|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ОТЧЕТ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ** | | |
| по дисциплине  «Математические модели систем с распределёнными параметрами»  Вариант Q12 | | |
| Выполнила | | |
| студентка гр. 3530904/90102 |  | Ли Ицзя |
| Руководитель | | |
| доцент |  | Воскобойников С.П. |
|  | | |

Оглавление

[Постановка задания 3](#_Toc100605411)

[Дискретная модель 4](#_Toc100605412)

[Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации 6](#_Toc100605413)

[Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения 6](#_Toc100605414)

[Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия 10](#_Toc100605415)

[Преобразования разностной схемы для применения метода сопряженных градиентов 13](#_Toc100605416)

[Решение системы методом сопряженных градиентов 17](#_Toc100605417)

[Форма Хранения Матриц 20](#_Toc100605418)

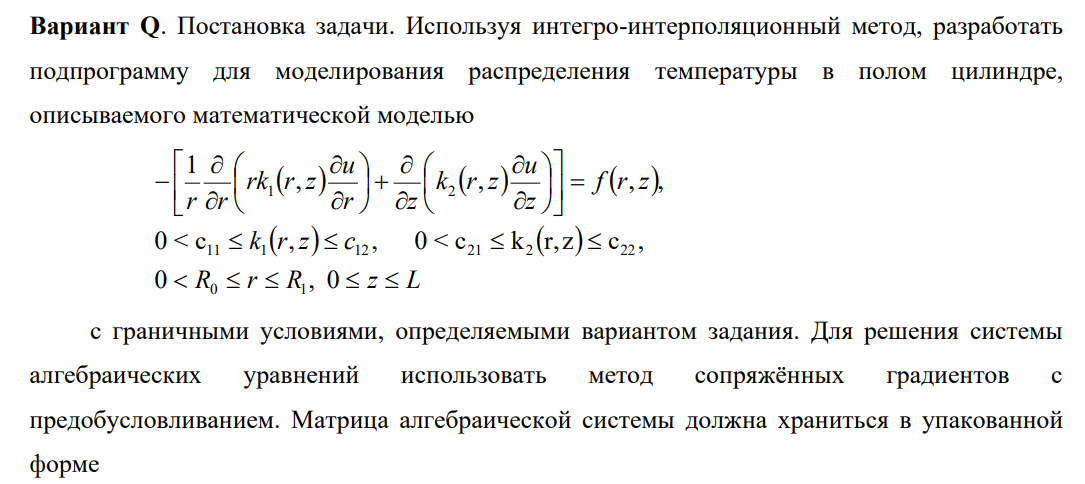
[Тесты 20](#_Toc100605419)

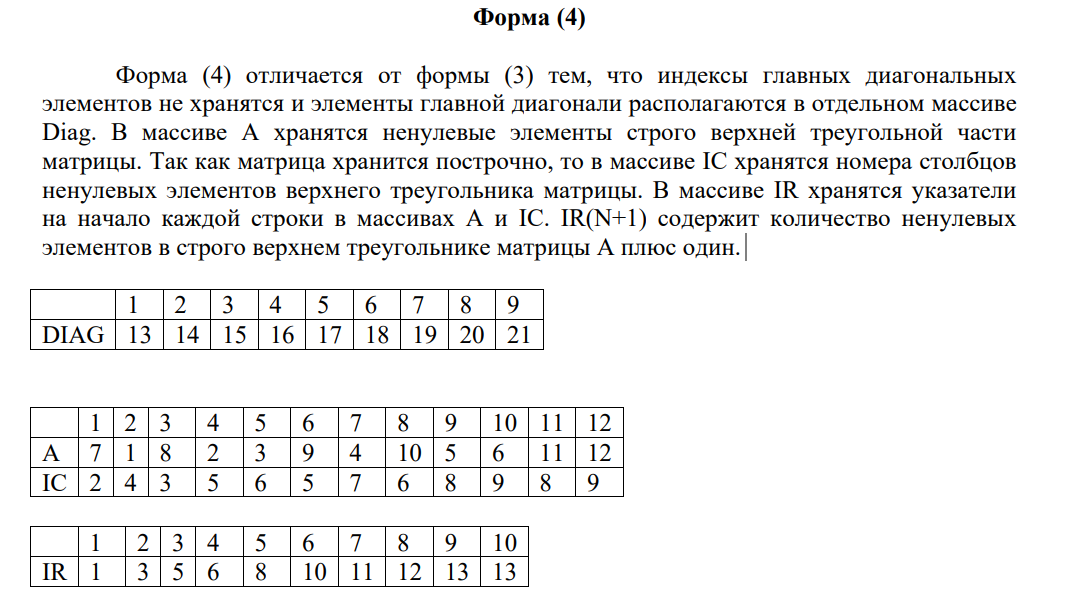
[Константный тест 21](#_Toc100605420)

