

算法设计与分析

第 1 次作业

姓名: Someone

学号: xxxxxxxxxxxx

日期: 2025 年 3 月 10 日

1 1.1

设 A 是 n 个不等数的数组, $n > 2$. 以比较作为基本运算, 是给出一个 $O(1)$ 时间的算法, 找出 A 中一个既不是最大也不是最小的数. 写出算法的伪码, 说明该算法最坏情况下执行的比较次数。

解答

算法: Fib(n)

```
FIB( $n$ ):  
1  if  $n < 0$ :  
2      return null  
3  if  $n = 0$  or  $n = 1$ :                // you can also  
4      return  $n$                       // add comments!  
5  return FIB( $n - 1$ ) + FIB( $n - 2$ )
```

2 1.11

证明定理 1.3: 假设 f 和 g 是定义域为自然数集合的函数, 若对某个其他函数 h , 有 $f = O(h)$ 和 $g = O(h)$ 成立, 那么 $f + g = O(h)$.

解答

证明: For any $n > 2$, consider

$$n! + 2, \quad n! + 3, \quad \dots, \quad n! + n$$

□

3 1.14

设 x 为实数, n, a, b 为整数, 证明下述性质.

(1) $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x \leq \lceil x \rceil < x + 1$

(2) $\lfloor x + n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n, \lceil x + n \rceil = \lceil x \rceil + n.$

(3) $\lceil \frac{n}{2} \rceil + \lceil \frac{n}{2} \rceil = n.$

(4) $\lceil \frac{\lceil n/a \rceil}{b} \rceil = \lceil \frac{n}{ab} \rceil, \lfloor \frac{\lfloor n/a \rfloor}{b} \rfloor = \lfloor \frac{n}{ab} \rfloor.$

解答

(1)

待解决

(2)

待解决

(3)

待解决

(4)

待解决

4 1.18

对以下函数，按照它们的阶从高到低排列；如果 $f(n)$ 与 $g(n)$ 的阶相等，表示为 $f(n) = \theta(g(n))$.

$$2^{\sqrt{2 \log(n)}}, \quad n \log(n), \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}, \quad n 2^n, \quad (\log(n))^{\log(n)}, \quad 2^{2n}, \quad 2^{\log(\sqrt{n})},$$

$$n^3, \quad \log(n!), \quad \log(n), \quad \log(\log(n)), \quad n^{\log(\log(n))}, \quad n!, \quad n, \quad \log(10^n)$$

解答

待解决