10.1086/424837](https://doi.org/10.1086/424837) (see p. 3)
- [41] CHAPMAN E, ZAROUBI S, ABDALLA F B, et al. *The effect of foreground mitigation strategy on EoR window recovery*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **458**: 2928-2939. DOI: [10.1093/mnras/stw161](https://doi.org/10.1093/mnras/stw161) (see pp. 4, 57, 66, 67, 106, 109, 111, 117, 129, 141)
- [42] LIU A, TEGMARK M & ZALDARRIAGA M. *Will point sources spoil 21-cm tomography?*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2009, **394**: 1575-1587. arXiv: [0807.3952](https://arxiv.org/abs/0807.3952) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.14426.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.14426.x) (see pp. 4, 60, 67, 73, 102, 103, 117, 118, 127, 135)
- [43] LOCHNER M, NATARAJAN I, ZWART J T L, et al. *Bayesian inference for radio observations*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2015, **450**: 1308-1319. DOI: [10.1093/mnras/stv679](https://doi.org/10.1093/mnras/stv679) (see pp. 4, 118)
- [44] HERBEL J, KACPRZAK T, AMARA A, et al. *Fast point spread function modeling with deep learning*[J]. *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 2018, **2018**: 054: 054. DOI: [10.1088/1475-7516/2018/07/054](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/07/054) (see pp. 4, 118)
- [45] VAFAEI SADR A, VOS E E, BASSETT B A, et al. *DeepSource: Point Source Detection using Deep Learning*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, **484**: 2793. arXiv: [1807.02701 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1807.02701) (see pp. 4, 118)
- [46] CONDON J J & RANSOM S M. **Essential Radio Astronomy**[M/OL]. [S.l.]: Princeton University Press, 2016. <http://press.princeton.edu/titles/10771.html> (see pp. 7, 12-14, 16, 17, 23, 27-29, 32, 42)
- [47] JANSKY K G. *Electrical Disturbances Apparently of Extraterrestrial Origin*[J]. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 1933, **21**: (10): 1387-1398. DOI: [10.1109/JRPROC.1933.3.227458](https://doi.org/10.1109/JRPROC.1933.3.227458) (see p. 8)
- [48] REBER G. *Notes: Cosmic Static.*[J]. *Astrophysical Journal*, 1940, **91**: 621-624. DOI: [10.1086/144197](https://doi.org/10.1086/144197) (see p. 9)
- [49] RYLE M & HEWISH A. *The synthesis of large radio telescopes*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1960, **120**: 220. DOI: [10.1093/mnras/120.3.220](https://doi.org/10.1093/mnras/120.3.220) (see p. 9)
- [50] BAADE W & MINKOWSKI R. *Identification of the Radio Sources in Cassiopeia, Cygnus A, and Puppis A.*[J]. *Astrophysical Journal*, 1954, **119**: 206. DOI: [10.1086/145812](https://doi.org/10.1086/145812) (see p. 9)
- [51] HAZARD C, MACKEY M B & SHIMMINS A J. *Investigation of the Radio Source 3C 273 By The Method of Lunar Occultations*[J]. *Nature*, 1963, **197**: 1037-1039. DOI: [10.1038/1971037a0](https://doi.org/10.1038/1971037a0) (see p. 9)
- [52] SCHMIDT M. *3C 273 : A Star-Like Object with Large Red-Shift*[J]. *Nature*, 1963, **197**: 1040. DOI: [10.1038/1971040a0](https://doi.org/10.1038/1971040a0) (see p. 9)

- [53] WEAVER H, WILLIAMS D R W, DIETER N H, et al. *Observations of a Strong Unidentified Microwave Line and of Emission from the OH Molecule*[J]. Nature, 1965, **208**: 29-31. DOI: [10.1038/208029a0](https://doi.org/10.1038/208029a0) (see p. 10)
- [54] PENZIAS A A & WILSON R W. *A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s.*[J]. Astrophysical Journal, 1965, **142**: 419-421. DOI: [10.1086/148307](https://doi.org/10.1086/148307) (see p. 10)
- [55] HEWISH A, BELL S J, PILKINGTON J D H, et al. *Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source*[J]. Nature, 1968, **217**: 709-713. DOI: [10.1038/217709a0](https://doi.org/10.1038/217709a0) (see p. 10)
- [56] ROBERTS M S & WHITEHURST R N. *The rotation curve and geometry of M31 at large galactocentric distances.*[J]. Astrophysical Journal, 1975, **201**: 327-346. DOI: [10.1086/153889](https://doi.org/10.1086/153889) (see p. 10)
- [57] WALSH D, CARSWELL R F & WEYMANN R J. *0957+561 A,B – Twin quasistellar objects or gravitational lens*[J]. Nature, 1979, **279**: 381-384. DOI: [10.1038/279381a0](https://doi.org/10.1038/279381a0) (see p. 10)
- [58] MELLEMA G, KOOPMANS L, SHUKLA H, et al. *HI tomographic imaging of the Cosmic Dawn and Epoch of Reionization with SKA*[J]. Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14), 2015, 10: 10. arXiv: [1501.04203](https://arxiv.org/abs/1501.04203) (see pp. 11, 52, 56, 129)
- [59] CASSANO R, BERNARDI G, BRUNETTI G, et al. *Cluster Radio Halos at the crossroads between astrophysics and cosmology in the SKA era*[J]. Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14), 2015, 73: 73. arXiv: [1412.5940](https://arxiv.org/abs/1412.5940) (see pp. 11, 66, 93)
- [60] VAZZA F, FERRARI C, BONAFEDE A, et al. *Filaments of the radio cosmic web: opportunities and challenges for SKA*[J]. Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14), 2015, 97: 97. arXiv: [1501.00315](https://arxiv.org/abs/1501.00315) (see pp. 11, 66)
- [61] KALE R, DWARAKANATH K S, VIR LAL D, et al. *Clusters of Galaxies and the Cosmic Web with Square Kilometre Array*[J]. Journal of Astrophysics and Astronomy, 2016, **37**: 31: 31. arXiv: [1610.08182](https://arxiv.org/abs/1610.08182) DOI: [10.1007/s12036-016-9406-9](https://doi.org/10.1007/s12036-016-9406-9) (see pp. 11, 65, 93)
- [62] JOHNSTON-HOLLITT M, GOVONI F, BECK R, et al. *Using SKA Rotation Measures to Reveal the Mysteries of the Magnetised Universe*[J]. Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14), 2015, 92: 92. arXiv: [1506.00808](https://arxiv.org/abs/1506.00808) (see p. 11)
- [63] ROY S, SUR S, SUBRAMANIAN K, et al. *Probing Magnetic Fields with Square Kilometre Array and its Precursors*[J]. Journal of Astrophysics and Astronomy, 2016, **37**: 42: 42. arXiv: [1611.06966](https://arxiv.org/abs/1611.06966) DOI: [10.1007/s12036-016-9417-6](https://doi.org/10.1007/s12036-016-9417-6) (see p. 11)
- [64] VAN ECK C L, HAVERKORN M, ALVES M I R, et al. *Faraday tomography of the local interstellar medium with LOFAR: Galactic foregrounds towards IC 342*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2017, **597**: A98: A98. arXiv: [1612.00710](https://arxiv.org/abs/1612.00710) DOI: [10.1051/0004-6361/201629707](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201629707) (see p. 11)
- [65] STAPPERS B W, HESSELS J W T, ALEXOV A, et al. *Observing pulsars and fast transients with LOFAR*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2011, **530**: A80: A80. arXiv: [1104.1577](https://arxiv.org/abs/1104.1577) [astro-ph.IM] DOI: [10.1051/0004-6361/201116681](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201116681) (see p. 11)
- [66] FENDER R, STEWART A, MACQUART J P, et al. *The Transient Universe with the Square Kilometre Array*[J]. Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14), 2015, 51: 51. arXiv: [1507.00729](https://arxiv.org/abs/1507.00729) [astro-ph.HE] (see p. 11)

- [67] JOHNSON J B. *Thermal Agitation of Electricity in Conductors*[J]. Physical Review, 1928, **32**: 97-109. DOI: [10.1103/PhysRev.32.97](https://doi.org/10.1103/PhysRev.32.97) (see p. 17)
- [68] NYQUIST H. *Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors*[J]. Physical Review, 1928, **32**: 110-113. DOI: [10.1103/PhysRev.32.110](https://doi.org/10.1103/PhysRev.32.110) (see p. 17)
- [69] BOHR N. XXXVII. *On the constitution of atoms and molecules*[J/OL]. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1913, **26**: (153): 476-502. <https://doi.org/10.1080/14786441308634993> DOI: [10.1080/14786441308634993](https://doi.org/10.1080/14786441308634993) (see p. 18)
- [70] EINSTEIN A. *Strahlungs-Emission und -Absorption nach der Quantentheorie*[J]. Deutsche Physikalische Gesellschaft, 1916, **18**: (see p. 18)
- [71] ZUNIGA V, HARIDAS N, ERDOGAN A T, et al. *Effect of a Central Antenna Element on the Directivity, Half-Power Beamwidth and Side-Lobe Level of Circular Antenna Arrays*[C]. // NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems. [S.l. : s.n.], 2009: 252-256. DOI: [10.1109/AHS.2009.63](https://doi.org/10.1109/AHS.2009.63) (see p. 26)
- [72] THOMPSON A R, MORAN J & SWENSON G, JR. **Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy**[M/OL]. 3rd ed. [S.l.]: Springer International Publishing, 2017. <https://www.springer.com/us/book/9783319444291> DOI: [10.1007/978-3-319-44431-4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-44431-4) (see pp. 34, 36, 59)
- [73] HOGBOM J A & BROUW W N. *The Synthesis Radio Telescope at Westerbork. Principles of Operation, Performance and Data Reduction*[J]. Astronomy and Astrophysics, 1974, **33**: 289. (see p. 35)
- [74] ZHENG H, TEGMARK M, BUZA V, et al. *MITEoR: a scalable interferometer for precision 21 cm cosmology*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2014, **445**: 1084-1103. arXiv: [1405.5527 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1405.5527) DOI: [10.1093/mnras/stu1773](https://doi.org/10.1093/mnras/stu1773) (see p. 35)
- [75] CLARK B G. *Coherence in Radio Astronomy*[C]. //TAYLOR G B, CARILLI C L & PERLEY R A *Synthesis Imaging in Radio Astronomy II*.**180**: [S.l. : s.n.], 1999: 1. (see p. 36)
- [76] CORNWELL T J & PERLEY R A. *Radio-interferometric imaging of very large fields - The problem of non-coplanar arrays*[J]. Astronomy and Astrophysics, 1992, **261**: 353-364. (see p. 36)
- [77] SAULT R J & OOSTERLOO T A. *Imaging algorithms in radio interferometry*[J]. ArXiv Astrophysics e-prints, 2007eprint: [astro-ph/0701171](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0701171) (see p. 36)
- [78] CORNWELL T J, GOLAP K & BHATNAGAR S. *The Noncoplanar Baselines Effect in Radio Interferometry: The w-Projection Algorithm*[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008, **2**: 647-657. arXiv: [0807.4161](https://arxiv.org/abs/0807.4161) DOI: [10.1109/JSTSP.2008.2005290](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2008.2005290) (see p. 36)
- [79] HUMPHREYS B & CORNWELL T. Analysis of Convolutional Resampling Algorithm Performance[EB/OL]. SKA Organisation 2011. https://www.skatelescope.org/uploaded/5911_6_132_Memo_Humphreys.pdf (see p. 36)

- [80] OFFRINGA A R, MCKINLEY B, HURLEY-WALKER N, et al. *WSCLEAN: an implementation of a fast, generic wide-field imager for radio astronomy*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2014, **444**: 606-619. arXiv: [1407.1943 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1407.1943) DOI: [10.1093/mnras/stu1368](https://doi.org/10.1093/mnras/stu1368) (see pp. 36, 103)
- [81] OFFRINGA A R & SMIRNOV O. *An optimized algorithm for multiscale wideband deconvolution of radio astronomical images*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, **471**: 301-316. arXiv: [1706.06786 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1706.06786) DOI: [10.1093/mnras/stx1547](https://doi.org/10.1093/mnras/stx1547) (see pp. 36, 103)
- [82] AVISON A & GEORGE S J. *A graphical tool for demonstrating the techniques of radio interferometry*[J]. European Journal of Physics, 2013, **34**: 7. arXiv: [1211.0228 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1211.0228) DOI: [10.1088/0143-0807/34/1/7](https://doi.org/10.1088/0143-0807/34/1/7) (see p. 37)
- [83] HÖGBOM J A. *Aperture Synthesis with a Non-Regular Distribution of Interferometer Baselines*[J]. Astronomy and Astrophysics Supplement Series, 1974, **15**: 417. (see pp. 38, 40, 42)
- [84] CARNWELL T, BRAUN R & BRIGGS D S. *Deconvolution*[C]. //TAYLOR G B, CARILLI C L & PERLEY R A *Synthesis Imaging in Radio Astronomy II*.**180**: [S.l. : s.n.], 1999: 151. (see pp. 38, 40)
- [85] NARAYAN R & NITYANANDA R. *Maximum entropy image restoration in astronomy*[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1986, **24**: 127-170. DOI: [10.1146/annurev.a.a.24.090186.001015](https://doi.org/10.1146/annurev.a.a.24.090186.001015) (see p. 38)
- [86] BRIGGS D S. High fidelity deconvolution of moderately resolved sources[D]. The New Mexico Institute of Mining, 1995 (see pp. 40, 103)
- [87] CLARK B G. *An efficient implementation of the algorithm ‘CLEAN’*[J]. Astronomy and Astrophysics, 1980, **89**: 377. (see p. 42)
- [88] SCHWAB F R. *Relaxing the isoplanatism assumption in self-calibration; applications to low-frequency radio interferometry*[J]. Astronomical Journal, 1984, **89**: 1076-1081. DOI: [10.1086/113605](https://doi.org/10.1086/113605) (see p. 42)
- [89] GRIFFITHS D J. *Hyperfine splitting in the ground state of hydrogen*[J]. American Journal of Physics, 1982, **50**: 698-703. DOI: [10.1119/1.12733](https://doi.org/10.1119/1.12733) (see p. 45)
- [90] VAN DE HULST H C. *Radiogolven uit het wereldrhum; herkomst der radiogolven*[J]. Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde, 1945, **11**: 210-221. (see p. 46)
- [91] EWEN H I & PURCELL E M. *Observation of a Line in the Galactic Radio Spectrum: Radiation from Galactic Hydrogen at 1,420 Mc./sec.*[J]. Nature, 1951, **168**: 356. DOI: [10.1038/168356a0](https://doi.org/10.1038/168356a0) (see p. 46)
- [92] HELLWIG H, VESSOT R F C, LEVINE M W, et al. *Measurement of the Unperturbed Hydrogen Hyperfine Transition Frequency*[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1970, **19**: (4): 200-209. DOI: [10.1109/TIM.1970.4313902](https://doi.org/10.1109/TIM.1970.4313902) (see p. 46)
- [93] ESSEN L, DONALDSON R W, BANGHAM M J, et al. *Frequency of the Hydrogen Maser*[J]. Nature, 1971, **229**: 110-111. DOI: [10.1038/229110a0](https://doi.org/10.1038/229110a0) (see p. 46)

- [94] FIELD G B. *Excitation of the Hydrogen 21-cm Line*[J]. Proceedings of the IRE, 1958, **46**: 240-250. DOI: [10.1109/JRPROC.1958.286741](https://doi.org/10.1109/JRPROC.1958.286741) (see pp. 47, 50)
- [95] BHARADWAJ S & ALI S S. *On using visibility correlations to probe the HI distribution from the dark ages to the present epoch – I. Formalism and the expected signal*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2005, **356**: 1519-1528. eprint: [astro-ph/0406676](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0406676) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.08604.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.08604.x) (see p. 48)
- [96] PRITCHARD J R, LOEB A & WYITHE J S B. *Constraining reionization using 21-cm observations in combination with CMB and Ly α forest data*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2010, **408**: 57-70. arXiv: [0908.3891](https://arxiv.org/abs/0908.3891) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17150.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17150.x) (see pp. 48, 52)
- [97] WOUTHUYSEN S A. *On the excitation mechanism of the 21-cm (radio-frequency) interstellar hydrogen emission line*[J]. Astronomical Journal, 1952, **57**: 31-32. DOI: [10.1086/106661](https://doi.org/10.1086/106661) (see p. 50)
- [98] SANTOS M G, AMBLARD A, PRITCHARD J, et al. *Cosmic Reionization and the 21 cm Signal: Comparison between an Analytical Model and a Simulation*[J]. Astrophysical Journal, 2008, **689**: 1-16. arXiv: [0708.2424](https://arxiv.org/abs/0708.2424) DOI: [10.1086/592487](https://doi.org/10.1086/592487) (see p. 51)
- [99] NUSSER A. *The spin temperature of neutral hydrogen during cosmic pre-reionization*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2005, **359**: 183-190. eprint: [astro-ph/0409640](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0409640) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.08894.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.08894.x) (see p. 52)
- [100] CHOUDHURY T R & FERRARA A. *Updating reionization scenarios after recent data*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2006, **371**: L55-L59. eprint: [astro-ph/0603617](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0603617) DOI: [10.1111/j.1745-3933.2006.00207.x](https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2006.00207.x) (see p. 52)
- [101] LIU A, ZHANG Y & PARSONS A R. *Spherical Harmonic Analyses of Intensity Mapping Power Spectra*[J]. Astrophysical Journal, 2016, **833**: 242: 242. arXiv: [1609.04401](https://arxiv.org/abs/1609.04401) DOI: [10.3847/1538-4357/833/2/242](https://doi.org/10.3847/1538-4357/833/2/242) (see p. 53)
- [102] LIU A, PARSONS A R & TROTT C M. *Epoch of reionization window. I. Mathematical formalism*[J]. Physical Review D, 2014, **90**: (2), 023018: 023018. arXiv: [1404.2596](https://arxiv.org/abs/1404.2596) DOI: [10.1103/PhysRevD.90.023018](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.023018) (see pp. 54, 67, 69)
- [103] PEACOCK J A & DODDS S J. *Non-linear evolution of cosmological power spectra*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1996, **280**: L19-L26. eprint: [astro-ph/9603031](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9603031) DOI: [10.1093/mnras/280.3.L19](https://doi.org/10.1093/mnras/280.3.L19) (see p. 54)
- [104] MORALES M F & HEWITT J. *Toward Epoch of Reionization Measurements with Wide-Field Radio Observations*[J]. Astrophysical Journal, 2004, **615**: 7-18. eprint: [astro-ph/0312437](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0312437) DOI: [10.1086/424437](https://doi.org/10.1086/424437) (see p. 54)
- [105] MCQUINN M, ZAHN O, ZALDARRIAGA M, et al. *Cosmological Parameter Estimation Using 21 cm Radiation from the Epoch of Reionization*[J]. Astrophysical Journal, 2006, **653**: 815-834. eprint: [astro-ph/0512263](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0512263) DOI: [10.1086/505167](https://doi.org/10.1086/505167) (see p. 54)
- [106] DATTA A, BOWMAN J D & CARILLI C L. *Bright Source Subtraction Requirements for Redshifted 21 cm Measurements*[J]. Astrophysical Journal, 2010, **724**: 526-538. arXiv: [1005.4071](https://arxiv.org/abs/1005.4071) DOI: [10.1088/0004-637X/724/1/526](https://doi.org/10.1088/0004-637X/724/1/526) (see pp. 54, 55, 60, 67, 73, 102, 109, 126)

