

文章编号: 1000 0534(2006) 04 0593 08

三维多层流过山产生的山地重力波研究

李子良^{1, 2}

(1. 北京大学 物理学院大气科学系, 北京 100871; 2. 中国海洋大学 物理海洋试验室, 海洋气象系, 山东 青岛 266003)

摘 要: 为了研究三维多层气流过山产生的三维山地重力波和大气船波动力学理论, 在本文中, 改进了一个多层流过山的三维山地重力波的线性理论计算模式, 分析了三维多层流过孤立山地产生的三维山地重力波和大气船舶波的物理机制及其表现特征。揭示了多层流过孤立地形产生发散模态和横波两种模态拦截背风波的气象条件, 增强了人们对山地重力波动力学的理解和对山脉重力波及其相联系的山脉天气的预测能力。

关键词: 山脉重力波; 大气船波; 发散模态; 拦截模态

中图分类号: P425.8⁺3 **文献标识码:** A

1 引言

气流过山及其所产生的山脉重力波的研究最早开始于 Queney^[1] 和 Scorer^[2] 二维流过长山脊的开创性研究工作。此后气流过山的研究基本上可以分为二维流过长山脊和三维流过孤立山脉两方面的工作, 人们提出了许多不同的机制来解释气流过山脊或孤立山脉所产生的山脉重力波和下坡风的发展和演变, 如线性共振理论, 水跃假设和临界层的波破碎等。Smith^[3, 4]、Durran^[5]、Baines^[6] 和 Wurtele 等^[7] 对气流过山脊或孤立山脉所产生的山脉重力波动力学进行了深入的研究和评论。如 Wurtele^[8]、Crapper^[9, 10] 和 Janowitz^[11] 最早进行了三维非静力条件下的单一层气流过孤立障碍物的线性理论分析, 与此同时 Smith^[12~14] 和 Phillips^[15] 则最早进行了三维静力条件下的一层气流过孤立障碍物的线性理论分析。同时 Smith^[16]、Smolarkiewicz 等^[17]、Queney^[18] 和 Hoiinka^[18] 强调了山脉对天气尺度和中尺度大气流动的影响。而 Crapper^[10]、Sharma 等^[19]、Gjevik 等^[20]、Grubišić 等^[21] 则强调了环境风速和稳定度的垂直变化效应等。上述许多学者利用线性理论分析和数值模拟研究了三维单一层流动过山所产生的山脉重力波和大气船波, 虽然他们考虑了风速随高度连续变化对三维山脉背风波的产生和演变的作用, 但是山脉背风波, 特别是大振幅的水跃背风波等显然与分层大气流动相联系。

山脉对大气的影 响, 一方面表现在山脉迎风坡气流绕山和越山爬升的动力和屏障作用, 可以很好地解释山脉迎风坡多暴雨的气候事实; 另一方面, 山脉背风面也同样对天气系统的发生发展乃至大气环流有重要影响。山脉重力波可以发生在大气层的各个高度上, 山脉重力波的不稳定破碎所产生的高空晴空湍流和低空转子环流及其相伴随的低层湍流严重影响航空飞行安全。二维二层模式^[2] 气流过地形的研究早在人们发现山脉重力波时就已经开始, Klemp 等^[22] 应用线性扰动理论研究了二维多层大气条件下的线性静力波的共振特征, 他们分析了二层、三层和四层大气结构条件下的山脉背风波和强烈下坡风特征。

而对于三维分层模式山脉重力波动力学的研究, 由于数学处理上的困难, 三维分层流动过孤立山脉所产生的山脉重力波的研究工作却并不多见。Smith^[4] 分析了三维三层模式下的大气层结气流过二维山脉地形所产生的山脉重力波的线性理论, 研究了发散模态和横波模态两种拦截背风波模态产生的气象条件以及不同大气流动, 不同大气层结条件和地形的相互作用。但是实际的气流是由多层具有不同物理属性的流体所组成, 并且在流体界面发生复杂的相互作用, 对山脉波动力学产生重要的影响, 因而对于理解山脉重力波产生和演变的动力机制, 多层模式动力学研究是人们认识事物发展的必由之路, 因而我们有必要探索三维多层流动过山所

产生的波动特征。为了研究三维流动过孤立山脉所产生的流动特征,在 Klemm 等^[23]和 Smith^[4]研究工作的基础上,发展了一个三维多层山脉重力波的线性理论计算模式,该模式可以进行不同大气层结气流对各种山脉地形响应所产生的山脉重力波的计算。计算结果表明,多层流动过地形产生发散模态和横波两种模态的拦截背风波。

2 三维多层模式大气内船舶波动力学理论

对于绝热、无摩擦、不可压的定常态流动,三维线性内重力波传播的控制方程(Baines^[6]方程 4.13.1~4.13.5)为在 x 方向的动量方程是:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1a)$$

在 y 方向的动量方程是:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} + V \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (1b)$$

在 z 方向的动量方程是:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} + V \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{g}{\rho_0} \rho', \quad (1c)$$

密度守恒方程是:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + U \frac{\partial \rho'}{\partial x} + V \frac{\partial \rho'}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0, \quad (1d)$$

