**Отчёт по курсовой работе**

«Разработка программы для моделирования стационарного двумерного распределения температуры»

по дисциплине

«Математические модели систем c распределёнными параметрами»

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнил студент гр. 3530904/90102 | Мэн Цзянин |
| Руководитель | Воскобойников С.П. |

Оглавление

[Постановка задачи 3](#_Toc100613057)

[Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации 9](#_Toc100613058)

[Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения 9](#_Toc100613059)

[Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия 14](#_Toc100613060)

[Решение системы методом сопряженных градиентов 19](#_Toc100613061)

[Тесты 22](#_Toc100613062)

[Константный тест 22](#_Toc100613063)

[Линейный тест 22](#_Toc100613064)

[Нелинейный тест 22](#_Toc100613065)

[Результаты 23](#_Toc100613066)

[Вывод 24](#_Toc100613067)

[Приложение 25](#_Toc100613068)

# Постановка задачи

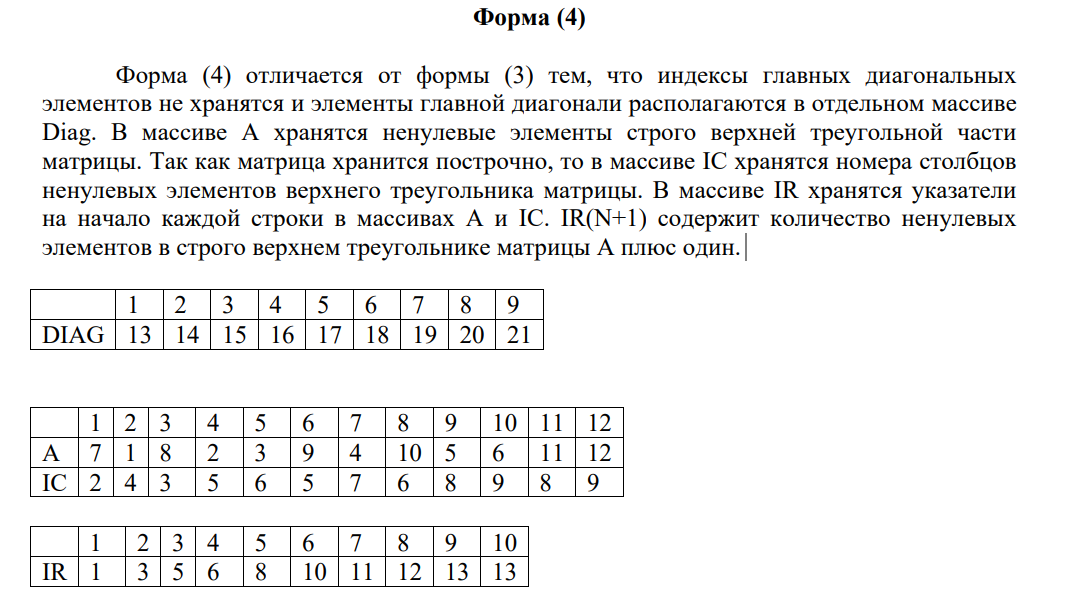
**Вариант N4**.

Постановка задачи. Используя интегро-интерполяционный метод, разработать подпрограмму для моделирования распределения температуры в цилиндре, описываемого математической моделью



, 

с граничными условиями, определяемыми вариантом задания. Для решения системы алгебраических уравнений использовать метод сопряжённых градиентов с предобусловливанием. Матрица алгебраической системы должна храниться в упакованной форме



**Дискретная модель**

Введем в прямоугольнике [0, R]×[0, L] равномерную основную сетку

и вспомогательную сетку





Так как используются равномерные сетки, то шаги вспомогательной сетки определяются как

Умножим исходное уравнение на r, проинтегрируем по вспомогательной сетке:

Воспользуемся формулой средних прямоугольников для вычисления значений интегралов:

Также аппроксимируем производные по формуле центральных разностей:

Получим:

i=1,2,.., ; j = 1,2,..,

Аппроксимация граничных условий:

Аналогично воспользуемся интегро-интерполяционным методом, получим:

В результате получается система линейных алгебраических уравнений вида ***A*u=b** размерности N=(Nz-1)(Nr+1)Рассмотрим более подробно структуру этой системы. Для дальнейшей работы необходимо перенумеровать компоненты векторов u и b. Для этого используем приведенный индекс. Сперва для фиксированного *r* движемся по оси *z*, потом переходим к следующему значению *r.*

При таком обозначении новый индекс k можно рассчитать так: k=i\*(Nz-1)+j

Матрица *А* квадратная, симметричная, пятидиагональная.

