

## 投资学project报告

首先，我选择美国证券市场作为我的目标资产组合的来源，并且从标准普尔500的成分股中选择资产。选择标普500指数成分股的主要原因，首先在于美国市场的数据具有较好的结构，数据获取的难度比较低，这样就可以允许我使用自动化的脚本来计算所有标准普尔500指数成分股（共502支）与指数的相关系数；其次，标普500指数作为market portfolio的一个近似已经经过大量实践的检验，相对具有较好的代表性；第三，标普500成分股的市值总额占美国证券市场总市值的比例较大，能够较好的代表各个行业之间的关系。

在比较所有成分股与指数之间的相关系数后，我按照“相关系数最低”的选择标准进行了选择。由于选取了十年数据（从2005年5月到2015年5月），所以成分股中有些股票的时间序列长度不足（比如卡夫食品，由于在这段时间内曾经经历了一次拆分，成为两个独立的股票上市；Facebook的上市时间不足十年，因此也被舍弃）。在脚本中，如果Composite\_cov函数返回的第二个值为1，表示该股票的时间序列长度不足，需要舍去。

按照这一选择的标准，最终选择了六支股票作为最终构成资产组合所用的股票，它们分别是Family Dollar Stores (FDO), Newmont Mining Corp. (Hldg. Co.) (NEM), Monster Beverage (MNST), Vertex Pharmaceuticals Inc (VRTX), Netflix Inc. (NFLX), Consolidated Edison (ED)。在决定构成后，先计算它们各自的平均收益率，得到的结果如下：

FDO	NEM	MNST	VRTX	NFLX	ED
0.013154509	-0.003439241	0.026765287	0.014998265	0.027315226	0.005926376

然后计算各自的方差：

FDO	NEM	MNST	VRTX	NFLX	ED
0.005586499	0.011206298	0.016313229	0.015818762	0.028448459	0.001797729

协方差矩阵：

COV	FDO	NEM	MNST	VRTX	NFLX	ED
FDO	0.0055383	-0.00085	7.58E-05	-0.000432	-0.000497	0.0002086
NEM	-0.00085	0.0111096	0.00032039	0.0002373	0.0018323	-0.000187
MNST	7.58E-05	0.00032039	0.0161725	0.0010625	0.0015082	0.0003815
VRTX	-0.000432	0.0002373	0.0010625	0.0156823	0.0025949	0.0005610
NFLX	-0.000497	0.0018323	0.0015082	0.0025949	0.0282032	-0.000411
ED	0.0002086	-0.000187	0.0003815	0.0005610	-0.000411	0.0017822

相关系数：

Corr	FDO	NEM	MNST	VRTX	NFLX	ED
FDO	1.0000	-0.1084	0.0080	-0.0464	-0.0398	0.0664
NEM	-0.1084	1.0000	0.0239	0.0180	0.1035	-0.0422
MNST	0.0080	0.0239	1.0000	0.0667	0.0706	0.0711
VRTX	-0.0464	0.0180	0.0667	1.0000	0.1234	0.1061
NFLX	-0.0398	0.1035	0.0706	0.1234	1.0000	-0.0581
ED	0.0664	-0.0422	0.0711	0.1061	-0.0581	1.0000

我们可以看到，由于所选股票都是经过了特别的挑选，因此相关系数极低，最高的也只有0.1左右，这说明由这些股票组成的资产组合将能够发挥很好的分散特有风险的作用。然后，按照如下的权重先构建两个不同的资产组合：

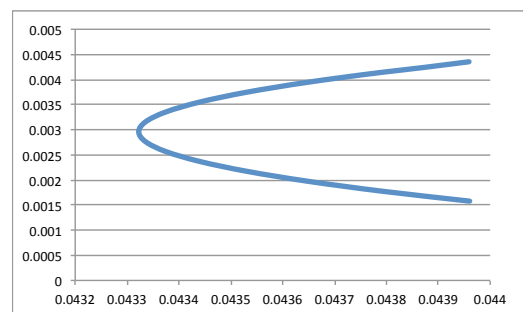
weight1	0.15	0.25	0.1	0.2	0.2	0.1
weight2	0.3	0.05	0.2	0.1	0.1	0.25

Portfolio 1			Portfolio 2		
Expected Return			0.001973176	0.003946353	
Standard Deviation			0.043649102	0.043649102	

两个资产组合之间的协方差可以通过： $\beta_1 \cdot \text{COV} \cdot \beta_2$ 来进行计算，结果为0.00184843。

不同比例混合之后，两个资产组成的效率组合如图所示。

在单因子模型假定下，本资产以S&P 500指数作为市场回报率的参照和近似。因此，单因子模型中的回归系数可以通过Excel中得SLOPE函数得到，计算结果如下表所示：



