|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ОТЧЕТ ПО КУРСОВОЙ РАБОТЕ** | | |
| по дисциплине  «Математические модели систем с распределёнными параметрами»  Вариант Q12 | | |
| Выполнила | | |
| студентка гр. 3530904/90102 |  | Ли Ицзя |
| Руководитель | | |
| доцент |  | Воскобойников С.П. |
|  | | |

Оглавление

[Постановка задания 3](#_Toc99526488)

[Дискретная модель 4](#_Toc99526489)

[Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации 6](#_Toc99526490)

[Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения 6](#_Toc99526491)

[Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия 10](#_Toc99526492)

[Форма Хранения Матриц 13](#_Toc99526493)

[Формулы и алгоритмы решения 13](#_Toc99526494)

[Решение системы неявным методом сопряженных градиентов с предобусловливанием 14](#_Toc99526495)

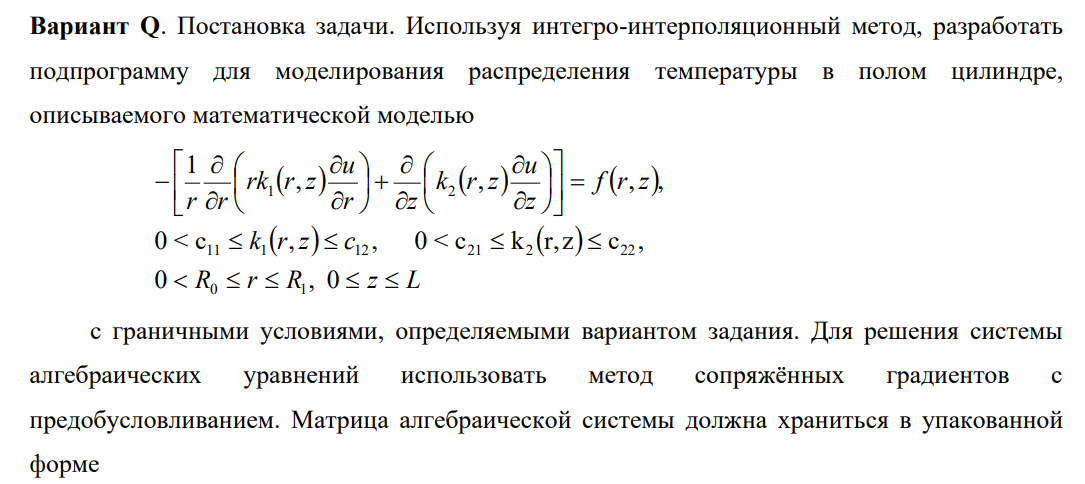
[Тесты 15](#_Toc99526496)

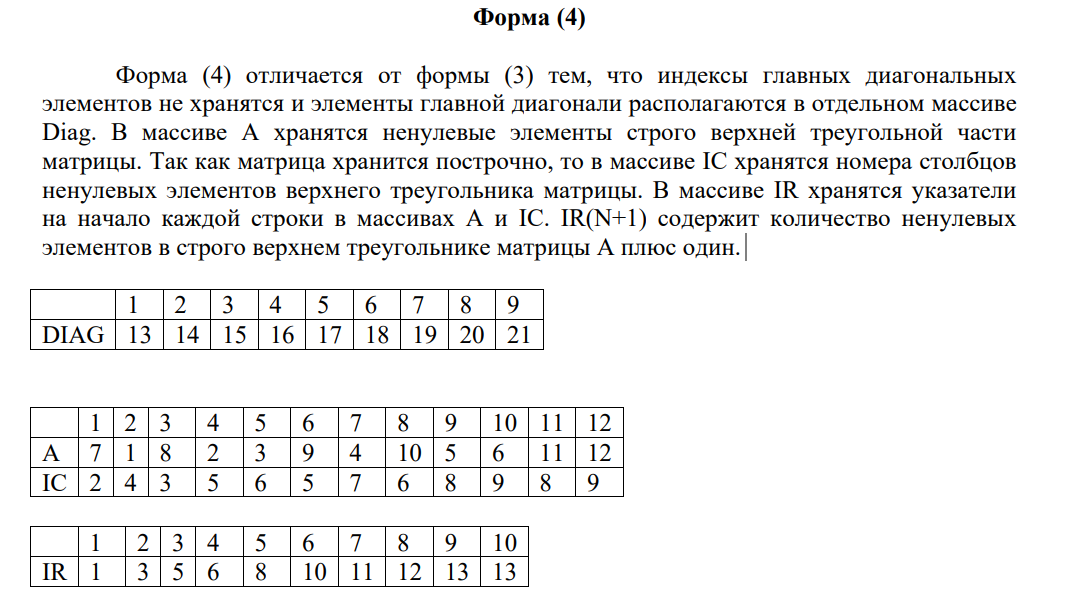
[Константный тест 15](#_Toc99526497)

