§7.6 分枝定界法

一．旅行售货员问题(TSP)

1.思想：用树的结点代表问题解(格局)的集合，结点的孩子代表所代表的解(格局)的一个子集。最后叶结点代表一个解(格局)。

用类似剪枝的技术，优先搜索代表较优解的结点，删除不必要搜索的树枝。尽快找到最优解。

2.例子：旅行售货员问题，距离矩阵如下：

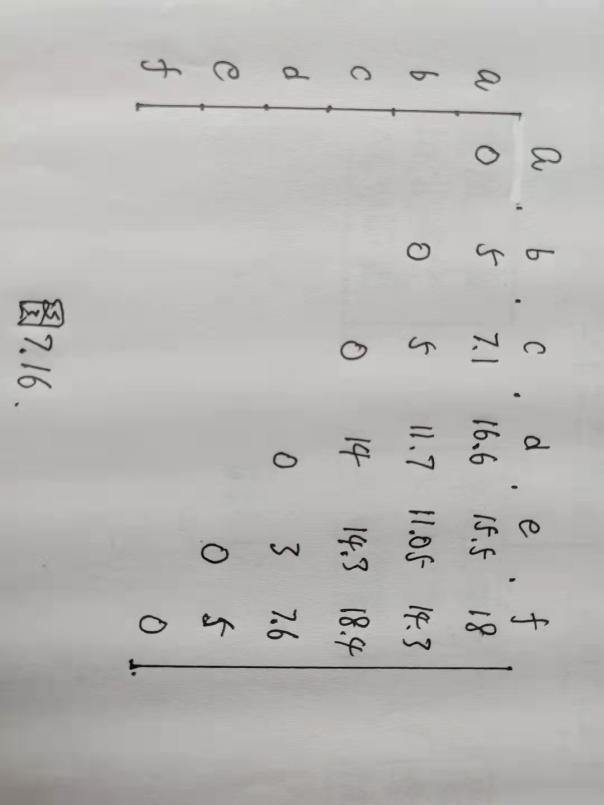


图7.16

如果试遍个结点的所有Hamilton圈，将用时间。

我们用分枝定界法。树根代表所有可能的Hamilton圈，Hamilton即前面所说的解(格局)。每个结点有两个孩子，把该结点所代表的Hamilton圈的集合分为两组，一组中的圈包含某条特定边，另一组中的圈不含该边。上例中的树如下：