- [107] THYAGARAJAN N, UDAYA SHANKAR N, SUBRAHMANYAN R, et al. *A Study of Fundamental Limitations to Statistical Detection of Redshifted HI from the Epoch of Reionization*[J]. *Astrophysical Journal*, 2013, **776**: 6: 6. arXiv: [1308.0565](https://arxiv.org/abs/1308.0565) DOI: [10.1088/0004-637X/776/1/6](https://doi.org/10.1088/0004-637X/776/1/6) (see pp. 55, 67, 70, 73)
- [108] TROTT C M, WAYTH R B & TINGAY S J. *The Impact of Point-source Subtraction Residuals on 21 cm Epoch of Reionization Estimation*[J]. *Astrophysical Journal*, 2012, **757**: 101: 101. arXiv: [1208.0646](https://arxiv.org/abs/1208.0646) DOI: [10.1088/0004-637X/757/1/101](https://doi.org/10.1088/0004-637X/757/1/101) (see pp. 55, 67)
- [109] BARRY N, HAZELTON B, SULLIVAN I, et al. *Calibration requirements for detecting the 21 cm epoch of reionization power spectrum and implications for the SKA*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **461**: 3135-3144. arXiv: [1603.00607](https://arxiv.org/abs/1603.00607) [astro-ph.IM] DOI: [10.1093/mnras/stw1380](https://doi.org/10.1093/mnras/stw1380) (see pp. 55, 60, 67, 109, 111, 113)
- [110] BEARDSLEY A P, HAZELTON B J, SULLIVAN I S, et al. *First Season MWA EoR Power Spectrum Results at Redshift 7*[J]. *Astrophysical Journal*, 2016, **833**: 102: 102. arXiv: [1608.06281](https://arxiv.org/abs/1608.06281) [astro-ph.IM] DOI: [10.3847/1538-4357/833/1/102](https://doi.org/10.3847/1538-4357/833/1/102) (see pp. 55, 60, 62, 67, 94, 111)
- [111] TROTT C M, PINDOR B, PROCOPIO P, et al. *CHIPS: The Cosmological H I Power Spectrum Estimator*[J]. *Astrophysical Journal*, 2016, **818**: 139: 139. arXiv: [1601.02073](https://arxiv.org/abs/1601.02073) [astro-ph.IM] DOI: [10.3847/0004-637X/818/2/139](https://doi.org/10.3847/0004-637X/818/2/139) (see pp. 55, 56, 67)
- [112] PATIL A H, YATAWATTA S, KOOPMANS L V E, et al. *Upper Limits on the 21 cm Epoch of Reionization Power Spectrum from One Night with LOFAR*[J]. *Astrophysical Journal*, 2017, **838**: 65: 65. arXiv: [1702.08679](https://arxiv.org/abs/1702.08679) DOI: [10.3847/1538-4357/aa63e7](https://doi.org/10.3847/1538-4357/aa63e7) (see pp. 55, 67)
- [113] LIU A & PARSONS A R. *Constraining cosmology and ionization history with combined 21 cm power spectrum and global signal measurements*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **457**: 1864-1877. arXiv: [1510.08815](https://arxiv.org/abs/1510.08815) DOI: [10.1093/mnras/stw071](https://doi.org/10.1093/mnras/stw071) (see p. 56)
- [114] BOWMAN J D, ROGERS A E E & HEWITT J N. *Toward Empirical Constraints on the Global Redshifted 21 cm Brightness Temperature During the Epoch of Reionization*[J]. *Astrophysical Journal*, 2008, **676**: 1-9. arXiv: [0710.2541](https://arxiv.org/abs/0710.2541) DOI: [10.1086/528675](https://doi.org/10.1086/528675) (see p. 56)
- [115] SOKOLOWSKI M, TREMBLAY S E, WAYTH R B, et al. *BIGHORNS – Broadband Instrument for Global HydrOgen Reionisation Signal*[J]. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2015, **32**: e004: e004. arXiv: [1501.02922](https://arxiv.org/abs/1501.02922) [astro-ph.IM] DOI: [10.1017/pasa.2015.3](https://doi.org/10.1017/pasa.2015.3) (see p. 56)
- [116] GREENHILL L J & BERNARDI G. *HI Epoch of Reionization Arrays*[J]. ArXiv e-prints, 2012arXiv: [1201.1700](https://arxiv.org/abs/1201.1700) [astro-ph.CO] (see p. 56)
- [117] VOYTEK T C, NATARAJAN A, JÁUREGUI GARCÍA J M, et al. *Probing the Dark Ages at z ~ 20: The SCI-HI 21 cm All-sky Spectrum Experiment*[J]. *Astrophysical Journal Letters*, 2014, **782**: L9: L9. arXiv: [1311.0014](https://arxiv.org/abs/1311.0014) DOI: [10.1088/2041-8205/782/1/L9](https://doi.org/10.1088/2041-8205/782/1/L9) (see p. 56)
- [118] SINGH S, SUBRAHMANYAN R, SHANKAR N U, et al. *SARAS 2: a spectral radiometer for probing cosmic dawn and the epoch of reionization through detection of the global 21-cm signal*[J]. *Experimental Astronomy*, 2018, **45**: 269-314. arXiv: [1710.01101](https://arxiv.org/abs/1710.01101) [astro-ph.IM] DOI: [10.1007/s10686-018-9584-3](https://doi.org/10.1007/s10686-018-9584-3) (see p. 56)

- [119] BOWMAN J D, ROGERS A E E, MONSALVE R A, et al. *An absorption profile centred at 78 megahertz in the sky-averaged spectrum*[J]. Nature, 2018, **555**: 67-70. DOI: [10.1038/nature25792](https://doi.org/10.1038/nature25792) (see p. 56)
- [120] MORALES M F, BEARDSLEY A, POBER J, et al. *Understanding the diversity of 21 cm cosmology analyses*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2019, **483**: 2207-2216. arXiv: [1810.08731](https://arxiv.org/abs/1810.08731) DOI: [10.1093/mnras/sty2844](https://doi.org/10.1093/mnras/sty2844) (see pp. 56, 140)
- [121] DILLON J S, NEBEN A R, HEWITT J N, et al. *Empirical covariance modeling for 21 cm power spectrum estimation: A method demonstration and new limits from early Murchison Widefield Array 128-tile data*[J]. Physical Review D, 2015, **91**: (12), 123011: 123011. arXiv: [1506.01026](https://arxiv.org/abs/1506.01026) DOI: [10.1103/PhysRevD.91.123011](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.123011) (see pp. 56, 67)
- [122] BEARDSLEY A P, THYAGARAJAN N, BOWMAN J D, et al. *An efficient feedback calibration algorithm for direct imaging radio telescopes*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, **470**: 4720-4731. arXiv: [1603.02126 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1603.02126) DOI: [10.1093/mnras/stx1512](https://doi.org/10.1093/mnras/stx1512) (see p. 56)
- [123] BARRY N, BEARDSLEY A P, BYRNE R, et al. *The FHD/ ϵ ppsiplon Epoch of Reionization Power Spectrum Pipeline*[J]. ArXiv e-prints, 2019arXiv: [1901.02980 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1901.02980) (see p. 56)
- [124] PARSONS A R, POBER J C, AGUIRRE J E, et al. *A Per-baseline, Delay-spectrum Technique for Accessing the 21 cm Cosmic Reionization Signature*[J]. Astrophysical Journal, 2012, **756**: 165: 165. arXiv: [1204.4749 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1204.4749) DOI: [10.1088/0004-637X/756/2/165](https://doi.org/10.1088/0004-637X/756/2/165) (see pp. 56, 67, 135, 140)
- [125] VEDANTHAM H, UDAYA SHANKAR N & SUBRAHMANYAN R. *Imaging the Epoch of Reionization: Limitations from Foreground Confusion and Imaging Algorithms*[J]. Astrophysical Journal, 2012, **745**: 176: 176. arXiv: [1106.1297 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1106.1297) DOI: [10.1088/0004-637X/745/2/176](https://doi.org/10.1088/0004-637X/745/2/176) (see pp. 56, 67)
- [126] ALI Z S, PARSONS A R, ZHENG H, et al. *PAPER-64 Constraints on Reionization: The 21 cm Power Spectrum at $z = 8.4$* [J]. Astrophysical Journal, 2015, **809**: 61: 61. arXiv: [1502.06016](https://arxiv.org/abs/1502.06016) DOI: [10.1088/0004-637X/809/1/61](https://doi.org/10.1088/0004-637X/809/1/61) (see p. 56)
- [127] BRAUN R, BOURKE T, GREEN J, et al. SKA1 Science Priority Outcomes[R/OL]. 2014-09-25 SKA Organisation 2014. <http://www.caastro.org/files/29/3087793188/ska1scienceprioritiesoutcome.pdf> (see p. 56)
- [128] BRAUN R & WALTERBOS R A M. *A solution to the short spacing problem in radio interferometry*[J]. Astronomy and Astrophysics, 1985, **143**: 307-312. (see pp. 57, 127)
- [129] COTTON W D. *Polarization in Interferometry*[C]. //TAYLOR G B, CARILLI C L & PERLEY R A *Synthesis Imaging in Radio Astronomy II*.**180**: [S.l. : s.n.], 1999: 111. (see p. 57)
- [130] REID R I, GRAY A D, LANDECKER T L, et al. *Correcting the polarization leakage phases and amplitudes throughout the primary beam of an interferometer*[J]. Radio Science, 2008, **43**: RS2008: RS2008. arXiv: [0801.2152](https://arxiv.org/abs/0801.2152) DOI: [10.1029/2007RS003709](https://doi.org/10.1029/2007RS003709) (see p. 57)
- [131] JELIĆ V, DE BRUYN A G, MEVIUS M, et al. *Initial LOFAR observations of epoch of reionization windows. II. Diffuse polarized emission in the ELAIS-N1 field*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2014, **568**: A101: A101. arXiv: [1407.2093](https://arxiv.org/abs/1407.2093) DOI: [10.1051/0004-6361/201423998](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201423998) (see pp. 57, 60)

- [132] ASAD K M B, KOOPMANS L V E, JELIĆ V, et al. *Polarization leakage in epoch of reionization windows – I. Low Frequency Array observations of the 3C196 field*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2015, **451**: 3709-3727. arXiv: [1503.01644](https://arxiv.org/abs/1503.01644) DOI: [10.1093/mnras/stv1107](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1107) (see pp. 57, 60)
- [133] ASAD K M B, KOOPMANS L V E, JELIĆ V, et al. *Polarization leakage in epoch of reionization windows – II. Primary beam model and direction-dependent calibration*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2016, **462**: 4482-4494. arXiv: [1604.04534](https://arxiv.org/abs/1604.04534) [astro-ph.IM] DOI: [10.1093/mnras/stw1863](https://doi.org/10.1093/mnras/stw1863) (see pp. 57, 60)
- [134] ASAD K M B, KOOPMANS L V E, JELIĆ V, et al. *Polarization leakage in epoch of reionization windows – III. Wide-field effects of narrow-field arrays*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2018, **476**: 3051-3062. arXiv: [1706.00875](https://arxiv.org/abs/1706.00875) [astro-ph.IM] DOI: [10.1093/mnras/sty258](https://doi.org/10.1093/mnras/sty258) (see pp. 57, 60)
- [135] GEHLOT B K, KOOPMANS L V E, DE BRUYN A G, et al. *Wide-field LOFAR-LBA power-spectra analyses: impact of calibration, polarization leakage, and ionosphere*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2018, **478**: 1484-1501. arXiv: [1709.07727](https://arxiv.org/abs/1709.07727) [astro-ph.IM] DOI: [10.1093/mnras/sty1095](https://doi.org/10.1093/mnras/sty1095) (see pp. 57, 60, 62)
- [136] JELIĆ V, ZAROUBI S, LABROPOULOS P, et al. *Foreground simulations for the LOFAR-epoch of reionization experiment*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2008, **389**: 1319-1335. arXiv: [0804.1130](https://arxiv.org/abs/0804.1130) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13634.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13634.x) (see pp. 57, 62, 66, 73, 135)
- [137] JELIĆ V, ZAROUBI S, LABROPOULOS P, et al. *Realistic simulations of the Galactic polarized foreground: consequences for 21-cm reionization detection experiments*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2010, **409**: 1647-1659. arXiv: [1007.4135](https://arxiv.org/abs/1007.4135) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17407.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17407.x) (see pp. 57, 62)
- [138] WANG J, XU H, GU J, et al. *How to Identify and Separate Bright Galaxy Clusters from the Low-frequency Radio Sky*[J]. Astrophysical Journal, 2010, **723**: 620-633. arXiv: [1008.3391](https://arxiv.org/abs/1008.3391) DOI: [10.1088/0004-637X/723/1/620](https://doi.org/10.1088/0004-637X/723/1/620) (see pp. 57, 73, 96, 98)
- [139] CARROLL P A, LINE J, MORALES M F, et al. *A high reliability survey of discrete Epoch of Reionization foreground sources in the MWA EoR0 field*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2016, **461**: 4151-4175. arXiv: [1607.03861](https://arxiv.org/abs/1607.03861) [astro-ph.IM] DOI: [10.1093/mnras/stw1599](https://doi.org/10.1093/mnras/stw1599) (see p. 57)
- [140] WANG X, TEGMARK M, SANTOS M G, et al. *21 cm Tomography with Foregrounds*[J]. Astrophysical Journal, 2006, **650**: 529-537. eprint: [astro-ph/0501081](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0501081) DOI: [10.1086/506597](https://doi.org/10.1086/506597) (see pp. 57, 66, 135, 136)
- [141] HARKER G, ZAROUBI S, BERNARDI G, et al. *Non-parametric foreground subtraction for 21-cm epoch of reionization experiments*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2009, **397**: 1138-1152. arXiv: [0903.2760](https://arxiv.org/abs/0903.2760) [astro-ph.CO] DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.15081.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.15081.x) (see pp. 57, 67, 125, 135, 136)
- [142] LIU A, TEGMARK M, BOWMAN J, et al. *An improved method for 21-cm foreground removal*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2009, **398**: 401-406. arXiv: [0903.4890](https://arxiv.org/abs/0903.4890) [astro-ph.CO] DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.15156.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.15156.x) (see pp. 57, 66)

- [143] CHAPMAN E, ABDALLA F B, HARKER G, et al. *Foreground removal using FastICA: a showcase of LOFAR-EoR[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, **423**: 2518-2532. arXiv: [1201.2190 \[astro-ph.CO\]](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.21065.x](#) (see pp. 57, 67, 73)
- [144] CHAPMAN E, ABDALLA F B, BOBIN J, et al. *The scale of the problem: recovering images of reionization with Generalized Morphological Component Analysis[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2013, **429**: 165-176. arXiv: [1209.4769 \[astro-ph.CO\]](#) DOI: [10.1093/mnras/sts333](#) (see pp. 57, 67, 125, 136)
- [145] GU J, XU H, WANG J, et al. *The Application of Continuous Wavelet Transform Based Foreground Subtraction Method in 21 cm Sky Surveys[J]*. Astrophysical Journal, 2013, **773**: 38: 38. arXiv: [1306.5378](#) DOI: [10.1088/0004-637X/773/1/38](#) (see pp. 57, 67, 135-137)
- [146] WANG J, XU H, AN T, et al. *Exploring the Cosmic Reionization Epoch in Frequency Space: An Improved Approach to Remove the Foreground in 21 cm Tomography[J]*. Astrophysical Journal, 2013, **763**: 90: 90. arXiv: [1211.6450](#) DOI: [10.1088/0004-637X/763/2/90](#) (see pp. 57, 66, 73)
- [147] BONALDI A & BROWN M L. *Foreground removal for Square Kilometre Array observations of the epoch of reionization with the correlated component analysis[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2015, **447**: 1973-1983. arXiv: [1409.5300](#) DOI: [10.1093/mnras/stu2601](#) (see pp. 57, 66, 96)
- [148] CHAPMAN E, BONALDI A, HARKER G, et al. *Cosmic Dawn and Epoch of Reionization Foreground Removal with the SKA[J]*. Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14), 2015, 5: 5. arXiv: [1501.04429 \[astro-ph.IM\]](#) (see pp. 57, 66, 135, 136)
- [149] MERTENS F G, GHOSH A & KOOPMANS L V E. *Statistical 21-cm signal separation via Gaussian Process Regression analysis[J]*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2018, **478**: 3640-3652. arXiv: [1711.10834](#) DOI: [10.1093/mnras/sty1207](#) (see p. 57)
- [150] MCKINLEY B, BRIGGS F, KAPLAN D L, et al. *Low-frequency Observations of the Moon with the Murchison Widefield Array[J]*. Astronomical Journal, 2013, **145**: 23: 23. arXiv: [1211.1433](#) DOI: [10.1088/0004-6256/145/1/23](#) (see p. 58)
- [151] TINGAY S J, KAPLAN D L, MCKINLEY B, et al. *On the Detection and Tracking of Space Debris Using the Murchison Widefield Array. I. Simulations and Test Observations Demonstrate Feasibility[J]*. Astronomical Journal, 2013, **146**: 103: 103. arXiv: [1308.2742 \[astro-ph.IM\]](#) DOI: [10.1088/0004-6256/146/4/103](#) (see p. 58)
- [152] BENTUM M J & BOONSTRA A J. *Low frequency astronomy – The challenge in a crowded RFI environment[C]*. // 2011 XXXth URSI General Assembly and Scientific Symposium. Istanbul, Turkey: IEEE, 2011: 1-4. DOI: [10.1109/URSIGASS.2011.6050736](#) (see p. 58)
- [153] FRIDMAN P A & BAAN W A. *RFI mitigation methods in radio astronomy[J]*. Astronomy and Astrophysics, 2001, **378**: 327-344. DOI: [10.1051/0004-6361:20011166](#) (see p. 58)

- [154] OFFRINGA A R, DE BRUYN A G, BIEHL M, et al. *Post-correlation radio frequency interference classification methods*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2010, **405**: 155-167. arXiv: [1002.1957 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1002.1957) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.16471.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16471.x) (see p. 58)
- [155] OFFRINGA A R, VAN DE GRONDE J J & ROERDINK J B T M. *A morphological algorithm for improving radio-frequency interference detection*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2012, **539**: A95: A95. arXiv: [1201.3364 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1201.3364) DOI: [10.1051/0004-6361/201118497](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201118497) (see p. 58)
- [156] PRASAD J & CHENGALUR J. *FLAGCAL: a flagging and calibration package for radio interferometric data*[J]. Experimental Astronomy, 2012, **33**: 157-171. arXiv: [1111.6415 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1111.6415) DOI: [10.1007/s10686-011-9279-5](https://doi.org/10.1007/s10686-011-9279-5) (see p. 58)
- [157] AKERET J, CHANG C, LUCCHI A, et al. *Radio frequency interference mitigation using deep convolutional neural networks*[J]. Astronomy and Computing, 2017, **18**: 35-39. arXiv: [1609.09077 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1609.09077) DOI: [10.1016/j.ascom.2017.01.002](https://doi.org/10.1016/j.ascom.2017.01.002) (see p. 58)
- [158] OFFRINGA A R, WAYTH R B, HURLEY-WALKER N, et al. *The Low-Frequency Environment of the Murchison Widefield Array: Radio-Frequency Interference Analysis and Mitigation*[J]. Publications of the Astronomical Society of Australia, 2015, **32**: e008: e008. arXiv: [1501.03946 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1501.03946) DOI: [10.1017/pasa.2015.7](https://doi.org/10.1017/pasa.2015.7) (see p. 58)
- [159] INTEMA H T, VAN DER TOL S, COTTON W D, et al. *Ionospheric calibration of low frequency radio interferometric observations using the peeling scheme. I. Method description and first results*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2009, **501**: 1185-1205. arXiv: [0904.3975 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/0904.3975) DOI: [10.1051/0004-6361/200811094](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200811094) (see pp. 59, 102)
- [160] JORDAN C H, MURRAY S, TROTT C M, et al. *Characterization of the ionosphere above the Murchison Radio Observatory using the Murchison Widefield Array*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, **471**: 3974-3987. arXiv: [1707.04978 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1707.04978) DOI: [10.1093/mnras/stx1797](https://doi.org/10.1093/mnras/stx1797) (see p. 59)
- [161] DE GASPERIN F, MEVIUS M, RAFFERTY D A, et al. *The effect of the ionosphere on ultra-low-frequency radio-interferometric observations*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2018, **615**: A179: A179. arXiv: [1804.07947 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1804.07947) DOI: [10.1051/0004-6361/201833012](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833012) (see p. 59)
- [162] SMIRNOV O M. *Revisiting the radio interferometer measurement equation. III. Addressing direction-dependent effects in 21 cm WSRT observations of 3C 147*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2011, **527**: A108: A108. arXiv: [1101.1768 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1101.1768) DOI: [10.1051/0004-6361/201116435](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201116435) (see p. 59)
- [163] VAN WEEREN R J, WILLIAMS W L, HARDCASTLE M J, et al. *LOFAR Facet Calibration*[J]. Astrophysical Journal Supplement Series, 2016, **223**: 2: 2. arXiv: [1601.05422 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1601.05422) DOI: [10.3847/0067-0049/223/1/2](https://doi.org/10.3847/0067-0049/223/1/2) (see p. 59)
- [164] JAGANNATHAN P, BHATNAGAR S, RAU U, et al. *Direction-dependent Corrections in Polarimetric Radio Imaging. I. Characterizing the Effects of the Primary Beam on Full-Stokes Imaging*[J]. Astronomical Journal, 2017, **154**: 56: 56. arXiv: [1706.01501 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1706.01501) DOI: [10.3847/1538-3881/aa77f8](https://doi.org/10.3847/1538-3881/aa77f8) (see p. 59)