连续方程是:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1e)$$

式中, $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$, $p(x, y, z)$, $\rho'(x, y, z)$ 分别表示三个扰动速度分量、气压和密度场, x, y, z 是水平坐标和平行于重力矢量的垂直坐标,对于小振幅扰动,动量和密度的非线性平流被看作为高阶小量而不予考虑。浮力频率定义为

$$N^2 = (-g/\rho_0)(d\rho/dz),$$

式中 ρ 是参考状态密度, $U(z)$, $V(z)$ 和 $\rho(x, y, z)$ 是基本状态的速度和密度分布,而且 $U(z)$, $V(z)$ 只是高度 z 的函数,不考虑地球旋转效应。

我们可以从方程(1)中消除 u, v, p, ρ' , 把方程(1)化为单一的垂直运动速度方程:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right]^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] w + N^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] w - \left[\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right]$$

$$\cdot \left[\frac{d^2 U}{dz^2} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{d^2 V}{dz^2} \frac{\partial}{\partial y} \right] w = 0 \quad (2)$$

对于驻山脉重力波动问题,在准定常流动假设条件下,不考虑方程中的时间导数项,方程(2)变为

$$\left[U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right]^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] w + N^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] w - \left[U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right] \cdot \left[\frac{d^2 U}{dz^2} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{d^2 V}{dz^2} \frac{\partial}{\partial y} \right] w = 0. \quad (3)$$

方程(1)中的所有系数与 x, y 无关,因而傅立叶变换方法有可能会提供简单的求解形式和结果。我们对垂直速度进行傅立叶变换,得:

$$\hat{w}(k, l, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint \hat{w}(x, y, z) \cdot \exp(-ikx - ily) dx dy. \quad (4)$$

将垂直速度从物理空间变换到傅立叶空间而得到傅立叶空间的垂直速度运动方程为

$$\sigma^2 \hat{w}_{zz} + [(k^2 + l^2)(N^2 - \sigma^2) - \sigma \sigma_{zz}] \hat{w} = 0, \quad (5)$$

式中的 $\sigma = kU + lV$ 为固有频率,变换方程(5)是三维线性山脉重力波的控制方程,许多学者如 Scoree^[2], Wurtele^[8]、Crappier 等^[10]进行了早期的研究工作,Smith^[4]做了比较详细的分析和研究。

根据 Smith^[4]的研究,定义垂直运动速度 $w(x, y, z) = U\eta_x + V\eta_y$, 在三维问题中引入垂直位移 $\eta(x, y, z)$, 并对其进行傅立叶变换,得:

$$\hat{\eta}(k, l, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint \hat{\eta}(x, y, z) \cdot \exp(-ikx - ily) dk dl. \quad (6)$$

因而在傅立叶空间垂直运动速度可以写为 $\hat{w}(k, l, z) = i\sigma \cdot \hat{\eta}(k, l, z)$, 就可以得到三维中的山脉波的垂直位移控制方程为

$$(\sigma^2 \eta_z)_z + (k^2 + l^2)(N^2 - \sigma^2) \eta = 0. \quad (7)$$

假设大气具有 P 层分布($p=1, 2, \dots, Q$), 层与层之间的界面高度为 z_p , 对于每一层内, 风速 U_p, V_p 和固有频率 σ_p ($\sigma_p = kU_p + lV_p$) 看作是常数, 而对于各层之间具有不同的风速和稳定度, 则方程(7)的解为

$$\eta_p(k, l, z) = A_p \exp(im_p z) + B_p \exp(-im_p z), \quad (8)$$

式中 $m_p^2 = (k^2 + l^2)(N_p^2 - \sigma_p^2)/\sigma_p^2$, 假设垂直波数 m_p

的符号由 $\text{sign}(\sigma_p)$ 确定, m_p 的符号和 $\text{sign}(\sigma_p)$ 的符号是相同的。当 $|\sigma_p| \ll N_p$, 垂直波数几乎与 σ_p 无关(特别是当 $l=0$ 时), 波动是非频散的; 当 $|\sigma_p| \sim N_p$ 时, 波动是频散的; 当 $|\sigma_p| > N_p$, 垂直波数是虚数, 波动解是随高度指数衰减的无穷小的衰减波。 A_p 和 B_p 分别是上行和下行波动的振幅系数, 可由上、下边界条件和内边界条件确定。

流体界面的动力学内边界条件分别为

$$\begin{cases} \eta_p = \eta_{p+1}, & \text{运动连续条件} \\ \sigma_p^2 \frac{\partial \eta_p}{\partial z} = \sigma_{p+1}^2 \frac{\partial \eta_{p+1}}{\partial z}, & \text{气压连续条件} \end{cases} \quad (9)$$