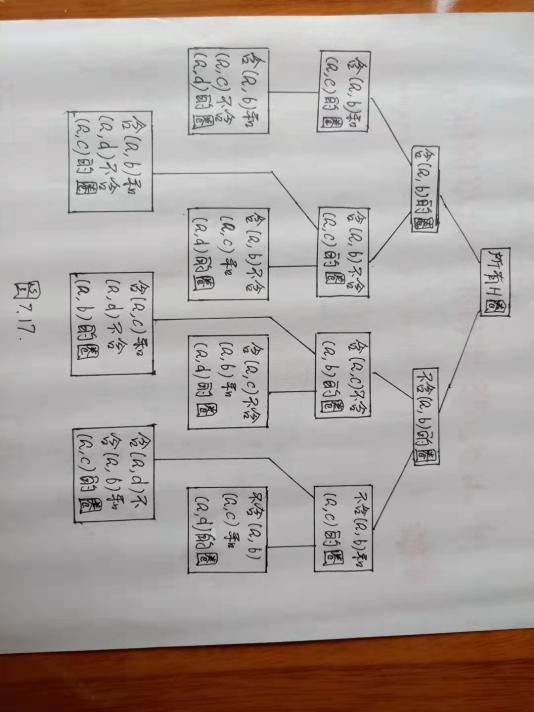


图7.17

3.分枝定界法所需的定界启发技术

(1) 思想：我们算出每个结点所代表的圈的边权之和(代价)的下界，如果目前所找到的最好解的代价小于某结点代价的下界，那么该结点以下的结点不需要搜索。

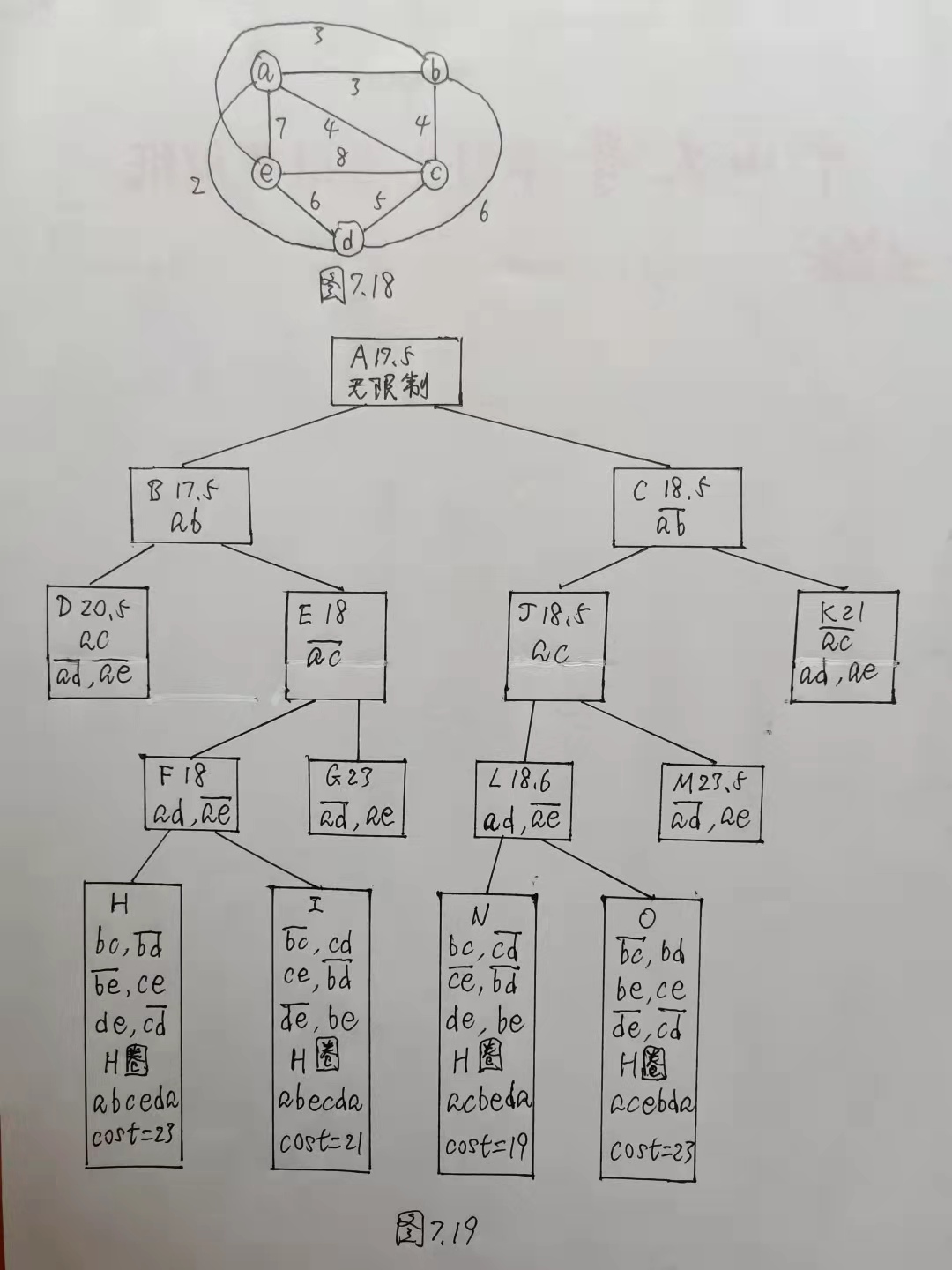
(2) 下界估计函数

由于Hamilton圈的代价不小于该圈上所有顶点关联的两条边的权之和(对所有顶点求和)的一半。

取下界估计函数：

（根节点的下界）

(3) 例子：

 图7.18

根结点的下界估计：

(4) 根据限制改变下界估计函数

某些结点指定取集合中的边，不取集合中的边。那么，计算下界函数时，中的边一定要用于计算，即使它们的权可能不是最小的。中的边不能用于计算，即使它们的权可能是最小的。对于不属于中的边，我们取权最小的边计算。

例如：上例中限制取不取

与关联的边取和;

与关联的边取和;

与关联的边取和;

与关联的边取和;

与关联的边取和;