Хранить будем только 3 диагонали.

# Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации

## Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения

Преобразование:

При анализе порядка аппроксимации, для простого, будем писать просто

Невязка определяется как разность между правой и левой частью уравнения при условии, что вместо приближенного решения мы подставляем туда точное:

Раскладываем по степениям h точное решение в узлах и коэффициент k

Сокращаются четные степени

т.к. , получаем, что

Четные степени сокращаются

Так как, получаем, что

Подставляем в невязку получившиеся разложения

Группируем по степени hr и hz

Чтобы вычислить порядок аппроксимации, нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главный член погрешности по r

Главный член погрешности по z

где

## Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия

1. (Лекция10. p27)

Подставляем полученные ранее произведения:

Группируем по степениям hr и hz

Для вычисления порядка аппроксимации нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главный член погрешности по x

Главный член погрешности по y

где

Подставляем полученные ранее произведения:

Группируем по степениям hr и hz

Для вычисления порядка аппроксимации нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

где

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

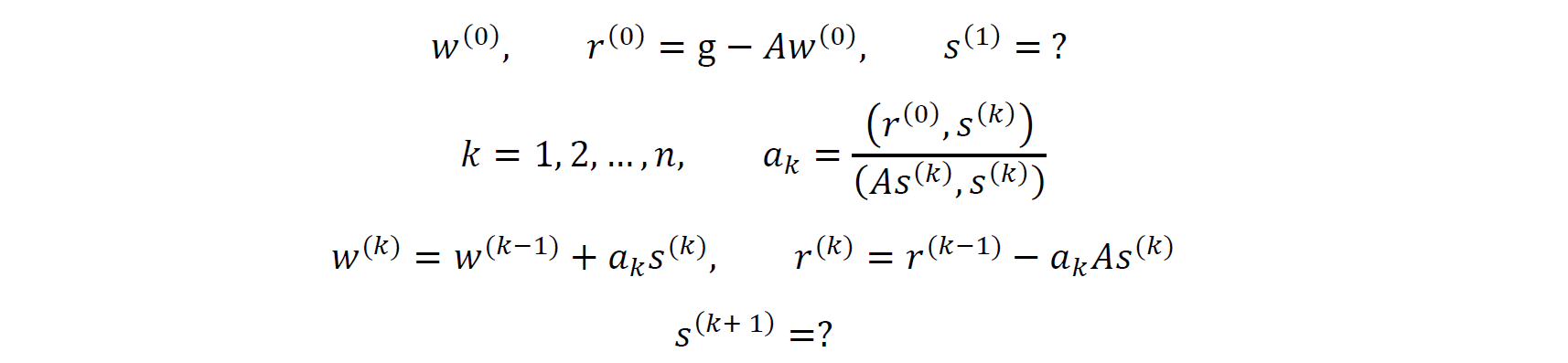
где

# Решение системы методом сопряженных градиентов

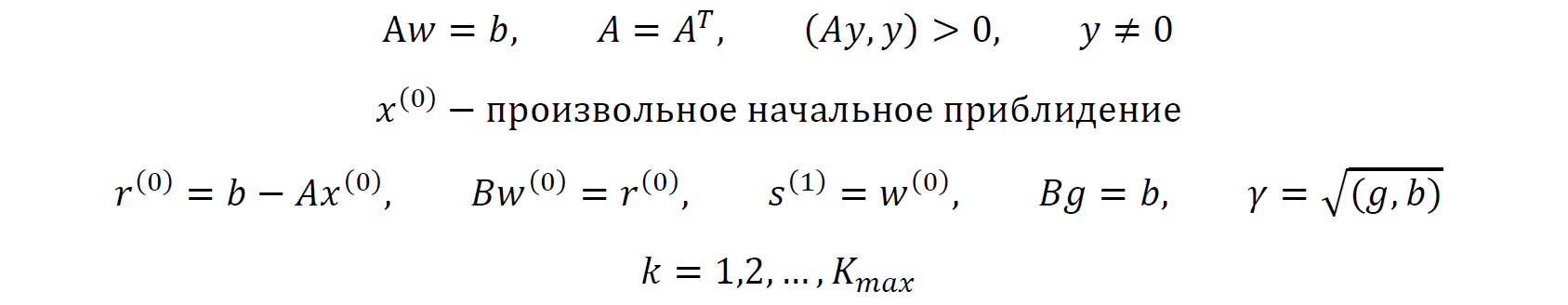
Пусть - произвольное начальное приближение, тогда , что даст нам невязку , предполагается, что у нас есть система из , где 𝑖=1,2,…,𝑛, линейно-независимых векторов, тогда можем разложит по базису этих векторов с соответствующими коэффициентами , найти коэффициенты можем с помощью СЛАУ , решение системы сильно упростится, если при а при скалярное произведение равнялось не 0 значению, в таком случае мы говорим об артогональности. Из этого мы можем выразить коэффициенты , и выразить решение .