利用内边界条件(9)式代入到山脉波方程(8)式有:

$$\begin{aligned} A_p &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{m_{p+1} \sigma_{p+1}^2}{m_p \sigma_p^2} \right] \exp(i(m_{p+1} - m_p)z_p) A_{p+1} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[1 - \frac{m_{p+1} \sigma_{p+1}^2}{m_p \sigma_p^2} \right] \exp(-i(m_{p+1} \\ &\quad + m_p)z_p) B_{p+1}, \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} B_p &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{m_{p+1} \sigma_{p+1}^2}{m_p \sigma_p^2} \right] \exp(i(m_{p+1} + m_p)z_p) A_{p+1} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[1 + \frac{m_{p+1} \sigma_{p+1}^2}{m_p \sigma_p^2} \right] \exp(-i(m_{p+1} \\ &\quad - m_p)z_p) B_{p+1} \end{aligned}$$
$$p = 1, 2, \dots, Q-1, \quad (10b)$$

上边界条件要求波动向上是衰减的或为辐射边界条件, 则有:

$$\begin{cases} A_{Q-1} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{m_Q \sigma_Q^2}{m_{Q-1} \sigma_{Q-1}^2} \right] \exp(i(m_Q \\ \quad - m_{Q-1})z_{Q-1}) A_Q \\ B_{Q-1} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{m_Q \sigma_Q^2}{m_{Q-1} \sigma_{Q-1}^2} \right] \exp(i(m_Q \\ \quad + m_{Q-1})z_{Q-1}) A_Q \end{cases} \quad (11)$$

线性下边界条件为

$$\eta(x, y, 0) = h(x, y),$$

式中 $h(x, y)$ 为山脉地形分布函数, 如果对此山脉地形进行傅立叶变换, 则:

$$h(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint h(k, l) \exp(-ikx - ily) dk dl,$$

就可以把山脉地形从物理空间变换到傅立叶空间, 则下边界条件变为

$$A_1 + B_1 = h(k, l),$$

如果在下边界条件中引入反射系数 p 来描述下行波的局部吸收机制, 上式变为

$$A_1 = h(k, l) - qB_1, \quad (12)$$

即上行波的振幅是由地形产生的波动和下行波的上行的反射波动两部分组成, 其中 $0 < q < 1$ 是对下边界层湍流和下边界临界层吸收造成的下行波动耗散的参数化。

利用界面内边界条件(10)式及上下边界条件(11)式和(12)式, 我们很容易得到方程(8)的解 $\eta(k, l, z)$, 并将其从傅立叶空间变换回物理空间, 有:

$$\eta_p(x, y, z) = \iint \eta_p(k, l, z) e^{(ikx + ily)} dk dl, \quad (13)$$

(13)式描述了三维多层模式线性山脉重力波解。如果我们选取 l , (13)式就可以化为二维二层模式下的 Scorer 方程或变成一维的 Lyra^[23] 和 Queney^[1] 的研究工作。如果我们选取 Q , 从(8), (10)~(12)式很容易得到 Smith^[4] 的三维三层山脉背风波模式。

3 三维多层模式波动场的数值计算

我们编写了一个三维多层山脉波重力波模式数值求解(13)式, 模式采用快速傅立叶变换技术, 利用该线性模式, 可以进行具有不同风场和稳定度多层分布的大气层结流体对不同山脉地形的响应所产生的山脉重力波场的数值计算。如果我们选取外层计算域的水平格点数 1024×1024 , 内层计算域的水平格点数 1000×1000 , 其水平格距为 1 km, 在大小计算域之间设置一个衰减缓冲区, 山脉地形位于计算区域的中心位置, 同时在下边界引入反射系数因子 p 以描述下行波动的局部吸收特征, 上边界条件则采用辐射上边界条件。

模式计算中参数的选取必须满足三维流动中的 Scorer 山脉背风波条件。由方程(8)、流体界面内边界条件(9)式及其均匀的下边界条件 $\eta(z=0) = A_1 + B_1 = 0$, 对于三维中的二层模式分布, 可用超越函数描述山脉背风波的共振条件(文献[4], 方程(40)~(42)式)为

$$\text{Contangent}(m_1 z_1) = - \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^2, \quad (14)$$

式中:

$$\begin{aligned} m_1^2 &= (k^2 + l^2) \left(\frac{N_1^2}{\sigma_1^2} - 1 \right) > 0, \\ m_2^2 &= (k^2 + l^2) \left(1 - \frac{N_2^2}{\sigma_2^2} \right) > 0, \end{aligned}$$

垂直波数 m_1 和 m_2 分别满足 $m_1^2 > 0$ 和 $m_2^2 > 0$, 为三维流动中的 Scorer 山脉背风波条件, 它要求 Scorer 参数随高度减少。三维山脉波有发散模态和横波模态两种类型的背风波, 发散波自下游中心线向外展开, 是三维流动中最常见的山脉波模态, 而横波模态越过下游中心线几乎与流动方向正交。对于垂直波数 $m^2 > 0$ 的区域, 其波动是垂直传播的。如果 m^2 随高度减少, 到达某一高度后变为 $m^2 < 0$, 在此高度之上的波动是衰减的, 这个高度称为拦截高度。在给定的大气条件下, 短波可能在低层被拦截, 长波可能在高层被拦截或不被拦截。