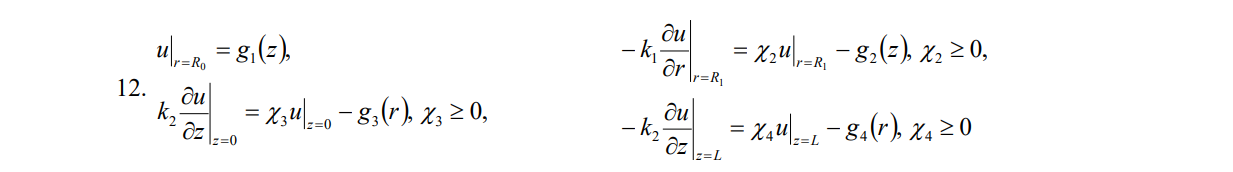
[Линейный тест 15](#_Toc99526498)

[Нелинейный тест 15](#_Toc99526499)

# Постановка задания







# Дискретная модель

Введем обозначения:

Основная сетка:

Введем вспомогательную сетку:

Аналогично произведем разбиения для переменной z

Умножим исходное уравнение на r, проинтегрируем по вспомогательной сетке:

Воспользуемся формулой средних прямоугольников для вычисления значений интегралов:

Также аппроксимируем производные по формуле центральных разностей:

Получим:

i=1,2,.., ; j = 1,2,..,

Аппроксимация граничных условий:

1. При
2. При
3. При
4. При
5. При
6. При
7. При
8. При

# Анализ порядка аппроксимации уравнения и граничных условий, выражение для главного члена погрешности аппроксимации

## Невязка и порядок погрешность аппроксимации уравнения

Преобразование:

При анализе порядка аппроксимации, для простого, будем писать просто

Невязка определяется как разность между правой и левой частью уравнения при условии, что вместо приближенного решения мы подставляем туда точное:

Раскладываем по степениям h точное решение в узлах и коэффициент k

Сокращаются четные степени

т.к. , получаем, что

Четные степени сокрааются

Так как, получаем, что

Подсталяем в невязку получившиеся разложения

Группируем по степени hr и hz

Чтобы вычислить порядок аппроксимации, нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главный член погрешности по r

Главный член погрешности по z

## Невязка и порядок погрешности аппроксимации граничного условия

Подставляем полученные ранее произведения:

Группируем по степениям hr и hz

Для вычисления порядка аппроксимации нормируем невязку

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности:

Порядок аппроксимации уравнения по r и z:

Главные члены погрешности

# Преобразования разностной схемы для применения метода сопряженных градиентов

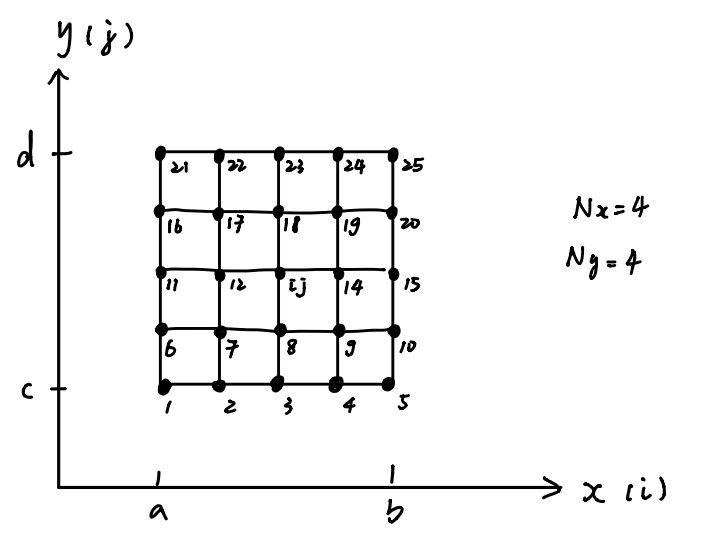
Разностная схема с приведенными подобными членами:

Основная сетка для

Понижение размерности матрицы методом исключения неизвестных

Пронумеруем узлы матрицы следующим образом

Будим принимать, что



Перейдем к одному индексу

Основная сетка

1. При
2. При
3. При
4. При
5. При
6. При
7. При
8. При

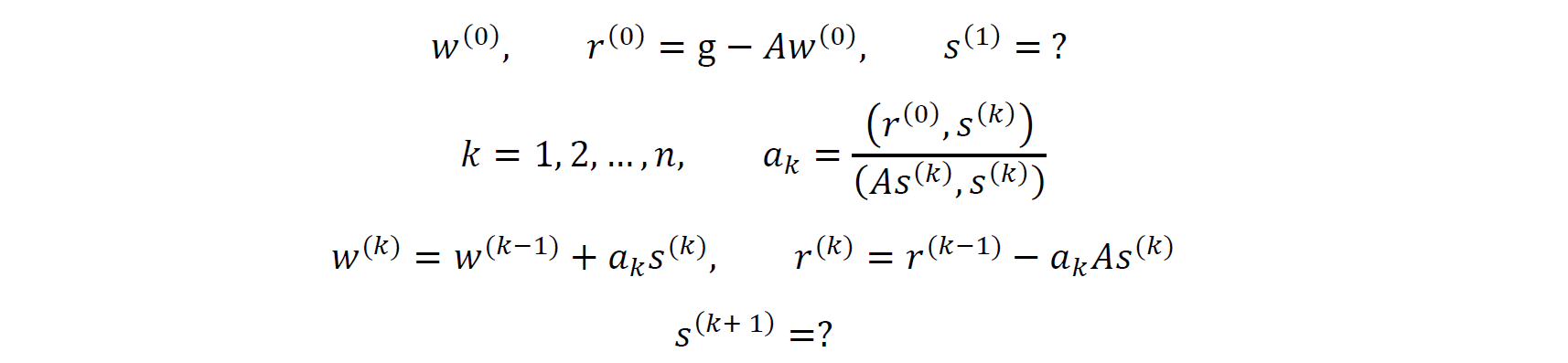
Также мы можем сделать матрицу симметричной, для этого исключаем элементы путем домножение 1 на соответствующие помеченные элементы и с помощью вычитания избавляемся от них. В итоге мы получили СЛАУ:

где A-матрица, w-вектор неизвестных, g-вектор правой части. Решение алгебраической системы проводится метод сопряженных градиентов, для которого необходимо, чтобы матрица A была симметрична и положительно определена.