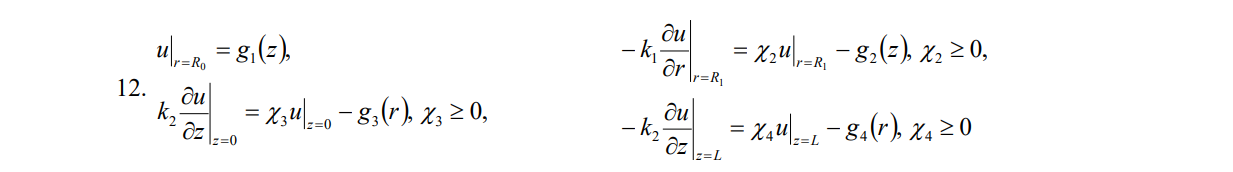
[Линейный тест 21](#_Toc100605421)

[Нелинейный тест 21](#_Toc100605422)

# Постановка задания







# Дискретная модель

Введем обозначения:

Основная сетка:

Введем вспомогательную сетку:

Аналогично произведем разбиения для переменной z

Умножим исходное уравнение на r, проинтегрируем по вспомогательной сетке:

Воспользуемся формулой средних прямоугольников для вычисления значений интегралов:

Также аппроксимируем производные по формуле центральных разностей:

Получим:

i=1,2,.., ; j = 1,2,..,

Аппроксимация граничных условий:

1. При
2. При
3. При
4. При
5. При
6. При
7. При
8. При

# Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации

## Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения

Преобразование:

При анализе порядка аппроксимации, для простого, будем писать просто

Невязка определяется как разность между правой и левой частью уравнения при условии, что вместо приближенного решения мы подставляем туда точное:

Раскладываем по степениям h точное решение в узлах и коэффициент k

Сокращаются четные степени

т.к. , получаем, что

Четные степени сокрааются

Так как, получаем, что

Подсталяем в невязку получившиеся разложения

Группируем по степени hr и hz

Чтобы вычислить порядок аппроксимации, нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главный член погрешности по r

Главный член погрешности по z

## Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия

Подставляем полученные ранее произведения:

Группируем по степениям hr и hz

Для вычисления порядка аппроксимации нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности:

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

# Преобразования разностной схемы для применения метода сопряженных градиентов

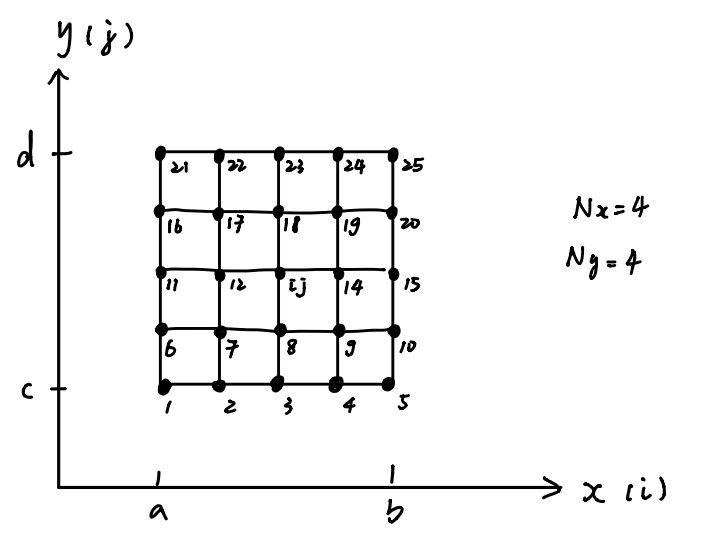
Разностная схема с приведенными подобными членами:

Основная сетка для

Понижение размерности матрицы методом исключения неизвестных

Пронумеруем узлы матрицы следующим образом

Будим принимать, что



Перейдем к одному индексу

Основная сетка

Остальные:

