【2019 年宝山一模 20 题】

20. 已知椭圆$\Gamma: \dfrac{x^2}{4}+y^2=1$的左、右焦点为$F_1$、$F_2$.

（1）求以F_1为焦点，原点为顶点的抛物线方程；

（2）若椭圆Γ上点M满足$\angle F_1MF_2=\dfrac{\pi}{3}$，求$M$的纵坐标$y_M$；

（3）设$N(0,1)$，若椭圆Γ上存在两不同点P、Q满足$\angle PNQ=90°$，证明直线PQ过定点，并求该定点的坐标.

【2019 年松江一模 20 题】

20. 已知曲线Γ上的任意一点到两定点$F_1(-1,0)$、$F_2(1,0)$的距离之和为$2\sqrt{2}$，直线l交曲线Γ于A、B两点，O为坐标原点.

（1）求曲线Γ的方程；

（2）若l不过点O且不平行于坐标轴，记线段AB的中点为M，求证：直线OM的斜率与l的斜率的乘积为定值；

（3）若$OA\perp OB$，求$\triangle AOB$面积的取值范围.

【2019年崇明一模20题】

20. 已知椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），$B_1$、$B_2$分别是椭圆短轴的上下两个端点，$F_1$是椭圆左焦点，$P$是椭圆上异于点$B_1$、$B_2$的点，△$B_1F_1B_2$是边长为4的等边三角形.

（1）写出椭圆的标准方程；

（2）当直线PB_1的一个方向向量是$(1,1)$时，求以PB_1为直径的圆的标准方程；

（3）设点R满足：$RB_1\perp PB_1$，$RB_2\perp PB_2$，求证：△PB_1B_2与△RB_1B_2面积之比为定值.

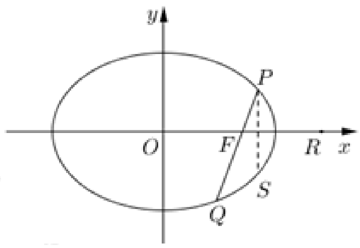
【2019年虹口一模20题】

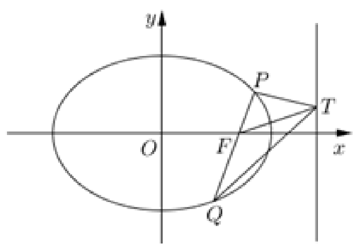
20. 设椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，点$F$为其右焦点，过点$F$的直线与椭圆$\Gamma$相交于点$P$、$Q$.

（1）当点P在椭圆Γ上运动时，求线段FP的中点M的轨迹方程；

（2）如图1，点R的坐标为$(2,0)$，若点S是点P关于x轴的对称点，求证：点Q、R、S共线；

（3）如图2，点T是直线$l:x=2$上任意一点，设直线PT、FT、QT的斜率分别为k_{PT}、k_{FT}、k_{QT}，求证：k_{PT}、k_{FT}、k_{QT}成等差数列.





【2019年杨浦一模20题】

20. 如图，已知点P是y轴左侧（不含y轴）一点，抛物线$C: y^2=4x$上存在不同的两点A、B，满足PA、PB的中点均在抛物线C上.

（1）求抛物线C的焦点到准线的距离；

（2）设AB中点为M，且$P(x_P, y_P)$，$M(x_M, y_M)$，证明：$y_P=y_M$；

（3）若P是曲线$x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$（$x<0$）上的动点，求△PAB面积的最小值.

【2019年徐汇一模20题】

20. 已知椭圆$\Gamma: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的长轴长为$2\sqrt{2}$，右顶点到左焦点的距离为$\sqrt{2}+1$，直线$l: y=kx+m$与椭圆$\Gamma$交于$A$、$B$两点.