我们具体计算了三维多层模式流动过孤立山脉、无限长山脊及非对称山脉的特征。山脉地形取常用的钟形山脉, 得:

$$h(x, y) = \frac{h_m}{1 + x^2/a^2 + y^2/b^2}, \tag{15}$$

式中的 a 和 b 为 x 和 y 水平方向的山脉半宽度, h_m

为山脉高度, 对于圆形山脉 h_m 取 2 km, 对于非圆形山脉 h_m 取 1 km。我们可以利用该三维多层模式计算三维多层流动过地形所产生的三维山脉重力波解, 探求不同流动条件对山脉地形的特征及其所产生的山脉重力波特征。

4 三维多层模式波动场的计算结果分析

对于单一层流过山脉地形所产生的垂直传播重力波, 波能和波应力主要集中在抛物线 $x = (U/Naz)y^2$ 区域(见文献[12], 方程(33)), 抛物线宽度随高度 z 增加而加宽。因为山脉是波动源, 波能和波应力必须是水平辐射并垂直远离山脉, 波能的辐射导致位移场的加宽。如图 1 和图 2 所示, 波动的能量主要集中在山脉下游的抛物线区域, 在低层 2 km 高度上的抛物线宽度较狭窄, 而高层 5 km 高度上的抛物线宽度则较宽。而且高低层之间的位相是

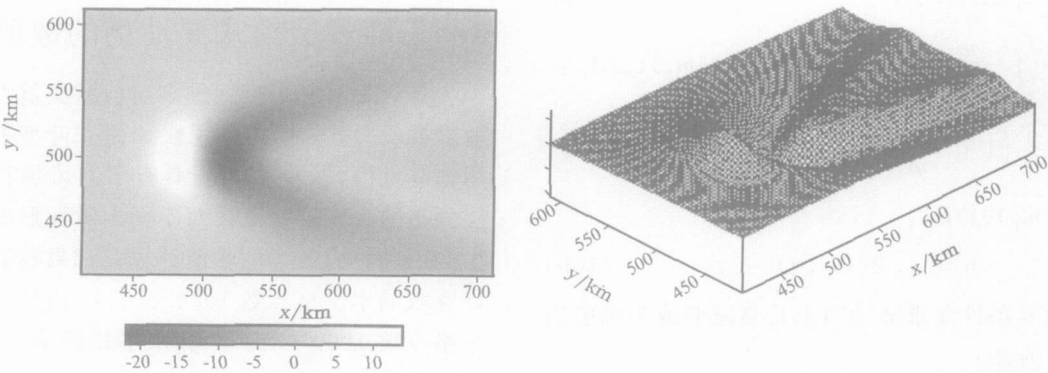


图 1 低层 2 km 高度上的垂直传播波, 波动的能量主要集中在山脉下游的抛物线区域
 $N_1 = N_2 = N_3 = 0.012 \text{ s}^{-1}$, $U_1 = U_2 = U_3 = 20 \text{ m/s}$, $V = 0$, $h_m = 1 \text{ km}$, $ax = 2 \text{ km}$, $ay = 2 \text{ km}$, $q = 0.93$, $z = 2 \text{ km}$

Fig. 1 Vertical Propagating wave at $z = 2 \text{ km}$ highs

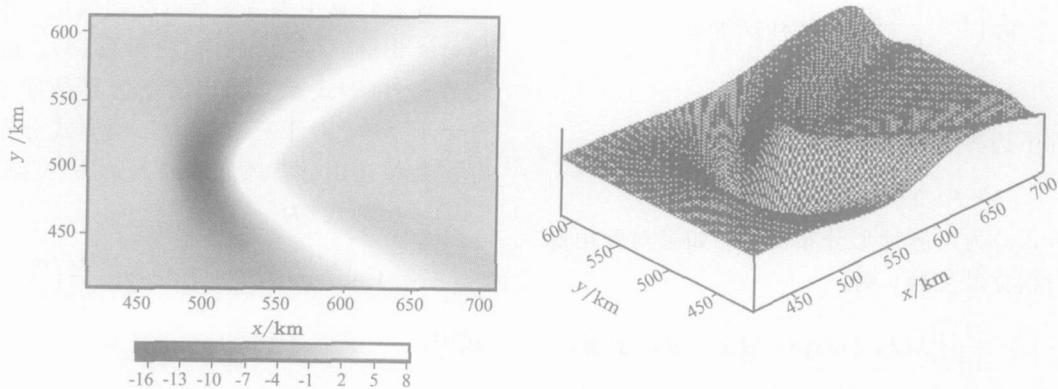


图 2 高层 5 km 高度上的垂直传播波与低层之间的位相是相反的, 且抛物线宽度加宽
 $z = 5 \text{ km}$, 其它参数同图 1

Fig. 2 Vertical propagating wave at $z = 5 \text{ km}$ highs, with the same parameters as Fig. 1