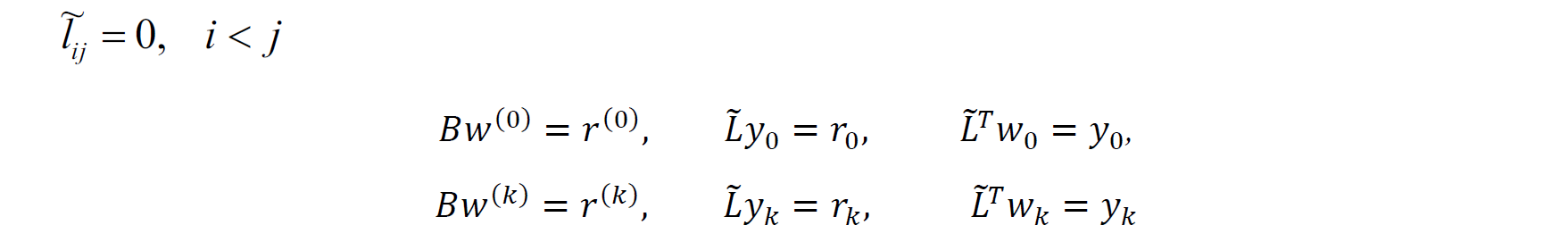
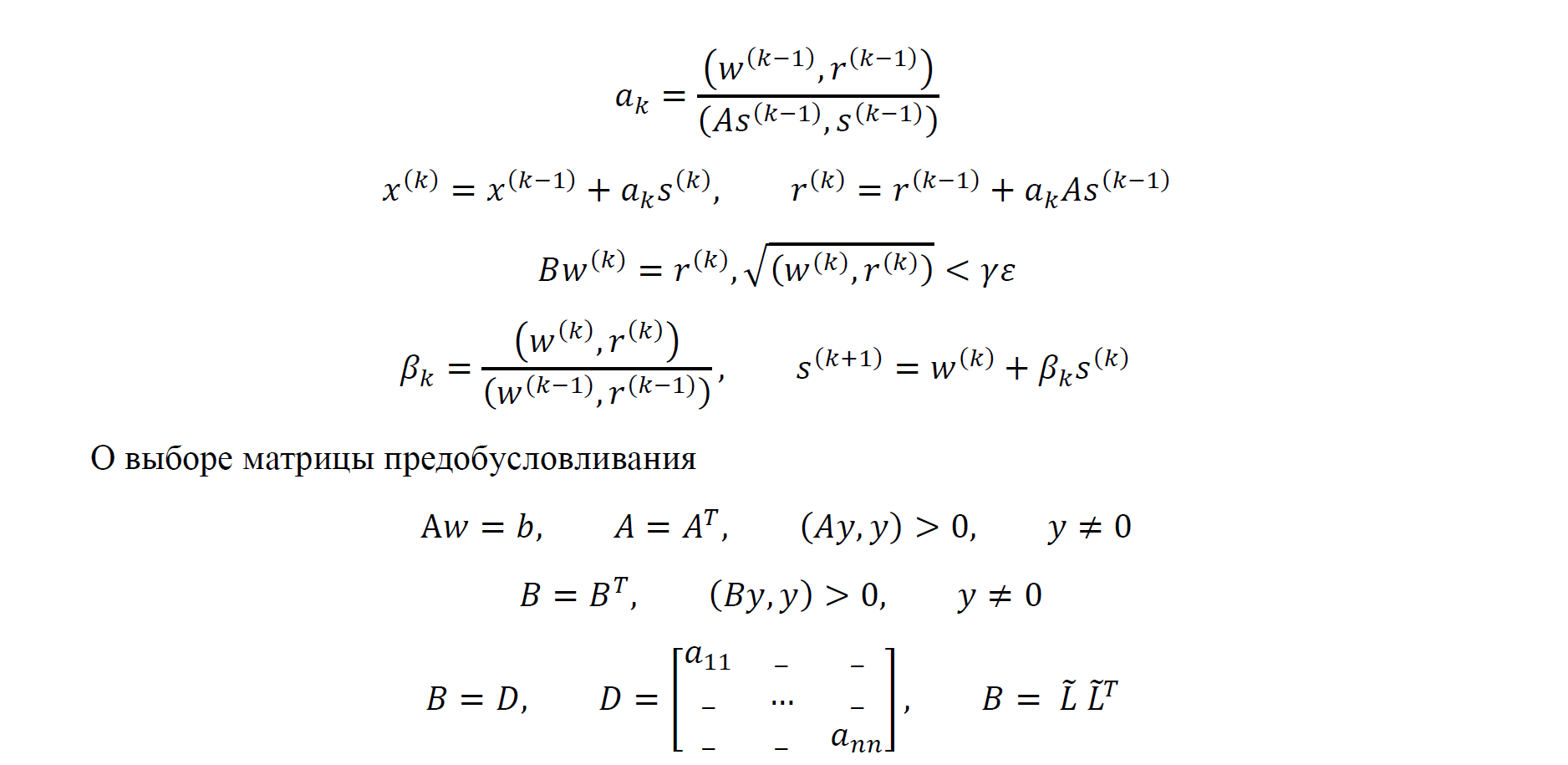
Рассмотрим частичную сумму , , для невязки получим рекуррентное соотношение