- [165] NOORDAM J E. *LOFAR calibration challenges[C]*. //OSCHMANN J M, JR. *Ground-based Telescopes*.**5489**: [S.l. : s.n.], 2004: 817-825. DOI: [10.1111/12.544262](https://doi.org/10.1111/12.544262) (see pp. 59, 60, 102, 113)
- [166] NEBEN A R, HEWITT J N, BRADLEY R F, et al. *Beam-forming Errors in Murchison Wide-field Array Phased Array Antennas and their Effects on Epoch of Reionization Science[J]*. *Astrophysical Journal*, 2016, **820**: 44: 44. arXiv: [1602.05249 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1602.05249) DOI: [10.3847/0004-637X/820/1/44](https://doi.org/10.3847/0004-637X/820/1/44) (see p. 59)
- [167] THYAGARAJAN N, JACOBS D C, BOWMAN J D, et al. *Foregrounds in Wide-field Redshifted 21 cm Power Spectra[J]*. *Astrophysical Journal*, 2015, **804**: 14: 14. arXiv: [1502.07596 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1502.07596) DOI: [10.1088/0004-637X/804/1/14](https://doi.org/10.1088/0004-637X/804/1/14) (see p. 59)
- [168] MORT B, DULWICH F, RAZAVI-GHODS N, et al. *Analysing the impact of far-out sidelobes on the imaging performance of the SKA-LOW telescope[J]*. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, **465**: 3680-3692. arXiv: [1602.01805 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1602.01805) DOI: [10.1093/mnras/stw2814](https://doi.org/10.1093/mnras/stw2814) (see pp. 59, 101, 103, 113, 114)
- [169] BERNARDI G, MCQUINN M & GREENHILL L J. *Foreground Model and Antenna Calibration Errors in the Measurement of the Sky-averaged λ 21 cm Signal at $z \sim 20$ [J]*. *Astrophysical Journal*, 2015, **799**: 90: 90. arXiv: [1404.0887](https://arxiv.org/abs/1404.0887) DOI: [10.1088/0004-637X/799/1/90](https://doi.org/10.1088/0004-637X/799/1/90) (see p. 60)
- [170] TROTT C M, DE LERA ACEDO E, WAYTH R B, et al. *Spectral performance of Square Kilometre Array Antennas – II. Calibration performance[J]*. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, **470**: 455-465. arXiv: [1705.03116 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1705.03116) DOI: [10.1093/mnras/stx1224](https://doi.org/10.1093/mnras/stx1224) (see pp. 60, 70)
- [171] MORALES M F, HAZELTON B, SULLIVAN I, et al. *Four Fundamental Foreground Power Spectrum Shapes for 21 cm Cosmology Observations[J]*. *Astrophysical Journal*, 2012, **752**: 137: 137. arXiv: [1202.3830 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1202.3830) DOI: [10.1088/0004-637X/752/2/137](https://doi.org/10.1088/0004-637X/752/2/137) (see pp. 60, 67, 70)
- [172] LENCE E, ANDERSON C S, BARRY N, et al. *The Challenges of Low-Frequency Radio Polarimetry: Lessons from the Murchison Widefield Array[J]*. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2017, **34**: e040: e040. arXiv: [1708.05799 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1708.05799) DOI: [10.1017/pasa.2017.36](https://doi.org/10.1017/pasa.2017.36) (see p. 60)
- [173] MITCHELL D A, GREENHILL L J, WAYTH R B, et al. *Real-Time Calibration of the Murchison Widefield Array[J]*. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2008, **2**: 707-717. DOI: [10.1109/JSTSP.2008.2005327](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2008.2005327) (see pp. 60, 102)
- [174] DILLON J S & PARSONS A R. *Redundant Array Configurations for 21 cm Cosmology[J]*. *Astrophysical Journal*, 2016, **826**: 181: 181. arXiv: [1602.06259 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1602.06259) DOI: [10.3847/0004-637X/826/2/181](https://doi.org/10.3847/0004-637X/826/2/181) (see p. 60)
- [175] NORRIS R P. *Data Challenges for Next-generation Radio Telescopes[C]*. // *6th IEEE International Conference on eScience*. [S.l. : s.n.], 2011: 21-24. arXiv: [1101.1355 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1101.1355) DOI: [10.1109/eScienceW.2010.13](https://doi.org/10.1109/eScienceW.2010.13) (see pp. 60, 118)

- [176] DOLENSKY M, BOULTON M, VAN DIEPEN G, et al. SDP Memo: Data Challenge Supplement[EB/OL]. 2016-04-01 SKA Organisation 2016. http://ska-sdp.org/sites/default/files/attachments/ska-tel-sdp-0000024_02c_rep_sdpmemodatachallenge supplement_-_signed.pdf (see pp. 60, 118)
- [177] CHRYSOSTOMOU A, BOLTON R & DAVIS G R. *The square kilometre array: challenges of distributed operations and big data rates[C]. // Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series.* **10704**: [S.l. : s.n.], 2018: 1070419. DOI: [10.1117/12.2309554](https://doi.org/10.1117/12.2309554) (see pp. 60, 118)
- [178] MAGRO A, ZARB ADAMI K & ORD S. *Suitability of NVIDIA GPUs for SKA1-Low[J].* ArXiv e-prints, 2014arXiv: [1407.4698 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1407.4698) (see p. 60)
- [179] VERMIJ E, FIORIN L, JONGERIUS R, et al. *Challenges in exascale radio astronomy: Can the SKA ride the technology wave?[J].* The International Journal of High Performance Computing Applications, 2015, **29**: (1): 37-50. DOI: [10.1177/1094342014549059](https://doi.org/10.1177/1094342014549059) (see p. 60)
- [180] MORALES M F & MATEJEK M. *Software holography: interferometric data analysis for the challenges of next generation observatories[J].* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2009, **400**: 1814-1820. arXiv: [0810.5107](https://arxiv.org/abs/0810.5107) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.15537.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.15537.x) (see p. 60)
- [181] BONALDI A & ROBERT BRAUN FOR THE SKAO SCIENCE TEAM. *Square Kilometre Array Science Data Challenge 1[J].* ArXiv e-prints, 2018arXiv: [1811.10454 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1811.10454) (see p. 60)
- [182] FARNES J, MORT B, DULWICH F, et al. *Science Pipelines for the Square Kilometre Array Galaxies, 2018, **6**: (4), 120: 120.* arXiv: [1811.08272 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1811.08272). <http://www.mdpi.com/2075-4434/6/4/120> DOI: [10.3390/galaxies6040120](https://doi.org/10.3390/galaxies6040120) (see p. 60)
- [183] GUNST A W & KRUITHOF G H. *Antenna data storage concept for phased array radio astronomical instruments[J].* Experimental Astronomy, 2018, **45**: 351-362. DOI: [10.1007/s10686-018-9587-0](https://doi.org/10.1007/s10686-018-9587-0) (see p. 60)
- [184] BERNARDI G, DE BRUYN A G, BRENTJENS M A, et al. *Foregrounds for observations of the cosmological 21 cm line. I. First Westerbork measurements of Galactic emission at 150 MHz in a low latitude field[J].* Astronomy and Astrophysics, 2009, **500**: 965-979. arXiv: [0904.0404](https://arxiv.org/abs/0904.0404) DOI: [10.1051/0004-6361/200911627](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200911627) (see p. 60)
- [185] GHOSH A, PRASAD J, BHARADWAJ S, et al. *Characterizing foreground for redshifted 21 cm radiation: 150 MHz Giant Metrewave Radio Telescope observations[J].* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, **426**: 3295-3314. arXiv: [1208.1617 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1208.1617) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.21889.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21889.x) (see p. 60)
- [186] REMAZEILLES M, DICKINSON C, BANDAY A J, et al. *An improved source-subtracted and destriped 408-MHz all-sky map[J].* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2015, **451**: 4311-4327. arXiv: [1411.3628 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1411.3628) DOI: [10.1093/mnras/stv1274](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1274) (see pp. 60, 61, 96)
- [187] HASLAM C G T, SALTER C J, STOFFEL H, et al. *A 408 MHz all-sky continuum survey. II – The atlas of contour maps[J].* Astronomy and Astrophysics Supplement Series, 1982, **47**: 1. (see pp. 60, 96)

- [188] ROGERS A E E & BOWMAN J D. *Spectral Index of the Diffuse Radio Background Measured from 100 to 200 MHz*[J]. *Astronomical Journal*, 2008, **136**: 641-648. arXiv: [0806.2868](#) DOI: [10.1088/0004-6256/136/2/641](#) (see p. 60)
- [189] GIARDINO G, BANDAY A J, GÓRSKI K M, et al. *Towards a model of full-sky Galactic synchrotron intensity and linear polarisation: A re-analysis of the Parkes data*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2002, **387**: 82-97. eprint: [astro-ph/0202520](#) DOI: [10.1051/0004-6361:20020285](#) (see pp. 61, 96)
- [190] REICH P & REICH W. *A radio continuum survey of the northern sky at 1420 MHz. II*[J]. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 1986, **63**: 205-288. (see pp. 61, 96)
- [191] JONAS J L, BAART E E & NICOLSON G D. *The Rhodes/HartRAO 2326-MHz radio continuum survey*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1998, **297**: 977-989. DOI: [10.1046/j.1365-8711.1998.01367.x](#) (see pp. 61, 96)
- [192] IACOBELLI M, HAVERKORN M, ORRÚ E, et al. *Studying Galactic interstellar turbulence through fluctuations in synchrotron emission. First LOFAR Galactic foreground detection*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2013, **558**: A72: A72. arXiv: [1308.2804 \[astro-ph.GA\]](#) DOI: [10.1051/0004-6361/201322013](#) (see p. 60)
- [193] CHOUDHURI S, BHARADWAJ S, ALI S S, et al. *The angular power spectrum measurement of the Galactic synchrotron emission in two fields of the TGSS survey*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, **470**: L11-L15. arXiv: [1704.08642](#) DOI: [10.1093/mnrasl/slx066](#) (see p. 60)
- [194] WAELKENS A H, SCHEKOCHIHIN A A & ENSSLIN T A. *Probing magnetic turbulence by synchrotron polarimetry: statistics and structure of magnetic fields from Stokes correlators*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2009, **398**: 1970-1988. arXiv: [0903.3056](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.15231.x](#) (see p. 60)
- [195] LAZARIAN A & POGOSYAN D. *Statistical Description of Synchrotron Intensity Fluctuations: Studies of Astrophysical Magnetic Turbulence*[J]. *Astrophysical Journal*, 2012, **747**: 5: 5. arXiv: [1105.4617](#) DOI: [10.1088/0004-637X/747/1/5](#) (see p. 60)
- [196] ALI S S, BHARADWAJ S, CHOUDHURI S, et al. *Prospects of Measuring the Angular Power Spectrum of the Diffuse Galactic Synchrotron Emission with SKA1 Low*[J]. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 2016, **37**: 35: 35. arXiv: [1610.08184](#) DOI: [10.1007/s12036-016-9413-x](#) (see p. 60)
- [197] RYBICKI G B & LIGHTMAN A P. **Radiative Processes in Astrophysics**[M]. [S.l.]: Wiley, 1979 (see pp. 60, 84, 85, 87)
- [198] ALONSO D, FERREIRA P G & SANTOS M G. *Fast simulations for intensity mapping experiments*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2014, **444**: 3183-3197. arXiv: [1405.1751](#) DOI: [10.1093/mnras/stu1666](#) (see p. 62)
- [199] NUNHOKEE C D, BERNARDI G, KOHN S A, et al. *Constraining Polarized Foregrounds for EoR Experiments. II. Polarization Leakage Simulations in the Avoidance Scheme*[J]. *Astrophysical Journal*, 2017, **848**: 47: 47. arXiv: [1707.04109](#) DOI: [10.3847/1538-4357/aa8b73](#) (see p. 62)

- [200] DICKINSON C, DAVIES R D & DAVIS R J. *Towards a free-free template for CMB foregrounds*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2003, **341**: 369-384. eprint: [astro-ph/0302024](#) DOI: [10.1046/j.1365-8711.2003.06439.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2003.06439.x) (see pp. 62, 63, 97-99)
- [201] FINKBEINER D P. *A Full-Sky H α Template for Microwave Foreground Prediction*[J]. Astrophysical Journal Supplement Series, 2003, **146**: 407-415. eprint: [astro-ph/0301558](#) DOI: [10.1086/374411](https://doi.org/10.1086/374411) (see pp. 62, 63, 97, 98)
- [202] SMOOT G F. *Galactic Free-free and H α Emission*[J]. ArXiv Astrophysics e-prints, 1998eprint: [astro-ph/9801121](#) (see p. 62)
- [203] SCHLEGEL D J, FINKBEINER D P & DAVIS M. *Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds*[J]. Astrophysical Journal, 1998, **500**: 525-553. eprint: [astro-ph/9710327](#) DOI: [10.1086/305772](https://doi.org/10.1086/305772) (see pp. 62, 98)
- [204] ALVES M I R, DAVIES R D, DICKINSON C, et al. *Diffuse radio recombination line emission on the Galactic plane between $l = 36^\circ$ and 44°* [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2010, **405**: 1654-1669. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.16595.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16595.x) (see p. 62)
- [205] ALVES M I R, DAVIES R D, DICKINSON C, et al. *A derivation of the free-free emission on the Galactic plane between $l = 20^\circ$ and 44°* [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, **422**: 2429-2443. arXiv: [1108.6268](#) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.20796.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.20796.x) (see p. 62)
- [206] YOSHIURA S, LINE J L B, KUBOTA K, et al. *Detectability of 21 cm-signal during the Epoch of Reionization with 21 cm-Lyman- α emitter cross-correlation - II. Foreground contamination*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2018, **479**: 2767-2776. arXiv: [1709.04168](#) DOI: [10.1093/mnras/sty1472](https://doi.org/10.1093/mnras/sty1472) (see p. 62)
- [207] PADOVANI P. *The faint radio sky: radio astronomy becomes mainstream*[J]. Astronomy and Astrophysics Review, 2016, **24**: 13: 13. arXiv: [1609.00499](#) DOI: [10.1007/s00159-016-0098-6](https://doi.org/10.1007/s00159-016-0098-6) (see p. 63)
- [208] LEDLOW M J & OWEN F N. *20 cm VLA Survey of Abell Clusters of Galaxies. VI. Radio/Optical Luminosity Functions*[J]. Astronomical Journal, 1996, **112**: 9. eprint: [astro-ph/9607014](#) DOI: [10.1086/117985](https://doi.org/10.1086/117985) (see p. 63)
- [209] FANAROFF B L & RILEY J M. *The morphology of extragalactic radio sources of high and low luminosity*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1974, **167**: 31P-36P. DOI: [10.1093/mnras/167.1.31P](https://doi.org/10.1093/mnras/167.1.31P) (see pp. 63, 98)
- [210] CONDON J J. *Radio emission from normal galaxies*[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1992, **30**: 575-611. DOI: [10.1146/annurev.aa.30.090192.003043](https://doi.org/10.1146/annurev.aa.30.090192.003043) (see pp. 63, 98)
- [211] URRY C M & PADOVANI P. *Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei*[J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 1995, **107**: 803. eprint: [astro-ph/9506063](#) DOI: [10.1086/133630](https://doi.org/10.1086/133630) (see p. 63)
- [212] ANTONUCCI R. *Unified models for active galactic nuclei and quasars*[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1993, **31**: 473-521. DOI: [10.1146/annurev.aa.31.090193.002353](https://doi.org/10.1146/annurev.aa.31.090193.002353) (see p. 63)

- [213] PADOVANI P, ALEXANDER D M, ASSEF R J, et al. *Active galactic nuclei: what's in a name?*[J]. *Astronomy and Astrophysics Review*, 2017, **25**: 2: 2. arXiv: [1707.07134](https://arxiv.org/abs/1707.07134) DOI: [10.1007/s00159-017-0102-9](https://doi.org/10.1007/s00159-017-0102-9) (see p. 63)
- [214] BARTHEL P D. *Is every quasar beamed?*[J]. *Astrophysical Journal*, 1989, **336**: 606-611. DOI: [10.1086/167038](https://doi.org/10.1086/167038) (see p. 63)
- [215] GIOMMI P, PADOVANI P, POLENTA G, et al. *A simplified view of blazars: clearing the fog around long-standing selection effects*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2012, **420**: 2899-2911. arXiv: [1110.4706](https://arxiv.org/abs/1110.4706) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.20044.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.20044.x) (see p. 63)
- [216] GIOMMI P, PADOVANI P & POLENTA G. *A simplified view of blazars: the γ -ray case*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2013, **431**: 1914-1922. arXiv: [1302.4331](https://arxiv.org/abs/1302.4331) [[astro-ph.HE](#)] DOI: [10.1093/mnras/stt305](https://doi.org/10.1093/mnras/stt305) (see p. 63)
- [217] SANDAGE A. *The Existence of a Major New Constituent of the Universe: the Quasistellar Galaxies*.[J]. *Astrophysical Journal*, 1965, **141**: 1560. DOI: [10.1086/148245](https://doi.org/10.1086/148245) (see pp. 63, 98)
- [218] WILSON A S & COLBERT E J M. *The difference between radio-loud and radio-quiet active galaxies*[J]. *Astrophysical Journal*, 1995, **438**: 62-71. eprint: [astro-ph/9408005](#) DOI: [10.1086/175054](https://doi.org/10.1086/175054) (see pp. 63, 98)
- [219] GEIL P M, GAENSLER B M & WYITHE J S B. *Polarized foreground removal at low radio frequencies using rotation measure synthesis: uncovering the signature of hydrogen reionization*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2011, **418**: 516-535. arXiv: [1011.2321](https://arxiv.org/abs/1011.2321) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.19509.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.19509.x) (see p. 64)
- [220] VAN ECK C L, HAVERKORN M, ALVES M I R, et al. *Polarized point sources in the LOFAR Two-meter Sky Survey: A preliminary catalog*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2018, **613**: A58: A58. arXiv: [1801.04467](https://arxiv.org/abs/1801.04467) DOI: [10.1051/0004-6361/201732228](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201732228) (see p. 64)
- [221] DI MATTEO T, PERNA R, ABEL T, et al. *Radio Foregrounds for the 21 Centimeter Tomography of the Neutral Intergalactic Medium at High Redshifts*[J]. *Astrophysical Journal*, 2002, **564**: 576-580. eprint: [astro-ph/0109241](#) DOI: [10.1086/324293](https://doi.org/10.1086/324293) (see pp. 64, 66)
- [222] LIU A & TEGMARK M. *A method for 21 cm power spectrum estimation in the presence of foregrounds*[J]. *Physical Review D*, 2011, **83**: (10), 103006: 103006. arXiv: [1103.0281](https://arxiv.org/abs/1103.0281) [[astro-ph.CO](#)] DOI: [10.1103/PhysRevD.83.103006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.103006) (see p. 64)
- [223] ALONSO D, BULL P, FERREIRA P G, et al. *Blind foreground subtraction for intensity mapping experiments*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2015, **447**: 400-416. arXiv: [1409.8667](https://arxiv.org/abs/1409.8667) DOI: [10.1093/mnras/stu2474](https://doi.org/10.1093/mnras/stu2474) (see pp. 64, 135)
- [224] SARAZIN C L. *X-ray emission from clusters of galaxies*[J]. *Reviews of Modern Physics*, 1986, **58**: 1-115. DOI: [10.1103/RevModPhys.58.1](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.58.1) (see pp. 64, 80)
- [225] BÖHRINGER H & WERNER N. *X-ray spectroscopy of galaxy clusters: studying astrophysical processes in the largest celestial laboratories*[J]. *Astronomy and Astrophysics Review*, 2010, **18**: 127-196. DOI: [10.1007/s00159-009-0023-3](https://doi.org/10.1007/s00159-009-0023-3) (see p. 64)

