

## 【2018 年松江一模 20 题】

20. 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 经过点  $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ , 其左焦点为

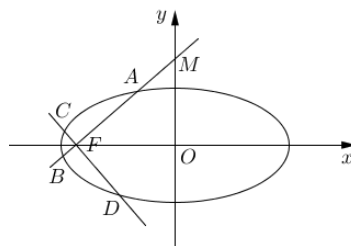
$F(-\sqrt{3}, 0)$ , 过  $F$  点的直线  $l$  交椭圆于  $A$ 、 $B$  两点, 交  $y$  轴的正半轴于点  $M$ .

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 过点  $F$  且与  $l$  垂直的直线交椭圆于  $C$ 、 $D$  两点,

若四边形  $ACBD$  的面积为  $\frac{4}{3}$ , 求直线  $l$  的方程;

(3) 设  $\overrightarrow{MA} = \lambda_1 \overrightarrow{AF}$ ,  $\overrightarrow{MB} = \lambda_2 \overrightarrow{BF}$ , 求证:  $\lambda_1 + \lambda_2$  为定值.



## 【2018 年虹口一模 20 题】

20. 已知平面内的定点  $F$  到定直线  $l$  的距离等于  $p$  ( $p > 0$ ), 动圆  $M$  过点  $F$  且与直线  $l$  相切, 记圆心  $M$  的轨迹为曲线  $C$ , 在曲线  $C$  上任取一点  $A$ , 过  $A$  作  $l$  的垂线, 垂足为  $E$ .

(1) 求曲线  $C$  的轨迹方程;

(2) 记点  $A$  到直线  $l$  的距离为  $d$ , 且  $\frac{3p}{4} \leq d \leq \frac{4p}{3}$ , 求  $\angle EAF$  的取值范围;

(3) 判断  $\angle EAF$  的平分线所在的直线与曲线的交点个数, 并说明理由.

## 【2018 年杨浦一模 20 题】

20. 设直线  $l$  与抛物线  $\Omega: y^2 = 4x$  相交于不同两点  $A$ 、 $B$ ， $O$  为坐标原点.

(1) 求抛物线  $\Omega$  的焦点到准线的距离；

(2) 若直线  $l$  又与圆  $C: (x-5)^2 + y^2 = 16$  相切于点  $M$ ，且  $M$  为线段  $AB$  的中点，求直线  $l$  的方程；

(3) 若  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ ，点  $Q$  在线段  $AB$  上，满足  $OQ \perp AB$ ，求点  $Q$  的轨迹方程.

## 【2018 年金山一模 20 题】

20. 给出定理：在圆锥曲线中， $AB$  是抛物线  $\Gamma: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的一条弦， $C$  是  $AB$  的中点，过点  $C$  且平行于  $x$  轴的直线与抛物线的交点为  $D$ ，若  $A$ 、 $B$  两点纵坐标之差的绝对值  $|y_A - y_B| = a$  ( $a > 0$ )，则  $\triangle ADB$  的面积  $S_{\triangle ADB} = \frac{a^3}{16p}$ ，试

运用上述定理求解以下各题：

(1) 若  $p = 2$ ， $AB$  所在直线的方程为  $y = 2x - 4$ ， $C$  是  $AB$  的中点，过  $C$  且平行于  $x$  轴的直线与抛物线  $\Gamma$  的交点为  $D$ ，求  $S_{\triangle ADB}$ ；

(2) 已知  $AB$  是抛物线  $\Gamma: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的一条弦， $C$  是  $AB$  的中点，过点  $C$  且平行于  $x$  轴的直线与抛物线的交点为  $D$ ， $E$ 、 $F$  分别为  $AD$  和  $BD$  的中点，过  $E$ 、 $F$  且平行于  $x$  轴的直线与抛物线  $\Gamma: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 分别交于点  $M$ 、 $N$ ，若  $A$ 、 $B$  两点纵坐标之差的绝对值  $|y_A - y_B| = a$  ( $a > 0$ )，求  $S_{\triangle AMD}$  和  $S_{\triangle BND}$ ；

(3) 请你在上述问题的启发下，设计一种方法求抛物线： $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 与弦  $AB$  围成的“弓形”的面积，并求出相应面积.

## 【2018 年普陀一模 20 题】

20. 设点  $F_1$ 、 $F_2$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{2t^2} + \frac{y^2}{t^2} = 1$  ( $t > 0$ ) 的左、右焦点, 且椭圆  $C$  上的点到点  $F_2$  的距离的最小值为  $2\sqrt{2} - 2$ , 点  $M$ 、 $N$  是椭圆  $C$  上位于  $x$  轴上方的两点, 且向量  $\overrightarrow{F_1M}$  与向量  $\overrightarrow{F_2N}$  平行.

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 当  $\overrightarrow{F_1N} \cdot \overrightarrow{F_2N} = 0$  时, 求  $\Delta F_1MN$  的面积;
- (3) 当  $|\overrightarrow{F_2N}| - |\overrightarrow{F_1M}| = \sqrt{6}$  时, 求直线  $F_2N$  的方程.

## 【2018 年徐汇一模 20 题】

20. 已知椭圆  $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1$ 、 $F_2$ , 且  $F_1$ 、 $F_2$  与短轴的一个端点  $Q$  构成一个等腰直角三角形, 点  $P(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  在椭圆  $\Gamma$  上, 过点  $F_2$  作互相垂直且与  $x$  轴不重合的两直线  $AB$ 、 $CD$  分别交椭圆  $\Gamma$  于  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ , 且  $M$ 、 $N$  分别是弦  $AB$ 、 $CD$  的中点.

- (1) 求椭圆  $\Gamma$  的标准方程;
- (2) 求证: 直线  $MB$  过定点  $R(\frac{2}{3}, 0)$ ;
- (3) 求  $\Delta MNF_2$  面积的最大值.