

【2018 年宝山一模 20 题】

20. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过点 $(-2, 0)$, 且直线 $x - 5y + 1 = 0$ 过 C 的左焦点.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 $(x, \sqrt{3}y)$ 为 C 上的任一点, 记动点 (x, y) 的轨迹为 Γ , Γ 与 x 轴的负半轴、 y 轴的正半轴分别交于点 G 、 H , C 的短轴端点关于直线 $y = x$ 的对称点分别为 F_1 、 F_2 , 当点 P 在直线 GH 上运动时, 求 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最小值;

(3) 如图, 直线 l 经过 C 的右焦点 F , 并交 C 于 A 、 B 两点, 且 A 、 B 在直线 $x = 4$ 上的射影依次为 D 、 E , 当 l 绕 F 转动时, 直线 AE 与 BD 是否相交于定点? 若是, 求出定点的坐标, 否则, 请说明理由.

【2018 年浦东一模 20 题】

20. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 设点

$A(0, b)$, 在 $\triangle AF_1F_2$ 中, $\angle F_1AF_2 = \frac{2\pi}{3}$, 周长为 $4 + 2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 Γ 的方程;

(2) 设不经过点 A 的直线 l 与椭圆 Γ 相交于 B 、 C 两点, 若直线 AB 与 AC 的斜率之和为 -1 , 求证: 直线 l 过定点, 并求出该定点的坐标;

(3) 记第 (2) 问所求的定点为 E , 点 P 为椭圆 Γ 上的一个动点, 试根据 $\triangle AEP$ 面积 S 的不同取值范围, 讨论 $\triangle AEP$ 存在的个数, 并说明理由.

【2018 年闵行一模 20 题】

20. 已知椭圆 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的右焦点是抛物线 $\Gamma: y^2 = 2px$ 的焦点，直线 l 与 Γ 相交

于不同的

两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 。

(1) 求 Γ 的方程；

(2) 若直线 l 经过点 $P(2, 0)$ ，求 $\triangle OAB$ 的面积的最小值 (O 为坐标原点)；

(3) 已知点 $C(1, 2)$ ，直线 l 经过点 $Q(5, -2)$ ， D 为线段 AB 的中点，求证：

$|AB| = 2|CD|$ 。

【2018 年崇明一模 20 题】

20. 在平面直角坐标系中，已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 0$, $a \neq 1$) 的两个焦点

分别是 F_1 、 F_2 ，直线 $l: y = kx + m$ ($k, m \in \mathbb{R}$) 与椭圆交于 A 、 B 两点。

(1) 若 M 为椭圆短轴上的一个顶点，且 $\triangle MF_1F_2$ 是直角三角形，求 a 的值；

(2) 若 $k = 1$ ，且 $\triangle OAB$ 是以 O 为直角顶点的直角三角形，求 a 与 m 满足的关系

(3) 若 $a = 2$ ，且 $k_{OA} \cdot k_{OB} = -\frac{1}{4}$ ，求证： $\triangle OAB$ 的面积为定值。

【2018 年奉贤一模 20 题】

20. 设 $M = \{(x, y) \mid |x^2 - y^2| = 1\}$, $N = \{(x, y) \mid x^2 - y^2 = 1\}$, 设任意一点

$P(x_0, y_0) \in M$, M 表示的曲线是 C , N 表示的曲线是 C_1 , C_1 的渐近线为 l_1 和 l_2 .

(1) 判断 M 和 N 的关系并说明理由;

(2) 设 $x_0 \neq \pm 1$, $A_1(-1, 0)$, $A_2(1, 0)$, 直线 PA_1 的斜率是 k_1 , 直线 PA_2 的斜率是 k_2 , 求 $k_1 k_2$ 的取值范围;

(3) 过 P 点作 l_1 和 l_2 的平行线分别交曲线 C 的另外两点于 Q 、 R , 求证:

ΔPQR 的面积为定值.

【2018 年静安一模 20 题】

20. 如图, 已知满足条件 $|z - 3i| = |\sqrt{3} - i|$ (其中 i 为虚数单位) 的复数 z 在复平面 xOy 对应点的轨迹为圆 C (圆心为 C), 设复平面 xOy 上的复数 $z = x + yi$

($x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$) 对应的点为 (x, y) , 定直线 m 的方程为 $x + 3y + 6 = 0$, 过

$A(-1, 0)$ 的一条动直线 l 与直线 m 相交于 N 点, 与圆 C 相交于 P 、 Q 两点, M 是弦 PQ 中点.

(1) 若直线 l 经过圆心 C , 求证: l 与 m 垂直;

(2) 当 $|PQ| = 2\sqrt{3}$ 时, 求直线 l 的方程;

(3) 设 $t = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$, 试问 t 是否为定值? 若为定值, 请求出 t 的值, 若 t 不为定值, 请说明理由.

