

作业1解答:

1. 估计以下程序最坏情况下的时间复杂性

```
PROCEDURE Mystery (n: integer);
```

```
VAR
```

```
  i, j, k: integer;
```

```
BEGIN
```

```
  FOR i := 1 TO n-1 DO
```

```
    FOR j := i+1 TO n DO
```

```
      FOR k := 1 TO j DO
```

```
        { 一些  $O(1)$  时间的语句 }
```

```
      END;
```

1. 解: 循环语句内的语句的时间为 $O(1)$, 第3层循环, 共循环 j 次, 每次循环, 执行循环控制条件需 $O(1)$ 时间, 循环内部语句需 $O(1)$ 时间, 由乘法规则, 共需 $O(1 \times j) = O(j)$ 时间。第2层循环, 每循环一次, 需 $O(j)$ 时间, 共需 $O(\sum_{j=i+1}^n j) = O(\frac{(n-i)(n+i+1)}{2})$ 时间。最外层循环, 共循环 $n-1$ 次。故整个程序的运行时间为:

$$O\left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(n-i)(n+i+1)}{2}\right)$$

$$= O\left(\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2} [(n^2+n) - (i^2+i)]\right)$$

$$= O\left(\frac{1}{2} [(n-1)(n^2+n) - (\frac{1}{6}(n-1)n(2n-1) + \frac{1}{2}n(n-1))]\right)$$

$$= O\left(\frac{1}{2}(n-1) \times \frac{2}{3}(n^2+n)\right) = O\left(\frac{1}{3}(n^3-n)\right)$$

$$= O(n^3)$$

2. 按增长率从小到大将以下函数排序: (a) n ; (b) \sqrt{n} ; (c) $\log n$; (d) $\log \log n$; (e) $\log^2 n$; (f) $n/\log n$; (g) $\sqrt{n} \log^2 n$; (h) $(\frac{1}{3})^n$; (i) $(\frac{3}{2})^n$; (j) 17 .

2. 解: 排序如下:

(h), (j), (d), (c), (e), (b), (g), (f), (a), (i).