# Решение системы неявным методом сопряженных градиентов

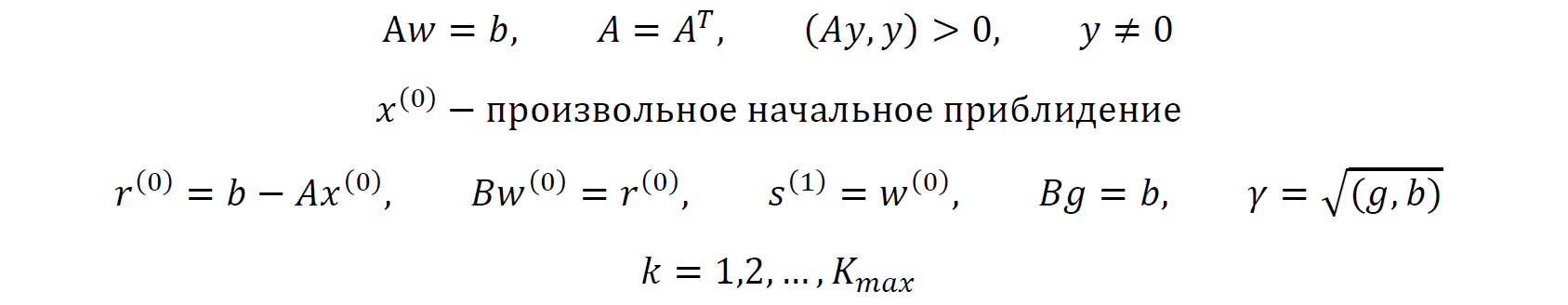
Пусть - произвольное начальное приближение, тогда , что даст нам невязку , предполагается, что у нас есть система из , где 𝑖=1,2,…,𝑛, линейно-независимых векторов, тогда можем разложит по базису этих векторов с соответствующими коэффициентами , найти коэффициенты можем с помощью СЛАУ , решение системы сильно упростится, если при а при скалярное произведение равнялось не 0 значению, в таком случае мы говорим об артогональности. Из этого мы можем выразить коэффициенты , и выразить решение .