FDO	NEM	MNST	VRTX	NFLX	ED
0.030652203	0.023393686	-0.142438207	0.174038948	0.082036466	-0.033998458

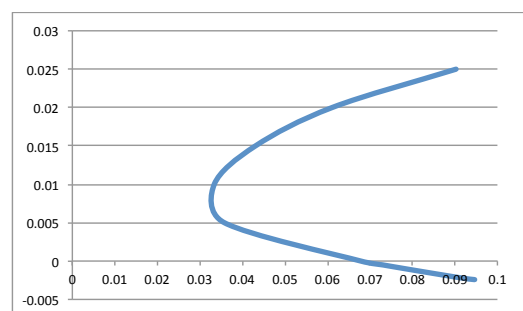
在单因子模型中，1和2的协方差等于回归系数1\*回归系数2\*市场回报率的方差。根据该公式，计算结果如下：

COV	FDO	NEM	MNST	VRTX	NFLX	ED
FDO	1.80E-06	1.38E-06	-8.38E-06	1.02E-05	4.83E-06	-2.00E-06
NEM	1.38E-06	1.05E-06	-6.40E-06	7.81E-06	3.68E-06	-1.53E-06
MNST	-8.38E-06	-6.40E-06	3.89E-05	-4.76E-05	-2.24E-05	9.29E-06
VRTX	1.02E-05	7.81E-06	-4.76E-05	5.81E-05	2.74E-05	-1.14E-05
NFLX	4.83E-06	3.68E-06	-2.24E-05	2.74E-05	1.29E-05	-5.35E-06
ED	-2.00E-06	-1.53E-06	9.29E-06	-1.14E-05	-5.35E-06	2.22E-06

我们可以看到，通过单因子模型近似计算得到的协方差矩阵，其每一项都与采用样本数据一一计算得到的原协方差矩阵有明显的区别。我认为这种区别是由于单因子模型在线性回归的过程中，损失了大量样本的信息量，导致误差增大。单因子模型假定个股的系统风险仅与市场回报率相关，这一假定简略了模型的同时损失了信息，使得协方差矩阵出现较大的误差。不过通过单因子模型计算协方差阵的计算量大大下降，只需要线性回归出每支个股对应市场收益率的回归系数以及市场收益率的方差，共7个参数，就可以计算得到一个完整的协方差矩阵。

接下去将要构造风险资产组合内部的资产权重。首先是在无套利假定下的权重构造。由于没有套利机会，所以各个股票权重不存在负数，不能通过做空特定股票的方法来构造任意回报率的资产组合。对于权重仅为正数的资产组合，由于其整体的预期收益率是各个股票收益率的加权平均，所以预期收益率的最高值不会超过6支股票中平均回报率最高的一支

(NFLX, 2.73%)，最低值不会低于6支股票中收益率最低的那一支股票(NEM, -0.34%)。在这种限制条件下，绘制资产组合效率前沿比较恰当的方法应该是



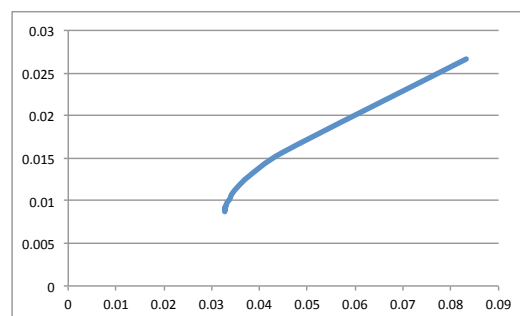
给定一个预期收益率，通过最小化给定收益率情况下的标准差来寻找最优的权重组合。所得效率前沿如图（当然，严格意义上来说只有曲线的上半部分是效率前沿）。

不允许套利情况下的资产组合权重

Return	Std	FDO	NEM	MNST	VRTX	NFLX	ED
-0.0025	0.0947	0.0000	0.8997	0.0000	0.0000	0.0000	0.1003
-0.0020	0.0892	0.0000	0.8463	0.0000	0.0000	0.0000	0.1537
-0.0015	0.0837	0.0000	0.7929	0.0000	0.0000	0.0000	0.2071
-0.0010	0.0783	0.0000	0.7396	0.0000	0.0000	0.0000	0.2604
-0.0005	0.0730	0.0000	0.6862	0.0000	0.0000	0.0000	0.3138
0.0000	0.0678	0.0000	0.6328	0.0000	0.0000	0.0000	0.3672
0.0050	0.0357	0.1178	0.1960	0.0000	0.0064	0.0000	0.6797
0.0100	0.0334	0.2181	0.0780	0.0757	0.0523	0.0549	0.5209
0.0150	0.0431	0.2947	0.0000	0.1807	0.0836	0.1131	0.3279
0.0200	0.0611	0.3850	0.0000	0.3090	0.1182	0.1767	0.0111
0.0250	0.0902	0.1207	0.0000	0.5421	0.0250	0.3122	0.0000

