作业24解答：

1. 给出一个形式化的DTM M，M输入正整数n，计算n^2。要求该DTM M是多项式时间的.

1. 解：DTM $M=(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,\{q_Y,q_N\})$

$Q=\{q_0,q_1,\cdots,q_{23},q_Y,q_N\}$，$\Sigma=\{1\}$，$\Gamma=\{1,2,3,A,B,\#\}$

δ函数由右面的表格定义，凡空白项为 $\delta(q,X)=(q_N,X,l)$，$q\in Q$，$X\in\Gamma$。输入n个1，构造n^2个1，读头指向n^2个1的起始位置。

基本思路如下：

$\#11\cdots1\#$

$\uparrow q_0$

$\delta(q_0,1)=(q_1,2,r)$

$\delta(q_1,1)=(q_1,1,r)$，$\delta(q_1,\#)=(q_2,A,r)$

$\#21\cdots1A\#$

$\uparrow q_2$

$\delta(q_2,\#)=(q_3,1,l)$，$\delta(q_2,1)=(q_2,1,r)$

$\#21\cdots1A1\#$

$\uparrow q_3$

$\delta(q_3,A)=(q_3,A,l)$，$\delta(q_3,1)=(q_3,1,l)$

$\delta(q_3,2)=(q_4,2,r)$

$\#21\cdots1A1\#$

$\uparrow q_4$

$\delta(q_4,1)=(q_5,2,r)$，$\delta(q_4,A)=(q_6,A,l)$

$\#221\cdots1A1\#$

$\uparrow q_5$

$\delta(q_5,1)=(q_5,1,r)$，$\delta(q_5,A)=(q_2,A,r)$

$\#22\cdots2A11\cdots1\#$

$\uparrow q_6$

$\delta(q_6,2)=(q_6,2,l)$，$\delta(q_6,\#)=(q_7,\#,r)$

$\#\overbrace{22\cdots2}^{n个}A\overbrace{11\cdots1}^{n个}\#$

$\uparrow q_7$

$\delta(q_7,2)=(q_8,3,r)$

$\delta(q_8,2)=(q_8,2,r)$，$\delta(q_8,A)=(q_9,A,r)$

#32⋯2A11⋯1#

$\uparrow q_9$

$\delta(q_9,1)=(q_{10},2,r)$, $\delta(q_{10},1)=(q_{10},1,r)$

$\delta(q_{10},\#)=(q_{11},B,r)$

#32⋯2A21⋯1B#

$\uparrow q_{11}$

$\delta(q_{11},\#)=(q_{12},1,l)$, $\delta(q_{11},1)=(q_{11},1,r)$

#32⋯2A21⋯1B1#

$\uparrow q_{12}$

$\delta(q_{12},B)=(q_{12},B,l)$

$\delta(q_{12},1)=(q_{12},1,l)$

$\delta(q_{12},2)=(q_{13},2,r)$

#3A2B1#

$\uparrow q_{13}$

$\delta(q_{13},B)=(q_y,B,r)$

$\delta(q_{13},1)=(q_{14},2,r)$

#32⋯2A221⋯1B1#

$\uparrow q_{14}$

$\delta(q_{14},1)=(q_{14},1,r)$

$\delta(q_{14},B)=(q_{14},B,r)$

$\delta(q_{14},\#)=(q_{15},1,l)$

#32⋯2A22⋯1B11#

$\uparrow q_{15}$

$\delta(q_{15},1)=(q_{15},1,l)$

$\delta(q_{15},B)=(q_{16},B,l)$

#32⋯2A22⋯1B11#

$\uparrow q_{16}$

$\delta(q_{16},1)=(q_{17},1,l)$

$\delta(q_{16},2)=(q_{19},1,l)$

#32⋯2A221⋯1B11#

$\uparrow q_{17}$

$\delta(q_{17},1)=(q_{17},1,l)$

$\delta(q_{17},2)=(q_{18},2,r)$, $\delta(q_{18},1)=(q_{14},2,r)$

中 山 大 学 本 科 生 考 试 答 题 纸

学院(系) ________ 专业 ________ 级

考试科目 ________ 成绩评定 ________

考生姓名 ________ 教师签名 ________

学　　号 ________ 年　月　日

装　订　线

警示《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者不授予学士学位。"