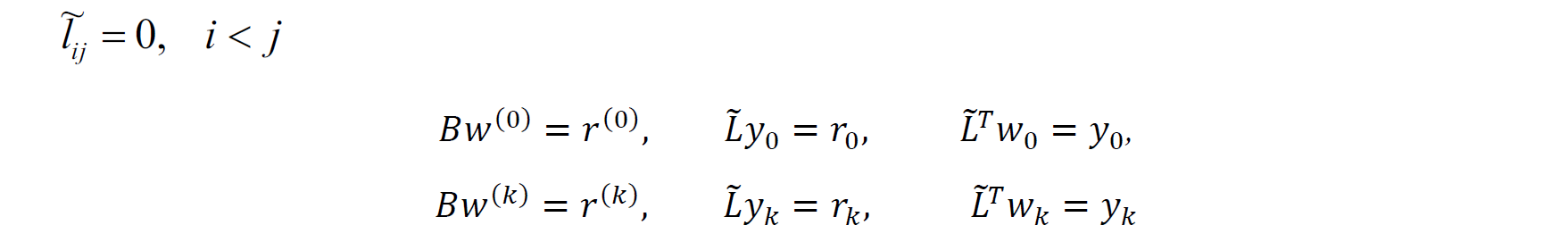
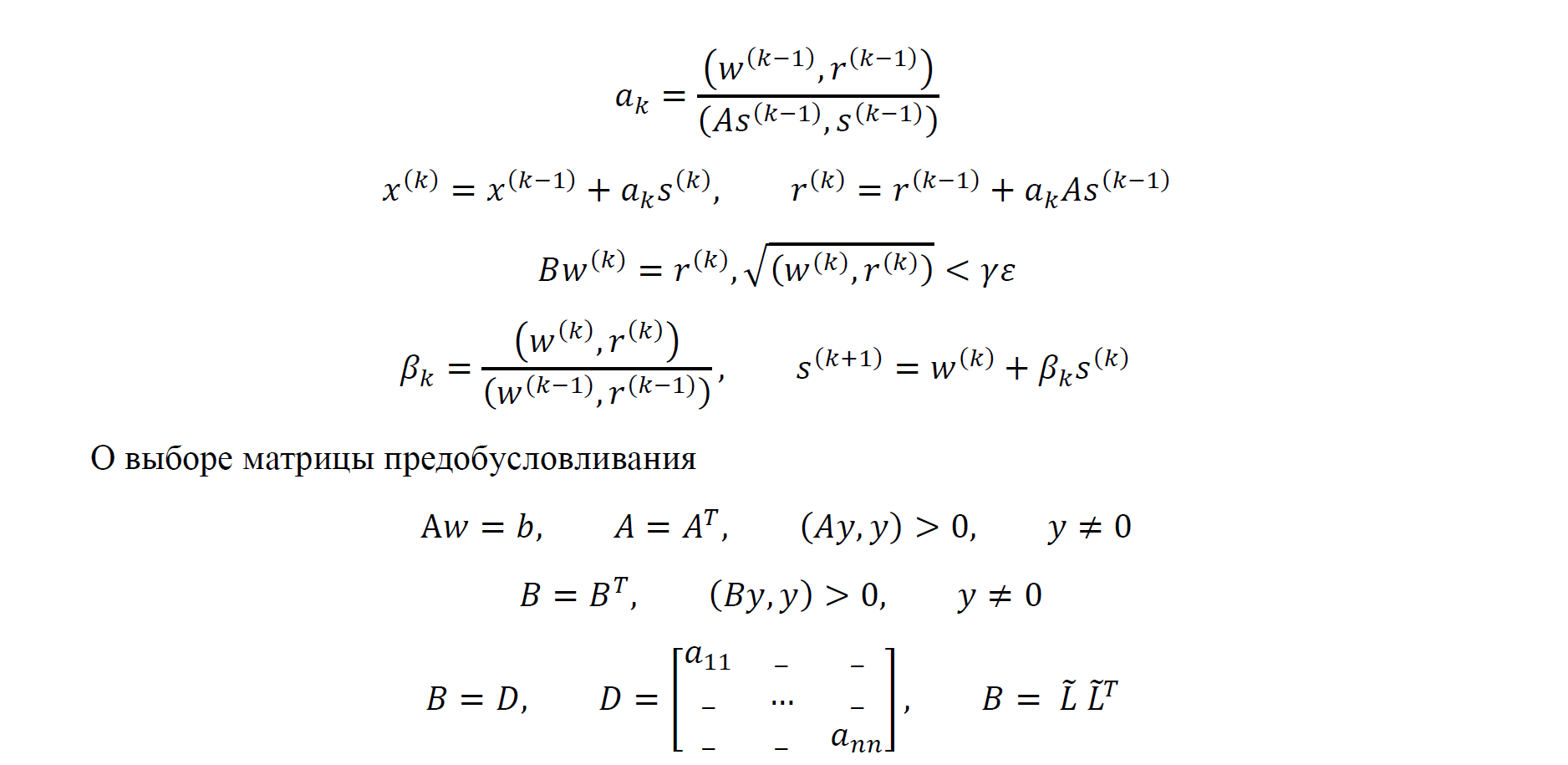
Рассмотрим частичную сумму , , для невязки получим рекуррентное соотношение