当市场允许套利行为时，投资者可以通过做空特定股票，对冲系统性风险，从而达到在不增加投入的情况下，不降低投资组合的夏普比率，所以在允许做空时，效率前沿将会是一个非收敛的曲线，且在向上延伸的过程中近似于一条直线。这就意味着在允许做空时，无论投资者给自己设定了怎样高的预期收益率，理论上都可以达到，只不过具体的手段可能需要同时做空和买入数量巨大的股票，不存在实际操作的可能性。在这种情况下，计算权重较好的方法是，首先随机在y轴取一点，然后计算该点与资产组合连成的直线的斜率，通过最大化斜率来得到最优的资产组合权重。在允许做空时的效率前沿如图所示。

允许套利情况下资产组合权重（见下页）



## 12307100009 李悦凡

Return	Std	w1	w2	w3	w4	w5	w6
0.0086903	0.0326687	0.1991504	0.1048661	0.0501756	0.0443695	0.0401356	0.5613026
0.0086903	0.0326687	0.1991504	0.1048661	0.0501756	0.0443695	0.0401356	0.5613026
0.0087132	0.0326733	0.1994883	0.1043972	0.0506256	0.0444971	0.0403972	0.5605943
0.0087390	0.0326788	0.1998890	0.1038816	0.0511274	0.0446136	0.0407022	0.5597858
0.0087390	0.0326788	0.1998890	0.1038816	0.0511274	0.0446136	0.0407022	0.5597858
0.0087692	0.0326857	0.2003067	0.1032538	0.0517169	0.0448629	0.0410176	0.5588417
0.0087692	0.0326857	0.2003067	0.1032538	0.0517169	0.0448629	0.0410176	0.5588417
0.0088027	0.0326939	0.2007622	0.1025609	0.0523735	0.0450842	0.0413950	0.5578237
0.0088027	0.0326939	0.2007622	0.1025609	0.0523735	0.0450842	0.0413950	0.5578237
0.0088443	0.0327049	0.2012983	0.1016822	0.0531644	0.0453926	0.0418718	0.5565905
0.0088443	0.0327049	0.2012983	0.1016822	0.0531644	0.0453926	0.0418718	0.5565905
0.0088661	0.0327111	0.2017004	0.1012662	0.0536028	0.0454526	0.0421208	0.5558569
0.0088905	0.0327182	0.2020312	0.1007663	0.0540992	0.0456095	0.0423792	0.5551142
0.0089818	0.0327479	0.2033988	0.0988815	0.0558248	0.0461366	0.0434571	0.5523009
0.0089476	0.0327363	0.2028571	0.0995929	0.0551836	0.0459394	0.0430626	0.5533641
0.0089808	0.0327475	0.2033380	0.0989116	0.0558319	0.0461398	0.0434374	0.5523410
0.0090193	0.0327613	0.2039445	0.0981497	0.0565879	0.0463805	0.0438559	0.5510811
0.0090605	0.0327770	0.2045501	0.0972641	0.0573598	0.0466093	0.0443423	0.5498742
0.0091074	0.0327959	0.2052388	0.0962987	0.0582721	0.0468815	0.0448753	0.5484334
0.0091606	0.0328187	0.2060183	0.0952024	0.0593107	0.0471932	0.0454762	0.5467989
0.0092215	0.0328467	0.2069067	0.0939479	0.0605014	0.0475499	0.0461635	0.5449303
0.0092919	0.0328815	0.2079274	0.0924997	0.0618805	0.0479606	0.0469583	0.5427733
0.0093742	0.0329254	0.2091107	0.0908134	0.0634985	0.0484379	0.0478885	0.5402507
0.0094714	0.0329818	0.2104838	0.0888186	0.0654188	0.0489882	0.0489881	0.5373022
0.0095893	0.0330569	0.2121529	0.0864754	0.0677747	0.0496585	0.0503327	0.5336055
0.0095893	0.0330569	0.2121529	0.0864754	0.0677747	0.0496585	0.0503327	0.5336055
0.0099165	0.0333024	0.2170565	0.0797083	0.0741037	0.0516247	0.0540099	0.5234967
0.0101553	0.0335157	0.2205023	0.0748581	0.0787757	0.0531059	0.0567044	0.5160532
0.0104785	0.0338492	0.2252033	0.0682276	0.0851546	0.0549660	0.0603188	0.5061294
0.0109403	0.0344123	0.2318565	0.0587392	0.0942238	0.0577008	0.0655100	0.4919694
0.0116525	0.0354695	0.2419970	0.0441818	0.1080211	0.0622786	0.0736224	0.4698989
0.0129007	0.0378198	0.2600494	0.0186391	0.1324084	0.0698655	0.0877183	0.4313190
0.0156462	0.0447303	0.2997693	-0.037583	0.1860436	0.0864831	0.1187331	0.3465546
0.0266414	0.0832188	0.4588450	-0.262748	0.4008415	0.1530337	0.2429429	0.0070850
0.0345086	0.1142014	0.5726566	-0.423855	0.5545403	0.2006160	0.3318265	-0.235784
0.0416694	0.1431424	0.6762480	-0.570498	0.6944265	0.2439926	0.4127135	-0.456882