

作业13解答:

1. 设 n 个不同的整数从小到大排好序后存于 $T[0 \dots n-1]$ 中。若存在下标 i , $0 \leq i < n$, 使得 $T[i] = i$, 设计一个有效算法找到这个下标。要求算法在最坏情况下的计算时间为 $O(\log_2 n)$ 。

1. 解: 算法如下:

```
FUNCTION Binary (VAR T: ARRAY[0..n-1] OF integer;  
                  VAR l, r: integer): integer;
```

```
VAR
```

```
  k: integer;
```

```
BEGIN
```

```
  WHILE l ≤ r DO
```

```
    BEGIN
```

```
      k := (l + r) DIV 2;
```

```
      IF T[k] = k THEN RETURN(k)
```

```
      ELSE IF T[k] > k THEN
```

```
        RETURN(Binary(T, l, k-1))
```

```
      ELSE /* T[k] < k */
```

```
        RETURN(Binary(T, k+1, r))
```

```
    END;
```

```
    WRITE("The element not found");
```

```
  END;
```

主程序:

```
Binary(T, 0, n-1);
```

2. 设 $T[0 \dots n-1]$ 是 n 个元素的数组。对任一元素 x , 设 $S(x) = \{i \mid T[i] = x\}$ 。当 $|S(x)| > \frac{n}{2}$ 时, 称 x 为 T 的主元素。试设计一个 $O(n)$ 时间的算法, 确定 T 是否有一个主元素。

2. 解: 若 T 中有主元素, 则该元素必然是 T 中第 $\frac{n}{2}$ 小的元素 (即将 T 排序后, 第 $\frac{n}{2}$ 个元素必然是该主元素)。故算法如下:

```
FUNCTION Find (VAR T: ARRAY[0..n-1] OF integer):  
    boolean;
```

```
VAR
```

```
    i, x: integer;
```

```
    num: integer;
```

```
BEGIN
```

```
    x := SELECT (n DIV 2, T); /* 调用求第  $k$  个最
```

```
    num := 0;
```

```
    小元素的算法 */
```

```
    FOR i := 0 TO n-1 DO
```

```
        IF T[i] = x THEN num := num + 1;
```

```
        /* 求  $x$  在  $T$  中出现的次数 */
```

```
    IF num > n DIV 2 THEN RETURN (true)
```

```
    ELSE RETURN (false);
```

```
END;
```