第二次习题课讨论题目

1. 第 3、4 次作业题选讲.
2. （Random Walk）粒子在一数轴上从0点开始移动，每次向左或向右移动1个单位，向右的概率为 p ，假设每步移动之间是相互独立的.
   （1） 设 X 是粒子移动n步以后所在位置，求其分布.
   （2） 设D是粒子移动n步以后与0点的距离，求其分布.
3. 假设一年内人患感冒次数为参数为$\lambda=5$的 Poisson 随机变量，某种新型药物经过市场验证对75%的人有效，并能将 Poisson 分布的参数减少为$\lambda=3$. 如果某个人服用了该药，这一年内患了2次感冒，那么该药对其有效的可能性有多大？
4. 张三居住在 A 城市，这里的公共汽车总是准时到达，每隔10分钟就来一趟.某天，张三在某个随机时间点到达公共汽车站（假设公共汽车每天 24 小时都在运行，张三的到达时间独立于公共汽车的到达时间，而且张三没看时间）.
   （1） 张三等待下一班车所需时间服从什么分布？平均等待时间是多少？
   （2） 如果已知公共汽车6分钟后仍未到达，那么张三至少还要等待3分钟以上的概率是多少？

   张三出差到 B 城市，这座城市的规划不是很好，公共汽车到达时间不稳定，假设两辆公共汽车到达时间间隔是一个指数分布随机变量，其均值为10分钟.
   （3） 如果张三在随机的时间点到达公共汽车站，且不知道上一班公共汽车走了多久，那么张三等待下一班公共汽车的时间服从什么分布？平均等待时间为多少？
   （4） *当张三向朋友抱怨 B 城市的公共交通状况糟糕时，朋友说：“你在两班汽车到达时间点之间的一个均匀时刻到达车站，公共汽车到达时间间隔平均长度为10分钟，但由于你在该间隔内的任何时间点都有可能到达车站，所以你的平均等待时间只有5分钟.”请解释该朋友的说法有什么问题.
5. （几何分布）令随机变量 X 表示一系列独立 Bernoulli 试验获得第一次成功时所需试验次数，即“等待第一次成功”所需的次数（或时间），假设每次 Bernoulli 试验成功的概率为 $p\in(0,1)$.
   （1） 确定 X 的分布.
   （2） 求 X 的期望与方差.

（3）　（无记忆性）证明：$P(X>m+n\,|\,X>m)=P(X>n)$，m,n为任意非负整数.

（4）　尝试给出（3）中结论的一个直观应用场景.