

[9] $(A \rightarrow B) \rightarrow B \vdash (B \rightarrow A) \rightarrow A$ (由 $(\rightarrow +)$, [8]).

(2)

- [1] $A \rightarrow C \vdash \neg C \rightarrow \neg A$ (由定理 2.6.6 (ii)).
 [2] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, A \rightarrow C, \neg C \vdash \neg C \rightarrow \neg A$ (由 $(+)$, [1]).
 [3] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, A \rightarrow C, \neg C \vdash \neg C$ (由 (\in)).
 [4] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, A \rightarrow C, \neg C \vdash \neg A$ (由 $(\rightarrow -)$, [2], [3]).
 [5] $\neg A \vdash A \rightarrow B$ (由定理 2.6.5 (vi)).
 [6] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, A \rightarrow C, \neg C \vdash A \rightarrow B$ (由 (Tr) , [4], [5]).
 [7] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, A \rightarrow C, \neg C \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow C$ (由 (\in)).
 [8] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, A \rightarrow C, \neg C \vdash C$ (由 $(\rightarrow -)$, [7], [6]).
 [9] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, A \rightarrow C \vdash C$ (由 $(\neg -)$, [8], [3]).
 [10] $(A \rightarrow B) \rightarrow C \vdash (A \rightarrow C) \rightarrow C$ (由 $(\rightarrow +)$, [9]).

(3)

- [1] $\neg A \vdash A \rightarrow B$ (由定理 2.6.5 (vi)).
 [2] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A, A' \vdash A \rightarrow B$ (由 $(+)$, [1]).
 [3] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A, A' \vdash A \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow C$ (由 (\in)).
 [4] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A, A' \vdash A \vdash C$ (由 $(\rightarrow -)$, [3], [2]).
 [5] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A, A' \vdash A \vdash \neg C \rightarrow A$ (由 (\in)).
 [6] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A, A' \vdash A \vdash A$ (由 $(\rightarrow -)$, [5], [4]).
 [7] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A, A' \vdash A \vdash \neg A$ (由 (\in)).
 [8] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A, A' \vdash A$ (由 $(\neg -)$, [6], [7]).
 [9] $(A \rightarrow B) \rightarrow C, C \rightarrow A \vdash A \rightarrow A$ (由 $(\rightarrow +)$, [8]).
 [10] $(A \rightarrow B) \rightarrow C \vdash (C \rightarrow A) \rightarrow (A' \rightarrow A)$ (由 $(\rightarrow +)$, [9]).

(4)

- [1] $B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow \neg B$ (由定理 2.6.6 (ii)).
 [2] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash A \rightarrow \neg B$ (由 $(+)$, [1]).
 [3] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash A$ (由 (\in)).
 [4] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash \neg B$ (由 $(\rightarrow -)$, [2], [3]).
 [5] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash A \wedge \neg B$ (由 $(\wedge +)$, [3], [4]).
 [6] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash (A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C)$ (由 (\in)).

- [7] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash A' \vee C$ (由 $(\rightarrow -)$, [6], [5]).
 [8] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash A \rightarrow \neg C$ (由 (\in)).
 [9] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash \neg C$ (由 $(\rightarrow -)$, [8], [3]).
 [10] $A' \vee C \vdash C \vee A'$ (由定理 2.6.9 (iii)).
 [11] $C \vee A' \vdash \neg C \rightarrow A'$ (由定理 2.6.9 (iv)).
 [12] $A' \vee C \vdash \neg C \rightarrow A'$ (由 (Tr) , [10], [11]).
 [13] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash \neg C \rightarrow A'$ (由 (Tr) , [7], [12]).
 [14] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C, A \vdash A'$ (由 $(\rightarrow -)$, [13], [9]).
 [15] $(A \wedge \neg B) \rightarrow (A' \vee C), B \rightarrow \neg A, A \rightarrow \neg C \vdash A \rightarrow A'$ (由 $(\rightarrow +)$, [14]). \square

2.6.4 证

- [1] $\Sigma, \neg A \vdash B, \neg B$ (由假设).
 [2] $\Sigma \vdash \neg \neg A$ (由 $(\neg +)$, [1]).
 [3] $\Sigma \vdash A$ (由条件(1), [2]). \square

2.6.5 证

- [1] $\Sigma, \neg A \vdash B$ (由假设).
 [2] $\Sigma, \neg A, \neg A \rightarrow B \vdash B$ (由 $(+)$, [1]).
 [3] $\Sigma, \neg A \vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow B$ (由 $(\rightarrow +)$, [2]).
 [4] $\Sigma, \neg A \vdash \neg B$ (由假设).
 [5] $\Sigma, \neg A \vdash \neg(\neg A \rightarrow B)$ (由条件(3), [3], [4]).
 [6] $\Sigma \vdash \neg A \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow B)$ (由 $(\rightarrow +)$, [5]).
 [7] $\Sigma \vdash \neg A \rightarrow B$ (由 $(\rightarrow +)$, [1]).
 [8] $\Sigma \vdash \neg(\neg A \rightarrow B)$ (由条件(2), [7]).
 [9] $\Sigma \vdash \neg \neg A$ (由条件(3), [6], [8]).
 [10] $\Sigma \vdash A$ (由条件(1), [9]). \square

2.6.6 证

- [1] $\Sigma, \neg A \vdash \neg B$ (由假设).
 [2] $\Sigma, \neg A, \neg A \rightarrow B \vdash \neg B$ (由 $(+)$, [1]).
 [3] $\Sigma, \neg A \vdash (\neg A \rightarrow B) \rightarrow \neg B$ (由 $(\rightarrow +)$, [2]).