相反的，与低层波动相比，最大上升运动区移到了背风坡，而其下游的波动与低层相比没有明显的差别，只是楔形角有所增大。在低层 2 km 高度的波动强度较强，在高层 5 km 高度的波动强度较弱，但这并不是由于衰减而是扰动随高度周期变化的结果。因此，如果上层大气结构没有明显的变化，没有出现分层流动结构，则单一层大气中的垂直传播的山脉重力波可以在对流层和平流层等中上层大气中传播。在单一层大气中，地形引起垂直传播的重力波的能量可以传输到很高的高度，山脉波向上的波能的传输必然伴随向下游的动量的传输而对大气运动产生阻力，对于图 1 和图 2 的情形，低层 2 km 的山脉波动阻力是 $0.99\text{ kg}\cdot\text{m/s}$ ，而在高层 5 km 的山脉波阻是 $-6.25\text{ kg}\cdot\text{m/s}$ ，因而山脉波动引起的能量输送在大气环流的动量平衡中起着重要的作用，山脉重力波阻的参数化对改进数值天气预报模式和大气环流模式，减少西风带急流强度模拟所产

生的系统偏差是必要的。

气流和地形的相互作用决定了大气船波的特征，要得到拦截背风波，大气层结参数和风速随高度的变化就必须满足三维流动中的 Scorer 山脉背风波条件。如对于三层模式的计算，我们选取每一层的风速分别为 $U_1=18\text{ m/s}$ ， $U_2=32\text{ m/s}$ 和 $U_3=22\text{ m/s}$ ；每一层稳定度参数分别为 $N_1=0.012/\text{s}$ ， $N_2=0.006/\text{s}$ 和 $N_3=0.008/\text{s}$ 。这样不但满足 Scorer 参数随高度减少的条件，而且选取中层具有较上下二层更小的 Scorer 参数，使得山脉波的短波分量的垂直向上传播会被发射而形成向下游水平传播的拦截背风波，而山脉波中的长波分量可以向上传播到第二个模式界面层，短波再次被拦截，而更长波长的波动可以传播到上层大气，它们可以引发地表和大气之间的能量交换。

对于气流过孤立地形的情况，特别是圆形山脉，发散模态和横波模态常常并存出现。但对于孤

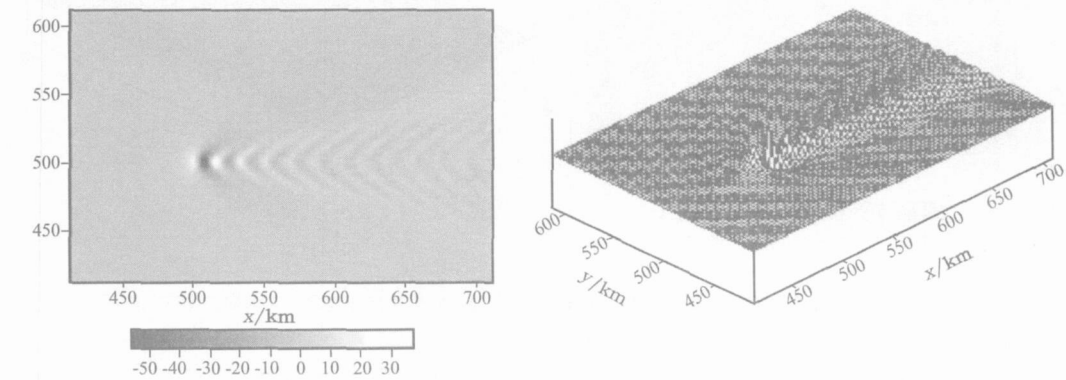


图 3 气流过孤立山脉所产生的背风波，其波动能量自下游中心线向外辐射展开
 $N_1=0.012/\text{s}$ $N_2=0.006/\text{s}$ $N_3=0.008/\text{s}$ $U_1=18\text{ m/s}$ $U_2=32\text{ m/s}$ $U_3=22\text{ m/s}$ ， $V=0$ ， $h_m=1\text{ km}$ ，
 $\alpha x=2\text{ km}$ ， $\alpha y=2\text{ km}$ ， $q=0.90$ ， $z=2\text{ km}$

Fig. 3 The trapped lee waves generated by flow over an isolated mountain

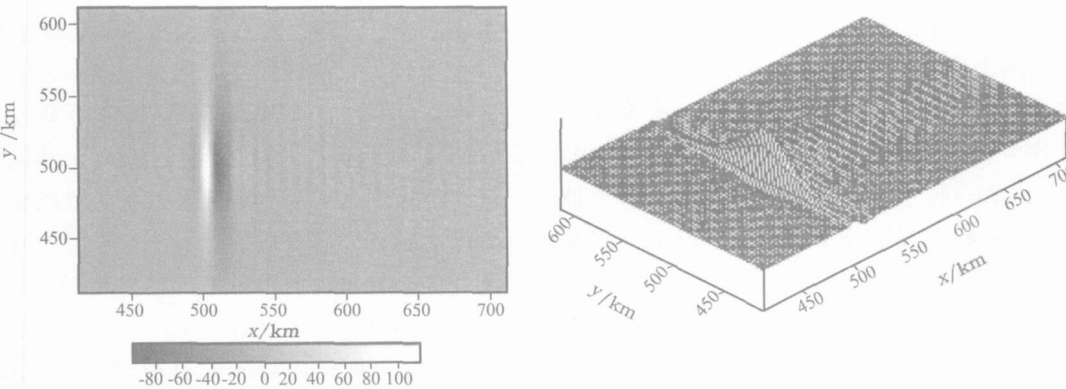


图 4 气流过长山脊产生的背风波，具有二维山脉背风波的特征，只有横波模态出现
 $\alpha y=25\text{ km}$ ，其它参数同图 3

Fig. 4 The trapped lee waves generated by flow over a long ridge, with the same parameter as Fig. 3

