

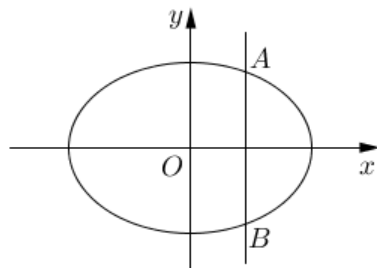
## 【2020 年宝山一模 20 题】

20. 已知直线  $l: x=t$  ( $0 < t < 2$ ) 与椭圆  $\Gamma: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$  相交于  $A$ 、 $B$  两点, 其中  $A$  在第一象限,  $M$  是椭圆上一点.

(1) 记  $F_1$ 、 $F_2$  是椭圆  $\Gamma$  的左右焦点, 若直线  $AB$  过  $F_2$ , 当  $M$  到  $F_1$  的距离与到直线  $AB$  的距离相等时, 求点  $M$  的横坐标;

(2) 若点  $M$ 、 $A$  关于  $y$  轴对称, 当  $\triangle MAB$  的面积最大时, 求直线  $MB$  的方程;

(3) 设直线  $MA$  和  $MB$  与  $x$  轴分别交于  $P$ 、 $Q$ , 证明:  $|OP| \cdot |OQ|$  为定值.



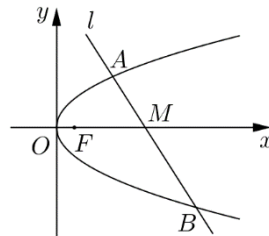
## 【2020 年松江一模 20 题】

20. 设抛物线  $\Gamma: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 经过  $x$  轴正半轴上点  $M(m, 0)$  的直线  $l$  交  $\Gamma$  于不同的两点  $A$  和  $B$ .

(1) 若  $|FA| = 3$ , 求点  $A$  的坐标;

(2) 若  $m = 2$ , 求证: 原点  $O$  总在以线段  $AB$  为直径的圆的内部;

(3) 若  $|FA| = |FM|$ , 且直线  $l_1 \parallel l$ ,  $l_1$  与  $\Gamma$  有且只有一个公共点  $E$ , 问:  $\triangle OAE$  的面积是否存在最小值? 若存在, 求出最小值, 并求出  $M$  点的坐标, 若不存在, 请说明理由.



## 【2020 年崇明一模 20 题】

20. 已知椭圆  $\Gamma: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ , 其左右顶点分别为  $A$ 、 $B$ , 上下顶点分别为  $C$ 、 $D$ , 圆  $O$  是以线段  $AB$  为直径的圆.

(1) 求圆  $O$  的方程;

(2) 若点  $E$ 、 $F$  是椭圆上关于  $y$  轴对称的两个不同的点, 直线  $CE$ 、 $DF$  分别交  $x$  轴于点  $M$ 、

$N$ , 求证:  $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$  为定值;

(3) 若点  $P$  是椭圆  $\Gamma$  上不同于点  $A$  的点, 直线  $AP$  与圆  $O$  的另一个交点为  $Q$ , 是否存在点  $P$ , 使得  $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PQ}$ ? 若存在, 求出点  $P$  的坐标, 若不存在, 说明理由.

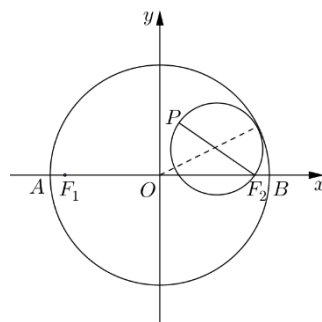
## 【2020 年虹口一模 20 题】

20. 已知两点  $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ 、 $F_2(\sqrt{3}, 0)$ , 设圆  $O: x^2 + y^2 = 4$  与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点, 且动点  $P$  满足: 以线段  $F_2P$  为直径的圆与圆  $O$  相内切, 如图所示, 记动点  $P$  的轨迹为  $\Gamma$ , 过点  $F_2$  与  $x$  轴不重合的直线  $l$  与轨迹  $\Gamma$  交于  $M$ 、 $N$  两点.

(1) 求轨迹  $\Gamma$  的方程;

(2) 设线段  $MN$  的中点为  $Q$ , 直线  $OQ$  与直线  $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$  相交于点  $R$ , 求证:  $\overrightarrow{F_2R} \perp l$ ;

(3) 记  $\triangle ABM$ 、 $\triangle ABN$  面积分别为  $S_1$ 、 $S_2$ , 求  $|S_1 - S_2|$  的最大值及此时直线  $l$  的方程.



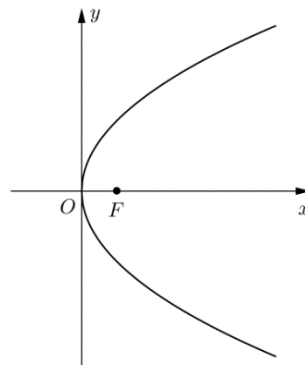
## 【2020 年杨浦一模 20 题】

20. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ ，点  $A$  是第一象限内抛物线  $C$  上的一点，点  $D$  的坐标为  $(t, 0)$ ， $t > 0$ 。

(1) 若  $|OA| = \sqrt{5}$ ，求点  $A$  的坐标；

(2) 若  $\triangle AFD$  为等腰直角三角形，且  $\angle FAD = 90^\circ$ ，求点  $D$  的坐标；

(3) 弦  $AB$  经过点  $D$ ，过弦  $AB$  上一点  $P$  作直线  $x = -t$  的垂线，垂足为点  $Q$ ，求证：“直线  $QA$  与抛物线相切”的一个充要条件是“ $P$  为弦  $AB$  的中点”。



## 【2020 年普陀一模 20 题】

20. 已知双曲线  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ) 的焦距为 4，直线  $l: x - my - 4 = 0$

( $m \in \mathbf{R}$ )

与  $\Gamma$  交于两个不同的点  $D$ 、 $E$ ，且  $m = 0$  时直线  $l$  与  $\Gamma$  的两条渐近线所围成的三角形恰为等边三角形。

(1) 求双曲线  $\Gamma$  的方程；

(2) 若坐标原点  $O$  在以线段  $DE$  为直径的圆的内部，求实数  $m$  的取值范围；

(3) 设  $A$ 、 $B$  分别是  $\Gamma$  的左、右两顶点，线段  $BD$  的垂直平分线交直线  $BD$  于点  $P$ ，交直线  $AD$  于点  $Q$ ，求证：线段  $PQ$  在  $x$  轴上的射影长为定值。