**Отчёт по курсовой работе**

«Разработка программы для моделирования стационарного двумерного распределения температуры»

по дисциплине

«Математические модели систем c распределёнными параметрами»

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнил студент гр. 3530904/90102 | Мэн Цзянин |
| Руководитель | Воскобойников С.П. |

Оглавление

[Постановка задачи 3](#_Toc98639663)

[Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации 10](#_Toc98639664)

[Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения 10](#_Toc98639665)

[Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия 15](#_Toc98639666)

[Решение системы методом сопряженных градиентов с предобусловливанием 19](#_Toc98639667)

[Тесты 20](#_Toc98639668)

[Константный тест 20](#_Toc98639669)

[Линейный тест 20](#_Toc98639670)

[Нелинейный тест 20](#_Toc98639671)

[Результаты 21](#_Toc98639672)

[Вывод 22](#_Toc98639673)

[Приложение 23](#_Toc98639674)

[Список литературы 24](#_Toc98639675)

# Постановка задачи

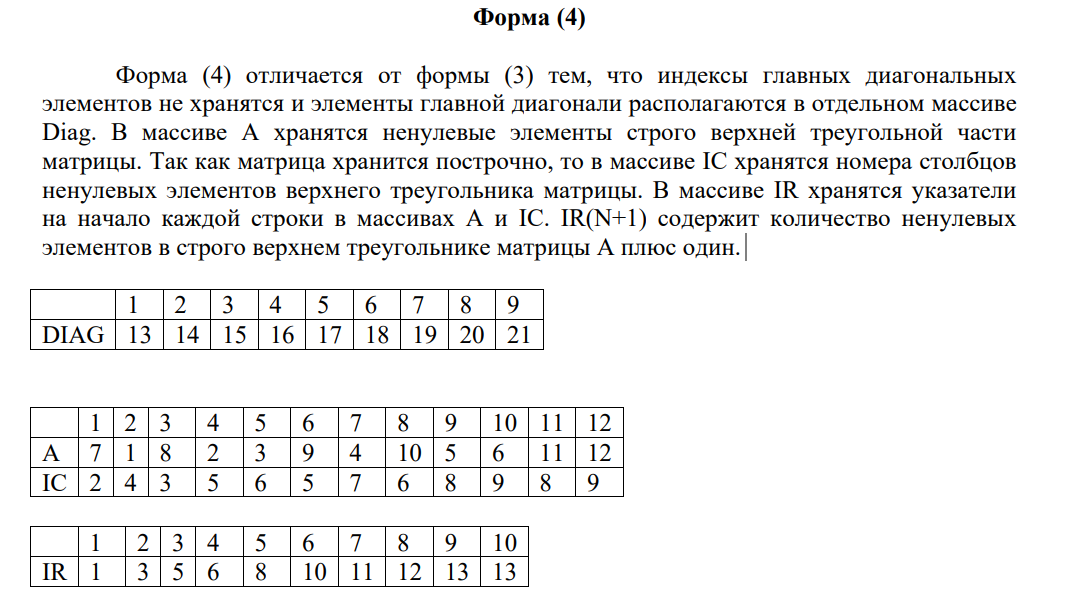
**Вариант N4**.

Постановка задачи. Используя интегро-интерполяционный метод, разработать подпрограмму для моделирования распределения температуры в цилиндре, описываемого математической моделью



, 

с граничными условиями, определяемыми вариантом задания. Для решения системы алгебраических уравнений использовать метод сопряжённых градиентов с предобусловливанием. Матрица алгебраической системы должна храниться в упакованной форме



**Дискретная модель**

Введем в прямоугольнике [0, R]×[0, L] равномерную основную сетку

и вспомогательную сетку





Так как используются равномерные сетки, то шаги вспомогательной сетки определяются как

Умножим исходное уравнение на r, проинтегрируем по вспомогательной сетке:

Воспользуемся формулой средних прямоугольников для вычисления значений интегралов:

Также аппроксимируем производные по формуле центральных разностей:

Получим:

i=1,2,.., ; j = 1,2,..,

Аппроксимация граничных условий:

Аналогично воспользуемся интегро-интерполяционным методом, получим:

В результате получается система линейных алгебраических уравнений вида ***A*u=b** размерности N=(Nz-1)(Nr+1)Рассмотрим более подробно структуру этой системы. Для дальнейшей работы необходимо перенумеровать компоненты векторов u и b. Для этого используем приведенный индекс. Сперва для фиксированного *r* движемся по оси *z*, потом переходим к следующему значению *r.*

При таком обозначении новый индекс k можно рассчитать так: k=i\*(Nz-1)+j

Матрица *А* квадратная, симметричная, пятидиагональная.

Хранить будем только 3 диагонали.

# Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации

## Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения

Преобразование:

При анализе порядка аппроксимации, для простого, будем писать просто

Невязка определяется как разность между правой и левой частью уравнения при условии, что вместо приближенного решения мы подставляем туда точное:

Раскладываем по степениям h точное решение в узлах и коэффициент k

Сокрашаются четные степени

т.к. , получаем, что

Четные степени сокрааются

Так как, получаем, что

Подсталяем в невязку получившиеся разложения

Группируем по степени hr и hz

Чтобы вычислить порядок аппроксимации, нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главный член погрешности по r

Главный член погрешности по z

## Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия

1. (Лекция10. p27)

Подставляем полученные ранее произведения:

Группируем по степениям hr и hz

Для вычисления порядка аппроксимации нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главный член погрешности по x

Главный член погрешности по y

Подставляем полученные ранее произведения:

Группируем по степениям hr и hz

Для вычисления порядка аппроксимации нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

# Решение системы методом сопряженных градиентов с предобусловливанием

Полученную систему *A*u=b будем решать неявным методом сопряженных градиентов с предобусловливанием. Для улучшения сходимости метода сопряженных градиентов правую и левую часть системы умножают на матрицу . Данный процесс называется предобуславливанием. Матрицу  выбирают таким образом, чтобы  было как можно ближе к единице, должна хорошо аппроксимировать .

Алгоритм (метода сопряженных градиентов):

1. Задаются начальным приближением и погрешностью:
2. Рассчитывают начальное направление:
3. 图示

   低可信度描述已自动生成

Если или , то и останов.

Иначе если (j+1)<n, то j=j+1 и переход к 3;

Иначе  и k=k+1 переход к 2.

Здесь *ε* – задаваемая точность. Использовал *ε* = 10-6.

Начальное приближение *x*0 брал нулевым.

Использовалось диагональное предобусловливание:

# Тесты

Для всех тектов:

## Константный тест

## Линейный тест

## Нелинейный тест

# Результаты

# Вывод

# Приложение

# Список литературы