

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2012.11.024

# 基于图论与矩阵论的交通检测器布设新方法

张墨逸, 曹洁, 牛建强, 陈继铭

(兰州理工大学 计算机与通信学院, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:** 为了获取各路段的交通流量, 解决任意路网的交通检测器布点问题, 提出了一种基于图论与矩阵论的交通检测器布设方法。从图论的角度出发, 给出了顶点的度数、平衡点与非平衡点的定义; 利用平衡点的平衡公式, 提出交通量关系矩阵, 计算出布设交通检测器的路段的数量; 提出2条交通检测器的设置原则来进行交通检测器的设置; 最后从矩阵运算推导出未对于设置交通检测器的路段, 其交通流量的计算方法。该方法能在任意路网上进行交通检测器的优化布设。算例选取兰州市西关什子附近的路网, 结果验证了所提出方法的有效性与可操作性。

**关键词:** 交通工程; 路网; 交通流量; 交通量关系矩阵; 图论; 矩阵论; 检测器布设

**中图分类号:** U491.1<sup>+</sup>16

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-0268(2012)11-0130-05

## A New Layout of Traffic Detectors Based on Graph Theory and Matrix Theory

ZHANG Moyi, CAO Jie, NIU Jianqiang, CHEN Jiming

(School of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

**Abstract:** To obtain the traffic volume on each road section and to solve the problem of traffic detector layout in arbitrary road network, a method for layout of traffic detectors in road network based on graph theory and matrix theory was proposed. First, a road network was abstracted as a directed graph, and edge degree, balance point, and unbalance point were defined. Second, by using the balance formula of balance point, the relation matrix of traffic volume was proposed, and the number of road sections for layout of the detectors was computed. Then, two principles to layout the detectors was proposed. At last, from the matrix computation, the formula to compute the traffic flow of the road without detector is proposed. The method can optimize the layout of traffic detectors in arbitrary road network. An example employing the road network around Xiguanshizi in Lanzhou was given to verify the effectiveness and the operability of the proposed method.

**Key words:** traffic engineering; road network; traffic volume; traffic volume relation matrix; graph theory; matrix theory; detector layout

## 0 引言

道路交通信息采集的准确性、全面性、实时性制约着智能运输系统(ITS)的应用效果。在构建固定式交通信息采集系统的时候,人们总会遇到一个重要的基本问题,即如何布置尽量少的检测器且能获得交通路网中给定完整度的交通数据<sup>[1-2]</sup>。在现有研究中,相关文献<sup>[3-5]</sup>提出利用图论的知识,求有向图回路部分以及非回路部分流控制子图的方法,进

行检测器优化布点。部分文献<sup>[6-9]</sup>在图论的基础上,重点从OD矩阵、路段的权重等角度进行考虑,如采用模糊综合评判方法,考虑路段的流量时变特性等。相关文献<sup>[10-11]</sup>运用复杂的数学模型,如信号采样理论、交通流波动理论和线性交通流模型等,用于在事件检测中进行交通流检测点的布设。但是相关文章都没有给出对于未设置检测器路段流量的准确计算方法。本文基于图论与矩阵论的算法,建立了一种能够获取任意路网各路段流量,具有普遍适应性

收稿日期: 2012-4-24.

作者简介: 张墨逸(1985-),女,甘肃民勤人,硕士,讲师。(zhangmoyi\_1985@163.com)

和可操作性的检测器优化布点方法。

## 1 交通检测器布点方法

### 1.1 路网图模型

定义 1: 一个有向图可用  $G = (V, E)$  来表示, 其中  $V \neq \emptyset$  称为顶点集,  $V$  的元素称为顶点或节点,  $E$  称为弧或有向边集, 对于  $\forall e \in E$  均从顶点开始到顶点结束。

在城市道路中, 道路一条路段的 2 个不同方向代表 2 条弧, 可以将任意路网转换为有向图<sup>[12]</sup>。

定义 2: 有向图  $G = (V, E)$ , 以顶点  $v$  为起点的弧的数量称为  $v$  的出度, 记为  $d^-(v)$ , 以顶点  $v$  为终点的弧的数量称为  $v$  的入度, 记为  $d^+(v)$ 。  $d(v)$  称为顶点  $v$  的度,  $d(v) = d^+(v) + d^-(v)$ 。

