.

[6] 对于任何 a ∈ D, 有 B(u)^{v(u/a)}=0 (由[3]). [5] 存在 a ∈ D, 使得 B(u) v(w/a)=1 (由[4]).

共中[5]与[6]矛盾。

综上可得,对于满足定理条件的任何公式A都有A'⊢」A.□ AxB(x) H - 3xB(x), 即 A' H - A. 二假设不成立,

3.4.2 证

(1) 假设¬ A xA(x) 片 ∃ x¬A(x)不成立, 若以 D 为论域的赋值 v 使得

 $[1] \rightarrow \forall xA(x)^{v}=1,$

ヨ׬A(x)"=0, 则

∀ xA(x)"=0 (由[1]). 3

由 A(x)构作 A(n) (取 u 不在 A(x)中出现),则

[4] 对于任何 a ∈ D, 有¬A(u)^{v(u/a)}=0 (由[2]).

有 A(u)^{v(u/a)}=1 (由[4]). 对于任何 a E D, 2

存在 a ∈ D, 使得 A(u) v(w/a)=0 (由[3]). [9]

其中[5]与[6]矛盾.

若以 D 为论域的赋值 v 使得

 $[1] \rightarrow \forall xA(x)'=0,$

∃x¬A(x)"=1, 则

V xA(x)"=1 (由[1]). 3

由 A(x)构作 A(n) (取 u 不在 A(x)中出现), 则

[4] 存在: a ∈ D, 使得¬A(u)"(wa)=1 (由[2]).

存在 a ∈ D, 使得 A(u)v(u/a)=0 (由[4]).

[6] 对于任何 a ∈ D, 有 A(u) v(w/a)=1 (由[3]).

其中[5] 与[6]矛盾.

::假设不成立, ¬ ∀ xA(x) 片 ∃ x¬A(x). 假设~3×A(x) 片 ∀×~A(x)不成立,

若以 D 为论域的赋值 v 使得 $[1] \rightarrow \exists xA(x)^{v}=1$

∀ x¬A(x)"=0, 则

∃xA(x)"=0 (由[1]). [3]

由 A(x)构作 A(n) (取 n 不在 A(x)中出现),则 对于任何 a ∈ D, 有¬A(u)^{v(u/a)}=1 (由[2]). 对于任何 a ∈ D, 有 A(u)^{v(u/a)}=0 (由[4]). 对于任何 a∈D, 有 A(u) v(u/a)=0 (由[3]) 由 A(x)构作 A(n) (取 u 不在 A(x)中出现), [4] 存在 a ∈ D, 使得¬A(u)′(u/a)=0 (由[2]). 存在aED, 使得 A(u)*(u/a)=1 (由[4]). [6] 存在a∈D, 使得 A(u)^{v(u/a)}=1 (由[3]). 若以 D 为论域的赋值 v 使得 ∃xA(x)"=1 (由[1]). [1] ¬∃xA(x)"=0, [2] ∀x¬A(x)"=1, 则 其中[5]与[6]矛盾。 其中[5]与[6]矛盾. [9] 4 [2] 3

:. 假设不成立, ¬∃xA(x) 片 ∀ x¬A(x). 若以 D 为论域的赋值 v 使得

[1] $\forall x(A(x) \land B(x))^{\prime}=1$,

[2] (∀xA(x)∧∀xB(x))"=0, 则

∀xA(x)"=0 或∀xB(x)"=0 (由[2]).

由 A(x), B(x)构作 A(u), B(u) (取 u 不在 A(x), B(x)中出现), [4] 对于任何 a e D, 有(A(u) \ B(u)) \ (山(u) a) = 1 (由[1]).

存在a∈D, 使得 A(u) "(ш/a)=0 或 B(u)"(ш/a)=0 (由[3]) 其中[4]与[5]矛盾. [2]

若以D为论域的赋值v使得

 $\forall x(A(x) \land B(x))^{v}=0,$ Ξ

[2] (V xA(x) \ \ xB(x))"=1, 则

 $\forall xA(x)' = \forall xB(x)' = 1 (由[2]).$ [3]

由 A(x), B(x)构作 A(u), B(u) (取 u 不在 A(x), B(x)中出现), 则 存在a∈D, 使得(A(u)∧B(u))^{v(u/a)}=0 (由[1]). [4]

[5] 对于任何 a E D, 有 A(u) ((u/a) = B(u) ((u/a) = 1 (由[3]).

其中[4]与[5]矛盾.

- 28 -