下界函数

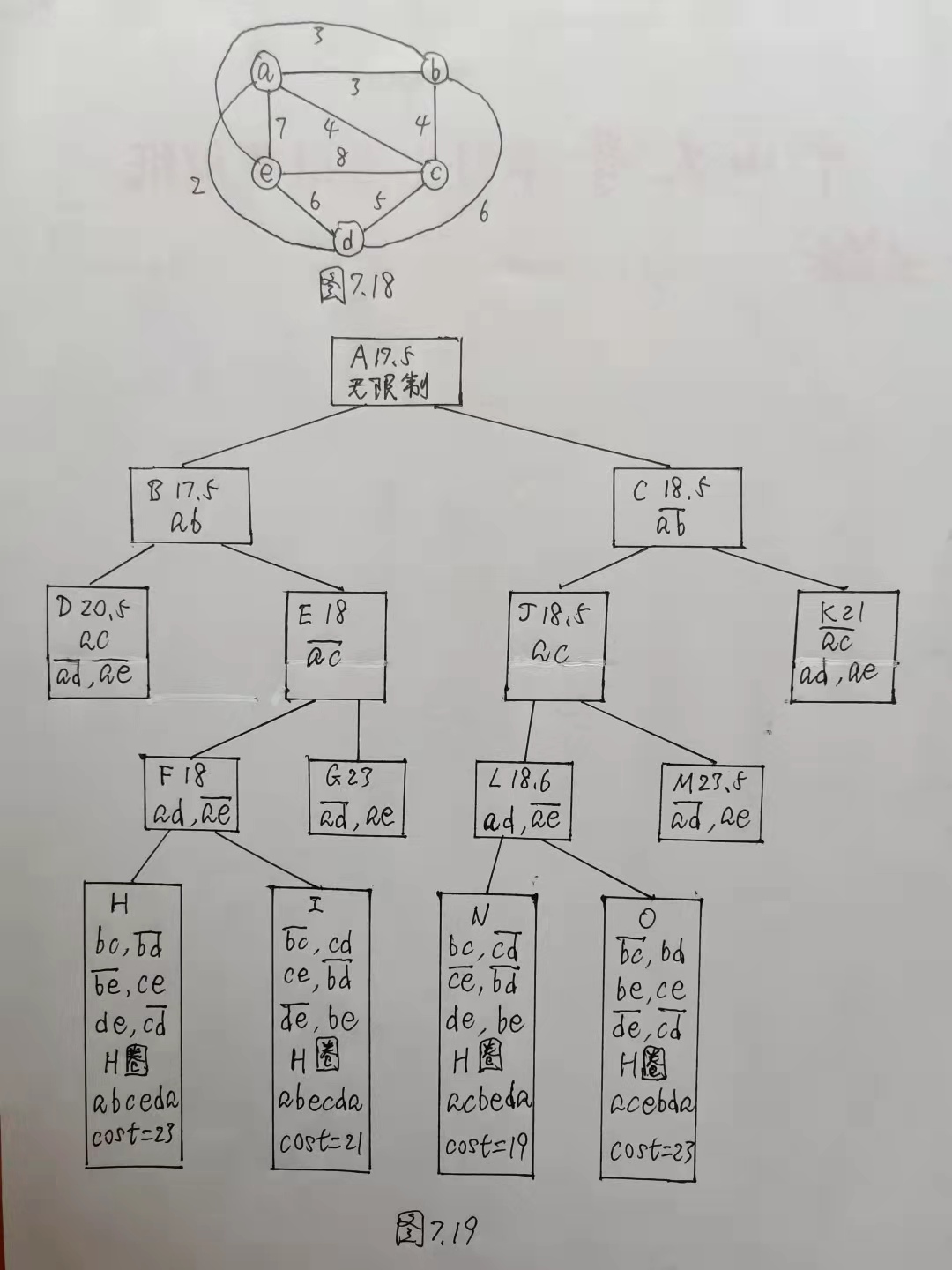
(5) 分枝定界技术

每个结点有两个孩子，一个孩子代表包含某一指定边的解集，另一孩子代表不含该边的解集。某些边可以按以下规则包含或排除。

1. 如果排除边，将使或不能与两条边关联，则包含边；
2. 如果包含边，将使或度数大于2，或形成一个非Hamilton的圈，那么排除边。

我们优先发展下界最小的结点。如果某个结点的下界大于目前已知最好解的代价，则对该结点以下的结点剪枝。

4.例子：图7.18的TSP问题的分枝定界法求解的过程(见图7.19)。

 图7.19

\*注：分枝定界法最坏情况下也是指数时间的，但通常很快可以求出最优解。

二．背包问题

1.问题：

给定价值为的个物品，要放入总体积是c的背包中，个物品的体积分别是，要使得放入背包中的物品价值最大。

设个变量，表示物品放入背包中，表示物品不放入背包中。则问题表达为：

或1，。

2. 例子：

或1，。

其中：物品的体积，物品的价值，背包的体积。

3.解空间：

图7.20

3种物品的单位体积的价值：，，

。

4.分枝定界

\*根结点的上界：

按物品的单位体积的价值从大到小取物品，要求所取物品体积的和小于等于，最后剩余的体积取下一物品的一部分，这样求出的总价值是根结点的上界。

例如：上例中：

于是，上界

\*内部结点的上界：

如果某一结点规定某些必须取1，某些必须取0，则那些取1，那些取0，其余的按单位体积价值从大到小取物品，使得所取物品的体积之和小于等于，最后剩余的体积取下一物品的一部分。这样求出的总价值为该结点的上界。