在交通系统中, 节点的度越大, 代表与该节点相接的路段越多, 该节点相应的重要性也就越大。

定义 3: 对于有向图  $G = (V, E)$ ,  $\forall e \in E$  记其流 (flow) 为  $f(e)$ , 对于  $\forall v \in V$ , 记以  $v$  为起点的弧的集合为  $E^-(v)$ , 以  $v$  为终点的弧的集合为  $E^+(v)$ , 则  $\sum_{e \in E^-(v)} f(e)$  称为顶点  $v$  的流出流,  $\sum_{e \in E^+(v)} f(e)$  称为顶点  $v$  的流入流, 图  $G$  中  $\forall v \in V$  可分为 2 种类型:

(1) 流入流与流出流相等, 即

$$\sum_{e \in E^-(v)} f(e) = \sum_{e \in E^+(v)} f(e), \quad (1)$$

则  $v$  是一个平衡点。

(2) 流入流与流出流不相等, 即

$$\sum_{e \in E^-(v)} f(e) \neq \sum_{e \in E^+(v)} f(e), \quad (2)$$

则  $v$  是一个非平衡点。

### 1.2 交通检测器布设方法

原则 1: 非平衡点都为此路网图的边界点, 与外界的路网有交通流的输入输出关系, 对于非平衡点  $v$ , 与之相联接的所有路段都要设置交通检测器。即  $\forall v' \in \{\text{非平衡点}\}$ , 记以  $v'$  为顶点的弧的集合为  $E(v')$ , 对于  $\forall d' \in E(v')$ , 都需要布设交通检测器。

平衡公式 (1), 可以写为:

$$\sum_{e \in E^-(v)} f(e) - \sum_{e \in E^+(v)} f(e) = 0,$$

则  $E(v)$  中一条边的交通量可以由  $E(v)$  中其他边的交通量线性表示出来。

对整个路网来说, 可以将其转化为连通图,  $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  为路网图中的  $n$  条边,  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_m$  为路网图中的  $m$  个顶点, 其中非平衡点  $m_1$  个, 平衡  $m_2$  点个,  $m = m_1 + m_2$ , 那么可以写出  $m_2$  个平衡公

式。其中  $a_{ij}$  为系数,  $a_{ij} \in \{1, 0, -1\}$ ,  $0 \leq i \leq n$ ,  $0 \leq j \leq m_2$ 。

写成矩阵形式如下:

$$A \times \begin{pmatrix} f(e_1) \\ f(e_2) \\ \vdots \\ f(e_n) \end{pmatrix} = 0, \quad (3)$$

式中  $A$  为交通量关系矩阵,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m_2 1} & a_{m_2 2} & a_{m_2 3} & \cdots & a_{m_2 n} \end{pmatrix}。$$

可以证得  $R(A) = m_2$ , 即对于式 (3) 来说, 有  $m_2$  个路段的交通量可以由其他的  $n - m_2$  个路段的交通量线性表示出来。由此可得结论 1:  $m_2$  个路段不需要设置交通流检测器,  $n - m_2$  个路段需要设置交通流检测器。

假设不需要设置交通流检测器的路段为  $e_{q_1}, e_{q_2}, e_{q_3}, \dots, e_{q_{m_2}}$ , 则需要用已设置交通流检测器的路段  $e_{p_1}, e_{p_2}, e_{p_3}, \dots, e_{p_{n-m_2}}$  的测量数据来线性表示无交通流检测器的路段。

用矩阵表示为:

$$\begin{pmatrix} f(e_{q_1}) \\ f(e_{q_2}) \\ f(e_{q_3}) \\ \vdots \\ f(e_{q_{m_2}}) \end{pmatrix} = D_{m_2 \times (n-m_2)} \times \begin{pmatrix} f(e_{p_1}) \\ f(e_{p_2}) \\ f(e_{p_3}) \\ \vdots \\ f(e_{p_{n-m_2}}) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中  $D_{m_2 \times (n-m_2)} =$

$$\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1(n-m_2)} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & \cdots & d_{2(n-m_2)} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & \cdots & d_{3(n-m_2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{m_2 1} & d_{m_2 2} & d_{m_2 3} & \cdots & d_{m_2(n-m_2)} \end{pmatrix}。$$

现在考虑如何由式 (3) 推导出式 (4)。

将矩阵  $A$  可以写成如下的行向量  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n)$ , 现抽取其中的  $m_2$  个向量, 使其组成的矩阵为满秩方阵, 秩为  $m_2$ , 设抽出的  $m_2$  个向量分别为  $(\alpha_{q_1}, \alpha_{q_2}, \alpha_{q_3}, \dots, \alpha_{q_{m_2}})$ , 则经过列变换, 将抽出的向量放到前面, 可得到式 (3) 的同解方程组:



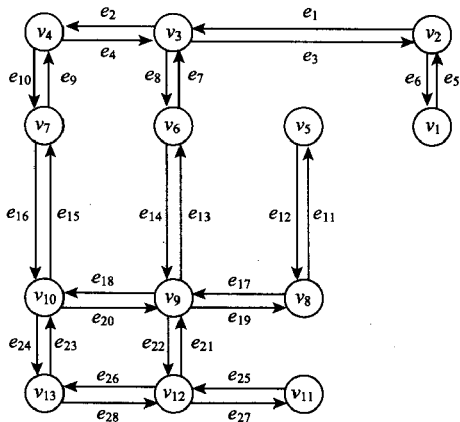


图 2 路网抽象

Fig. 2 Abstracted road network

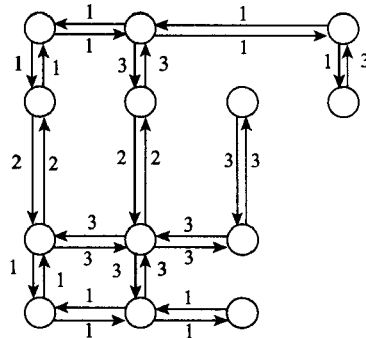


图 3 弧的权重

Fig. 3 Weights of edges

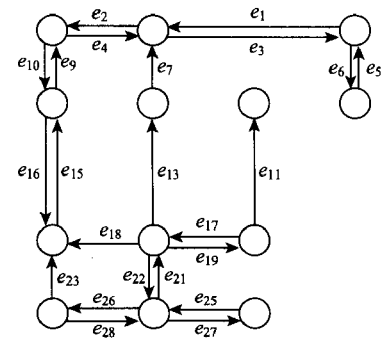


图 4 最终检测器布置

Fig. 4 Final layout of detectors

(5) 最终检测器布置方案, 在图 4 中标出的路段需要设置交通流检测器, 路段  $e_8$ 、 $e_{12}$ 、 $e_{14}$ 、 $e_{20}$ 、 $e_{24}$  未设置交通流检测器。

(6) 未设检测器的流量计算

$$e_8 = e_1 - e_2 - e_3 + e_4 + e_7,$$

$$e_{12} = e_{11},$$

$$e_{14} = e_1 - e_2 - e_3 + e_4 + e_{13},$$

$$e_{20} = -e_1 + e_2 + e_3 - e_4 - e_{17} + e_{19} - e_{21} + e_{22}$$

$$e_{24} = e_1 - e_2 - e_3 + e_4 - e_{15} + e_{16} + e_{17} - e_{19} + e_{21} - e_{22} + e_{23} - e_{24} \circ$$

### 3 结论

为了解决任意路网的交通流检测器设置问题, 本文从图论与矩阵论的角度出发, 定义了有向图、顶点的度数、平衡点与非平衡点。从平衡点的平衡公式出发, 得出交通量关系矩阵, 进而推导出应设置交通流检测器的路段数目与交通流检测器的布设方法, 最后给出了未设置检测器路段交通流量的计算方法。

算例说明了本文所提出方法的有效性和可操作性。当然, 实际路网中对交通参数的检测不仅仅是流量, 即使是流量, 还具有复杂的时空变化情况, 在更多约束条件下获取检测器的设置方案将是下一个阶段的研究内容。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 郑建湖, 王明华. 动态交通信息采集技术比较分析 [J]. 交通标准化, 2009 (7): 42-47.  
ZHENG Jianhu, WANG Minghua. Comparative Analysis of Collection Technologies for Dynamic Traffic Information

- [J]. Transport Standardization, 2009 (7): 42-47.
- [2] 王殿海, 徐程, 祁宏生, 等. 基于路段流量相关性的检测器优化布设 [J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2011, 39 (3): 107-113.  
WANG Dianhai, XU Cheng, QI Hongsheng, et al. Optimal Arrangement of Detectors Based on Correlation of Link Flow [J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2011, 39 (3): 107-113.
- [3] 林培群, 徐建闽. 基于图论的路网交通检测器之布点 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27 (12): 1605-1612.  
LIN Peiqun, XU Jianmin. Layout of Traffic Detectors in Road Network Based on Graph Theory [J]. Control Theory & Applications, 2010, 27 (12): 1605-1612.
- [4] GU Weizhen, JIA Xingde. On a Traffic Control Problem [C] // Proceedings of the 8th International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks. [S. l.]: IEEE, 2006: 1-6.
- [5] LI Yan. On the Traffic Flow Control System [D]. Hong Kong: The University of Hong Kong, 2006.
- [6] 严荣泉, 向红艳. 城市道路固定型交通检测器布局优化模型 [J]. 公路交通技术, 2008 (2): 121-124.  
YAN Rongquan, XIANG Hongyan. Optimal Module for Layout of Fixed Type Traffic Detector on Urban Roads [J]. Technology of Highway and Transport, 2008 (2): 121-124.
- [7] 王彦杰, 李文勇. 基于图论的交通检测器新型布设方法 [J]. 西部交通科技, 2010 (4): 92-95.  
WANG Yanjie, LI Wenyong. Designing Traffic Detector Placement Method Based on Graph Theory [J]. Western China Communications Science & Technology, 2010 (4): 92-95.
- [8] 伍建国, 王峰. 城市道路交通数据采集系统检测器优