- [226] LARGE M I, MATHEWSON D S & HASLAM C G T. *A High-Resolution Survey of the Coma Cluster of Galaxies at 408 Mc./s.* [J]. Nature, 1959, **183**: 1663-1664. DOI: [10.1038/1831663a0](https://doi.org/10.1038/1831663a0) (see p. 64)
- [227] VAN WEREN R J, DE GASPERIN F, AKAMATSU H, et al. *Diffuse Radio Emission from Galaxy Clusters* [J]. Space Science Reviews, 2019, **215**: 16: 16. arXiv: [1901.04496](https://arxiv.org/abs/1901.04496) [astro-ph.HE] DOI: [10.1007/s11214-019-0584-z](https://doi.org/10.1007/s11214-019-0584-z) (see p. 65)
- [228] GOVONI F, FERETTI L, GIOVANNINI G, et al. *Radio and X-ray diffuse emission in six clusters of galaxies* [J]. Astronomy and Astrophysics, 2001, **376**: 803-819. eprint: [astro-ph/0107275](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0107275) DOI: [10.1051/0004-6361:20011016](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20011016) (see pp. 65, 157, 158)
- [229] LINDNER R R, BAKER A J, HUGHES J P, et al. *The Radio Relics and Halo of El Gordo, a Massive z = 0.870 Cluster Merger* [J]. Astrophysical Journal, 2014, **786**: 49: 49. arXiv: [1310.6786](https://arxiv.org/abs/1310.6786) DOI: [10.1088/0004-637X/786/1/49](https://doi.org/10.1088/0004-637X/786/1/49) (see pp. 65, 158)
- [230] VAN WEREN R J, RÖTTGERING H J A, BRÜGGEN M, et al. *Diffuse radio emission in the merging cluster MACS J0717.5+3745: the discovery of the most powerful radio halo* [J]. Astronomy and Astrophysics, 2009, **505**: 991-997. arXiv: [0905.3650](https://arxiv.org/abs/0905.3650) DOI: [10.1051/0004-6361/200912528](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200912528) (see pp. 65, 159)
- [231] BRUNETTI G & JONES T W. *Cosmic Rays in Galaxy Clusters and Their Nonthermal Emission* [J]. International Journal of Modern Physics D, 2014, **23**: 1430007-98: 1430007-98. arXiv: [1401.7519](https://arxiv.org/abs/1401.7519) DOI: [10.1142/S0218271814300079](https://doi.org/10.1142/S0218271814300079) (see pp. 65, 74, 78)
- [232] VAZZA F, BRÜGGEN M, GHELLER C, et al. *On the amplification of magnetic fields in cosmic filaments and galaxy clusters* [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2014, **445**: 3706-3722. arXiv: [1409.2640](https://arxiv.org/abs/1409.2640) DOI: [10.1093/mnras/stu1896](https://doi.org/10.1093/mnras/stu1896) (see p. 66)
- [233] RYU D, KANG H, HALLMAN E, et al. *Cosmological Shock Waves and Their Role in the Large-Scale Structure of the Universe* [J]. Astrophysical Journal, 2003, **593**: 599-610. eprint: [astro-ph/0305164](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0305164) DOI: [10.1086/376723](https://doi.org/10.1086/376723) (see p. 66)
- [234] SKILLMAN S W, O'SHEA B W, HALLMAN E J, et al. *Cosmological Shocks in Adaptive Mesh Refinement Simulations and the Acceleration of Cosmic Rays* [J]. Astrophysical Journal, 2008, **689**: 1063-1077. arXiv: [0806.1522](https://arxiv.org/abs/0806.1522) DOI: [10.1086/592496](https://doi.org/10.1086/592496) (see p. 66)
- [235] OH S P & MACK K J. *Foregrounds for 21-cm observations of neutral gas at high redshift* [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2003, **346**: 871-877. eprint: [astro-ph/0302099](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0302099) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2003.07133.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2003.07133.x) (see p. 66)
- [236] GNEDIN N Y & SHAVER P A. *Redshifted 21 Centimeter Emission from the Pre-Reionization Era. I. Mean Signal and Linear Fluctuations* [J]. Astrophysical Journal, 2004, **608**: 611-621. eprint: [astro-ph/0312005](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0312005) DOI: [10.1086/420735](https://doi.org/10.1086/420735) (see p. 66)
- [237] LIU A, PARSONS A R & TROTT C M. *Epoch of reionization window. II. Statistical methods for foreground wedge reduction* [J]. Physical Review D, 2014, **90**: (2), 023019: 023019. arXiv: [1404.4372](https://arxiv.org/abs/1404.4372) DOI: [10.1103/PhysRevD.90.023019](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.023019) (see pp. 67, 69)
- [238] POBER J C, LIU A, DILLON J S, et al. *What Next-generation 21 cm Power Spectrum Measurements can Teach us About the Epoch of Reionization* [J]. Astrophysical Journal, 2014, **782**: 66: 66. arXiv: [1310.7031](https://arxiv.org/abs/1310.7031) DOI: [10.1088/0004-637X/782/2/66](https://doi.org/10.1088/0004-637X/782/2/66) (see p. 67)

- [239] KERRIGAN J R, POBER J C, ALI Z S, et al. *Improved 21 cm Epoch of Reionization Power Spectrum Measurements with a Hybrid Foreground Subtraction and Avoidance Technique*[J]. *Astrophysical Journal*, 2018, **864**: 131: 131. arXiv: [1801.00460](https://arxiv.org/abs/1801.00460) [astro-ph.IM] DOI: [10.3847/1538-4357/aad8bb](https://doi.org/10.3847/1538-4357/aad8bb) (see pp. 67, 111, 141)
- [240] POBER J C, PARSONS A R, AGUIRRE J E, et al. *Opening the 21 cm Epoch of Reionization Window: Measurements of Foreground Isolation with PAPER*[J]. *Astrophysical Journal Letters*, 2013, **768**: L36: L36. arXiv: [1301.7099](https://arxiv.org/abs/1301.7099) DOI: [10.1088/2041-8205/768/2/L36](https://doi.org/10.1088/2041-8205/768/2/L36) (see pp. 67, 115)
- [241] DILLON J S, LIU A, WILLIAMS C L, et al. *Overcoming real-world obstacles in 21 cm power spectrum estimation: A method demonstration and results from early Murchison Widefield Array data*[J]. *Physical Review D*, 2014, **89**: (2), 023002: 023002. arXiv: [1304.4229](https://arxiv.org/abs/1304.4229) [astro-ph.CO] DOI: [10.1103/PhysRevD.89.023002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.023002) (see p. 67)
- [242] POBER J C, HAZELTON B J, BEARDSLEY A P, et al. *The Importance of Wide-field Foreground Removal for 21 cm Cosmology: A Demonstration with Early MWA Epoch of Reionization Observations*[J]. *Astrophysical Journal*, 2016, **819**: 8: 8. arXiv: [1601.06177](https://arxiv.org/abs/1601.06177) [astro-ph.IM] DOI: [10.3847/0004-637X/819/1/8](https://doi.org/10.3847/0004-637X/819/1/8) (see pp. 67, 115)
- [243] HAZELTON B J, MORALES M F & SULLIVAN I S. *The Fundamental Multi-baseline Mode-mixing Foreground in 21 cm Epoch of Reionization Observations*[J]. *Astrophysical Journal*, 2013, **770**: 156: 156. arXiv: [1301.3126](https://arxiv.org/abs/1301.3126) [astro-ph.IM] DOI: [10.1088/0004-637X/770/2/156](https://doi.org/10.1088/0004-637X/770/2/156) (see p. 67)
- [244] JACOBS D C, HAZELTON B J, TROTT C M, et al. *The Murchison Widefield Array 21 cm Power Spectrum Analysis Methodology*[J]. *Astrophysical Journal*, 2016, **825**: 114: 114. arXiv: [1505.06978](https://arxiv.org/abs/1505.06978) [astro-ph.IM] DOI: [10.3847/0004-637X/825/2/114](https://doi.org/10.3847/0004-637X/825/2/114) (see p. 67)
- [245] BOWMAN J D, MORALES M F & HEWITT J N. *Foreground Contamination in Interferometric Measurements of the Redshifted 21 cm Power Spectrum*[J]. *Astrophysical Journal*, 2009, **695**: 183-199. arXiv: [0807.3956](https://arxiv.org/abs/0807.3956) DOI: [10.1088/0004-637X/695/1/183](https://doi.org/10.1088/0004-637X/695/1/183) (see pp. 67, 140)
- [246] WYITHE J S B & LOEB A. *A characteristic size of ~ 10 Mpc for the ionized bubbles at the end of cosmic reionization*[J]. *Nature*, 2004, **432**: 194-196. eprint: [astro-ph/0409412](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0409412) DOI: [10.1038/nature03033](https://doi.org/10.1038/nature03033) (see pp. 70, 73)
- [247] DE LERA ACEDO E, TROTT C M, WAYTH R B, et al. *Spectral performance of SKA Log-periodic Antennas I: mitigating spectral artefacts in SKA1-LOW 21 cm cosmology experiments*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2017, **469**: 2662-2671. arXiv: [1702.05126](https://arxiv.org/abs/1702.05126) [astro-ph.IM] DOI: [10.1093/mnras/stx904](https://doi.org/10.1093/mnras/stx904) (see p. 70)
- [248] SIMS P H, LENTATI L, ALEXANDER P, et al. *Contamination of the Epoch of Reionization power spectrum in the presence of foregrounds*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **462**: 3069-3093. arXiv: [1607.07628](https://arxiv.org/abs/1607.07628) DOI: [10.1093/mnras/stw1768](https://doi.org/10.1093/mnras/stw1768) (see p. 73)
- [249] FERMI E. *On the Origin of the Cosmic Radiation*[J]. *Physical Review*, 1949, **75**: 1169-1174. DOI: [10.1103/PhysRev.75.1169](https://doi.org/10.1103/PhysRev.75.1169) (see pp. 74, 151)
- [250] FERMI E. *Galactic Magnetic Fields and the Origin of Cosmic Radiation*[J]. *Astrophysical Journal*, 1954, **119**: 1. DOI: [10.1086/145789](https://doi.org/10.1086/145789) (see pp. 74, 151)

- [251] DAVIS L. *Modified Fermi Mechanism for the Acceleration of Cosmic Rays*[J]. Physical Review, 1956, **101**: 351-358. DOI: [10.1103/PhysRev.101.351](https://doi.org/10.1103/PhysRev.101.351) (see pp. 74, 151)
- [252] GOVONI F & FERETTI L. *Magnetic Fields in Clusters of Galaxies*[J]. International Journal of Modern Physics D, 2004, **13**: 1549-1594. eprint: [astro-ph/0410182](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0410182) DOI: [10.1142/S0218271804005080](https://doi.org/10.1142/S0218271804005080) (see pp. 74, 85)
- [253] RYU D, KANG H, CHO J, et al. *Turbulence and Magnetic Fields in the Large-Scale Structure of the Universe*[J]. Science, 2008, **320**: 909. arXiv: [0805.2466](https://arxiv.org/abs/0805.2466) DOI: [10.1126/science.1154923](https://doi.org/10.1126/science.1154923) (see pp. 74, 85)
- [254] BRUNETTI G, SETTI G, FERETTI L, et al. *Particle reacceleration in the Coma cluster: radio properties and hard X-ray emission*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2001, **320**: 365-378. eprint: [astro-ph/0008518](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0008518) DOI: [10.1046/j.1365-8711.2001.03978.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2001.03978.x) (see p. 74)
- [255] PETROSIAN V. *On the Nonthermal Emission and Acceleration of Electrons in Coma and Other Clusters of Galaxies*[J]. Astrophysical Journal, 2001, **557**: 560-572. eprint: [astro-ph/010145](https://arxiv.org/abs/astro-ph/010145) DOI: [10.1086/321557](https://doi.org/10.1086/321557) (see p. 74)
- [256] FUJITA Y, TAKIZAWA M & SARAZIN C L. *Nonthermal Emissions from Particles Accelerated by Turbulence in Clusters of Galaxies*[J]. Astrophysical Journal, 2003, **584**: 190-202. eprint: [astro-ph/0210320](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0210320) DOI: [10.1086/345599](https://doi.org/10.1086/345599) (see pp. 74, 80, 84)
- [257] BRUNETTI G, BLASI P, CASSANO R, et al. *Alfvénic reacceleration of relativistic particles in galaxy clusters: MHD waves, leptons and hadrons*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2004, **350**: 1174-1194. eprint: [astro-ph/0312482](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0312482) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.07727.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.07727.x) (see p. 74)
- [258] CASSANO R & BRUNETTI G. *Cluster mergers and non-thermal phenomena: a statistical magneto-turbulent model*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2005, **357**: 1313-1329. eprint: [astro-ph/0412475](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0412475) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.08747.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.08747.x) (see pp. 74, 78, 80, 81, 84)
- [259] BRUNETTI G & LAZARIAN A. *Compressible turbulence in galaxy clusters: physics and stochastic particle re-acceleration*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2007, **378**: 245-275. eprint: [astro-ph/0703591](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0703591) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.11771.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.11771.x) (see pp. 74, 82, 87)
- [260] BRUNETTI G & LAZARIAN A. *Particle reacceleration by compressible turbulence in galaxy clusters: effects of a reduced mean free path*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2011, **412**: 817-824. arXiv: [1011.1198](https://arxiv.org/abs/1011.1198) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17937.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17937.x) (see pp. 74, 82)
- [261] DAVIS M, EFSTATHIOU G, FRENK C S, et al. *The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter*[J]. Astrophysical Journal, 1985, **292**: 371-394. DOI: [10.1086/163168](https://doi.org/10.1086/163168) (see p. 75)
- [262] BOND J R, COLE S, EFSTATHIOU G, et al. *Excursion set mass functions for hierarchical Gaussian fluctuations*[J]. Astrophysical Journal, 1991, **379**: 440-460. DOI: [10.1086/170520](https://doi.org/10.1086/170520) (see pp. 75, 77)

- [263] GUNN J E & GOTTLIEB J R, III. *On the Infall of Matter Into Clusters of Galaxies and Some Effects on Their Evolution*[J]. *Astrophysical Journal*, 1972, **176**: 1. DOI: [10.1086/151605](https://doi.org/10.1086/151605) (see pp. 75, 81)
- [264] PRESS W H & SCHECHTER P. *Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation*[J]. *Astrophysical Journal*, 1974, **187**: 425-438. DOI: [10.1086/152650](https://doi.org/10.1086/152650) (see p. 75)
- [265] SARAZIN C L. *The Physics of Cluster Mergers*[C]. //FERETTI L, GIOIA I M & GIOVANNINI G *Merging Processes in Galaxy Clusters*.**272**: [S.l. : s.n.], 2002: 1-38. eprint: [astro-ph/0105418](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0105418) DOI: [10.1007/0-306-48096-4_1](https://doi.org/10.1007/0-306-48096-4_1) (see pp. 75, 81)
- [266] RANDALL S W, SARAZIN C L & RICKER P M. *The Effect of Merger Boosts on the Luminosity, Temperature, and Inferred Mass Functions of Clusters of Galaxies*[J]. *Astrophysical Journal*, 2002, **577**: 579-594. eprint: [astro-ph/0206161](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0206161) DOI: [10.1086/342239](https://doi.org/10.1086/342239) (see pp. 75, 77, 78, 144)
- [267] BAHCALL N A & FAN X. *The Most Massive Distant Clusters: Determining Ω and σ_8* [J]. *Astrophysical Journal*, 1998, **504**: 1-6. eprint: [astro-ph/9803277](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9803277) DOI: [10.1086/306088](https://doi.org/10.1086/306088) (see p. 75)
- [268] LACEY C & COLE S. *Merger rates in hierarchical models of galaxy formation*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1993, **262**: 627-649. DOI: [10.1093/mnras/262.3.627](https://doi.org/10.1093/mnras/262.3.627) (see p. 77)
- [269] ZHANG J, FAKHOURI O & MA C P. *How to grow a healthy merger tree*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, **389**: 1521-1538. arXiv: [0805.1230](https://arxiv.org/abs/0805.1230) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13671.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13671.x) (see p. 77)
- [270] ZENTNER A R. *The Excursion Set Theory of Halo Mass Functions, Halo Clustering, and Halo Growth*[J]. *International Journal of Modern Physics D*, 2007, **16**: 763-815. eprint: [astro-ph/0611454](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0611454) DOI: [10.1142/S0218271807010511](https://doi.org/10.1142/S0218271807010511) (see p. 77)
- [271] BRUNETTI G, CASSANO R, DOLAG K, et al. *On the evolution of giant radio halos and their connection with cluster mergers*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2009, **507**: 661-669. arXiv: [0909.2343](https://arxiv.org/abs/0909.2343) DOI: [10.1051/0004-6361/200912751](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200912751) (see p. 78)
- [272] CASSANO R, BRUNETTI G, GIOCOLI C, et al. *Can giant radio halos probe the merging rate of galaxy clusters?*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2016, **593**: A81: A81. arXiv: [1606.07293](https://arxiv.org/abs/1606.07293) DOI: [10.1051/0004-6361/201628414](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201628414) (see pp. 78, 87)
- [273] BLASI P, GABICIS & BRUNETTI G. *Gamma Rays from Clusters of Galaxies*[J]. *International Journal of Modern Physics A*, 2007, **22**: 681-706. eprint: [astro-ph/0701545](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0701545) DOI: [10.1142/S0217751X0703529X](https://doi.org/10.1142/S0217751X0703529X) (see p. 78)
- [274] SARAZIN C L. *The Energy Spectrum of Primary Cosmic-Ray Electrons in Clusters of Galaxies and Inverse Compton Emission*[J]. *Astrophysical Journal*, 1999, **520**: 529-547. eprint: [astro-ph/9901061](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9901061) DOI: [10.1086/307501](https://doi.org/10.1086/307501) (see pp. 80, 81, 84, 85)
- [275] EILEK J A & HUGHES P A. Particle acceleration and magnetic field evolution[M]// HUGHES P A *Beams and Jets in Astrophysics* [S.l.]: Cambridge University Press, 1991: 428. (see pp. 80, 151)
- [276] SCHLICKEISER R. **Cosmic Ray Astrophysics**[M]. Berlin: Springer, 2002 (see pp. 80, 151)

