

- [6] $\neg A \wedge \neg B, A \vee B \vdash B$ (由 $(\rightarrow-)$, [5], [2]).
 [7] $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$ (由 $(\neg+)$, [6], [3]).
 (viii) 定理 2.6.9 (viii).
 [1] $\neg(A \vee \neg A) \vdash \neg A \wedge \neg A$ (由定理 2.6.9 (vi)).
 [2] $\neg(A \vee \neg A) \vdash \neg A$ (由 $(\wedge-)$; [1]).
 [3] $\neg(A \vee \neg A) \vdash \neg A$ (由 $(\wedge-)$, [1]).
 [4] $\emptyset \vdash A \vee \neg A$ (由 $(\neg-)$, [2], [3]). \square

2.6.2 证

(iv-1) 定理 2.6.11 (iv) 的 \vdash .

- [1] $\neg(A \leftrightarrow B), A, B \vdash A$ (由 (\in)).
 [2] $\neg(A \leftrightarrow B), A, B \vdash B$ (由 (\in)).
 [3] $\neg(A \leftrightarrow B), A, B \vdash A \leftrightarrow B$ (由 $(\leftrightarrow+)$, [1], [2]).
 [4] $\neg(A \leftrightarrow B), A, B \vdash \neg(A \leftrightarrow B)$ (由 (\in)).
 [5] $\neg(A \leftrightarrow B), A \vdash \neg B$ (由 $(\neg+)$, [3], [4]).
 [6] $\neg A \vdash A \rightarrow B$ (由定理 2.6.5 (vi)).
 [7] $\neg(A \leftrightarrow B), \neg B, \neg A \vdash A \rightarrow B$ (由 $(+)$, [6]).
 [8] $\neg B \vdash B \rightarrow A$ (由定理 2.6.5 (vi)).
 [9] $\neg(A \leftrightarrow B), \neg B, \neg A \vdash B \rightarrow A$ (由 $(+)$, [8]).
 [10] $\neg(A \leftrightarrow B), \neg B, \neg A \vdash A \leftrightarrow B$ (由 $(\leftrightarrow+)$, [7], [9]).
 [11] $\neg(A \leftrightarrow B), \neg B, \neg A \vdash \neg(A \leftrightarrow B)$ (由 (\in)).
 [12] $\neg(A \leftrightarrow B), \neg B \vdash A$ (由 $(\neg-)$, [10], [11]).
 [13] $\neg(A \leftrightarrow B) \vdash A \leftrightarrow \neg B$ (由 $(\leftrightarrow+)$, [5], [12]).

(iv-2) 定理 2.6.11 (iv) 的 \vdash .

- [1] $A \leftrightarrow \neg B, A \vdash \neg B$ (由定理 2.6.11 (i)).
 [2] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B, A \vdash \neg B$ (由 $(+)$, [1]).
 [3] $A \leftrightarrow B, A \vdash B$ (由定理 2.6.11 (i)).
 [4] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B, A \vdash B$ (由 $(+)$, [3]).
 [5] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B \vdash \neg A$ (由 $(\neg+)$, [4], [2]).
 [6] $A \leftrightarrow \neg B \vdash \neg A \leftrightarrow \neg \neg B$ (由定理 2.6.11 (iii)).
 [7] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B, \neg A \vdash \neg A \leftrightarrow \neg \neg B$ (由 $(+)$, [6]).
 [8] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B, \neg A \vdash \neg A$ (由 (\in)).

- [9] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B, \neg A \vdash \neg \neg B$ (由 $(\leftrightarrow-)$, [7], [8]).
 [10] $A \leftrightarrow B \vdash \neg A \leftrightarrow \neg B$ (由定理 2.6.11 (iii)).
 [11] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B, \neg A \vdash \neg A \leftrightarrow \neg B$ (由 $(+)$, [10]).
 [12] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B, \neg A \vdash \neg B$ (由 $(\leftrightarrow-)$, [11], [8]).
 [13] $A \leftrightarrow \neg B, A \leftrightarrow B \vdash A$ (由 $(\neg-)$, [12], [9]).
 [14] $A \leftrightarrow \neg B \vdash \neg(A \leftrightarrow B)$ (由 $(\neg+)$, [13], [5]).
 (viii-1) 定理 2.6.11 (viii) 的 \vdash .
 [1] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, B \vdash A$ (由 (\in)).
 [2] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, B \vdash B$ (由 (\in)).
 [3] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, B \vdash A \leftrightarrow B$ (由 $(\leftrightarrow+)$, [1], [2]).
 [4] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, B \vdash \neg(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$ (由 (\in)).
 [5] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, B \vdash C$ (由 $(\leftrightarrow-)$, [4], [3]).
 [6] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, C \vdash A \leftrightarrow B$ (由定理 2.6.11 (i)).
 [7] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, C \vdash A \leftrightarrow B$ (由 $(+)$, [6]).
 [8] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, C \vdash A$ (由 (\in)).
 [9] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A, C \vdash B$ (由 $(\leftrightarrow-)$, [7], [8]).
 [10] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, A \vdash B \leftrightarrow C$ (由 $(\leftrightarrow+)$, [5], [9]).
 [11] $B \leftrightarrow C, C \vdash B$ (由定理 2.6.11 (i)).
 [12] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, C \vdash B$ (由 $(+)$, [11]).
 [13] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, C \vdash A \leftrightarrow B$ (由 $(+)$, [6]).
 [14] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, C \vdash A$ (由 $(\leftrightarrow-)$, [13], [12]).
 [15] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, C \vdash \neg A$ (由 (\in)).
 [16] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A \vdash \neg C$ (由 $(\neg+)$, [14], [15]).
 [17] $B \leftrightarrow C \vdash \neg B \leftrightarrow \neg C$ (由定理 2.6.11 (iii)).
 [18] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, \neg C \vdash \neg B \leftrightarrow \neg C$ (由 $(+)$, [17]).
 [19] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, \neg C \vdash \neg C$ (由 (\in)).
 [20] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, \neg C \vdash \neg B$ (由 $(\leftrightarrow-)$, [18], [19]).
 [21] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \vdash \neg(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \neg C$ (由定理 2.6.11 (iii)).
 [22] $\neg(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, \neg C \vdash \neg(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \neg C$ (由 $(+)$, [21]).
 [23] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, \neg C \vdash \neg(A \leftrightarrow B)$ (由 $(\leftrightarrow-)$, [22], [19]).
 [24] $\neg(A \leftrightarrow B) \vdash \neg A \leftrightarrow B$ (由定理 2.6.11 (v)).
 [25] $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C, B \leftrightarrow C, \neg A, \neg C \vdash \neg A \leftrightarrow B$ (由 $(\neg+)$, [23], [24]).