- 化布点研究 [J]. 公路交通科技, 2004, 21 (2): 88-98.
- WU Jianguo, WANG Fang. Study on Optimal Layout of Traffic Detector for Traffic Data Collection System in Urban Area [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2004, 21 (2): 88-98.
- [9] 刘杨, 云美萍, 彭国雄. 应急车辆出行前救援路径选择的多目标规划模型 [J]. 公路交通科技, 2009, 26 (8): 135-139.
- LIU Yang, YUN Meiping, PENG Guoxiong. A Multi-objective Programming Model of Route Choice of Emergency Vehicles before Travel [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26 (8): 135-139.
- [10] 张汝华, 杨晓光. 事件检测中交通流检测点布设方法 [J]. 土木工程学报, 2008, 41 (10): 100-105.
- ZHANG Ruhua, YANG Xiaoguang. Method for Traffic Flow Detector Arrangement [J]. China Civil Engineering Journal, 2008, 41 (10): 100-105.
- [11] 张汝华, 杨晓光, 储浩. 信号采样理论在交通流检测点布设中的应用 [J]. 中国公路学报, 2007, 20 (6): 105-110.
- ZHANG Ruhua, YANG Xiaoguang, CHU Hao. Application of Signal Sampling Theory on Traffic Flow Detector Layout [J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20 (6): 105-110.
- [12] WATANABE D. A Study on Analyzing the Grid Road Network Patterns Using Relative Neighborhood Graph [C] // The 9th International Symposium of Operations Research and Its Applications. Chengdu, China: ORSC & APORC, 2010: 112-119.

(上接第129页)

- [9] 郑四发, 班学钢, 邹旭东, 等. 基于GPS信号的导航地图路网生成方法研究 [J]. 公路交通科技, 2002, 19 (3): 115-118.
- ZHENG Sifa, BAN Xuegang, ZOU Xudong, et al. Research on Creation of Navigation Road-net Map Based on GPS Signals [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2002, 19 (3): 115-118.
- [10] 赵敏, 廖孝勇, 孙棣华, 等. 基于GPS浮动车数据的矢量地图校正算法 [J]. 计算机工程与应用, 2011, 47 (17): 239-243.
- ZHAO Min, LIAO Xiaoyong, SUN Dihua, et al. Algorithm of Map-adjusting for Vector Map Based on GPS Probe Vehicle Data Clustering [J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47 (17): 239-243.
- [11] WHITE C E, BERNSTEIN D, KORNHAUSER A L. Some Map Matching Algorithms for Personal Navigation Assistants [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2000, 8 (1): 91-108.
- [12] 吴旭彦, 罗德安. GPS实时地图匹配技术中缓冲区分析的研究 [J]. 西南交通大学学报, 2001, 36 (2): 195-198.
- WU Xuyan, LUO Dean. A Study on Buffering Analysis of GPS in Map Matching Applications [J]. Journal of Southwest Jiao Tong University, 2001, 36 (2): 195-198.

### 《中国公路学报》2013年征订通知

《中国公路学报》是由中国公路学会主办的, 长安大学承办的权威性学术刊物, 自2007年起被Ei核心库收录, 是中国公路交通行业唯一入选Ei核心库的期刊; 主要刊载道路工程、桥梁与隧道工程、交通工程、汽车与汽车运用工程、物流、经济与管理、工程机械等领域的学术论文及应用技术论文, 并适当报道有关公路交通的新技术、新材料、新工艺以及国内外重大学术活动、工程建设及科技动态信息等。

《中国公路学报》为双月刊, 大16开本, 主要读者对象为公路交通领域的科研人员、工程技术人员、经济管理人员及大专院校的师生。2013年起, 《中国公路学报》页码由原160页增加至192页, 每期定价30.00元, 全年共180.00元, 国内邮发代号: 52-194, 国外发行代号: BM7917。欢迎广大读者订阅!

地址: 西安市南二环路中段长安大学杂志社

邮编: 710064

联系人: 马勇

电话: (029) 82334387