图的表示

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

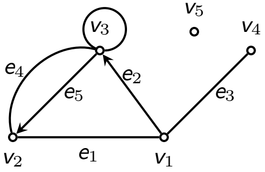
电子科技大学 计算机学院

2016-

图的表示

对于一个图 G, 如果将其记为 $G=<V,E>$, 并写出 V 和 E 的集合表示, 这称为图的集合表示.

为了描述简便起见, 在一般情况下, 往往只画出它的图形: 用小圆圈表示 V 中的结点, 用由 u 指向 v 的有向线段或曲线表示有向边 $<u,v>$, 无向线段或曲线表示无向边 (u,v), 这称为图的图形表示.



图形表示法

$$
\begin{aligned}
V &= \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} \\
E &= \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{ll}
e_1 = (v_1, v_2) & e_2 =< v_1, v_3 > \\
e_3 = (v_1, v_4) & e_4 = (v_2, v_3) \\
e_5 =< v_3, v_2 > & e_6 = (v_3, v_3)
\end{array}
$$

集合表示法

邻接矩阵

图形表示法的优点是形象直观，但不适合于大图. 而集合表示法的优点是精确，但抽象不易理解. 为了便于用代数知识来研究图的性质，特别是便于用计算机来处理，我们引入图的矩阵表示. 因为矩阵的存储和处理在计算机中是非常容易的，从而能够把图的问题变为数字计算问题，再利用矩阵代数的运算来计算图的通路、回路和其它特征。

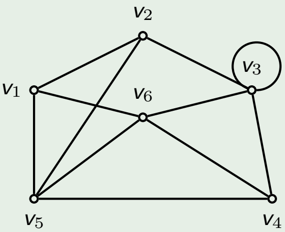
Definition

设图 $G=<V,E>$，其中 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$，并假定结点已经有了从 v_1 到 v_n 的次序，则 n 阶方阵 $A_G=(a_{ij})_{nxn}$ 称为 G 的邻接矩阵 (adjacency matrix)，其中

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & <v_i,v_j>\in E \text{ 或 } (v_i,v_j)\in E \\ 0 & \text{否则}\end{cases},(i,j=1,2,3,\cdots,n)$$

邻接矩阵

Example



$$A_G = \begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

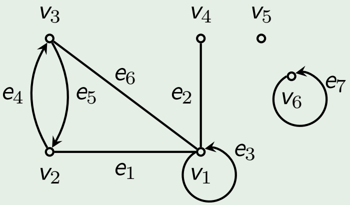
对于 V 中各元素不同的排序，可得到同一图 G 的不同邻接矩阵，我们略去由结点排序不同而引起的邻接矩阵的不同.

邻接点与邻接边

Definition

在图 $G=<V,E>$ 中, 若两个结点 v_i 和 v_j 是边 e 的端点, 则称 v_i 与 v_j 互为邻接点, 否则 v_i 与 v_j 称为不邻接的; 具有公共结点的两条边称为邻接边; 两个端点相同的边称为环或自回路; 图中不与任何结点相邻接的结点称为孤立结点.

Example



- v_1 的邻接点有 v_1, v_2, v_3, v_4.
- v_5 是孤立结点.
- e_4 的邻接边有 e_1, e_5, e_6.
- e_3, e_7 是环.

一些简单的特殊图

Definition

仅由孤立结点组成的图称为零图; 仅含一个结点的零图称为平凡图; 含有 n 个结点,m 条边的图, 称为(n, m) 图。

- 环的存在与否不会导致图论定理的重大变化, 很多场合下都会被忽略;
- 零图没有任何边, 邻接矩阵为全 0;
- (8,20) 图表示一个图有 8 个结点,20 条边, 但图的各边如何分布则不清楚.

THE END, THANKS!