- [277] DONNERT J & BRUNETTI G. *An efficient Fokker–Planck solver and its application to stochastic particle acceleration in galaxy clusters*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2014, **443**: 3564-3577. arXiv: [1407.2735](https://arxiv.org/abs/1407.2735) DOI: [10.1093/mnras/stu1417](https://doi.org/10.1093/mnras/stu1417) (see pp. 80, 81, 86, 153, 154)
- [278] ETTORI S, DONNARUMMA A, POINTECOUTEAU E, et al. *Mass Profiles of Galaxy Clusters from X-ray Analysis*[J]. Space Science Reviews, 2013, **177**: 119-154. arXiv: [1303.3530](https://arxiv.org/abs/1303.3530) DOI: [10.1007/s11214-013-9976-7](https://doi.org/10.1007/s11214-013-9976-7) (see p. 80)
- [279] KRAVTSOV A V & BORGANI S. *Formation of Galaxy Clusters*[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 2012, **50**: 353-409. arXiv: [1205.5556](https://arxiv.org/abs/1205.5556) DOI: [10.1146/annurev-astro-081811-125502](https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081811-125502) (see p. 80)
- [280] CAVALIERE A, MENCI N & TOZZI P. *Diffuse Baryons in Groups and Clusters of Galaxies*[J]. Astrophysical Journal, 1998, **501**: 493-508. eprint: [astro-ph/9802185](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9802185) DOI: [10.1086/305839](https://doi.org/10.1086/305839) (see p. 80)
- [281] CAVALIERE A & FUSCO-FEMIANO R. *X-rays from hot plasma in clusters of galaxies*[J]. Astronomy and Astrophysics, 1976, **49**: 137-144. (see p. 82)
- [282] SANDERSON A J R & PONMAN T J. *The Birmingham–CfA cluster scaling project – II. Mass composition and distribution*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2003, **345**: 1241-1254. eprint: [astro-ph/0307457](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0307457) DOI: [10.1046/j.1365-2966.2003.07040.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-2966.2003.07040.x) (see p. 82)
- [283] JONES C & FORMAN W. *The structure of clusters of galaxies observed with Einstein*[J]. Astrophysical Journal, 1984, **276**: 38-55. DOI: [10.1086/161591](https://doi.org/10.1086/161591) (see p. 82)
- [284] SCHEKOCHIHIN A A, COWLEY S C, KULSRUD R M, et al. *Plasma Instabilities and Magnetic Field Growth in Clusters of Galaxies*[J]. Astrophysical Journal, 2005, **629**: 139-142. eprint: [astro-ph/0501362](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0501362) DOI: [10.1086/431202](https://doi.org/10.1086/431202) (see p. 82)
- [285] CHO J, LAZARIAN A & VISHNIAC E T. *MHD Turbulence: Scaling Laws and Astrophysical Implications*[C]. //FALGARONE E & PASSOT T *Turbulence and Magnetic Fields in Astrophysics*.**614**: [S.l. : s.n.], 2003: 56-98. eprint: [astro-ph/0205286](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0205286) (see p. 82)
- [286] BRUNETTI G & LAZARIAN A. *Acceleration of primary and secondary particles in galaxy clusters by compressible MHD turbulence: from radio haloes to gamma-rays*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2011, **410**: 127-142. arXiv: [1008.0184](https://arxiv.org/abs/1008.0184) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17457.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17457.x) (see p. 82)
- [287] MINIATI F. *The Matryoshka Run. II. Time-dependent Turbulence Statistics, Stochastic Particle Acceleration, and Microphysics Impact in a Massive Galaxy Cluster*[J]. Astrophysical Journal, 2015, **800**: 60: 60. arXiv: [1409.3576](https://arxiv.org/abs/1409.3576) DOI: [10.1088/0004-637X/800/1/60](https://doi.org/10.1088/0004-637X/800/1/60) (see pp. 83, 87)
- [288] PINZKE A, OH S P & PFROMMER C. *Turbulence and particle acceleration in giant radio haloes: the origin of seed electrons*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, **465**: 4800-4816. arXiv: [1611.07533](https://arxiv.org/abs/1611.07533) [[astro-ph.HE](#)] DOI: [10.1093/mnras/stw3024](https://doi.org/10.1093/mnras/stw3024) (see p. 83)

- [289] VAZZA F, BRUNETTI G, GHELLER C, et al. *Massive and refined. II. The statistical properties of turbulent motions in massive galaxy clusters with high spatial resolution*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2011, **529**: A17: A17. arXiv: [1010.5950](https://arxiv.org/abs/1010.5950) DOI: [10.1051/0004-6361/201016015](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201016015) (see pp. 83, 84)
- [290] VAZZA F, ROEDIGER E & BRÜGGEN M. *Turbulence in the ICM from mergers, cool-core sloshing, and jets: results from a new multi-scale filtering approach*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2012, **544**: A103: A103. arXiv: [1202.5882](https://arxiv.org/abs/1202.5882) DOI: [10.1051/0004-6361/201118688](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201118688) (see p. 84)
- [291] MINIATI F & BERESNYAK A. *Self-similar energetics in large clusters of galaxies*[J]. *Nature*, 2015, **523**: 59-62. arXiv: [1507.01940](https://arxiv.org/abs/1507.01940) DOI: [10.1038/nature14552](https://doi.org/10.1038/nature14552) (see p. 84)
- [292] BECK R & KRAUSE M. *Revised equipartition and minimum energy formula for magnetic field strength estimates from radio synchrotron observations*[J]. *Astronomische Nachrichten*, 2005, **326**: 414-427. arXiv: [astro-ph/0507367 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0507367) DOI: [10.1002/asna.200510366](https://doi.org/10.1002/asna.200510366) (see p. 85)
- [293] REPHAELI Y. *Relativistic electrons in the intracluster space of clusters of galaxies - The hard X-ray spectra and heating of the gas*[J]. *Astrophysical Journal*, 1979, **227**: 364-369. DOI: [10.1086/156740](https://doi.org/10.1086/156740) (see p. 85)
- [294] CHANG J S & COOPER G. *A Practical Difference Scheme for Fokker-Planck Equations*[J]. *Journal of Computational Physics*, 1970, **6**: 1-16. DOI: [10.1016/0021-9991\(70\)90001-X](https://doi.org/10.1016/0021-9991(70)90001-X) (see pp. 86, 151, 152)
- [295] PARK B T & PETROSIAN V. *Fokker-Planck Equations of Stochastic Acceleration: A Study of Numerical Methods*[J]. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 1996, **103**: 255. DOI: [10.1086/192278](https://doi.org/10.1086/192278) (see pp. 86, 151-154)
- [296] BOROVSKY J E & EILEK J A. *A study of the stochastic energization of charged particles with and without synchrotron energy loss*[J]. *Astrophysical Journal*, 1986, **308**: 929-953. DOI: [10.1086/164562](https://doi.org/10.1086/164562) (see pp. 86, 153)
- [297] TORMEN G, MOSCARDINI L & YOSHIDA N. *Properties of cluster satellites in hydrodynamical simulations*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2004, **350**: 1397-1408. eprint: [astro-ph/0304375](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0304375) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.07736.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.07736.x) (see p. 87)
- [298] CASSANO R, BRUNETTI G, SETTI G, et al. *New scaling relations in cluster radio haloes and the re-acceleration model*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2007, **378**: 1565-1574. arXiv: [0704.3490](https://arxiv.org/abs/0704.3490) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.11901.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.11901.x) (see p. 90)
- [299] BASU K. *A Sunyaev-Zel'dovich take on cluster radio haloes – I. Global scaling and bi-modality using Planck data*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2012, **421**: L112-L116. arXiv: [1111.2856 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1111.2856) DOI: [10.1111/j.1745-3933.2012.01217.x](https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2012.01217.x) (see p. 90)
- [300] DOLAG K, BARTELmann M & LESCH H. *Evolution and structure of magnetic fields in simulated galaxy clusters*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2002, **387**: 383-395. DOI: [10.1051/0004-6361:20020241](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20020241) (see p. 90)
- [301] HOGG D W. *Distance Measures in Cosmology*[J]. *ArXiv Astrophysics e-prints*, 1999eprint: [astro-ph/9905116](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9905116) (see pp. 90, 143, 145)

- [302] CASSANO R, ETTORI S, BRUNETTI G, et al. *Revisiting Scaling Relations for Giant Radio Halos in Galaxy Clusters*[J]. *Astrophysical Journal*, 2013, **777**: 141: 141. arXiv: [1306.4379](https://arxiv.org/abs/1306.4379) DOI: [10.1088/0004-637X/777/2/141](https://doi.org/10.1088/0004-637X/777/2/141) (see pp. 90, 91, 93)
- [303] CASSANO R, BRUNETTI G, NORRIS R P, et al. *Radio halos in future surveys in the radio continuum*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2012, **548**: A100: A100. arXiv: [1210.1020](https://arxiv.org/abs/1210.1020) DOI: [10.1051/0004-6361/201220018](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201220018) (see pp. 92, 93)
- [304] MURGIA M, GOVONI F, MARKEVITCH M, et al. *Comparative analysis of the diffuse radio emission in the galaxy clusters A1835, A2029, and Ophiuchus*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2009, **499**: 679-695. arXiv: [0901.1943](https://arxiv.org/abs/0901.1943) DOI: [10.1051/0004-6361/200911659](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200911659) (see p. 94)
- [305] SNELLEN I A G, SCHILIZZI R T, MILEY G K, et al. *On the evolution of young radio-loud AGN*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2000, **319**: 445-456. eprint: [astro-ph/0002130](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0002130) DOI: [10.1046/j.1365-8711.2000.03935.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2000.03935.x) (see p. 98)
- [306] WILMAN R J, MILLER L, JARVIS M J, et al. *A semi-empirical simulation of the extragalactic radio continuum sky for next generation radio telescopes*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, **388**: 1335-1348. arXiv: [0805.3413](https://arxiv.org/abs/0805.3413) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13486.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13486.x) (see p. 98)
- [307] O'DEA C P. *The Compact Steep-Spectrum and Gigahertz Peaked-Spectrum Radio Sources*[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 1998, **110**: 493-532. DOI: [10.1086/316162](https://doi.org/10.1086/316162) (see p. 98)
- [308] SNELLEN I A G, SCHILIZZI R T, DE BRUYN A G, et al. *A new sample of faint Gigahertz Peaked Spectrum radio sources*[J]. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 1998, **131**: 435-449. eprint: [astro-ph/9803140](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9803140) DOI: [10.1051/aas:1998281](https://doi.org/10.1051/aas:1998281) (see p. 98)
- [309] FANTI C, POZZI F, DALLACASA D, et al. *Multi-frequency VLA observations of a new sample of CSS/GPS radio sources*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2001, **369**: 380-420. DOI: [10.1051/0004-6361:20010051](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20010051) (see p. 98)
- [310] MESINGER A, FURLANETTO S & CEN R. *21cmFAST: a fast, seminumerical simulation of the high-redshift 21-cm signal*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2011, **411**: 955-972. arXiv: [1003.3878](https://arxiv.org/abs/1003.3878) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17731.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17731.x) (see p. 99)
- [311] MESINGER A, GREIG B & SOBACCHI E. *The Evolution of 21 cm Structure (EOS): public, large-scale simulations of Cosmic Dawn and reionization*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **459**: 2342-2353. arXiv: [1602.07711](https://arxiv.org/abs/1602.07711) DOI: [10.1093/mnras/stw831](https://doi.org/10.1093/mnras/stw831) (see p. 99)
- [312] DEWDNEY P & BRAUN R. SKA1-Low Configuration Coordinates – Complete Set[R/OL]. 2016-05-31 SKA Organisation 2016. https://astronomers.skatelescope.org/wp-content/uploads/2016/09/SKA-TEL-SKO-0000422_02_SKA1_LowConfigurationCoordinates-1.pdf (see pp. 101, 102)
- [313] MORT B J, DULWICH F, SALVINI S, et al. OSKAR: *Simulating digital beamforming for the SKA aperture array*[C]. // *IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology*. Waltham, MA, USA: IEEE, 2010: 690-694. DOI: [10.1109/ARRAY.2010.5613289](https://doi.org/10.1109/ARRAY.2010.5613289) (see pp. 102, 113)

- [314] PINDOR B, WYITHE J S B, MITCHELL D A, et al. *Subtraction of Bright Point Sources from Synthesis Images of the Epoch of Reionization*[J]. Publications of the Astronomical Society of Australia, 2011, **28**: 46-57. arXiv: [1007.2264](https://arxiv.org/abs/1007.2264) DOI: [10.1071/AS10023](https://doi.org/10.1071/AS10023) (see p. 103)
- [315] LI W, XU H, MA Z, et al. *Contribution of Radio Halos to the Foreground for SKA EoR Experiments*[J]. Astrophysical Journal, 2019, **879**: 104. arXiv: [1905.05399](https://arxiv.org/abs/1905.05399) [astro-ph.CO] DOI: [10.3847/1538-4357/ab21bc](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab21bc) (see pp. 103, 115)
- [316] NUTTALL A. *Some windows with very good sidelobe behavior*[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, **29**: (1): 84-91. DOI: [10.1109/TASSP.1981.1163506](https://doi.org/10.1109/TASSP.1981.1163506) (see p. 106)
- [317] TROTT C M & TINGAY S J. *The Effect of Interplanetary Scintillation on Epoch of Reionization Power Spectra*[J]. Astrophysical Journal, 2015, **814**: 27: 27. arXiv: [1510.02283](https://arxiv.org/abs/1510.02283) DOI: [10.1088/0004-637X/814/1/27](https://doi.org/10.1088/0004-637X/814/1/27) (see pp. 106, 109)
- [318] EWALL-WICE A, DILLON J S, LIU A, et al. *The impact of modelling errors on interferometer calibration for 21 cm power spectra*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, **470**: 1849-1870. arXiv: [1610.02689](https://arxiv.org/abs/1610.02689) DOI: [10.1093/mnras/stx1221](https://doi.org/10.1093/mnras/stx1221) (see p. 111)
- [319] SMIRNOV O M, FRANK B S, THERON I P, et al. *Understanding the impact of beamshapes on radio interferometer imaging performance*[C]. // International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications. [S.l. : s.n.], 2012: 586-590. DOI: [10.1109/ICEAA.2012.6328694](https://doi.org/10.1109/ICEAA.2012.6328694) (see p. 113)
- [320] SMIRNOV O M. *Revisiting the radio interferometer measurement equation. I. A full-sky Jones formalism*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2011, **527**: A106: A106. arXiv: [1101.1764](https://arxiv.org/abs/1101.1764) [astro-ph.IM] DOI: [10.1051/0004-6361/201016082](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201016082) (see p. 113)
- [321] MCCARTHY J. What Is Artificial Intelligence? [EB/OL]. 2007-11-12 2007. <http://www-formal.stanford.edu/jmc/whatisai/> (see p. 118)
- [322] HAUGELAND J. **Artificial Intelligence: The Very Idea**[M]. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1985 (see p. 118)
- [323] JACKSON P. **Introduction to Expert Systems**[M]. 3rd Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1998 (see p. 118)
- [324] SAMUEL A L. *Some Studies in Machine Learning Using the Game of Checkers*[J]. IBM Journal of Research and Development, 1959, **3**: (3): 210-229. DOI: [10.1147/rd.33.0210](https://doi.org/10.1147/rd.33.0210) (see p. 118)
- [325] MITCHELL T M. **Machine Learning**[M]. New York, NY, USA: McGraw-Hill, Inc., 1997 (see p. 118)
- [326] BENGIO Y, COURVILLE A & VINCENT P. *Representation Learning: A Review and New Perspectives*[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, **35**: (8): 1798-1828. DOI: [10.1109/TPAMI.2013.50](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2013.50) (see pp. 119, 120)
- [327] SCHMIDHUBER J. *Deep learning in neural networks: An overview*[J/OL]. Neural Networks, 2015, **61**: 85-117. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0893608014002135> DOI: [10.1016/j.neunet.2014.09.003](https://doi.org/10.1016/j.neunet.2014.09.003) (see p. 119)
- [328] GOODFELLOW I, BENGIO Y & COURVILLE A. **Deep Learning**[M/OL]. USA: MIT Press, 2016. <http://www.deeplearningbook.org> (see pp. 119, 120)

- [329] BENGIO Y. **Learning Deep Architectures for AI**[M/OL]. [S.l.]: Now Foundations, 2009. <https://ieeexplore.ieee.org/document/8187120> DOI: [10.1561/2200000006](https://doi.org/10.1561/2200000006) (see p. 119)
- [330] LECUN Y, BENGIO Y & HINTON G. *Deep learning*[J]. Nature, 2015, **521**: 436-444. DOI: [10.1038/nature14539](https://doi.org/10.1038/nature14539) (see pp. 119, 120, 131)
- [331] BOURLARD H & KAMP Y. *Auto-association by multilayer perceptrons and singular value decomposition*[J/OL]. Biological Cybernetics, 1988, **59**: (4): 291-294. <https://doi.org/10.1007/BF00332918> DOI: [10.1007/BF00332918](https://doi.org/10.1007/BF00332918) (see p. 120)
- [332] HINTON G E & SALAKHUTDINOV R R. *Reducing the Dimensionality of Data with Neural Networks*[J]. Science, 2006, **313**: 504-507. DOI: [10.1126/science.1127647](https://doi.org/10.1126/science.1127647) (see p. 120)
- [333] WANG W, HUANG Y, WANG Y, et al. *Generalized Autoencoder: A Neural Network Framework for Dimensionality Reduction*[C]. // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. Columbus, OH, USA: IEEE, 2014: 496-503. DOI: [10.1109/CVPRW.2014.79](https://doi.org/10.1109/CVPRW.2014.79) (see p. 120)
- [334] XIE J, XU L & CHEN E. *Image Denoising and Inpainting with Deep Neural Networks*[C]. // Proceedings of the 25th International Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2012). Lake Tahoe, Nevada: Curran Associates Inc., 2012: 341-349. (see p. 120)
- [335] LU X, TSAO Y, MATSUDA S, et al. *Speech enhancement based on deep denoising autoencoder*[C/OL]. // 14th Annual Conference of the International Speech Communication Association (INTERSPEECH 2013). Lyon, France: [s.n.], 2013: 436-440. https://www.isca-speech.org/archive/interspeech_2013/i13_0436.html (see p. 120)
- [336] BENGIO Y, YAO L, ALAIN G, et al. *Generalized Denoising Auto-encoders As Generative Models*[C/OL]. // Proceedings of the 26th International Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2013). Lake Tahoe, Nevada: Curran Associates Inc., 2013: 899-907. <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2999611.2999712> (see p. 120)
- [337] DU B, XIONG W, WU J, et al. *Stacked Convolutional Denoising Auto-Encoders for Feature Representation*[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, **47**: (4): 1017-1027. DOI: [10.1109/TCYB.2016.2536638](https://doi.org/10.1109/TCYB.2016.2536638) (see pp. 120, 122)
- [338] SHEN H, GEORGE D, HUERTA E A, et al. *Denoising Gravitational Waves using Deep Learning with Recurrent Denoising Autoencoders*[J]. ArXiv e-prints, 2017arXiv: [1711.09919 \[gr-qc\]](https://arxiv.org/abs/1711.09919) (see p. 120)
- [339] GRAIS E M & PLUMBLEY M D. *Single Channel Audio Source Separation using Convolutional Denoising Autoencoders*[C]. // 5th IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP2017). Montreal, QC, Canada: IEEE, 2017: 1265-1269. arXiv: [1703.08019 \[cs.SD\]](https://arxiv.org/abs/1703.08019) DOI: [10.1109/GlobalSIP.2017.8309164](https://doi.org/10.1109/GlobalSIP.2017.8309164) (see pp. 120, 122)
- [340] VINCENT P, LAROCHELLE H, BENGIO Y, et al. *Extracting and Composing Robust Features with Denoising Autoencoders*[C]. // Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning (ICML 2008). Helsinki, Finland: ACM, 2008: 1096-1103. DOI: [10.1145/1390156.1390294](https://doi.org/10.1145/1390156.1390294) (see p. 121)