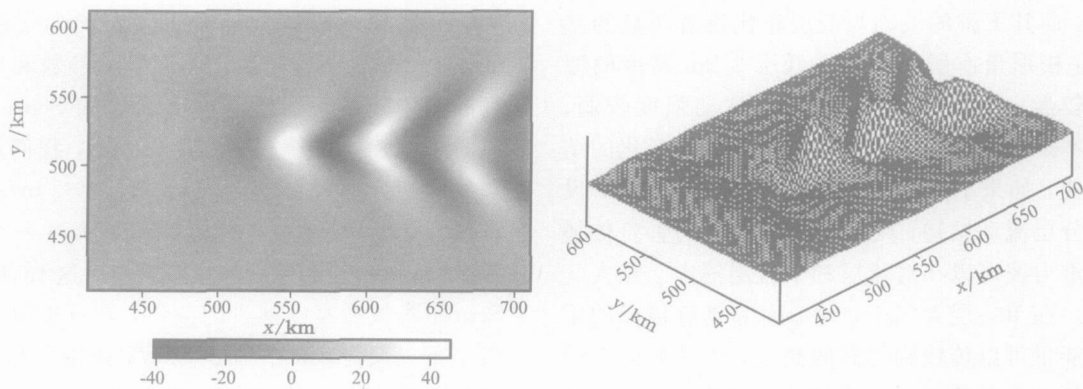


图 5 低层气流过孤立山脉所产生的拦截模态和发散模态并存的三维山脉背风波

$N_1=0.012/s$, $N_2=0.005/s$, $N_3=0.009/s$, $N_4=0.012/s$, $U_1=18\text{ m/s}$, $U_2=32\text{ m/s}$, $U_3=22\text{ m/s}$,
 $U_4=22\text{ m/s}$, $V=0$, $q=0.90$, $h_m=1\text{ km}$, $ax=2\text{ km}$, $ay=2\text{ km}$, $z=2\text{ km}$

Fig. 5 The lee waves generated by the four layer flow over an isolated mountain at $z=2\text{ km}$

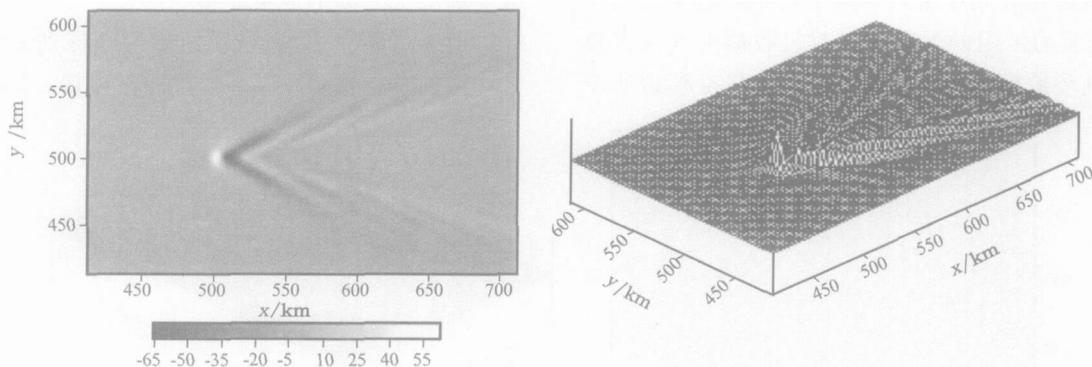


图 6 高层气流过孤立山脉所产生的发散波, 其波动能量自下游中心线向外辐射展开
 $z=5\text{ km}$, 其它参数同图 5

Fig. 6 The lee waves generated by four layer flow over an isolated mountain at $z=5\text{ km}$, with the same parameted as Fig. 5

立山脉, 如果增加流动速度, 只有发散模态存在, 而在山脉下游中心线上无横波模态出现, 流动过孤立山脉的响应所产生的发散波, 其波动能量自下游中心线向外辐射展开(图 3)。增加流动速度, 相当于减少无量纲山脉高度和增加 Froude 数。随着流速的增加, 就没有横波模态出现, 如果没有横波模态也就无背风波出现。流动对小波数长山脊的响应, 具有二维的山脉背风波的特征, 无发散背风波模态出现, 只有横波模态出现(图 4), 长山脊因侧面频散缓慢衰减而产生强横波。

同样对于四层模式的计算, 我们选取每一层的风速分别为 $U_1=18\text{ m/s}$, $U_2=32\text{ m/s}$, $U_3=22\text{ m/s}$ 和 $U_4=22\text{ m/s}$; 每一层稳定度参数分别为 $N_1=0.012/s$, $N_2=0.005/s$, $N_3=0.009/s$ 和 $N_4=0.012/s$ 。计算结果表明, 三维四层流动过山产生

