

# 任意二维直线的高斯节点与高斯权重

李晓东, 中国地质大学（武汉）工程学院

2021 年 12 月 14 日

## 摘要

本文给出了任意二维直线的高斯节点与高斯权重系数, 首先给出了水平和垂直直线上的高斯积分, 而后给出了和水平方向夹角小于 90 度的直线上的高斯积分公式。

## 1 水平和垂直直线上的高斯积分

对于水平或者垂直直线上的高斯积分, 直接套用一维任意曲线的高斯积分公式即可:

$$\int_a^b f(t)dt = \frac{b-a}{2} \sum_{i=0}^N A_i f\left(\frac{b-a}{2}x_i + \frac{a+b}{2}\right) \quad (1.0.1)$$

只是在程序编写的时候, 需要判定一下是水平直线还是垂直直线, 而后直接按照其中一个坐标套用上式即可。

## 2 和水平方向夹角小于 90 度的高斯积分公式

根据微积分理论:

$$I = \int_{\Gamma} f(x, y)ds = \int_a^b f(x, y)\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (2.0.1)$$

因为是直线, 所以记  $J = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ ,  $J$  是定值, 所以积分公式变为:

$$I = \frac{b-a}{2} J \sum_{i=0}^N A_i f\left(\frac{b-a}{2}x_i + \frac{a+b}{2}, y_i\right) \quad (2.0.2)$$

其中:

$$y_i = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \left(\frac{b-a}{2}x_i + \frac{a+b}{2} - x_1\right) \quad (2.0.3)$$