

## 图的同构

王丽杰

Email: [ljwang@uestc.edu.cn](mailto:ljwang@uestc.edu.cn)

电子科技大学 计算机学院

2016-



# 引言

图的同构

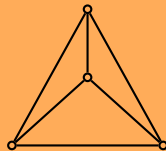
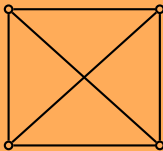
Lijie Wang

引言

定义

必要条件

- 图最本质的内容是结点和边的关联关系. 而在实际画图时, 由于结点的位置不同, 边的长短曲直不同, 同一事物间的关系可能画出不同形状的图来。例如下面两个图实际上是同一个图 $K_4$ 。



- 在化学里经常用图为化合物建模。不同的化合物可能分子式相同但结构不同, 这就是同分异构体。同分异构体在化学性质上可能有较大不同。

# 图的同构

图的同构

Lijie Wang

引言

定义

必要条件

## Definition

设两个图  $G = \langle V, E \rangle$  和  $G' = \langle V', E' \rangle$  , 如果存在双射函数  $g: V \rightarrow V'$  , 使得对于任意的  $e = (v_i, v_j)$  (或者  $\langle v_i, v_j \rangle \in E$  当且仅当  $e' = (g(v_i), g(v_j))$  (或者  $\langle g(v_i), g(v_j) \rangle \in E'$  , 并且  $e$  与  $e'$  的重数相同 , 则称  $G$  与  $G'$  同构(isomorphism) , 记为  $G \cong G'$  。

对于同构，形象地说，若图的结点可以任意挪动位置，而边是完全弹性的，只要在不拉断的条件下，一个图可以变形为另一个图，那么这两个图是同构的。

# 图的同构

图的同构

Lijie Wang

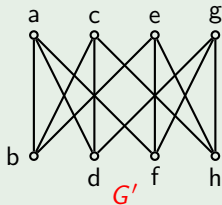
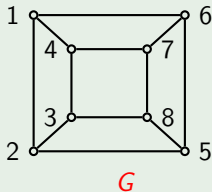
引言

定义

必要条件

## Example

证明下图中  $G \cong G'$ 。



**证明：**构造结点之间的双射函数  $f$ ：

$f(1) = a, f(2) = b, f(3) = c, f(4) = d, f(5) = e, f(6) = f, f(7) = g, f(8) = h$ . 容易验证， $f$  满足图的同构定义，所以  $G \cong G'$ 。

# 图的同构

图的同构

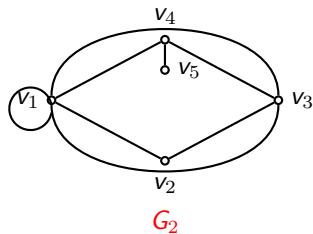
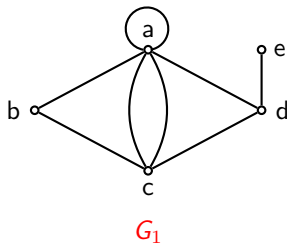
Lijie Wang

引言

定义

必要条件

判定同构的方法关键就是找到结点间的对应关系，而在两个带有  $n$  个结点的图之间有  $n!$  种可能的一一对应关系。尤其是当  $n$  很大时，判断任意两个图是否同构常常是一件困难的事情。



# 图同构的必要条件

图的同构

Lijie Wang

引言

定义

必要条件

## 同构的必要条件

- 结点数目相同
- 边数相同
- 度数相同的结点数相同

## 必要条件的应用场景

我们可以通过同构的必要条件说明两个图不同构。

# 图同构的必要条件

图的同构

Lijie Wang

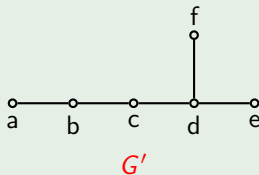
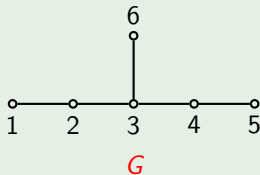
引言

定义

必要条件

## Example

下图中  $G$  和  $G'$  不同构。



图同构的三个必要条件一定不能作为充分条件来使用。



THE END, THANKS!