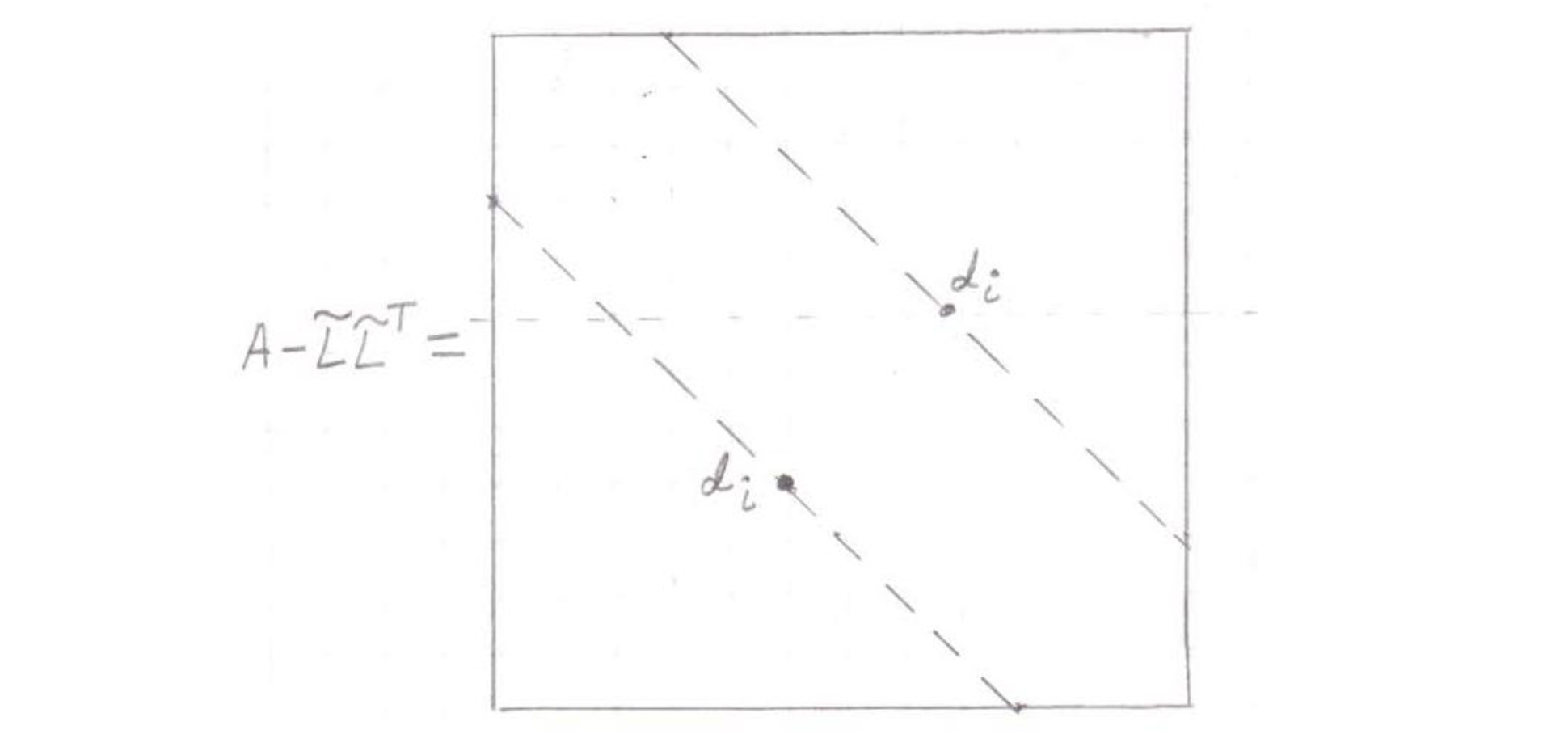
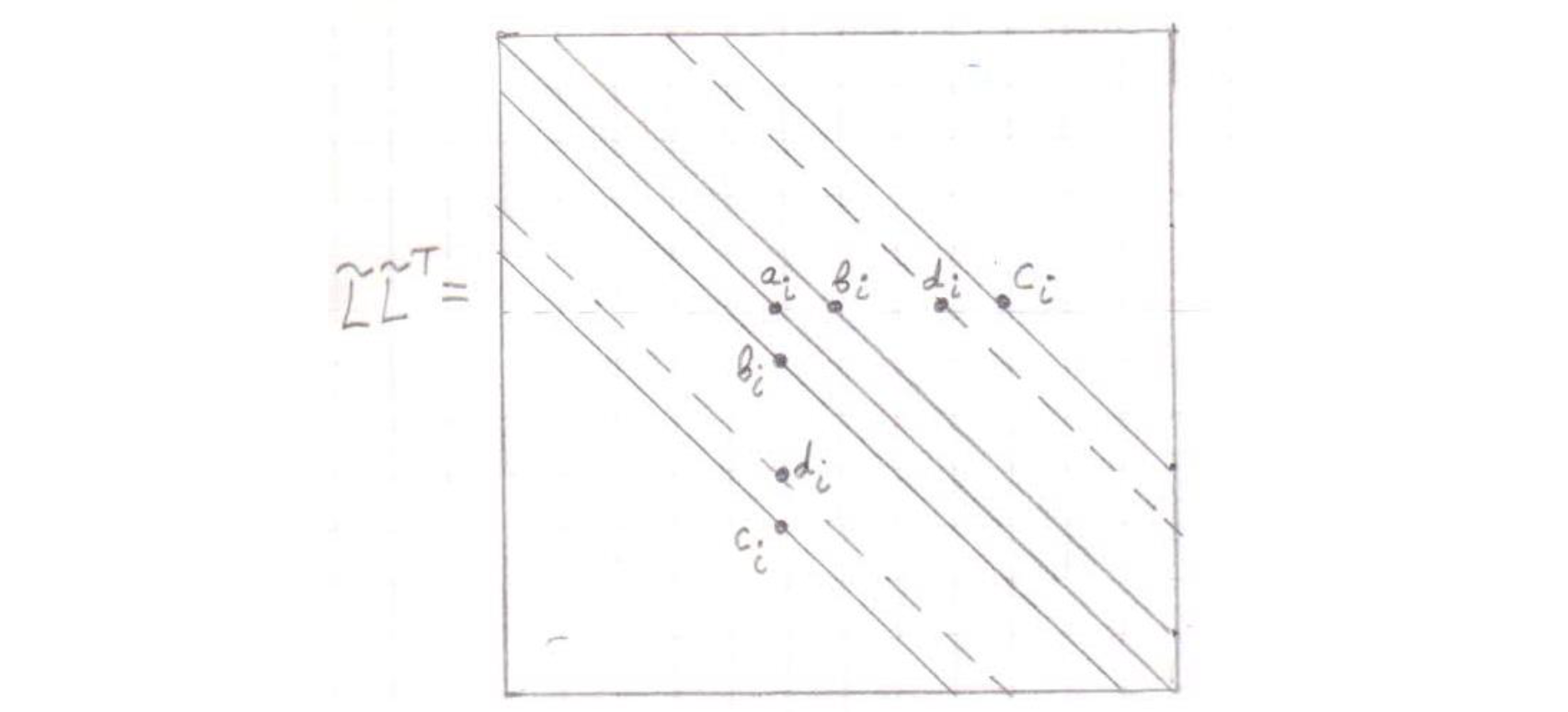
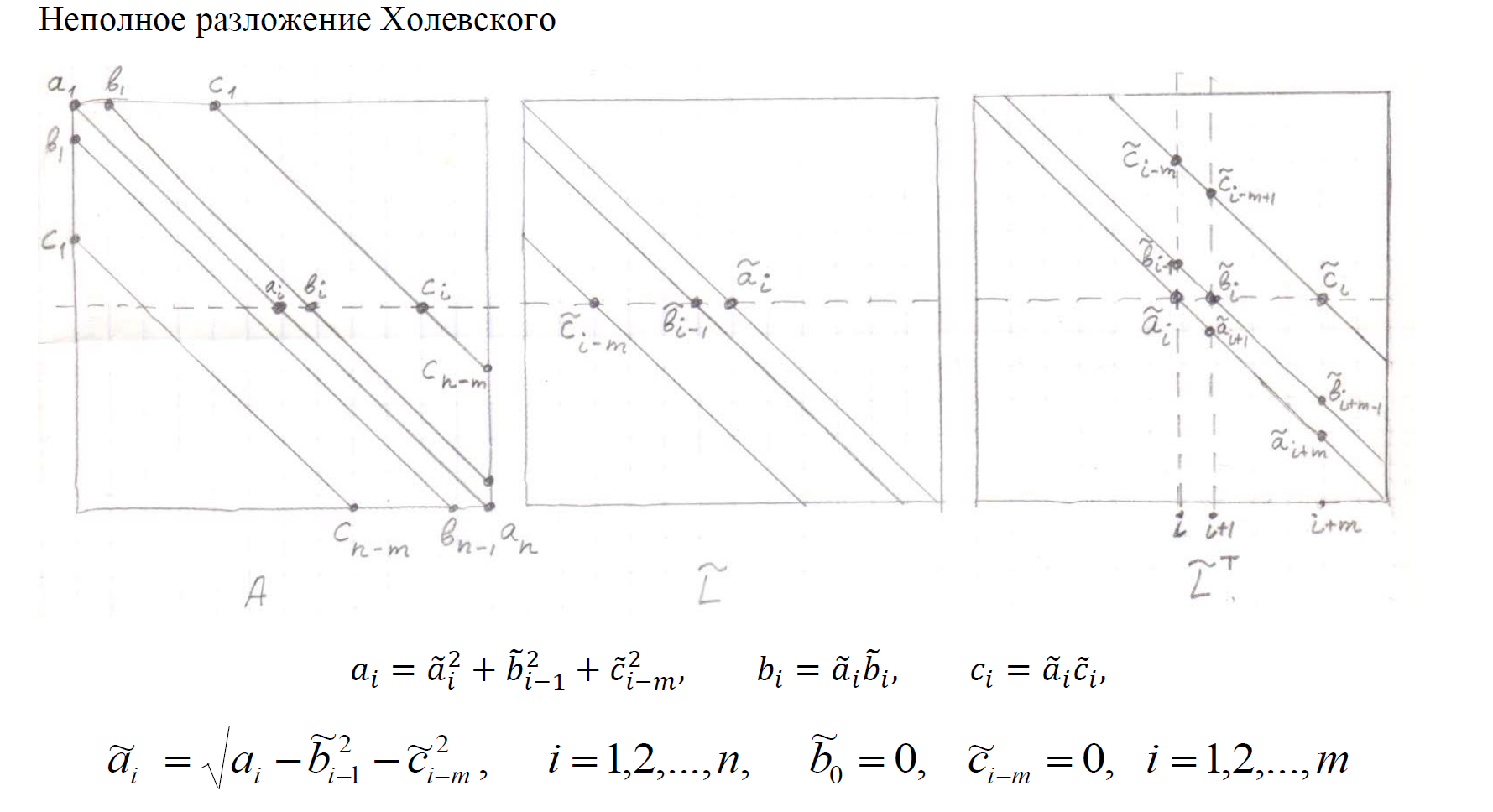


При явном методе сопряженных градиентов берут равным , с вводом дополнительного коэффициента при явный метод обладает тем свойством что при отсутствии ошибок округления мы можем получить точное решение не позднее чем на n-ом шаге, но возникает двойственность, из-за ошибок округления происходит разрушение аортогональности последовательности s и в результате к неточности, и метод становится итерационным.

Неявный метод







# Тесты

Для всех тектов:

## Константный тест

## Линейный тест

## Нелинейный тест

# Результаты

# Вывод

# Приложение