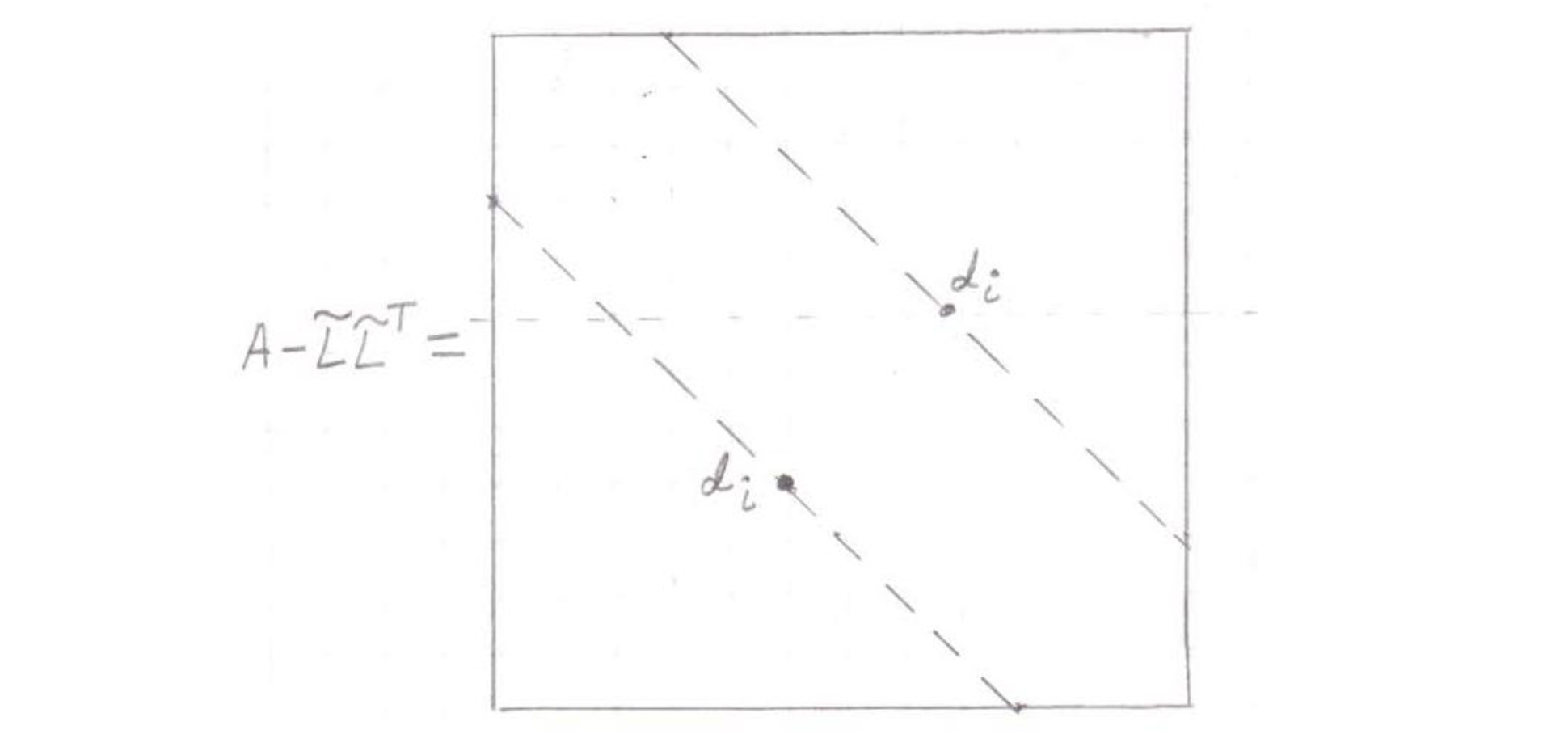
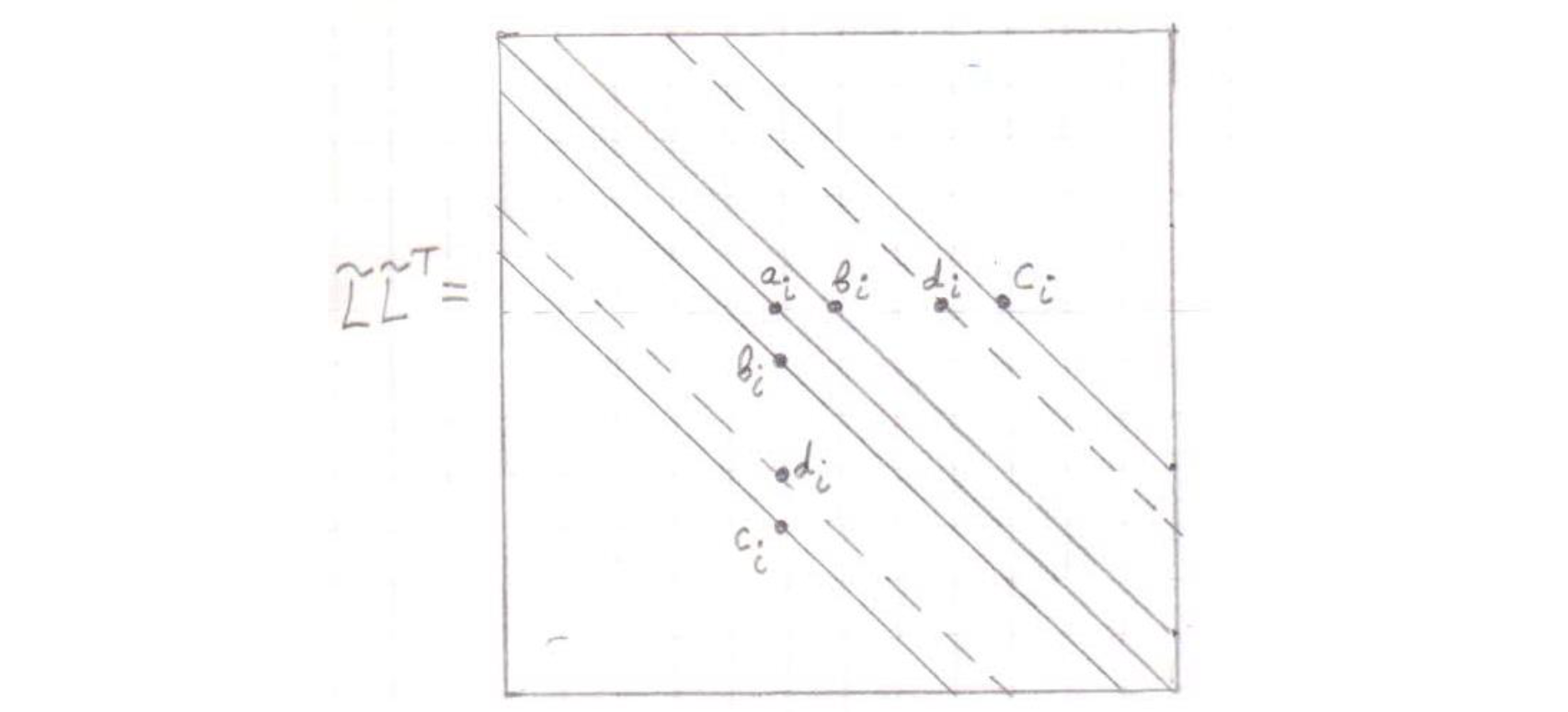
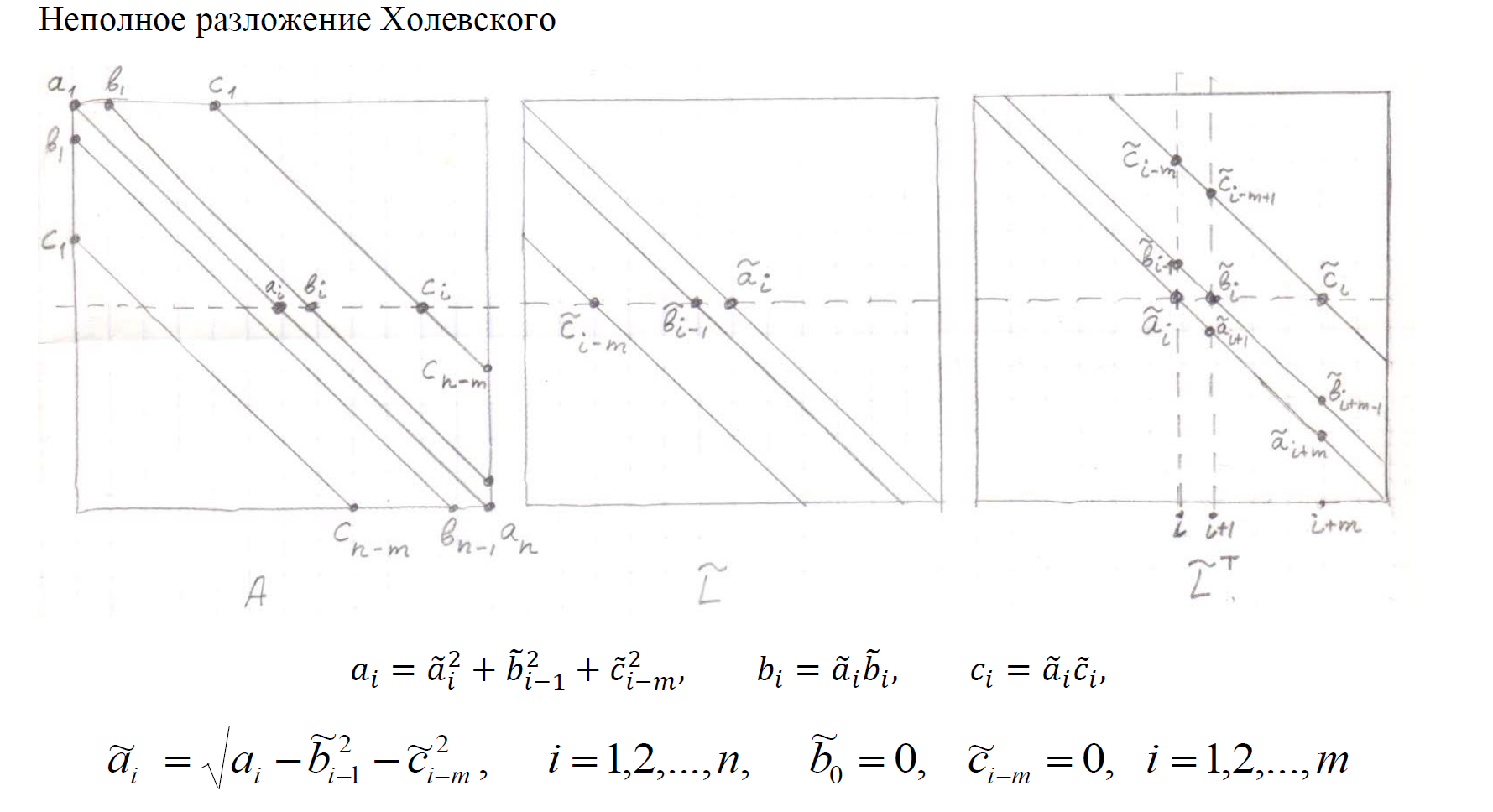


При явном методе сопряженных градиентов берут равным , с вводом дополнительного коэффициента при явный метод обладает тем свойством что при отсутствии ошибок округления мы можем получить точное решение не позднее чем на n-ом шаге, но возникает двойственность, из-за ошибок округления происходит разрушение аортогональности последовательности s и в результате к неточности, и метод становится итерационным.

Неявный метод







# Форма Хранения Матриц

Индексы главных диагональных элементов не хранятся, элементы главной диагонали располагаются в отдельном массиве Diag. В массиве А хранятся ненулевые элементы строго верхней треугольной части матрицы. Так как матрица хранится построчно, то в массиве IC хранятся номера столбцов ненулевых элементов верхнего треугольника матрицы. В массиве IR хранятся указатели на начало каждой строки в массивах A и IC. IR(N+1) содержит количество ненулевых элементов в строго верхнем треугольнике матрицы А плюс один.

# Тесты

Для всех тектов:

## Константный тест

## Линейный тест

## Нелинейный тест