的山脉波动具有与单层流动过山所产生的垂直传播波完全不同的波动特征, 在低层 2 km 高度上的辐射宽度较狭窄, 辐射强度和范围较小, 楔形角度明显减少(图 5)。而在高层 5 km 高度上的能量辐射宽度较大, 范围较宽, 但是能量减弱, 主要为发散模态(图 6)。但同垂直传播的非拦截波相同的是它们在高低层之间的位相是相反的, 背风坡的下沉气流传播到高层后变成上升气流, 背风坡的上升气流传播到高层后变成下沉气流, 分层上升气流和下沉气流交替出现向山脉下游辐射展开并远离山脉。

流动对左右非对称山脉的响应表现出第二横波模态, 如果把长山脊顺时针旋转 45° , 则山脉背风波场含有两个横波背风波列(图 7)。由于波长较长的和波长较短的两个波动的群速的传播方位的差异, 两个横波各自在下游传播而不互相干扰, 具有

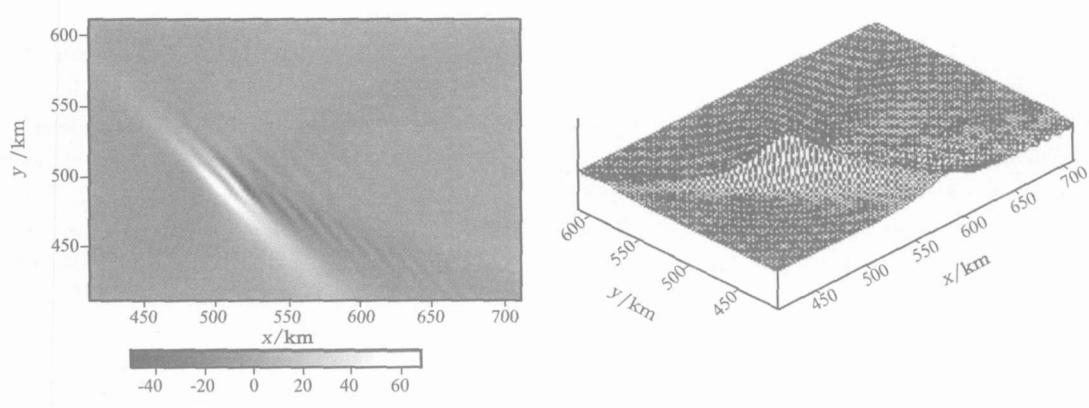


图 7 气流过不对称山脉所产生的山脉背风波，具有两个背风波列
把长山脊顺时针旋转 45° ，即 $\text{rot}=45^{\circ}$ ，其它参数同图 3

Fig. 7 The two lee wave train generated by flow over an asymmetry mountain ($\text{rot}=45^{\circ}$), with the same parameter as Fig. 3

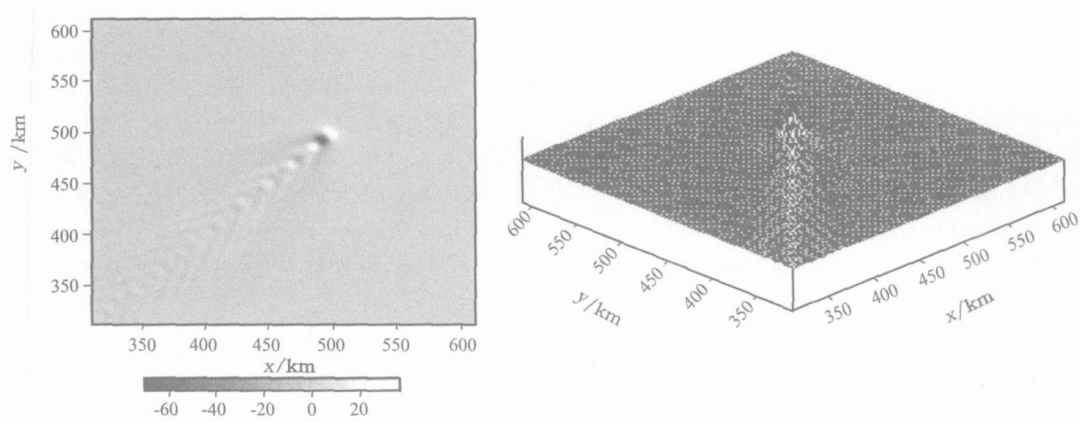


图 8 东北气流过孤立山脉在山脉下游的西南区域所产生的背风波

$U_1=-18\text{ m/s}$ $U_2=-32\text{ m/s}$ $U_3=-22\text{ m/s}$ $V_1=-18\text{ m/s}$ $V_2=-32\text{ m/s}$ $V_3=-22\text{ m/s}$ 其它参数同图 3

Fig. 8 The lee waves generated by northeast flow over an isolated mountain with the same parameter as Fig. 3

较长波长的高阶模态通常具有相对于基本模态较小的传播速度。同时为了更加接近实际情况，我们计算了当流动速度具有南北方向的分量时气流对山脉地形的响应，当东北气流(图 8)过山脉时在山脉下游的西南区域产生山脉背风波，而当西南气流过山脉地形时在山脉下游的东北区域产生山脉背风波。