- [341] VINCENT P, LAROCHELLE H, LAJOIE I, et al. *Stacked Denoising Autoencoders: Learning Useful Representations in a Deep Network with a Local Denoising Criterion*[J/OL]. The Journal of Machine Learning Research, 2010, **11**: 3371-3408. <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1756006.1953039> (see p. 121)
- [342] MASCI J, MEIER U, CIREŞAN D, et al. *Stacked Convolutional Auto-encoders for Hierarchical Feature Extraction*[C/OL]. // Proceedings of the 21th International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN 2011). Espoo, Finland: Springer-Verlag, 2011: 52-59. <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2029556.2029563> (see p. 122)
- [343] LECUN Y, BOTTOU L, BENGIO Y, et al. *Gradient-based learning applied to document recognition*[J]. Proceedings of the IEEE, 1998, **86**: (11): 2278-2324. DOI: [10.1109/5.726791](https://doi.org/10.1109/5.726791) (see p. 122)
- [344] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I & HINTON G E. *ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks*[C/OL]. // Proceedings of the 25th International Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS). Lake Tahoe, Nevada: Curran Associates Inc., 2012: 1097-1105. <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2999134.2999257> (see p. 122)
- [345] SIMONYAN K & ZISSERMAN A. *Very Deep Convolutional Networks for Large-Scale Image Recognition*[J]. ArXiv e-prints, 2014arXiv: [1409.1556 \[cs.CV\]](https://arxiv.org/abs/1409.1556) (see p. 122)
- [346] SZEGEDY C, LIU W, JIA Y, et al. *Going Deeper with Convolutions*[C]. // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2015). Boston, MA, USA: IEEE, 2015: 1-9. arXiv: [1409.4842 \[cs.CV\]](https://arxiv.org/abs/1409.4842) DOI: [10.1109/CVPR.2015.7298594](https://doi.org/10.1109/CVPR.2015.7298594) (see p. 122)
- [347] MA Z, XU H, ZHU J, et al. *A Machine Learning Based Morphological Classification of 14,245 Radio AGNs Selected from the Best-Heckman Sample*[J]. Astrophysical Journal Supplement Series, 2019, **240**: 34: 34. arXiv: [1812.07190](https://arxiv.org/abs/1812.07190) DOI: [10.3847/1538-4365/aaf9a2](https://doi.org/10.3847/1538-4365/aaf9a2) (see p. 122)
- [348] GÉRON A. **Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems**[M]. 1st USA: O'Reilly Media, Inc., 2017 (see p. 123)
- [349] SUGANUMA M, OZAY M & OKATANI T. *Exploiting the Potential of Standard Convolutional Autoencoders for Image Restoration by Evolutionary Search*[C]. // Proceedings of the 35th International Conference on Machine Learning (ICML 2018).**80**: Stockholm, Sweden: PMLR, 2018: 4771. arXiv: [1803.00370](https://arxiv.org/abs/1803.00370) (see p. 123)
- [350] CLEVERT D A, UNTERTHINER T & HOCHREITER S. *Fast and Accurate Deep Network Learning by Exponential Linear Units (ELUs)*[C]. // The International Conference on Learning Representations (ICLR 2016). San Juan, Puerto Rico: [s.n.], 2016arXiv: [1511.07289](https://arxiv.org/abs/1511.07289) (see p. 123)
- [351] IOFFE S & SZEGEDY C. *Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift*[C]. // Proceedings of the 32nd International Conference on International Conference on Machine Learning (ICML 2015).**37**: Lille, France: PMLR, 2015: 448-456. (see p. 123)
- [352] LONG J, SHELHAMER E & DARRELL T. *Fully convolutional networks for semantic segmentation*[C]. // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Boston, MA, USA: IEEE, 2015: 3431-3440. DOI: [10.1109/CVPR.2015.7298965](https://doi.org/10.1109/CVPR.2015.7298965) (see p. 123)

- [353] SPRINGENBERG J T, DOSOVITSKIY A, BROX T, et al. *Striving for Simplicity: The All Convolutional Net*[C]. //International Conference on Learning Representations (ICLR 2015). San Diego, USA: [s.n.], 2015arXiv: 1412.6806 [cs.CV] (see p. 123)
- [354] HE K, ZHANG X, REN S, et al. *Delving Deep into Rectifiers: Surpassing Human-Level Performance on ImageNet Classification*[C]. //Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2015). Washington DC, USA: IEEE Computer Society, 2015: 1026-1034. DOI: 10.1109/ICCV.2015.123 (see p. 125)
- [355] RIPLEY B D. **Pattern Recognition and Neural Networks**[M]. [S.l.]: Cambridge University Press, 1996 DOI: 10.1017/CBO9780511812651 (see p. 125)
- [356] RUMELHART D E, HINTON G E & WILLIAMS R J. *Learning representations by back-propagating errors*[J]. Nature, 1986, 323: 533-536. DOI: 10.1038/323533a0 (see p. 125)
- [357] LECUN Y, BOTTOU L, ORR G B, et al. *Efficient BackProp*[C/OL]. //Neural Networks: Tricks of the Trade. London, UK, UK: Springer-Verlag, 1998: 9-50. <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=645754.668382> (see p. 125)
- [358] CHOLLET F, et al. Keras[EB/OL]. 2015. <https://keras.io/> (see p. 130)
- [359] ABADI M, AGARWAL A, BARHAM P, et al. *TensorFlow: Large-Scale Machine Learning on Heterogeneous Systems*[C/OL]. //Proceedings of 12th USENIX Symposium on Operating Systems Design and Implementation (OSDI 2016).265: Savannah, GA, USA: USENIX Association, 2016. <https://www.tensorflow.org/> (see p. 130)
- [360] KINGMA D P & BA J. *Adam: A Method for Stochastic Optimization*[C]. //International Conference on Learning Representations (ICLR 2015). San Diego, USA: [s.n.], 2015arXiv: 1412.6980 (see p. 130)
- [361] DOMINGOS P. *A Few Useful Things to Know About Machine Learning*[J]. Communications of the ACM, 2012, 55: (10): 78-87. DOI: 10.1145/2347736.2347755 (see p. 134)
- [362] ZEILER M & FERGUS R. *Visualizing and Understanding Convolutional Networks*[C]. //FLEET D, PAJDLA T, SCHIELE B, et al. European Conference on Computer Vision (ECCV 2014). Berlin: Springer-Verlag, 2014: 818-833. arXiv: 1311.2901 DOI: 10.1007/978-3-319-10590-1_53 (see p. 134)
- [363] PRITCHARD J R & LOEB A. *Constraining the unexplored period between the dark ages and reionization with observations of the global 21 cm signal*[J]. Physical Review D, 2010, 82: (2), 023006: 023006. arXiv: 1005.4057 DOI: 10.1103/PhysRevD.82.023006 (see p. 135)
- [364] LI W, XU H, MA Z, et al. *Separating the EoR signal with a convolutional denoising autoencoder: a deep-learning-based method*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2019, 485: 2628-2637. arXiv: 1902.09278 [astro-ph.IM] DOI: 10.1093/mnras/stz582 (see p. 137)
- [365] WAYTH R B, TINGAY S J, TROTT C M, et al. *The Phase II Murchison Widefield Array: Design overview*[J]. Publications of the Astronomical Society of Australia, 2018, 35: arXiv: 1809.06466 [astro-ph.IM] DOI: 10.1017/pasa.2018.37 (see p. 139)
- [366] KINGMA D P & WELLING M. *Auto-Encoding Variational Bayes*[J]. ArXiv e-prints, 2013, arXiv:1312.6114: arXiv:1312.6114. arXiv: 1312.6114 [stat.ML] (see p. 140)

- [367] GOODFELLOW I, POUGET-ABADIE J, MIRZA M, et al. Generative Adversarial Nets[G/OL] // GHAHRAMANI Z, WELLING M, CORTES C, et al. Advances in Neural Information Processing Systems 27 [S.I.]: Curran Associates, Inc., 2014: 2672-2680. <http://papers.nips.cc/paper/5423-generative-adversarial-nets> (see p. 140)
- [368] DEL POPOLO A, ERCAN N & YEŞILYURT I S. *Cosmological constraints from clustering properties of galaxy clusters[J].* Astronomy and Astrophysics, 2005, **432**: 771-781. eprint: [astro-ph/0508592](#) DOI: [10.1051/0004-6361:20041535](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20041535) (see p. 140)
- [369] FEDELI C, MOSCARDINI L & BARTELmann M. *Observing the clustering properties of galaxy clusters in dynamical dark-energy cosmologies[J].* Astronomy and Astrophysics, 2009, **500**: 667-679. arXiv: [0812.1097](https://arxiv.org/abs/0812.1097) DOI: [10.1051/0004-6361/200811477](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200811477) (see p. 140)
- [370] WAYTH R B, LENC E, BELL M E, et al. *GLEAM: The GaLactic and Extragalactic All-Sky MWA Survey[J].* Publications of the Astronomical Society of Australia, 2015, **32**: e025. e025. arXiv: [1505.06041](https://arxiv.org/abs/1505.06041) [astro-ph.IM] DOI: [10.1017/pasa.2015.26](https://doi.org/10.1017/pasa.2015.26) (see p. 140)
- [371] HURLEY-WALKER N, CALLINGHAM J R, HANCOCK P J, et al. *GaLactic and Extragalactic All-sky Murchison Widefield Array (GLEAM) survey – I. A low-frequency extragalactic catalogue[J].* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, **464**: 1146-1167. arXiv: [1610.08318](https://arxiv.org/abs/1610.08318) DOI: [10.1093/mnras/stw2337](https://doi.org/10.1093/mnras/stw2337) (see p. 140)
- [372] HURLEY-WALKER N, SEYMOUR N, STAVELEY-SMITH L, et al. GaLactic and Extragalactic All-Sky MWA-eXtended (GLEAM-X) survey: Pilot observations[Z]. MWA Proposal id.2017A-11 2017 (see p. 140)
- [373] SHIMWELL T W, RÖTTGERING H J A, BEST P N, et al. *The LOFAR Two-metre Sky Survey. I. Survey description and preliminary data release[J].* Astronomy and Astrophysics, 2017, **598**: A104: A104. arXiv: [1611.02700](https://arxiv.org/abs/1611.02700) [astro-ph.IM] DOI: [10.1051/0004-6361/201629313](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201629313) (see p. 140)
- [374] SHIMWELL T W, TASSE C, HARDCastle M J, et al. *The LOFAR Two-metre Sky Survey. II. First data release[J].* Astronomy and Astrophysics, 2019, **622**: A1: A1. arXiv: [1811.07926](https://arxiv.org/abs/1811.07926) DOI: [10.1051/0004-6361/201833559](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833559) (see p. 140)
- [375] INTEMA H T, JAGANNATHAN P, MOOLEY K P, et al. *The GMRT 150 MHz all-sky radio survey. First alternative data release TGSS ADR1[J].* Astronomy and Astrophysics, 2017, **598**: A78: A78. arXiv: [1603.04368](https://arxiv.org/abs/1603.04368) DOI: [10.1051/0004-6361/201628536](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201628536) (see p. 140)
- [376] HE K, ZHANG X, REN S, et al. *Deep Residual Learning for Image Recognition[C]. / / 2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR).* [S.I. : s.n.], 2016: 770-778. arXiv: [1512.03385](https://arxiv.org/abs/1512.03385) DOI: [10.1109/CVPR.2016.90](https://doi.org/10.1109/CVPR.2016.90) (see p. 140)
- [377] BRYAN G L & NORMAN M L. *Statistical Properties of X-Ray Clusters: Analytic and Numerical Comparisons[J].* Astrophysical Journal, 1998, **495**: 80-99. arXiv: [astro-ph/9710107](#) [astro-ph] DOI: [10.1086/305262](https://doi.org/10.1086/305262) (see p. 143)
- [378] ETTORI S & BALESTRA I. *The outer regions of galaxy clusters: Chandra constraints on the X-ray surface brightness[J].* Astronomy and Astrophysics, 2009, **496**: 343-349. arXiv: [0811.3556](https://arxiv.org/abs/0811.3556) DOI: [10.1051/0004-6361:200811177](https://doi.org/10.1051/0004-6361:200811177) (see p. 144)

- [379] NAVARRO J F, FRENK C S & WHITE S D M. *A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering*[J]. *Astrophysical Journal*, 1997, **490**: 493-508. eprint: [astro-ph/9611107](#) DOI: [10.1086/304888](#) (see p. 144)
- [380] ŁOKAS E L & MAMON G A. *Properties of spherical galaxies and clusters with an NFW density profile*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2001, **321**: 155-166. eprint: [astro-ph/0002395](#) DOI: [10.1046/j.1365-8711.2001.04007.x](#) (see p. 144)
- [381] DUFFY A R, SCHAYE J, KAY S T, et al. *Dark matter halo concentrations in the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe year 5 cosmology*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, **390**: L64-L68. arXiv: [0804.2486](#) DOI: [10.1111/j.1745-3933.2008.00537.x](#) (see p. 144)
- [382] KITAYAMA T & SUTO Y. *Semianalytic Predictions for Statistical Properties of X-Ray Clusters of Galaxies in Cold Dark Matter Universes*[J]. *Astrophysical Journal*, 1996, **469**: 480. eprint: [astro-ph/9604141](#) DOI: [10.1086/177797](#) (see p. 144)
- [383] THOMAS R C & KANTOWSKI R. *Age-redshift relation for standard cosmology*[J]. *Physical Review D*, 2000, **62**: (10), 103507: 103507. eprint: [astro-ph/0003463](#) DOI: [10.1103/PhysRevD.62.103507](#) (see p. 145)
- [384] ELLIS G F R. *On the definition of distance in general relativity: I. M. H. Etherington (Philosophical Magazine ser. 7, vol. 15, 761 (1933))*[J]. *General Relativity and Gravitation*, 2007, **39**: 1047-1052. DOI: [10.1007/s10714-006-0355-5](#) (see p. 145)
- [385] BAUGH C. Correlation Function and Power Spectra in Cosmology[M] // MURDIN P Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics [S.l. : s.n.], 2000: 2136. DOI: [10.1888/0333750888/2136](#) (see p. 146)
- [386] SCHLICKEISER R. *Cosmic-ray transport and acceleration. I – Derivation of the kinetic equation and application to cosmic rays in static cold media. II – Cosmic rays in moving cold media with application to diffusive shock wave acceleration*[J]. *Astrophysical Journal*, 1989, **336**: 243-293. DOI: [10.1086/167009](#) (see p. 151)
- [387] PARK B T & PETROSIAN V. *Fokker–Planck Equations of Stochastic Acceleration: Green’s Functions and Boundary Conditions*[J]. *Astrophysical Journal*, 1995, **446**: 699. DOI: [10.1086/175828](#) (see pp. 151, 152)
- [388] PRESS W H, TEUKOLSKY S A, VETTERLING W T, et al. **Numerical recipes in C. The art of scientific computing**[M]. 2nd [S.l. : s.n.], 1992 (see p. 153)
- [389] LIANG H, HUNSTEAD R W, BIRKINSHAW M, et al. *A Powerful Radio Halo in the Hottest Known Cluster of Galaxies 1E 0657–56*[J]. *Astrophysical Journal*, 2000, **544**: 686-701. eprint: [astro-ph/0006072](#) DOI: [10.1086/317223](#) (see p. 157)
- [390] DUCHESNE S W, JOHNSTON-HOLLITT M, OFFRINGA A R, et al. *Diffuse galaxy cluster emission at 168 MHz within the Murchison Widefield Array Epoch of Reionization 0-hour field*[J]. ArXiv e-prints, 2017arXiv: [1707.03517](#) (see pp. 157-159)
- [391] GIOVANNINI G, BONAFEDE A, FERETTI L, et al. *Radio halos in nearby ($z < 0.4$) clusters of galaxies*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2009, **507**: 1257-1270. arXiv: [0909.0911](#) DOI: [10.1051/0004-6361/200912667](#) (see pp. 157, 158)

- [392] MURGIA M, GOVONI F, FERETTI L, et al. *A double radio halo in the close pair of galaxy clusters Abell 399 and Abell 401*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2010, **509**: A86: A86. arXiv: [0911.3594](#) DOI: [10.1051/0004-6361/200913414](#) (see p. 157)
- [393] BACCHI M, FERETTI L, GIOVANNINI G, et al. *Deep images of cluster radio halos*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2003, **400**: 465-476. eprint: [astro-ph/0301206](#) DOI: [10.1051/0004-6361:20030044](#) (see pp. 157, 158)
- [394] GIOVANNINI G, FERETTI L, GIRARDI M, et al. *A giant radio halo in the low luminosity X-ray cluster Abell 523*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2011, **530**: L5: L5. arXiv: [1104.3711](#) DOI: [10.1051/0004-6361/201116930](#) (see p. 157)
- [395] GIOVANNINI G & FERETTI L. *Halo and relic sources in clusters of galaxies*[J]. *New Astronomy*, 2000, **5**: 335-347. eprint: [astro-ph/0008342](#) DOI: [10.1016/S1384-1076\(00\)00034-8](#) (see pp. 157-159)
- [396] VAN WEEREN R J, BRÜGGEN M, RÖTTGERING H J A, et al. *Radio continuum observations of new radio halos and relics from the NVSS and WENSS surveys. Relic orientations, cluster X-ray luminosity, and redshift distributions*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2011, **533**: A35: A35. arXiv: [1107.5597](#) DOI: [10.1051/0004-6361/201117149](#) (see pp. 157, 158)
- [397] GOVONI F, MURGIA M, GIOVANNINI G, et al. *The large-scale diffuse radio emission in A781*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2011, **529**: A69: A69. arXiv: [1102.0929](#) DOI: [10.1051/0004-6361/201016042](#) (see p. 157)
- [398] GOVONI F, FERRARI C, FERETTI L, et al. *Detection of diffuse radio emission in the galaxy clusters A800, A910, A1550, and CL 1446+26*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2012, **545**: A74: A74. arXiv: [1207.2915](#) DOI: [10.1051/0004-6361/201219151](#) (see pp. 157-159)
- [399] WILBER A, BRÜGGEN M, BONAFEDE A, et al. *LOFAR discovery of an ultra-steep radio halo and giant head-tail radio galaxy in Abell 1132*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018, **473**: 3536-3546. arXiv: [1708.08928](#) DOI: [10.1093/mnras/stx2568](#) (see p. 157)
- [400] REID A D, HUNSTEAD R W, LEMONON L, et al. *Radio study of X-ray clusters of galaxies - II. A1300: a post-merger cluster at $z = 0.31$ containing a halo and a relic*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1999, **302**: 571-581. DOI: [10.1046/j.1365-8711.1999.02177.x](#) (see p. 157)
- [401] GIACINTUCCI S, VENTURI T, CASSANO R, et al. *A Giant Radio Halo in the Massive and Merging Cluster Abell 1351*[J]. *Astrophysical Journal Letters*, 2009, **704**: L54-L57. arXiv: [0909.0437](#) DOI: [10.1088/0004-637X/704/1/L54](#) (see p. 157)
- [402] BONAFEDE A, INTEMA H, BRÜGGEN M, et al. *Radio haloes in Sunyaev-Zel'dovich-selected clusters of galaxies: the making of a halo?*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2015, **454**: 3391-3402. arXiv: [1509.02536](#) DOI: [10.1093/mnras/stv2065](#) (see pp. 158, 159)
- [403] CUCITI V, BRUNETTI G, VAN WEEREN R, et al. *New giant radio sources and underluminous radio halos in two galaxy clusters*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2018, **609**: A61: A61. arXiv: [1709.06364](#) DOI: [10.1051/0004-6361/201731174](#) (see pp. 158, 159)