1. При
2. При
3. При
4. При
5. При
6. При
7. При
8. При

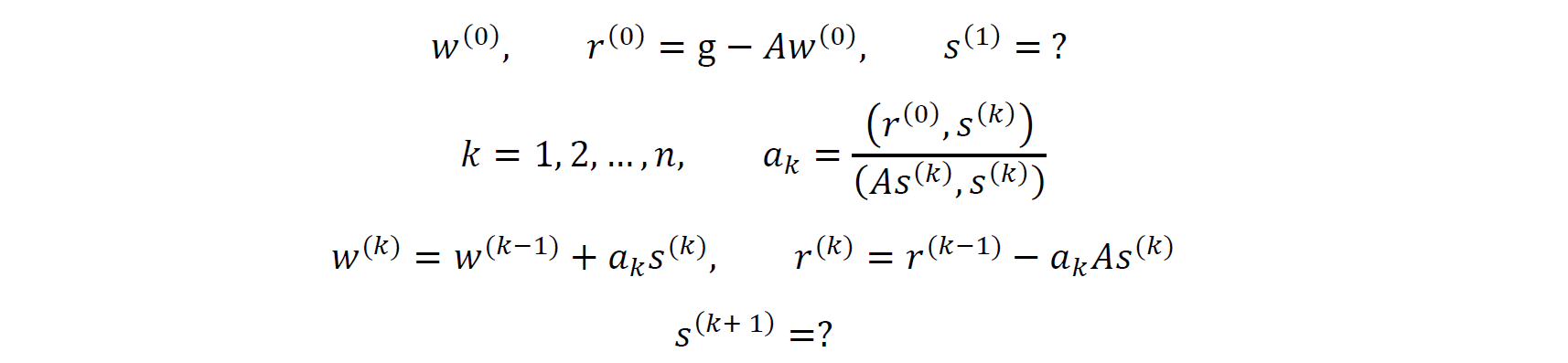
Также мы можем сделать матрицу симметричной, для этого исключаем элементы путем домножение 1 на соответствующие помеченные элементы и с помощью вычитания избавляемся от них. В итоге мы получили СЛАУ:

где A-матрица, w-вектор неизвестных, g-вектор правой части. Решение алгебраической системы проводится метод сопряженных градиентов, для которого необходимо, чтобы матрица A была симметрична и положительно определена.

# Решение системы методом сопряженных градиентов

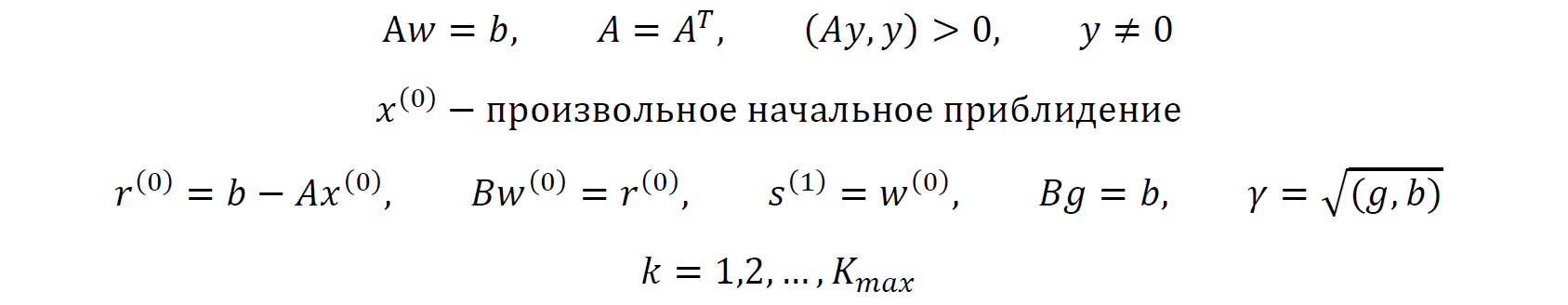
Пусть - произвольное начальное приближение, тогда , что даст нам невязку , предполагается, что у нас есть система из , где 𝑖=1,2,…,𝑛, линейно-независимых векторов, тогда можем разложит по базису этих векторов с соответствующими коэффициентами , найти коэффициенты можем с помощью СЛАУ , решение системы сильно упростится, если при а при скалярное произведение равнялось не 0 значению, в таком случае мы говорим об артогональности. Из этого мы можем выразить коэффициенты , и выразить решение .