5 结语

我们编写的三维多层山脉重力波的线性理论模式能够计算不同大气层结条件下的流过各种不同理想地形及实际地形所产生的山脉重力波场，模拟计算了一系列的流过山所引起的流动特征和波动特征，得到了较为理想的流场特征和山脉背风面的波动的传播特征，可以系统而全面地理解和分析二维和三维山脉波动系统和研究流过山的物理问题。简

单的计算结果表明，单一流过山脉将产生垂直传播波，而分层流过山脉则产生发散模态和横波两种模态的拦截背风波。对于表面摩擦和表面加热等表面物理过程、逆温层效应，以及水汽和潜热释放效应对流过山和山脉波动系统的影响还将在今后的工作中在模式里进行合理的考虑和分析研究。

致谢：感谢导师谭本旭教授的指导，同时感谢 Ronald B Smith 教授提供的帮助。

参考文献

[1] Queney P. The problem of air flow over mountains: A summary of theoretical studies[J] . Bull Amer Meteor Soc, 1948, 29: 16- 26
[2] Scorer R S. Theory of waves in the lee of mountains[J] . Quart J Roy Meteor Soc, 1949, 82: 75- 81

- [3] Smith R B. The influence of mountains on the atmosphere [M] . Advances in Geophysics Academic Press. 1979. 29: 87 – 230
- [4] Smith R B. Stratified flow over topography[J] . Environment Stratified Flows. 2002. 121 – 162
- [5] Durran D R. Mountain waves and down slope flows. Atmospheric processes over complex terrain[M] . In: Blumen W ed. Metro. Monographs. Amer. Meteor. Soc. 1990. (23): 59 – 81
- [6] Baines P G. Topography effects in stratified flows[M] . Cambridge University Press. 1995. 488
- [7] Wurtele M G, R D Sharman. A Data. Atmospheric lee waves [J] . Annual Rev Fluid Mech. 1996. 28: 429 – 476
- [8] Wurtele M G. The three dimensional lee wave[J] . Beitr Phys Frei Atmos. 1957. 29: 242 – 252
- [9] Crapper G D. A three dimensional solution for waves in the lee of mountains[J] . J Fluid Mech. 1959. 6: 51 – 76
- [10] Crapper G D. Waves in the lee of a mountain with elliptical contours. Philos. Trans. Roy. Soc. London. A. 1962. 4: 601 – 623
- [11] Janowitz G S. Lee waves in three dimensional stratified flow [J] . J Fluid Mech. 1984. 148: 97 – 108
- [12] Smith R B. Linear theory of stratified hydrostatic flow past an isolated mountain[J] . Tellus. 1980. 32: 348 – 364
- [13] Smith R B. Linear theory of stratified flow past an isolated mountain in isosteric coordinates[J] . J Atmos Sci. 1988. 45: 3889 – 3896
- [14] Smith R B. Hydrostatic air flow over mountains[J] . Advances in Geophysics. 1989. 31: 1 – 41
- [15] Phillips D S. Analytical surface pressure and drag for linear hydrostatic flow over three dimensional elliptical mountain[J] . J Atmos Sci. 1984. 41: 1073 – 1084
- [16] Smith R B. The influence of mountains on the atmosphere [M] . Advances in Geophysics. 1979. 29: 87 – 230
- [17] Smolarkiewicz P K, R Rotunno. Low froude number flow past three dimensional obstacles. Part I: Baroclinically generated lee vortices[J] . J Atmos Sci. 1989. 46: 1154 – 1164
- [18] Hoinka K P. Observations of the airflow over the Alps during a foehn event[J] . Quart J Roy Meteor Soc. 1985. 111: 199 – 224
- [19] Sharman R D, M G Wurtele. Ship waves and lee waves[J] . J Atmos Sci. 1983. 40: 396 – 427
- [20] Gjevik B, T Marthinsen. Three dimensional lee wave pattern [J] . Quart J Roy Meteor Soc. 1978. 104: 947 – 957
- [21] Grubisic V, P K Smolarkiewicz. The effect of bottom friction on shallow water flow past an isolated obstacle[J] . J Atmos Sci. 1997. 54: 1943 – 1960
- [22] Klemp J B, D K Lilly. The dynamics of wave induced down slope winds[J] . J Atmos Sci. 1975. 32: 320 – 339
- [23] Lyra G. Theorie der stationaven Lee wellenstromung in freier [J] . Atmosphere Z. Angew. Math. Mech., 1943. 23: 1 – 28

The Theory and Numerical Calculation of Mountain Gravity Waves Generated by Flow over Hill

LI Zi liang^{1, 2}

(1. Department of Atmospheric Sciences, Physics of School, Peking University, Beijing 100871, China; 2. Laboratory of Physical Oceanography, Department of Marine Meteorology, Ocean University of China, Qingdao 266003, China)

Abstract: The theory and numerical calculation of mountain gravity waves and atmospheric ship waves generated by three dimensional multi layer flow over isolated hill are investigated. Using the three dimensional multi layer linear theory model to calculate the lee wave fields, the characteristics of atmospheric ship waves of trapped and diverging modes are obtained where the three dimensional multi layer flow over isolated mountain under the various stability conditions.

Key words: Mountain gravity waves; Atmospheric ship waves; Diverging mode; Trapped mode