

假设.为检验假设构造的统计量称为检验统计量.若检验统计量的观测值落在某集合时拒绝原假设,则称该集合为拒绝域,若检验统计量的观测值落在某集合时接受原假设,则称该集合为接受域.拒绝域和接受域的分界点称为临界值.

两类错误: H_0 为真但被拒绝了,称为第Ⅰ类错误,其概率为显著性水平 α ; H_0 不真但被接受了,称为第Ⅱ类错误,其概率记作 β .

控制犯第Ⅰ类错误的概率而不考虑犯第Ⅱ类错误的检验问题,称为显著性检验.

若备择假设中参数的取值在原假设参数取值的两边的假设称为双侧假设或双边假设.

在假设检验中,利用样本值做出的拒绝原假设的最小显著性水平称为检验 p 值.

习题 8

1. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 均值 μ 只能取0或1, $(X_1, X_2, \dots, X_{16})$ 是来自总体 X 的样本.为了检验假设

$$H_0: \mu = 0, \quad H_1: \mu = 1$$

采用检验法:当 $\bar{x} \geq 0.5$ 时拒绝 H_0 , 当 $\bar{x} < 0.5$ 时接受 H_0 .试分别求此检验法犯两类错误的概率.

2. 某种零件的尺寸(单位:mm)服从正态分布 $N(\mu, 1.21)$, 从一批零件中任取6件,测得尺寸如下:

32.56, 29.66, 31.64, 30.00, 31.87, 31.03

当显著性水平分别为 $\alpha = 0.05$ 与 $\alpha = 0.01$ 时,能否认为这批零件的平均尺寸为32.25 mm?

3. 已知某炼铁厂的铁水含碳量服从正态分布,在正常情况下,其总体均值为4.55.现在测了10炉铁水,其含碳量分别为4.42, 4.38, 4.28, 4.40, 4.42, 4.35, 4.37, 4.52, 4.47, 4.56, 试问总体均值有无显著变化($\alpha = 0.05$)?

4. 为了检验一架天平的精度,把一个重为10 g的标准物件在这架天平上称5次,称得结果(单位:g)为9.98, 10.01, 10.02, 9.95, 9.92.假定称量值服从正态分布且无系统偏差,问是否可认为总体标准差为0.1($\alpha = 0.05$)?

5. 已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布且标准差 $\sigma = 0.048$,从某天产品中抽取5根纤维,测得其纤度为1.32, 1.55, 1.36, 1.40, 1.44.问这一天纤度的总体标准差是否正常($\alpha = 0.05$)?

6. 使用电学法与混合法两种方法来研究冰的潜热,样品都是 -0.72°C 的冰块,下列数据是每克冰从 -0.72°C 变为 0°C 水的过程中的吸热量(单位:cal):

电学法: 79.98 80.04 80.02 80.04 80.03 80.03 80.04 79.97

80.05 80.03 80.02 80.00 80.02

混合法: 80.02 79.94 79.97 79.98 79.97 80.03 79.95 79.97

假定用两种方法测得吸热量都服从正态分布,并且它们的总体方差相等,试检验两种方法的总体均值是否相等($\alpha = 0.05$)?

7. 甲、乙两台机床加工同一种轴,已知甲、乙两机床加工的轴的直径(单位:mm)都服从正态分布,甲机床的方差为0.2,乙机床的方差为0.4.现从这两台机床加工的轴中分别随机地抽取若干根,测得直径为:

甲机床: 20.5 19.8 19.7 20.4 20.1 20.0 19.0 19.9

乙机床: 19.7 20.8 20.5 19.8 19.4 20.6 19.2

试问两台机床加工的轴的平均直径有无显著差异($\alpha = 0.05$)?

8. 设有甲、乙两厂生产同一种零件,其重量服从正态分布,分别取样8个与9个,测其重量并

计算得样本方差分别为 $s_{甲}^2 = 0.0961$ 和 $s_{乙}^2 = 0.0256$, 试问甲、乙两厂生产的零件的方差的方差有无区别 ($\alpha = 0.05$)?