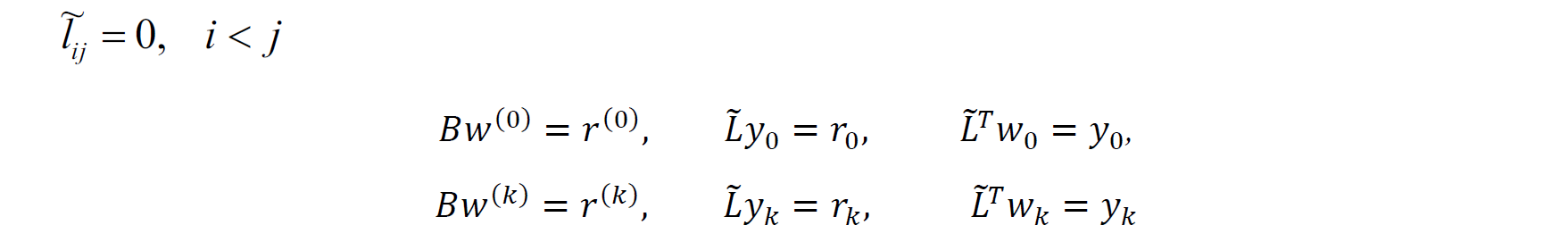
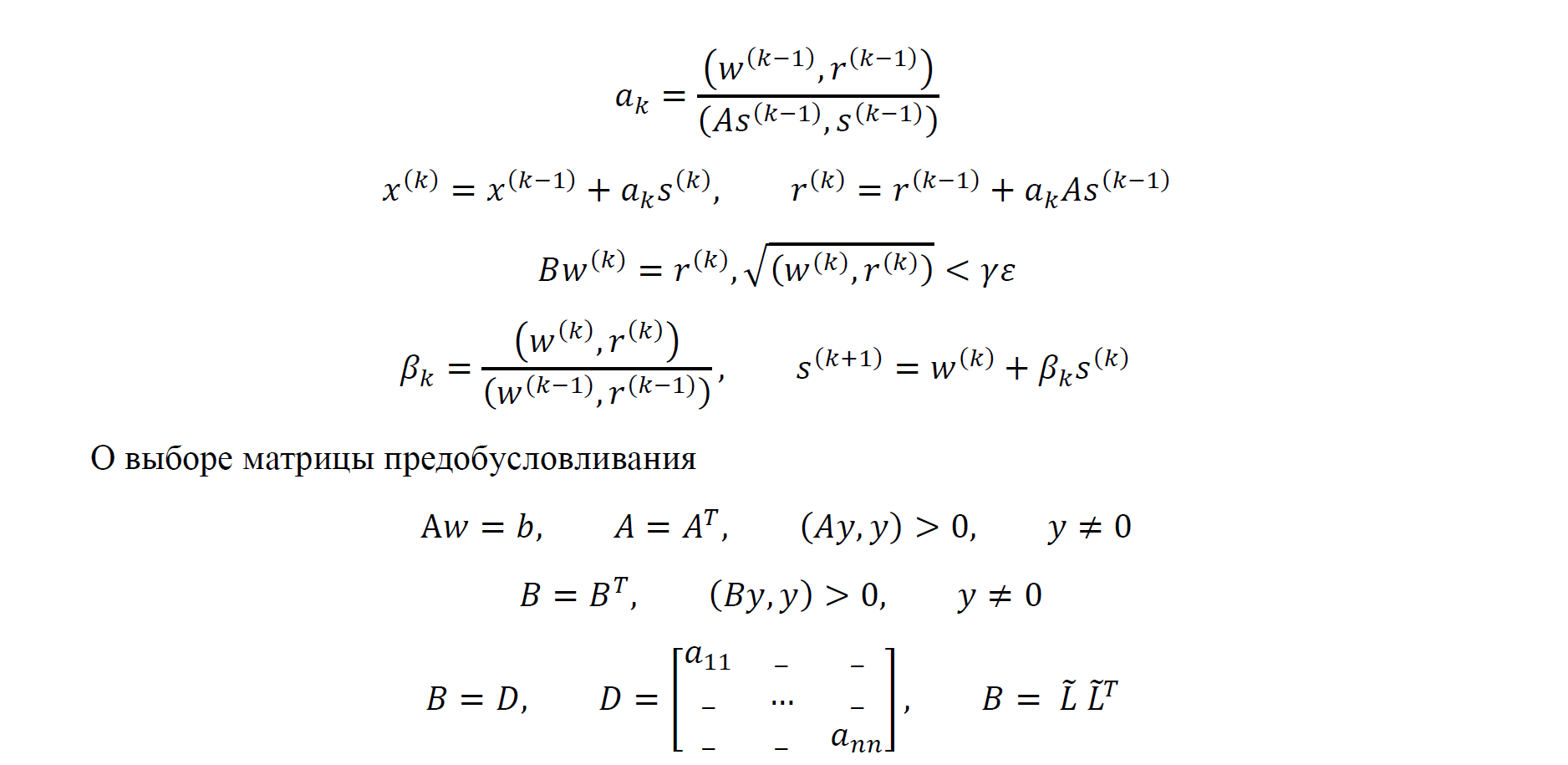
Рассмотрим частичную сумму , , для невязки получим рекуррентное соотношение

