集合论基础

集合的基本运算

王丽杰

Email: ljwang@uestc.edu.cn

电子科技大学 计算机学院

2016

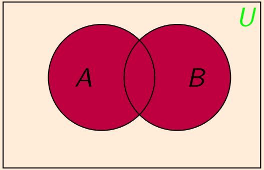
并集

Definition

设 A, B 是两个集合，则集合 A 与 B 的并集定义为：

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

文氏图:$A \cup B$



Example

- 集合 $\{1,3,5\}$ 和集合 $\{1,2,3\}$ 的并集是 $\{1,2,3,5\}$;
- 若集合 A 是选修了音乐欣赏的学生，B 是选修了西方文学的学生，则 $A \cup B$ 是选修了音乐欣赏或选修了西方文学或两门课都同时选修的学生.

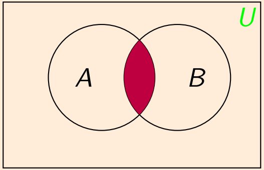
交集

Definition

设 A, B 是两个集合，则集合 A 与 B 的交集定义为：

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 并且 } x \in B\}$$

文氏图:$A \cap B$



Example

- 集合 $\{1, 3, 5\}$ 和集合 $\{1, 2, 3\}$ 的交集是 $\{1, 3\}$;
- 若集合 A 是选修了音乐欣赏的学生，B 是选修了西方文学的学生，则 $A \cap B$ 是即选修了音乐欣赏又选修了西方文学的学生.

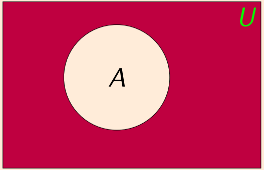
补集

Definition

设 U 是全集，则集合 A 的**补集**定义为：

$$\overline{A} = \{x | x \notin A\}$$

文氏图:$\overline{A}$



Example

- 集合 $\{1, 3, 5\}$ 对于全集 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 的补集是 $\{2, 4, 6, 7, 8\}$;
- 若集合 A 是选修了音乐欣赏的学生，全集 U 是所有在校学生，则 $\overline{A}$ 是没有选修音乐欣赏的学生.

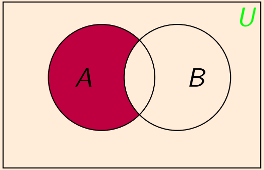
差集

Definition

设 A, B 是两个集合，则集合 A 与 B 的差集定义为：

$$A - B = \{x | x \in A \text{ 并且 } x \notin B\}$$

文氏图:$A - B$



Example

- 集合 $\{1, 3, 5\}$ 和集合 $\{1, 2, 3\}$ 的差集是 $\{5\}$;
- 若集合 A 是选修了音乐欣赏的学生，B 是选修了西方文学的学生，则 $A - B$ 是选修了音乐欣赏但没有选修西方文学的学生.

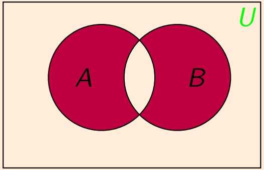
对称差集

Definition

设 A, B 是两个集合，则集合 A 与 B 的对称差集定义为：

$$A \oplus B = \{x | (x \in A \text{ 并且 } x \notin B) \text{或者} (x \notin A \text{ 并且 } x \in B)\}$$

文氏图:$A \oplus B$



Example

- 集合 $\{1, 3, 5\}$ 和集合 $\{1, 2, 3\}$ 的对称差集是 $\{2, 5\}$;
- 若集合 A 是选修了音乐欣赏的学生，B 是选修了西方文学的学生，则 $A \oplus B$ 是只选修了音乐欣赏和西方文学两门课中某一门的学生.

并集和交集的扩展

Definition

设 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是任意 n 个集合，则这 n 个集合的并集是包含那些至少是这组集合中一个集合成员的元素的集合，即

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \{x | x \in A_1 \text{ 或者 } x \in A_2 \cdots \text{ 或者 } x \in A_n\}$$

Definition

设 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是任意 n 个集合，则这 n 个集合的交集是包含那些属于这组集合中所有集合成员的元素的集合，即

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \{x | x \in A_1 \text{ 并且 } x \in A_2 \cdots \text{ 并且 } x \in A_n\}$$

Example

设 $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\}, C = \{0, 3, 6, 9\}$，则

$A \cup B \cup C = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$ $\quad$ $A \cap B \cap C = \{0\}$

THE END, THANKS!