（1）求椭圆Γ的方程；

（2）若A为椭圆的上顶点，M为AB中点，O为坐标原点，连接OM并延长交椭圆Γ于N，$\overrightarrow{ON}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\overrightarrow{OM}$，求$k$的值；

（3）若原点O到直线l的距离为1，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\lambda$，

当$\dfrac{4}{5}\le\lambda\le\dfrac{5}{6}$时，求△$OAB$的面积$S$的范围.

【2019 年青浦一模 20 题】

20.（1）已知双曲线的中心在原点，焦点在 x 轴上，实轴长为 4，渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$，求双曲线的标准方程；

（2）过（1）中双曲线上一点 P 的直线分别交两条渐近线于 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$ 两点，且 P 是线段 AB 的中点，求证：$x_1\cdot x_2$ 为常数；

（3）我们知道函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 图像是由双曲线 $x^2-y^2=1$ 的图像逆时针旋转 45° 得到的，函数 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{x}$ 图像也是双曲线，请尝试写出双曲线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{x}$ 的性质（不必证明）.

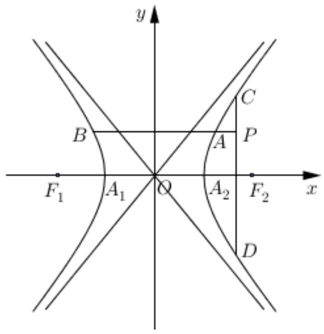
【2019 年浦东一模 20 题】

20. 已知双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1、F_2，左、右两顶点分别是 A_1、A_2，弦 AB 和 CD 所在直线分别平行于 x 轴与 y 轴，线段 BA 的延长线与线段 CD 相交于点 P（如图）.

（1）若 $\vec{d}=(2,\sqrt{3})$ 是 Γ 的一条渐近线的一个方向向量，试求 Γ 的两渐近线的夹角 θ；

（2）若 $|PA|=1$，$|PB|=5$，$|PC|=2$，$|PD|=4$，试求双曲线 Γ 的方程；

（3）在（1）的条件下，且 $|A_1A_2|=4$，点 C 与双曲线的顶点不重合，直线 CA_1 和直线 CA_2 与直线 $l:x=1$ 分别相交于点 M 和 N，试问：以线段 MN 为直径的圆是否恒经过定点？若是，请求出定点的坐标；若不是，试说明理由.



【2019年金山一模20题】

20. 已知椭圆C以坐标原点为中心，焦点在y轴上，焦距为2，且经过点$(1,0)$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）设点$A(a,0)$，点P为曲线C上任一点，求点A到点P距离的最大值$d(a)$；

（3）在（2）的条件下，当$0<a<1$时，设$\triangle QOA$的面积为S_1（O是坐标原点，Q是曲线C上横坐标为a的点），以$d(a)$为边长的正方形的面积为S_2，若正数m满足$S_1 \le mS_2$，问m是否存在最小值，若存在，请求出此最小值，若不存在，请说明理由.

【2019年奉贤一模20题】

20. 已知抛物线$y=x^2$上的A、B两点满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$，点$A$、$B$在抛物线对称轴的左右两侧，且$A$的横坐标小于零，抛物线顶点为$O$，焦点为$F$.

（1）当点B的横坐标为2，求点A的坐标；

（2）抛物线上是否存在点M，使得$|MF|=\lambda|MO|$（$\lambda>0$），若请说明理由；

（3）设焦点F关于直线OB的对称点是C，求当四边形$OABC$面积最小值时点B的坐标.

【2019年黄浦一模20题】

20. 已知椭圆$\Gamma: \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

（1）若抛物线C的焦点与Γ的焦点重合，求C的标准方程；

（2）若Γ的上顶点A、右焦点F及x轴上一点M构成直角三角形，求点M的坐标；

（3）若O为Γ的中心，P为Γ上一点（非Γ的顶点），过Γ的左顶点B，作$BQ \parallel OP$，BQ交y轴于点Q，交Γ于点N，求证：$\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{BQ}=2\overrightarrow{OP}^2$.