- [404] KIM K T, KRONBERG P P, DEWDNEY P E, et al. *The halo and magnetic field of the Coma cluster of galaxies*[J]. *Astrophysical Journal*, 1990, **355**: 29-37. DOI: [10.1086/168737](https://doi.org/10.1086/168737) (see p. 158)
- [405] MACARIO G, VENTURI T, INTEMA H T, et al. *153 MHz GMRT follow-up of steep-spectrum diffuse emission in galaxy clusters*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2013, **551**: A141: A141. arXiv: [1302.0648](https://arxiv.org/abs/1302.0648) DOI: [10.1051/0004-6361/201220667](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201220667) (see p. 158)
- [406] VACCA V, GOVONI F, MURGIA M, et al. *Discovery of diffuse radio emission in the galaxy cluster A1689*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2011, **535**: A82: A82. arXiv: [1106.6228](https://arxiv.org/abs/1106.6228) DOI: [10.1051/0004-6361/201117607](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201117607) (see p. 158)
- [407] FARNSWORTH D, RUDNICK L, BROWN S, et al. *Discovery of Megaparsec-scale, Low Surface Brightness Nonthermal Emission in Merging Galaxy Clusters Using the Green Bank Telescope*[J]. *Astrophysical Journal*, 2013, **779**: 189: 189. arXiv: [1311.3313](https://arxiv.org/abs/1311.3313) DOI: [10.1088/0004-637X/779/2/189](https://doi.org/10.1088/0004-637X/779/2/189) (see p. 158)
- [408] DRABENT A, HOEFT M, PIZZO R F, et al. *Diffuse radio emission in the complex merging galaxy cluster Abell 2069*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2015, **575**: A8: A8. arXiv: [1412.6337](https://arxiv.org/abs/1412.6337) DOI: [10.1051/0004-6361/201424828](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201424828) (see p. 158)
- [409] VENTURI T, ROSSETTI M, BRUNETTI G, et al. *The two-component giant radio halo in the galaxy cluster Abell 2142*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2017, **603**: A125: A125. arXiv: [1703.06802](https://arxiv.org/abs/1703.06802) DOI: [10.1051/0004-6361/201630014](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201630014) (see p. 158)
- [410] FERETTI L, FUSCO-FEMIANO R, GIOVANNINI G, et al. *The giant radio halo in Abell 2163*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2001, **373**: 106-112. eprint: [astro-ph/0104451](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0104451) DOI: [10.1051/0004-6361:20010581](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20010581) (see p. 158)
- [411] GOVONI F, MURGIA M, FERETTI L, et al. *A2255: The first detection of filamentary polarized emission in a radio halo*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2005, **430**: L5-L8. eprint: [astro-ph/0411720](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0411720) DOI: [10.1051/0004-6361:200400113](https://doi.org/10.1051/0004-6361:200400113) (see p. 158)
- [412] CLARKE T E & ENSSLIN T A. *Deep 1.4 GHz Very Large Array Observations of the Radio Halo and Relic in Abell 2256*[J]. *Astronomical Journal*, 2006, **131**: 2900-2912. eprint: [astro-ph/0603166](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0603166) DOI: [10.1086/504076](https://doi.org/10.1086/504076) (see p. 158)
- [413] FERETTI L, GIOVANNINI G & BÖHRINGER H. *The radio and X-ray properties of Abell 2319*[J]. *New Astronomy*, 1997, **2**: 501-515. DOI: [10.1016/S1384-1076\(97\)00034-1](https://doi.org/10.1016/S1384-1076(97)00034-1) (see p. 158)
- [414] VAN WEREN R J, FOGARTY K, JONES C, et al. *Complex Diffuse Radio Emission in the Merging Planck ESZ Cluster A3411*[J]. *Astrophysical Journal*, 2013, **769**: 101: 101. arXiv: [1305.4934](https://arxiv.org/abs/1305.4934) [astro-ph.CO] DOI: [10.1088/0004-637X/769/2/101](https://doi.org/10.1088/0004-637X/769/2/101) (see p. 158)
- [415] VENTURI T, BARDELLI S, DALLACASA D, et al. *The radio halo in the merging cluster A3562*[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 2003, **402**: 913-920. eprint: [astro-ph/0302080](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0302080) DOI: [10.1051/0004-6361:20030345](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20030345) (see p. 158)
- [416] SHAKOURI S, JOHNSTON-HOLLITT M & PRATT G W. *The ATCA REXCESS Diffuse Emission Survey (ARDES) - I. Detection of a giant radio halo and a likely radio relic*[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, **459**: 2525-2538. DOI: [10.1093/mnras/stw812](https://doi.org/10.1093/mnras/stw812) (see p. 158)

- [417] KNOWLES K, INTEMA H T, BAKER A J, et al. *A giant radio halo in a low-mass SZ-selected galaxy cluster: ACT-CL J0256.5+0006*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2016, **459**: 4240-4258. arXiv: [1506.01547](https://arxiv.org/abs/1506.01547) DOI: [10.1093/mnras/stw795](https://doi.org/10.1093/mnras/stw795) (see p. 158)
- [418] BROWN S, DUESTERHOEFT J & RUDNICK L. *Multiple Shock Structures in a Radio-selected Cluster of Galaxies*[J]. Astrophysical Journal Letters, 2011, **727**: L25: L25. arXiv: [1011.4985](https://arxiv.org/abs/1011.4985) DOI: [10.1088/2041-8205/727/1/L25](https://doi.org/10.1088/2041-8205/727/1/L25) (see p. 159)
- [419] BONAFEDE A, INTEMA H T, BRÜGGEN M, et al. *A giant radio halo in the cool core cluster CL1821+643*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2014, **444**: L44-L48. arXiv: [1407.4801](https://arxiv.org/abs/1407.4801) DOI: [10.1093/mnrasl/slu110](https://doi.org/10.1093/mnrasl/slu110) (see p. 159)
- [420] PANDEY-POMMIER M, VAN WEEREN R J, OGREAN G A, et al. *A Steep spectrum radio halo in merging galaxy cluster – MACS J0416.1–2403*[C]. //MARTINS F, BOISSIER S, BUAT V, et al. *SF2A-2015: Proceedings of the Annual meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics*. [S.l. : s.n.], 2015: 247-252. (see p. 159)
- [421] MACARIO G, INTEMA H T, FERRARI C, et al. *Discovery of large-scale diffuse radio emission and of a new galaxy cluster in the surroundings of MACS J0520.7–1328*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2014, **565**: A13: A13. arXiv: [1402.4436](https://arxiv.org/abs/1402.4436) DOI: [10.1051/0004-6361/201323275](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201323275) (see p. 159)
- [422] BONAFEDE A, BRÜGGEN M, VAN WEEREN R, et al. *Discovery of radio haloes and double relics in distant MACS galaxy clusters: clues to the efficiency of particle acceleration*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, **426**: 40-56. arXiv: [1206.6102](https://arxiv.org/abs/1206.6102) DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.21570.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21570.x) (see p. 159)
- [423] VAN WEEREN R J, BONAFEDE A, EBELING H, et al. *Diffuse radio emission in MACS J1752.0+4440*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, **425**: L36-L40. arXiv: [1206.2294](https://arxiv.org/abs/1206.2294) DOI: [10.1111/j.1745-3933.2012.01301.x](https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2012.01301.x) (see p. 159)
- [424] CANTWELL T M, SCAIFE A M M, OOZEER N, et al. *A newly discovered radio halo in merging cluster MACS J2243.3–0935*[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2016, **458**: 1803-1814. arXiv: [1602.05923](https://arxiv.org/abs/1602.05923) DOI: [10.1093/mnras/stw419](https://doi.org/10.1093/mnras/stw419) (see p. 159)
- [425] VAN WEEREN R J, INTEMA H T, LAL D V, et al. *The Discovery of a Radio Halo in PLCK G147.3–16.6 at z = 0.65*[J]. Astrophysical Journal Letters, 2014, **781**: L32: L32. arXiv: [1401.6175](https://arxiv.org/abs/1401.6175) [[astro-ph.CO](#)] DOI: [10.1088/2041-8205/781/2/L32](https://doi.org/10.1088/2041-8205/781/2/L32) (see p. 159)
- [426] GIACINTUCCI S, KALE R, WIK D R, et al. *Discovery of a Giant Radio Halo in a New Planck Galaxy Cluster PLCK G171.9–40.7*[J]. Astrophysical Journal, 2013, **766**: 18: 18. arXiv: [1302.0218](https://arxiv.org/abs/1302.0218) DOI: [10.1088/0004-637X/766/1/18](https://doi.org/10.1088/0004-637X/766/1/18) (see p. 159)
- [427] MARTINEZ AVILES G, FERRARI C, JOHNSTON-HOLLITT M, et al. *ATCA observations of the MACS-Planck Radio Halo Cluster Project. I. New detection of a radio halo in PLCK G285.0–23.7*[J]. Astronomy and Astrophysics, 2016, **595**: A116: A116. arXiv: [1608.06857](https://arxiv.org/abs/1608.06857) DOI: [10.1051/0004-6361/201628788](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201628788) (see p. 159)
- [428] BONAFEDE A, INTEMA H T, BRÜGGEN M, et al. *Evidence for Particle Re-acceleration in the Radio Relic in the Galaxy Cluster PLCKG287.0+32.9*[J]. Astrophysical Journal, 2014, **785**: 1: 1. arXiv: [1402.1492](https://arxiv.org/abs/1402.1492) DOI: [10.1088/0004-637X/785/1/1](https://doi.org/10.1088/0004-637X/785/1/1) (see p. 159)

- [429] DE GASPERIN F, INTEMA H T, VAN WEEREN R J, et al. *A powerful double radio relic system discovered in PSZ1 G108.18–11.53: evidence for a shock with non-uniform Mach number?* [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2015, **453**: 3483-3498. arXiv: [1508.02901 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1508.02901) DOI: [10.1093/mnras/stv1873](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1873) (see p. 159)
- [430] FERETTI L, SCHUECKER P, BÖHRINGER H, et al. *Diffuse radio emission in a REFLEX cluster* [J]. Astronomy and Astrophysics, 2005, **444**: 157-164. eprint: [astro-ph/0508238](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0508238) DOI: [10.1051/0004-6361:20052808](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20052808) (see p. 159)
- [431] GIACINTUCCI S, DALLACASA D, VENTURI T, et al. *An unlikely radio halo in the low X-ray luminosity galaxy cluster RXC J1514.9–1523* [J]. Astronomy and Astrophysics, 2011, **534**: A57: A57. arXiv: [1109.2861](https://arxiv.org/abs/1109.2861) DOI: [10.1051/0004-6361/201117820](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201117820) (see p. 159)
- [432] GIACINTUCCI S, VENTURI T, BRUNETTI G, et al. *Testing the radio halo-cluster merger scenario. The case of RXC J2003.5–2323* [J]. Astronomy and Astrophysics, 2009, **505**: 45-53. arXiv: [0905.3479](https://arxiv.org/abs/0905.3479) DOI: [10.1051/0004-6361/200912301](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200912301) (see p. 159)

主要缩略语对照表

21CMA	21 CentiMeter Array (pp. 2, 11)
2D	二维 (two-dimensional) (pp. 54, 67)
3D	三维 (three-dimensional) (p. 54)
AGN	活动星系核 (Active Galactic Nucleus) (pp. 63, 78, 80, 83, 98)
BIGHORNS	Broadband Instrument for Global Hydrogen Reionisation Signal (p. 56)
CDAE	卷积去噪自编码器 (Convolutional Denoising AutoEncoder) (pp. 120, 122, 123, 125, 127, 129–131, 134, 135, 137, 139, 140)
CDM	冷暗物质 (Cold Dark Matter) (pp. 74, 144)
CGS	Centimeter–Gram–Second (p. 149)
CMB	宇宙微波背景 (Cosmic Microwave Background) (pp. 1, 2, 9, 48–52, 65, 84)
CNN	卷积神经网络 (Convolutional Neural Network) (pp. 119–122)
DLA	阻尼 Ly α 系统 (Damped Lyman α system) (p. 52)
EDGES	Experiment to Detect the Global EoR Signature (p. 56)
ELU	指数线性单元 (Exponential Linear Unit) (p. 123)
EoR	再电离时期 (Epoch of Reionization) (p. 1)
FAST	Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope (p. 28)
FFT	快速 Fourier 变换 (Fast Fourier Transform) (p. 38)
FP	Fokker–Planck (pp. 80, 82, 85, 87, 88, 151)
FR	Fanaroff–Riley (pp. 63, 98)
FSCN	远旁瓣致淆噪声 (Far Side-lobe Confusion Noise) (pp. 113, 114)
GBT	Green Bank Telescope (p. 28)
GLEAM	GaLactic and Extragalactic All-sky MWA (p. 140)
GLEAM-X	GaLactic and Extragalactic All-sky MWA eXtended (p. 140)
GMCA	广义形态成分分析 (Generalized Morphological Component Analysis) (pp. 66, 135)
GMRT	Giant Metrewave Radio Telescope (pp. 2, 11, 140)
GPS	全球卫星定位系统 (Global Positioning System) (p. 57)

GPU	图形处理器 (Graphics Processing Unit) (pp. 120 , 130)
HERA	Hydrogen Epoch of Reionization Array (pp. 2 , 11 , 56)
HPBW	半功率波束宽度 (Half Power Beam Width) (p. 26)
ICA	独立成分分析 (Independent Component Analysis) (p. 66)
ICM	星系团内介质 (IntraCluster Medium) (pp. 3 , 64 , 65 , 73 , 74 , 78 , 80–85 , 87 , 88 , 90 , 139)
LEDA	Large-aperture Experiment to Detect the Dark Ages (p. 56)
LOFAR	LOw Frequency ARray (pp. 2 , 11 , 56 , 58 , 59 , 103 , 140)
LoTSS	LOFAR Two-metre Sky Survey (p. 140)
LWA	Long Wavelength Array (pp. 2 , 11)
MITEoR	MIT Epoch of Reionization (p. 33)
MWA	Murchison Widefield Array (pp. 2 , 11 , 56 , 58 , 94 , 103 , 139 , 140)
NFW	Navarro–Frenk–White (p. 143)
PAPER	Precision Array for Probing the Epoch of Reionization (p. 2)
PS	Press–Schechter (pp. 73 , 75 , 77 , 103 , 139)
PSF	点扩散函数 (Point Spread Function) (pp. 38 , 67)
RFI	射频干扰 (Radio Frequency Interference) (pp. 2 , 11 , 57)
SARAS	Shaped Antenna measurement of the background RAdio Spectrum (p. 56)
SCI-HI	Sonda Cosmológica de las Islas para la Detección de Hidrógeno Neutro (p. 56)
SI	国际单位制 [<i>Système international d'unités</i>] (pp. 11 , 13 , 15)
SKA	Square Kilometre Array (pp. 2 , 11 , 58 , 59 , 66)
TGSS	TIFR GMRT Sky Survey (p. 140)
WHIM	温热星系际介质 (Warm Hot Intergalactic Medium) (p. 66)
WSRT	Westerbork Synthesis Radio Telescope (p. 33)

主要术语汉英对照表

21 cm 谱线	21 cm line [<i>of neutral hydrogen</i>] (pp. 2, 4, 10, 45–47, 49, 52, 53, 71, 139)
暗物质	dark matter (p. 9)
百分位点	percentile (pp. 94, 129)
包络	envelope (p. 30)
剥源	source peeling (p. 102)
暴胀	inflation (p. 1)
本动速度	peculiar velocity (p. 47)
变分自编码器	variational autoencoder (p. 140)
编码	code (pp. 120, 123)
编码器	encoder (pp. 120, 123)
标度关系	scaling relation (pp. 90, 91, 93)
表示	representation (pp. 118, 120, 122)
并合树	merger tree (pp. 75, 77, 78)
波束	beam (p. 4)
波数	wave number [<i>in Fourier domain</i>] (pp. 53, 69, 106, 109, 145–147)
波束成形	beam-forming (pp. 59, 60, 113)
采样定理	sampling theorem (pp. 38, 42)
采样函数	sampling function (pp. 36, 38)
残差神经网络	residual neural network (pp. 119, 140)
残差图	residual map (pp. 41, 42)
层析成像	tomography (pp. 52, 53, 56, 127)
超参数	hyperparameter (p. 125)
超精细分裂	hyperfine splitting (p. 45)
超新星	supernova (p. 78)
超星系团	supercluster (pp. 11, 66)
成团效应	clustering effect (pp. 63, 75, 140)
池化层	pooling layer (p. 123)
冲压	ram pressure (p. 81)

冲压剥离	ram-pressure stripping (p. 81)
初级波束	primary beam (p. 30)
初级电子	primary electron (pp. 74, 78, 80)
窗函数	window function (pp. 105, 106, 129)
次并合	minor merger (p. 84)
磁矩	magnetic moment (p. 45)
磁流体	magneto-fluid (pp. 74, 82, 151)
磁声波	magnetosonic wave (pp. 82, 83)
大爆炸理论	Big Bang Theory (p. 1)
大尺度纤维状结构	large-scale filaments (pp. 11, 66)
带宽涂污	bandwidth smearing (pp. 32, 33)
单态	singlet (pp. 45, 46)
等级式成团	hierarchical clustering (p. 74)
等值线	contour (p. 65)
电离层	ionosphere (pp. 7, 58)
电离氢	ionized hydrogen [HII] (pp. 2, 17, 62, 97)
点源	point source (pp. 3, 62)
动态范围	dynamic range (p. 102)
渡越时间	transit time (p. 82)
渡越时间阻尼	transit-time damping (p. 82)
对流层	troposphere (p. 7)
对偶	dual [<i>in Fourier Transform</i>] (p. 52)
反向传播	back-propagation (p. 125)
方均根	root mean square (pp. 42, 75, 94, 96, 98, 99)
方向余弦	direction cosine (p. 33)
复合	recombination (pp. 1, 2, 50)
辐射转移	radiative transfer (pp. 14, 15, 20, 48)
复相关器	complex correlator (p. 31)
干涉测量	interferometry (p. 28)
高斯单位制	Gaussian units (p. 149)
格子	cell (pp. 38–40, 86, 98, 151, 154)
共动参考系	comoving frame (pp. 49, 53, 146)
共动体积	comoving volume (p. 75)

共轭	conjugate (pp. 52, 129)
功率方向图	power pattern (pp. 24–27, 30)
功率谱	power spectrum (pp. 3, 4, 52, 54, 56, 60, 62, 65, 71, 73, 105, 106, 111, 115, 127, 131, 139, 140, 146)
共振散射	resonant scattering (p. 50)
过滤器	filter [<i>in convolutional layer</i>] (pp. 121, 123, 125)
过密度	overdensity (pp. 49, 143)
过拟合	overfitting (pp. 123, 125, 130)
光度函数	luminosity function (p. 98)
光锥	light cone (p. 99)
黑暗时期	Dark Ages (pp. 1, 45)
横波	transverse wave (p. 82)
互易定理	reciprocity theorem (p. 27)
晃荡	sloshing (p. 84)
混淆	confusion (p. 42)
积分时间	integration time (pp. 33, 36, 42, 101)
激光	laser [<i>light amplification by stimulated emission of radiation</i>] (p. 18)
激活函数	activation function (pp. 123, 129)
机器学习	machine learning (p. 118)
基态	ground state (p. 45)
简并度	degree of degeneracy (pp. 19, 45, 47)
降维	dimensionality reduction (p. 120)
洁波束	clean beam (p. 42)
解卷积	deconvolution (pp. 38, 40, 103)
解码器	decoder (pp. 120, 123)
洁图	clean map (p. 42)
局部热力学平衡	local thermodynamic equilibrium (p. 16)
卷积层	convolutional layer (p. 121)
卷积定理	convolution theorem (p. 38)
均方误差	mean squared error (p. 125)
均分	equipartition (p. 85)
可见度	visibility (pp. 4, 31, 33, 36, 38, 39, 56, 57, 69, 101, 103, 113, 127, 140)