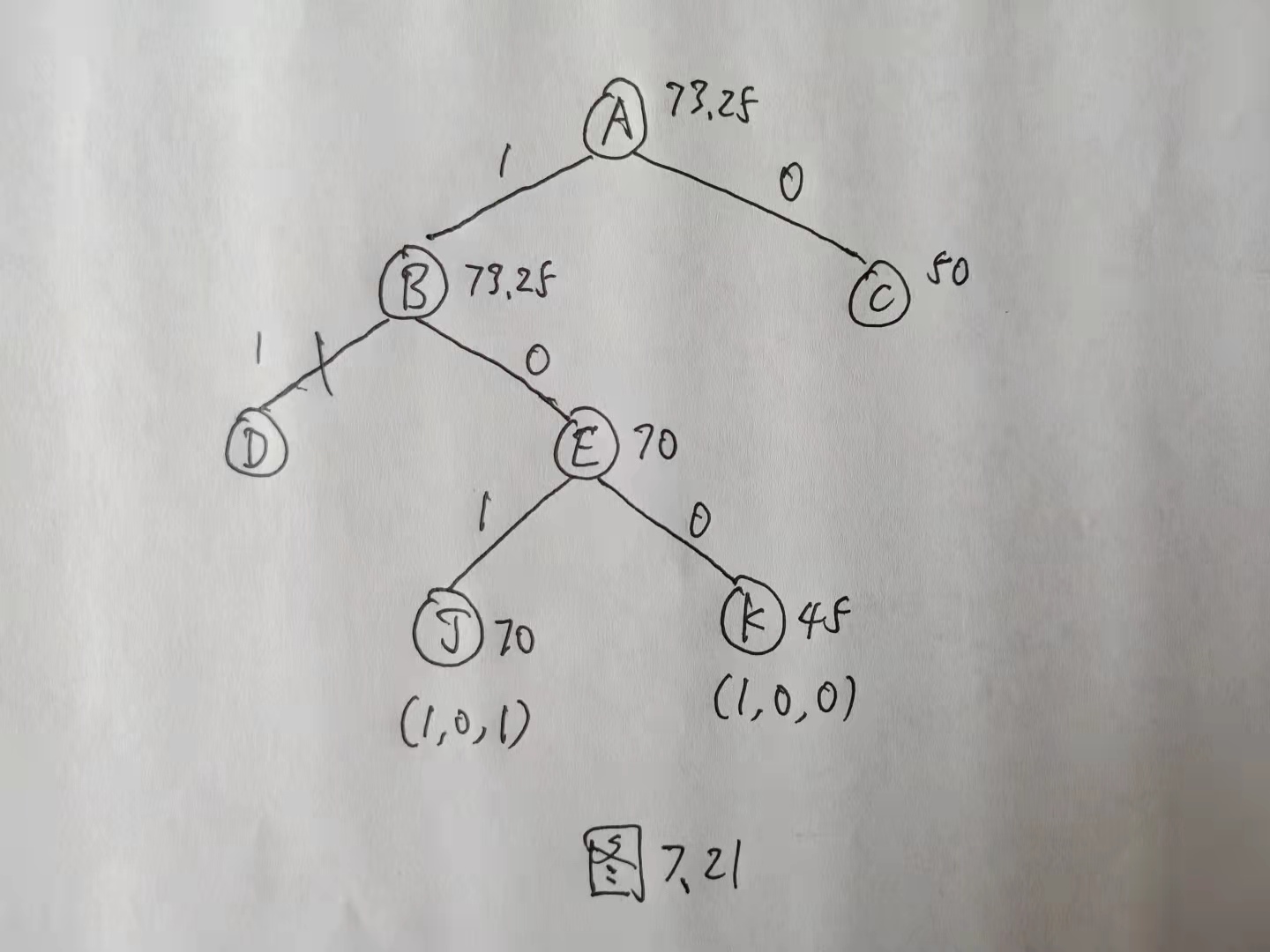
5.剪枝

我们把所有活结点放在优先队列中，优先发展上界最大的结点。若某一结点的上界小于目前已知的一个解的价值，那么，该结点的孩子可以剪枝，不用再考虑了。

如果某一结点规定要取的物品的体积已经大于，则该结点及其子

树也不用再考虑了，可以剪枝。

例子：上例用分枝定界法求解的树如图7.21。

图7.21

作业17：

1.根据以下距离矩阵，用分枝定界法，求TSP问题的解。

设按字典序考虑各边。

a b c d e