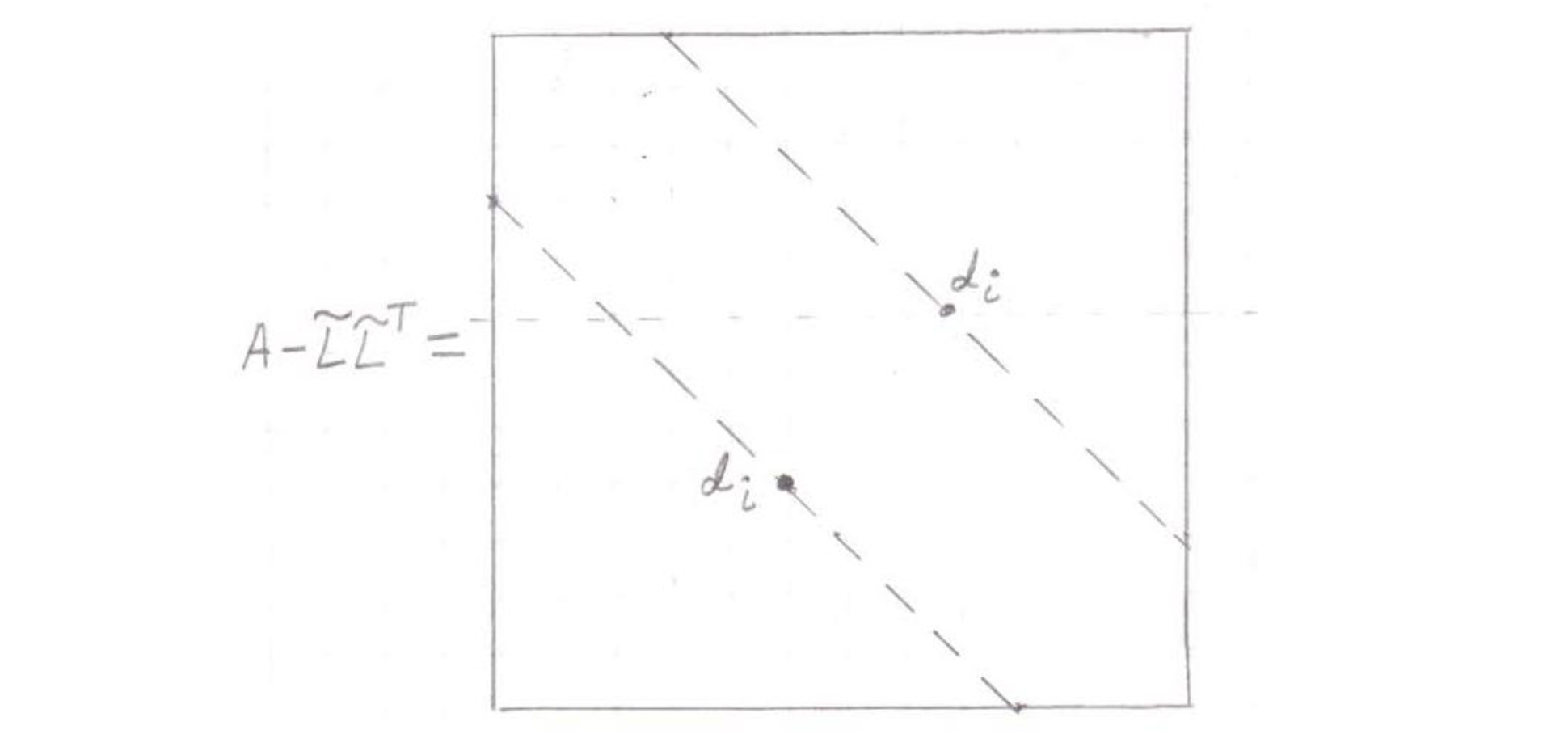
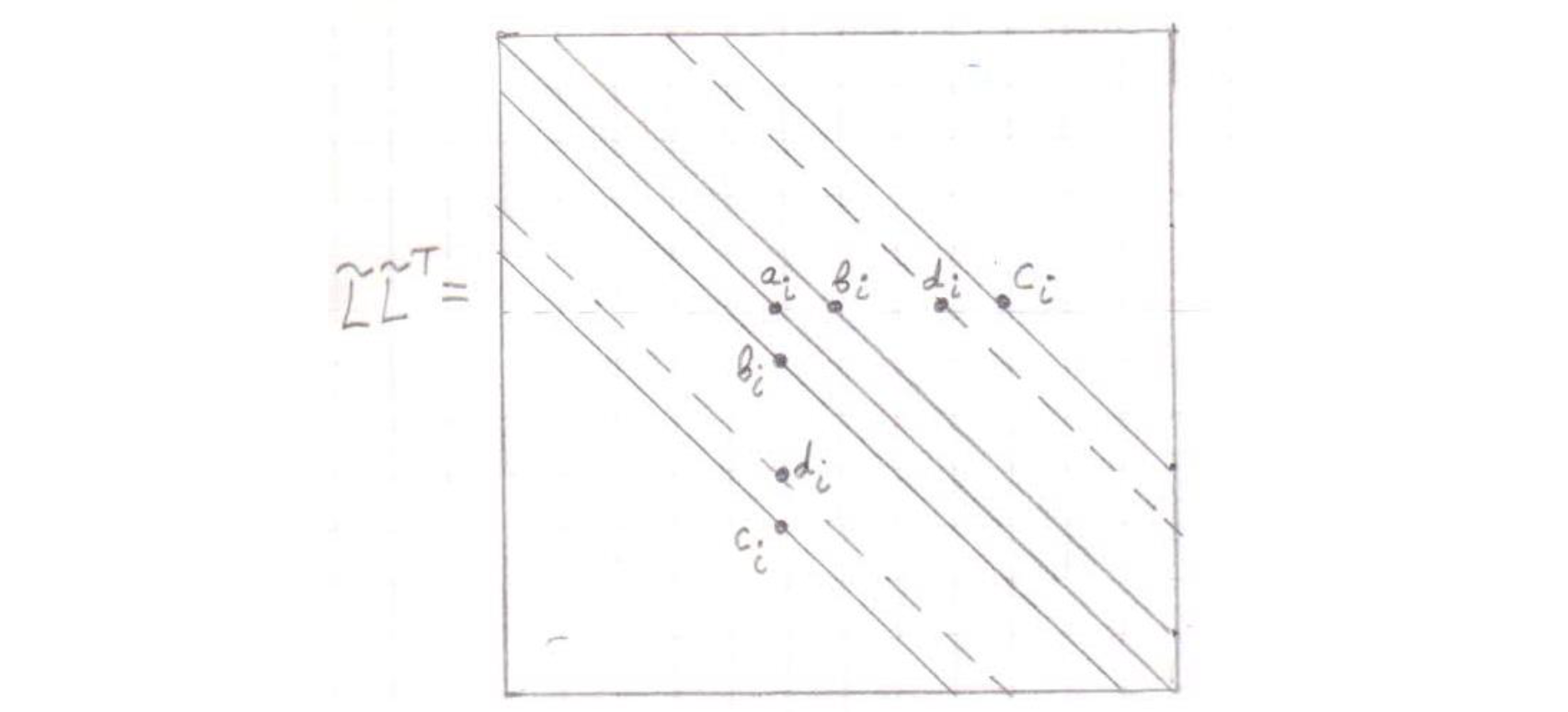
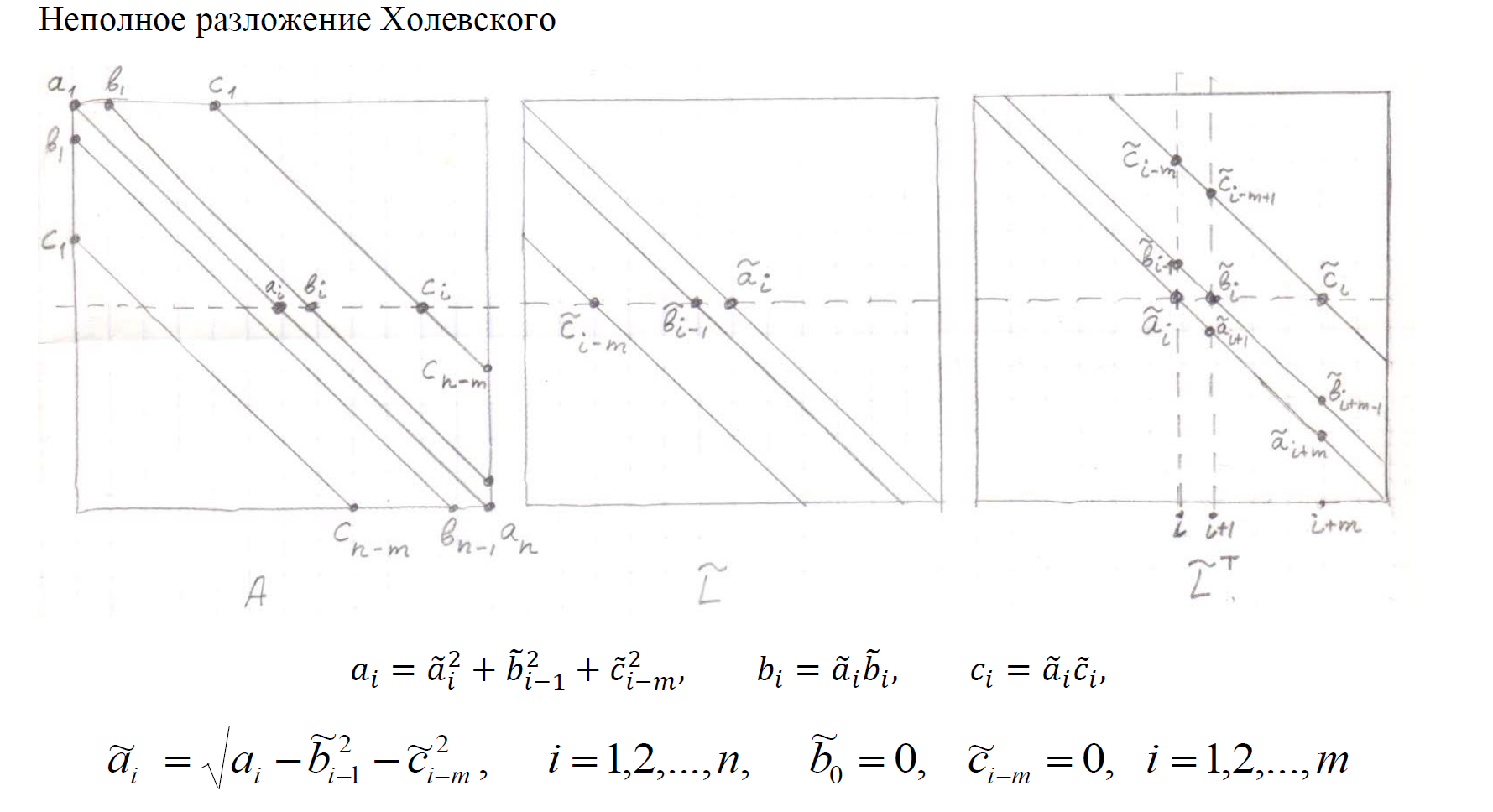


При явном методе сопряженных градиентов берут равным , с вводом дополнительного коэффициента при явный метод обладает тем свойством что при отсутствии ошибок округления мы можем получить точное решение не позднее чем на n-ом шаге, но возникает двойственность, из-за ошибок округления происходит разрушение аортогональности последовательности s и в результате к неточности, и метод становится итерационным.

Неявный метод







# Форма Хранения Матриц

Индексы главных диагональных элементов не хранятся, элементы главной диагонали располагаются в отдельном массиве Diag. В массиве А хранятся ненулевые элементы строго верхней треугольной части матрицы. Так как матрица хранится построчно, то в массиве IC хранятся номера столбцов ненулевых элементов верхнего треугольника матрицы. В массиве IR хранятся указатели на начало каждой строки в массивах A и IC. IR(N+1) содержит количество ненулевых элементов в строго верхнем треугольнике матрицы А плюс один.

# Тесты

Для всех тектов:

## Константный тест

## Линейный тест

## Нелинейный тест