9. 某中药厂从某种药材中提取某种有效成分, 采用两种提炼方法. 现对同一质量的药材, 用两种方法各做了 10 次试验, 其得率分别为:

第一种方法: 78.1 72.4 76.2 74.3 77.4 78.4 76.0 75.5 76.7 77.3

第二种方法: 79.1 81.0 77.3 79.1 80.0 79.1 79.1 77.3 80.2 82.1

假定已知两种方法的得率都服从正态分布, 第一种方法的平均得率为 76, 第二种方法的平均得率为 79, 试问两种方法的得率的方差有无显著差异 ($\alpha = 0.01$)?

10. 甲、乙两台机床生产同一型号的滚珠, 从甲、乙两机床生产的滚珠中分别抽取 8 个与 9 个测量直径得数据如下 (单位: mm):

甲: 15.0 14.5 15.2 15.5 14.8 15.1 15.2 14.8

乙: 15.2 15.0 14.8 15.2 15.1 15.0 14.8 15.1 14.8

假定滚珠直径服从正态分布, 问两台机床产品的直径是否可以认为服从同一分布 ($\alpha = 0.05$)?

11. 要求一种元件的平均使用寿命不得低于 1 000 h, 今从一批这种元件中随机抽取 25 件, 测其寿命并计算得样本均值为 950 h, 已知该种元件寿命服从标准差为 $\sigma = 100$ h 的正态分布, 试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验这批元件是否合格?

12. 测得一批钢材 20 个样品的屈服点 (单位: t/cm^2) 为: 4.98, 5.11, 5.20, 5.20, 5.11, 5.00, 5.61, 4.88, 5.27, 5.38, 5.46, 5.27, 5.23, 4.96, 5.35, 5.15, 5.35, 4.77, 5.38, 5.54. 设屈服点服从正态分布, 试检验屈服点总体均值是否超过 5.10 t/cm^2 ($\alpha = 0.05$)?

13. 某种导线, 要求其电阻的标准差不得超过 0.005 Ω , 今在生产的一批导线中取样 9 根, 测得样本标准差为 0.007 Ω . 设总体为正态分布, 问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下能否认为这批导线的标准差显著地偏大?

14. 在 20 世纪 70 年代后期人们发现, 在酿造啤酒时, 在麦芽干燥过程中形成致癌物质 N-亚硝基二甲胺 (NDMA), 到了 80 年代初期开发了一种新的麦芽干燥过程. 下面给出分别在新老两种过程中形成的 N-亚硝基二甲胺含量 (以 10 亿份中的份数计).

老过程: 6 4 5 5 6 5 5 6 4 6 7 4

新过程: 2 1 2 2 1 0 3 2 1 0 1 3

假定两样本分别来自正态总体, 且两总体方差相同, 两样本独立. 以 μ_1, μ_2 记对应于老、新过程的总体均值. 试检验假设 (取 $\alpha = 0.05$)

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 2, \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 > 2$$

15. 甲、乙两台机床加工同一种零件, 在两台机床加工的产品中分别取 6 个和 9 个, 测其长度 (单位: cm) 并计算得样本方差 $s_{甲}^2 = 0.245$, $s_{乙}^2 = 0.357$. 假定零件长度服从正态分布, 问是否可认为甲机床加工精度比乙机床高? 亦即问是否可认为甲机床加工的零件长度的方差小于乙机床 ($\alpha = 0.05$)?

16. 某厂生产的电器零件的平均电阻一直保持在 2.64 Ω . 改变加工工艺后, 测得 100 个零件的电阻, 并计算得样本均值为 2.62 Ω , 样本标准差为 0.06 Ω , 问新工艺对此零件的电阻有无显著影响 ($\alpha = 0.01$)?

17. 为了比较两种枪弹的枪口速度 (单位: m/s). 在相同条件下进行速度测定, 算得样本均值和样本标准差

枪弹甲: $n_1 = 110, \bar{x}_1 = 2805, s_1 = 120.41$

枪弹乙: $n_2 = 100, \bar{x}_2 = 2680, s_2 = 105.00$

试检验甲枪弹的平均速度比乙枪弹的平均速度是否显著地大 ($\alpha = 0.05$)?

18. 某种产品的次品率一直为 0.17, 现对此产品进行新工艺试验, 从中抽取 400 件检验, 发现