

作业20 解答:

1. 计算多项式 $A(x)$ (次上界为 n) 在给定点 x_0 处的值, 可以按照以下方法: 用 $(x-x_0)$ 除 $A(x)$, 得

$$A(x) = Q(x)(x-x_0) + r.$$

(1) $A(x_0)$ 等于多少?

(2) $Q(x)$ 是一个次上界为 $n-1$ 的商多项式。请给出一个 $\Theta(n)$ 时间的方法, 从 x_0 和 $A(x)$ 的系数, 求 $Q(x)$ 的系数。

1. 解:

(1) $A(x_0) = r.$

(2) 设 $A(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_0$; $Q(x) = q_{k-1} x^{k-1} + q_{k-2} x^{k-2} + \dots + q_0$, 其中 $k = n-1$.

用以下递推关系式求 $Q(x)$ 的系数:

$$q_{k-1} = a_k, \quad k = n-1$$

$$q_j = a_{j+1} + q_{j+1} x_0, \quad j = k-2, k-3, \dots, 0$$

由以上递推关系式, 计算 $Q(x)$ 的所有系数只需 $\Theta(k) = \Theta(n)$ 时间。