【2019年青浦一模20题】

20.（1）已知双曲线的中心在原点，焦点在 x 轴上，实轴长为4，渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$，求双曲线的标准方程；

（2）过（1）中双曲线上一点 P 的直线分别交两条渐近线于 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$ 两点，且 P 是线段 AB 的中点，求证：$x_1\cdot x_2$ 为常数；

（3）我们知道函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 图像是由双曲线 $x^2-y^2=1$ 的图像逆时针旋转 45° 得到的，函数 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{x}$ 图像也是双曲线，请尝试写出双曲线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{x}$ 的性质（不必证明）.

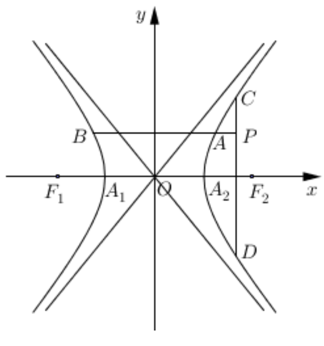
【2019年浦东一模20题】

20. 已知双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1、F_2，左、右两顶点分别是 A_1、A_2，弦 AB 和 CD 所在直线分别平行于 x 轴与 y 轴，线段 BA 的延长线与线段 CD 相交于点 P（如图）.

（1）若 $\vec{d}=(2,\sqrt{3})$ 是 Γ 的一条渐近线的一个方向向量，试求 Γ 的两渐近线的夹角 θ；

（2）若 $|PA|=1$，$|PB|=5$，$|PC|=2$，$|PD|=4$，试求双曲线 Γ 的方程；

（3）在（1）的条件下，且 $|A_1A_2|=4$，点 C 与双曲线的顶点不重合，直线 CA_1 和直线 CA_2 与直线 $l:x=1$ 分别相交于点 M 和 N，试问：以线段 MN 为直径的圆是否恒经过定点？若是，请求出定点的坐标；若不是，试说明理由.



【2019年金山一模20题】

20. 已知椭圆C以坐标原点为中心，焦点在y轴上，焦距为2，且经过点$(1,0)$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）设点$A(a,0)$，点P为曲线C上任一点，求点A到点P距离的最大值$d(a)$；

（3）在（2）的条件下，当$0<a<1$时，设□QOA的面积为S_1（O是坐标原点，Q是曲线C上横坐标为a的点），以$d(a)$为边长的正方形的面积为S_2，若正数m满足$S_1\le mS_2$，问m是否存在最小值，若存在，请求出此最小值，若不存在，请说明理由.

【2019年奉贤一模20题】

20. 已知抛物线$y=x^2$上的A、B两点满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$，点$A$、$B$在抛物线对称轴的左右两侧，且$A$的横坐标小于零，抛物线顶点为$O$，焦点为$F$.

（1）当点B的横坐标为2，求点A的坐标；

（2）抛物线上是否存在点M，使得$|MF|=\lambda|MO|$（$\lambda>0$），若请说明理由；

（3）设焦点F关于直线OB的对称点是C，求当四边形$OABC$面积最小值时点B的坐标.

【2019年黄浦一模20题】

20. 已知椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

（1）若抛物线C的焦点与Γ的焦点重合，求C的标准方程；

（2）若Γ的上顶点A、右焦点F及x轴上一点M构成直角三角形，求点M的坐标；

（3）若O为Γ的中心，P为Γ上一点（非Γ的顶点），过Γ的左顶点B，作$BQ\ /\!/\ OP$，BQ交y轴于点Q，交Γ于点N，求证：$\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{BQ}=2\overrightarrow{OP}^2$.