#32⋯2A22⋯21B11⋯1#

$\uparrow q_{19}$

$\delta(q_{19},2)=(q_{19},1,l)$

$\delta(q_{19},A)=(q_{20},A,l)$

#32⋯2A11⋯1B11⋯1#

$\uparrow q_{20}$

$\delta(q_{20},2)=(q_{20},2,l)$, $\delta(q_{20},3)=(q_{21},3,r)$

#32⋯2A11⋯1B11⋯1#

$\uparrow q_{21}$

$\delta(q_{21},2)=(q_{22},3,r)$

$\delta(q_{21},A)=(q_{23},A,r)$

#332⋯2A11⋯1B11⋯1#

$\uparrow q_{22}$

$\delta(q_{22},2)=(q_{22},2,r)$

$\delta(q_{22},A)=(q_{22},A,r)$

$\delta(q_{22},1)=(q_{14},2,r)$

#33⋯3A11⋯1B11⋯1#

$\uparrow q_{23}$

$\delta(q_{23},1)=(q_{23},1,r)$

$\delta(q_{23},B)=(q_y,B,r)$

$\#\underbrace{33\cdots3}_{n个}A\underbrace{11\cdots1}_{n个}B\underbrace{11\cdots1}_{n^2个}\#$

$\uparrow q_y$

	1	2	3	A	B	#
q_0	$(q_1, 2, r)$					
q_1	$(q_1, 1, r)$					(q_2, A, r)
q_2	$(q_2, 1, r)$					$(q_3, 1, l)$
q_3	$(q_3, 1, l)$	$(q_4, 2, r)$		(q_3, A, l)		
q_4	$(q_5, 2, r)$			(q_6, A, l)		
q_5	$(q_5, 1, r)$			(q_2, A, r)		
q_6		$(q_6, 2, l)$				$(q_7, \#, r)$
q_7		$(q_8, 3, r)$				
q_8		$(q_8, 2, r)$		(q_9, A, r)		
q_9	$(q_{10}, 2, r)$					
q_{10}	$(q_{10}, 1, r)$					(q_{11}, B, r)
q_{11}	$(q_{11}, 1, r)$					$(q_{12}, 1, l)$
q_{12}	$(q_{12}, 1, l)$	$(q_{13}, 2, r)$			(q_{12}, B, l)	
q_{13}	$(q_{14}, 2, r)$				(q_y, B, r)	
q_{14}	$(q_{14}, 1, r)$				(q_{14}, B, r)	$(q_{15}, 1, l)$
q_{15}	$(q_{15}, 1, l)$				(q_{16}, B, l)	
q_{16}	$(q_{17}, 1, l)$	$(q_{19}, 1, l)$				
q_{17}	$(q_{17}, 1, l)$	$(q_{18}, 2, r)$				
q_{18}	$(q_{14}, 2, r)$					
q_{19}		$(q_{19}, 1, l)$		(q_{20}, A, l)		
q_{20}		$(q_{20}, 2, l)$	$(q_{21}, 3, r)$			
q_{21}		$(q_{22}, 3, r)$		(q_{23}, A, r)		
q_{22}	$(q_{14}, 2, r)$	$(q_{22}, 2, r)$		(q_{22}, A, r)		
q_{23}	$(q_{23}, 1, r)$				(q_y, B, r)	

2. 证明：$P \subseteq co\text{-}NP$。

2. 证明：对任意 $L \in P$，有 $\overline{L} \in P \subseteq NP$，因此 $L \in co\text{-}NP$。

3. 证明：如果 $NP \neq co\text{-}NP$，则 $P \neq NP$。

3. 证明：我们证明本结论的逆否命题：如果 $P = NP$，则 $NP = co\text{-}NP$。

设 $P = NP$。

对任意 $L \in NP = P$，有 $\overline{L} \in P = NP$，因而有 $L \in co\text{-}NP$。故 $NP \subseteq co\text{-}NP$。

对任意 $L \in co\text{-}NP$，有 $\overline{L} \in NP = P$，因而有 $L \in P = NP$。故 $co\text{-}NP \subseteq NP$。

由上述结论，有 $NP = co\text{-}NP$。