快照	snapshot (p. 33)
累积分布函数	cumulative distribution function (p. 77)
类星体	quasar [<i>quasi-stellar radio source</i>] (pp. 2, 9, 63, 78)
离群值	outlier (p. 129)
离散源	discrete source (p. 11)
连续小波变换	continuous wavelet transform (pp. 66, 135, 136)
流量函数	flux function (pp. 73, 90, 93)
漏失	spillover (p. 70)
螺距角	pitch angle (p. 87)
脉冲星	pulsar (p. 9)
脉泽	maser [<i>microwave amplification by stimulated emission of radiation</i>] (p. 9)
微射电晕	radio mini-halo (pp. 3, 65, 140)
模式	mode (pp. 54, 67, 69, 70, 107, 135)
模式混合	mode mixing (pp. 67, 69)
模型图	model map (p. 42)
旁瓣	side lobe (pp. 25, 70, 105, 113–115, 117, 118, 129)
碰撞激发	collisional excitation (p. 21)
碰撞退激	collisional de-excitation (p. 21)
批大小	batch size (p. 130)
批标准化	batch normalization (p. 123)
偏振泄漏	polarization leakage (pp. 57, 59, 63)
偏置	bias (pp. 123, 140)
平均时间	averaging time (p. 33)
平均自由程	mean free path (p. 151)
谱功率	spectral power (pp. 11, 17, 26, 27)
谱亮度	spectral brightness (p. 11)
谱能量	spectral energy (p. 13)
谱线	spectral line (p. 17)
谱线轮廓	line profile (pp. 20, 47)
前景回避	foreground avoidance (pp. 3, 4, 67, 71, 105, 109–111, 115, 140)
前景扣除	foreground removal (pp. 3, 4, 59, 67, 71, 105, 111, 117, 118, 135–137, 139, 140)

前景楔形	foreground wedge (pp. 67, 70, 71, 100, 109, 114, 140)
前身	progenitor (pp. 75, 77, 78)
强引力透镜	strong gravitational lensing (p. 9)
切片	slice (pp. 99, 111)
球形坍缩	spherical collapse (p. 75)
去噪	denoising (pp. 120, 122, 123)
去噪自编码器	denoising autoencoder (pp. 120, 122)
全卷积网络	fully convolutional network (p. 123)
全连接层	fully connected layer (pp. 121, 122)
权重函数	weighting function (p. 40)
热斑	hot spot (p. 63)
热层	thermosphere (p. 58)
热力学平衡	thermodynamic equilibrium (p. 15)
人工智能	artificial intelligence (p. 118)
轫致辐射	bremsstrahlung (p. 62)
三重态	triplet (pp. 45, 46)
散逸层	exosphere (p. 58)
色彩效应	chromatic effect (pp. 67, 69, 71)
色条	color bar (pp. 94, 97, 98, 100, 107, 109, 111, 130)
色温度	color temperature (p. 50)
栅格	grid (pp. 38, 86, 151, 154)
栅格化	gridding (pp. 38, 39)
上采样层	upsampling layer (p. 123)
射电复合线	radio recombination line (p. 62)
射电遗迹	radio relic (pp. 3, 65, 140, 157)
射电晕	radio halo (pp. 3, 4, 65, 73, 74, 78, 88, 90, 94, 157)
深度学习	deep learning (pp. 4, 118–120, 123, 135, 137, 139, 140)
深度置信网络	deep belief network (p. 119)
神经网络	neural network (pp. 118, 119, 121)
神经元	neuron (p. 121)
生成对抗网络	generative adversarial network (p. 140)
时标	timescale (pp. 46, 85)
时间涂污	time smearing (p. 33)

时角	hour angle (p. 101)
受激发射	stimulated emission (pp. 18, 20, 50)
数据集	dataset (pp. 123, 125, 127, 129, 134, 135)
双曲正切函数	hyperbolic tangent function (p. 123)
太初核合成	Big Bang Nucleosynthesis (p. 1)
特征矢量	feature vector (p. 123)
特征提取	feature extraction (pp. 118, 122, 123, 131, 137)
天顶	zenith (pp. 94, 101)
天图	sky map (pp. 4, 40, 94, 96, 98–103, 126, 127, 139)
调幅	amplitude modulation [AM] (p. 57)
条件概率	conditional probability (p. 77)
调频	frequency modulation [FM] (p. 57)
条纹	fringe (pp. 30, 32)
同步辐射	synchrotron radiation (pp. 3, 11, 57, 60, 62, 71, 73, 78, 85, 87, 94, 96, 102, 103, 126, 127, 139)
通道	channel (pp. 33, 101, 103, 111, 113, 126, 127)
透射率	transmittance (p. 7)
图像立方	image cube (pp. 52, 54, 99, 103, 106, 111, 113, 125, 127, 129, 130, 136)
湍流	turbulence (pp. 73, 74, 78, 80, 82, 83, 87, 139, 151)
湍流再加速模型	turbulent re-acceleration model (pp. 73, 74, 78, 103, 139)
w 堆叠	w -stacking (pp. 36, 103)
w 投影	w -projection (p. 36)
温电离介质	warm ionized medium (pp. 62, 97)
误差函数	error function (p. 78)
无流量	no-flux [<i>boundary condition</i>] (pp. 85, 86, 151, 153)
吸积	accretion (pp. 75, 77, 78)
星际介质	intersteller medium (pp. 9, 60)
细致平衡	detailed balance (pp. 19–22)
相关器	correlator (pp. 28, 30–33)
相控阵	phased array (p. 59)
相位参考位置	phase reference position (p. 32)
信噪比	signal-to-noise ratio (pp. 54, 120, 134)

星系风	galactic wind (pp. 78, 83)
星系际介质	intergalactic medium (p. 3)
星系团	galaxy cluster (pp. 3, 11, 64, 66, 73–75, 84, 85, 87, 88, 90)
修正线性单元	rectified linear unit (p. 123)
学习速率	learning rate (p. 130)
循环神经网络	recurrent neural network (p. 119)
循环增益	loop gain [<i>in CLEAN algorithm</i>] (p. 41)
延迟谱	delay spectrum (pp. 56, 140)
延迟中心	delay center (pp. 32, 33)
耀变体	blazar (p. 63)
引力波	gravitational wave (p. 120)
隐藏层	hidden layer (p. 119)
影响锥	cone of influence (p. 136)
有限差分法	finite difference scheme (pp. 85, 151)
宇宙射线	cosmic ray (pp. 74, 82, 83, 85)
再电离	reionization (p. 1)
脏图	dirty map (pp. 36, 38, 40, 41, 103, 113)
增益	gain (pp. 24–27, 30, 42)
站点	station (pp. 59, 100)
站点波束	station beam (p. 59)
展源	extended source (pp. 3, 30, 44, 65, 66)
遮蔽	occlusion (p. 134)
正则化项	regularizer (p. 123)
致密源	compact source (p. 63)
指向性	directivity (pp. 26, 27)
中间层	mesosphere (p. 58)
中性氢	neutral hydrogen [HI] (pp. 2, 4, 10, 71)
周期	epoch (pp. 125, 130, 134)
主瓣	main lobe (pp. 25, 113, 114, 117)
主并合	major merger (pp. 78, 84, 88)
柱密度	column density (p. 97)
自编码器	autoencoder (pp. 119–121, 123)
自发发射	spontaneous emission (pp. 18, 20, 46)

自行速度	proper velocity (p. 48)
自旋	spin (pp. 45, 46)
自旋翻转跃迁	spin-flip transition (pp. 45, 46)
自由—自由辐射	free-free radiation (pp. 3, 62, 71, 73, 94, 97, 98, 102, 103, 126, 127, 139)
纵波	longitudinal wave (p. 82)
综合波束	synthesized beam (pp. 38, 41, 42, 44, 117)
综合孔径	aperture synthesis (p. 9)
最大熵方法	maximum entropy method (p. 38)

致 谢

首先，衷心感谢导师徐海光教授的培养，不仅教导我在研究、做事、写作等方面精益求精，还培养我为人处世的能力，让我获得做学问和做人的全面成长。

感谢本校、国家天文台、上海天文台的各位老师长期以来的教诲和关心。特别感谢武向平院士、陈列文教授、沈俊太教授、王挺贵教授、张骏教授、张鹏杰教授、郑茂俊教授、朱杰教授、朱卡的教授、刘成则老师在学位论文的评阅和答辩过程中的批评和指导。还要感谢物理与天文学院的领导、老师、行政人员的关心和帮助。

感谢师兄、师姐的帮助，特别是王婧颖师姐和顾俊骅师兄。感谢课题组里一起奋斗的小伙伴：胡丹、连晓丽、刘宇星、马志贤、单晨曦、郑东超、朱永凯、朱正浩。还要感谢 Jeffrey Hsu 以及好友朱睿敏对论文的帮助。

本工作使用了由 Fred Dulwich 开发的 [OSKAR](#) 模拟软件以及他提供的最新 SKA1-Low 阵列布局、由 André Offringa 开发的 [WSClean](#) 成像软件、由 Mathieu Remazeilles 提供的高分辨率 Haslam 408 MHz 银河系全天辐射图、由 Giovanna Giardino 提供的银河系同步辐射谱指数的全天图、由 [Evolution Of 21 cm Structure](#) 项目公开的 EoR 模拟数据。本论文还使用了由[上海交通大学 *nix 用户组](#)维护的 [XeLATEX 学位论文模板](#)。在此非常感谢他们。

感谢中国科学技术部（项目编号：2018YFA0404601、2017YFF0210903）和国家自然科学基金委（项目编号：11433002、11621303、11835009、61371147、11125313）的资助。

感谢学校提供的优良互联网条件，让本工作能够顺利开展。同时，我也将无法忘记在这里结识的一群好朋友。

本工作的完成离不开以下项目/工具/网站的支持：[arXiv](#), [Astrophysics Data System \(ADS\)](#), [Debian GNU/Linux](#), [Draw.io](#), [GIMP](#), [Git](#), [Github](#), [Google Search](#), [ImageMagick](#), [Keras](#), [LATEX \(Beamer, TEx Live\)](#), [LibreOffice](#), [Mozilla Firefox](#), [NASA/IPAC Extra-galactic Database \(NED\)](#), [NVIDIA CUDA](#), [Okular](#), [OpenSSH](#), [Python \(Astropy, Jupyter, Matplotlib, NumPy, Pandas, SciPy\)](#), [Redshift](#), [Rsync](#), [SAOImage DS9](#), [Sci-Hub](#), [ShadowSocks](#), [SIMBAD Astronomical Database](#), [Stack Overflow](#), [Syncthing](#), [Tmux](#), [Vim](#), [WeChat](#), [Wikipedia](#), [WPS Office](#), [Xfce](#), [Zsh](#)。

此外，感谢 [DragonFly BSD](#) 项目及其 IRC 上的朋友，特别是乔彦民 (sephe)、Sascha Wildner (swildner)、Matthew Dillon (dillon)、Antonio Huete Jimenez

(tuxillo)、Rimvydas Jasinskas (zrj)。

最后，感谢父母和亲人的无私关爱和支持。还要感谢女友尹璐璐坚定不移的支持和鼓励，与我携手走过这段难忘岁月。

攻读学位期间发表的学术论文

- [1] **LI, WEITIAN**; XU, HAIGUANG; MA, ZHIXIAN; HU, DAN; ZHU, ZHENGAO; SHAN, CHENXI; WANG, JINGYING; GU, JUNHUA; ZHENG, DONGCHAO; LIAN, XIAOLI; ZHENG, QIAN; WANG, YU; ZHU, JIE; WU, XIANG-PING. “*Contribution of Radio Halos to the Foreground for SKA EoR Experiments,*” 2019, The Astrophysical Journal, in press, **879**, 104, DOI: [10.3847/1538-4357/ab21bc](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab21bc), ADS: [2019ApJ...879..104L](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019ApJ...879..104L), arXiv: [1905.05399](https://arxiv.org/abs/1905.05399)
- [2] **LI, WEITIAN**; XU, HAIGUANG; MA, ZHIXIAN; ZHU, RUIMIN; HU, DAN; ZHU, ZHENGAO; GU, JUNHUA; SHAN, CHENXI; ZHU, JIE; WU, XIANG-PING. “*Separating the EoR Signal with a Convolutional Denoising Autoencoder: A Deep-learning-based Method,*” 2019, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **485**, 2628, DOI: [10.1093/mnras/stz582](https://doi.org/10.1093/mnras/stz582), ADS: [2019MNRAS.485.2628L](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019MNRAS.485.2628L), arXiv: [1902.09278](https://arxiv.org/abs/1902.09278)
- [3] LIU, YU-XING; XU, HAI-GUANG; ZHENG, DONG-CHAO; **LI, WEI-TIAN**; ZHU, ZHENG-HAO; MA, ZHI-XIAN; LIAN, XIAO-LI. “*The Environment of C- and S-shaped Radio Galaxies,*” 2019, Research in Astronomy and Astrophysics, in press
- [4] MA, ZHIXIAN; XU, HAIGUANG; ZHU, JIE; HU, DAN; **LI, WEITIAN**; SHAN, CHENXI; ZHU, ZHENGAO; GU, LIYI; LIU, CHENGZE; WU, XIANG-PING. “*A Machine Learning Based Morphological Classification of 14,251 Radio AGNs Selected from the Best-Heckman Sample,*” 2019, The Astrophysical Journal Supplement Series, **240**, 34, DOI: [10.3847/1538-4365/aaf9a2](https://doi.org/10.3847/1538-4365/aaf9a2), ADS: [2019ApJS..240...34M](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019ApJS..240...34M), arXiv: [1812.07190](https://arxiv.org/abs/1812.07190)
- [5] HU, DAN; XU, HAIGUANG; KANG, XI; **LI, WEITIAN**; ZHU, ZHENGAO; MA, ZHIXIAN; SHAN, CHENXI; ZHANG, ZHONGLI; GU, LIYI; LIU, CHENGZE; WU, XIANG-PING. “*A Study of the Merger History of the Galaxy Group HCG 62 Based on X-ray Observations and SPH Simulations,*” 2019, The Astrophysical Jour-

- nal, **870**, 61, DOI: [10.3847/1538-4357/aaf16c](https://doi.org/10.3847/1538-4357/aaf16c), ADS: [2019ApJ...870...61H](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019ApJ...870...61H), arXiv: [1811.05782](https://arxiv.org/abs/1811.05782)
- [6] ZHENG, QIAN; JOHNSTON-HOLLITT, MELANIE; DUCHESNE, STEFAN W; **LI, WEITIAN**. “*Detection of a Double Relic in the Torpedo Cluster: SPT-Cl J0245–5302,*” 2018, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **479**, 730, DOI: [10.1093/mnras/sty1467](https://doi.org/10.1093/mnras/sty1467), ADS: [2018MNRAS.479..730Z](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2018MNRAS.479..730Z), arXiv: [1803.06634](https://arxiv.org/abs/1803.06634)
- [7] MA, ZHIXIAN; ZHU, JIE; **LI, WEITIAN**; XU, HAIGUANG. “*An Approach to Detect Cavities in X-ray Astronomical Images Using Granular Convolutional Neural Networks,*” 2017, IEICE Transactions on Information and System, **100**(10), 2578, DOI: [10.1587/transinf.2017EDP7079](https://doi.org/10.1587/transinf.2017EDP7079), ADS: [2017IEITI.100.2578M](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2017IEITI.100.2578M)
- [8] ZHANG, CHENGHAO; XU, HAIGUANG; ZHU, ZHENGHAO; **LI, WEITIAN**; HU, DAN; WANG, JINGYING; GU, JUNHUA; GU, LIYI; ZHANG, ZHONGLI; LIU, CHENGZE; ZHU, JIE; WU, XIANG-PING. “*A Chandra Study of the Image Power Spectra of 41 Cool Core and Non-cool Core Galaxy Clusters,*” 2016, The Astrophysical Journal, **823**, 116, DOI: [10.3847/0004-637X/823/2/116](https://doi.org/10.3847/0004-637X/823/2/116), ADS: [2016ApJ...823..116Z](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2016ApJ...823..116Z), arXiv: [1604.04127](https://arxiv.org/abs/1604.04127)
- [9] ZHU, ZHENGHAO; XU, HAIGUANG; WANG, JINGYING; GU, JUNHUA; **LI, WEITIAN**; HU, DAN; ZHANG, CHENGHAO; GU, LIYI; AN, TAO; LIU, CHENGZE; ZHANG, ZHONGLI; ZHU, JIE; WU, XIANG-PING. “*A Chandra Study of Radial Temperature Profiles of the Intra-Cluster Medium in 50 Galaxy Clusters,*” 2016, The Astrophysical Journal, **816**, 54, DOI: [10.3847/0004-637X/816/2/54](https://doi.org/10.3847/0004-637X/816/2/54), ADS: [2016ApJ...816...54Z](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2016ApJ...816...54Z), arXiv: [1511.04699](https://arxiv.org/abs/1511.04699)
- [10] WANG, JINGYING; XU, HAIGUANG; AN, TAO; GU, JUNHUA; GUO, XUEYING; **LI, WEITIAN**; WANG, YU; LIU, CHENGZE; MARTINEAU-HUYNH, OLIVIER; WU, XIANG-PING. “*Exploring the Cosmic Reionization Epoch in Frequency Space: An Improved Approach to Remove the Foreground in 21 cm Tomography,*” 2013, The Astrophysical Journal, **763**, 90, DOI: [10.1088/0004-637X/763/2/90](https://doi.org/10.1088/0004-637X/763/2/90), ADS: [2013ApJ...763...90W](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2013ApJ...763...90W), arXiv: [1211.6450](https://arxiv.org/abs/1211.6450)

-
- [11] MA, ZHIXIAN; ZHU, JIE; **LI, WEITIAN**; XU, HAIGUANG. “*Radio Galaxy Morphology Generation Using Residual Convolutional Autoencoder and Gaussian Mixture Models*,” 2018, IEEE 25th International Conference on Image Processing (ICIP), Athens, Greece, October 7–10, 2018, 3044–3048, DOI: [10.1109/ICIP.2018.8451231](https://doi.org/10.1109/ICIP.2018.8451231)
 - [12] MA, ZHIXIAN; ZHU, JIE; **LI, WEITIAN**; XU, HAIGUANG. “*Radio Galaxy Morphology Generation Using DNN Autoencoder and Gaussian Mixture Models*,” 2018, IEEE 14th International Conference on Signal Processing (ICSP), Beijing, China, August 12–14, 2018, 522–526, arXiv: [1806.00398](https://arxiv.org/abs/1806.00398)
 - [13] MA, ZHIXIAN; ZHU, JIE; **LI, WEITIAN**; XU, HAIGUANG. “*Detection of Point Sources in X-ray Astronomical Images Using Elliptical Gaussian Filters*,” 2017, IEEE 2nd International Conference on Image, Vision and Computing (ICIVC), Chengdu, China, June 2–4, 2017, 36–40, DOI: [10.1109/ICIVC.2017.7984514](https://doi.org/10.1109/ICIVC.2017.7984514)
 - [14] MA, ZHIXIAN; **LI, WEITIAN**; WANG, LEI; XU, HAIGUANG; ZHU, JIE. “*X-ray Astronomical Point Sources Recognition Using Granular Binary-tree SVM*,” 2016, IEEE 13th International Conference on Signal Processing (ICSP), Chengdu, China, November 6–10, 2016, 1021–1026, DOI: [10.1109/ICSP.2016.7877984](https://doi.org/10.1109/ICSP.2016.7877984)

简 历

基本情况

李维天，男，1991年9月生于湖南邵阳。

教育背景

2013年9月至2019年9月，上海交通大学，博士研究生，物理学

2009年9月至2013年6月，上海交通大学，本科，应用物理学

研究兴趣

低频射电观测，数据分析，机器学习

联系方式

E-mail: liweitianux@sjtu.edu.cn, wt@liwt.net

ORCID: [0000-0002-7527-380X](https://orcid.org/0000-0002-7527-380X)

Github: [liweitianux](https://github.com/liweitianux)

