

【2019 年宝山一模 20 题】

20. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左、右焦点为 F_1 、 F_2 .

(1) 求以 F_1 为焦点，原点为顶点的抛物线方程；

(2) 若椭圆 Γ 上点 M 满足 $\angle F_1 M F_2 = \frac{\pi}{3}$ ，求 M 的纵坐标 y_M ；

(3) 设 $N(0,1)$ ，若椭圆 Γ 上存在两不同点 P 、 Q 满足 $\angle PNQ = 90^\circ$ ，证明直线 PQ 过定点，并求该定点的坐标.

【2019 年松江一模 20 题】

20. 已知曲线 Γ 上的任意一点到两定点 $F_1(-1,0)$ 、 $F_2(1,0)$ 的距离之和为 $2\sqrt{2}$ ，直线 l 交曲线 Γ 于 A 、 B 两点， O 为坐标原点.

(1) 求曲线 Γ 的方程；

(2) 若 l 不过点 O 且不平行于坐标轴，记线段 AB 的中点为 M ，求证：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值；

(3) 若 $OA \perp OB$ ，求 $\triangle AOB$ 面积的取值范围.

【2019 年崇明一模 20 题】

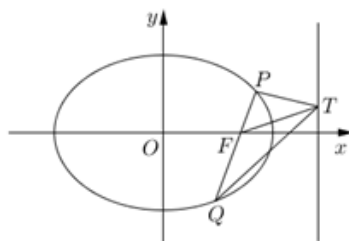
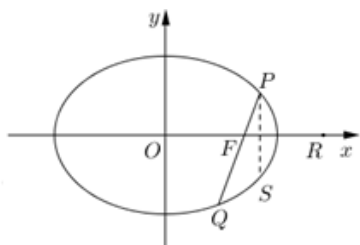
20. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), B_1 、 B_2 分别是椭圆短轴的上下两个端点, F_1 是椭圆左焦点, P 是椭圆上异于点 B_1 、 B_2 的点, $\triangle B_1F_1B_2$ 是边长为 4 的等边三角形.

- (1) 写出椭圆的标准方程;
- (2) 当直线 PB_1 的一个方向向量是 $(1,1)$ 时, 求以 PB_1 为直径的圆的标准方程;
- (3) 设点 R 满足: $RB_1 \perp PB_1$, $RB_2 \perp PB_2$, 求证: $\triangle PB_1B_2$ 与 $\triangle RB_1B_2$ 面积之比为定值.

【2019 年虹口一模 20 题】

20. 设椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 点 F 为其右焦点, 过点 F 的直线与椭圆 Γ 相交于点 P 、 Q .

- (1) 当点 P 在椭圆 Γ 上运动时, 求线段 FP 的中点 M 的轨迹方程;
- (2) 如图 1, 点 R 的坐标为 $(2,0)$, 若点 S 是点 P 关于 x 轴的对称点, 求证: 点 Q 、 R 、 S 共线;
- (3) 如图 2, 点 T 是直线 $l: x=2$ 上任意一点, 设直线 PT 、 FT 、 QT 的斜率分别为 k_{PT} 、 k_{FT} 、 k_{QT} , 求证: k_{PT} 、 k_{FT} 、 k_{QT} 成等差数列.



【2019 年杨浦一模 20 题】

20. 如图, 已知点 P 是 y 轴左侧 (不含 y 轴) 一点, 抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上存在不同的两点 A 、 B , 满足 PA 、 PB 的中点均在抛物线 C 上.

(1) 求抛物线 C 的焦点到准线的距离;

(2) 设 AB 中点为 M , 且 $P(x_P, y_P)$, $M(x_M, y_M)$, 证明: $y_P = y_M$;

(3) 若 P 是曲线 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ ($x < 0$) 上的动点, 求 $\triangle PAB$ 面积的最小值.

【2019 年徐汇一模 20 题】

20. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴长为 $2\sqrt{2}$, 右顶点到左焦点的距离为

$\sqrt{2} + 1$, 直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 Γ 交于 A 、 B 两点.

(1) 求椭圆 Γ 的方程;

(2) 若 A 为椭圆的上顶点, M 为 AB 中点, O 为坐标原点, 连接 OM 并延长交椭圆 Γ 于 N , $\overrightarrow{ON} = \frac{\sqrt{6}}{2} \overrightarrow{OM}$, 求 k 的值;

(3) 若原点 O 到直线 l 的距离为 1, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \lambda$,

当 $\frac{4}{5} \leq \lambda \leq \frac{5}{6}$ 时, 求 $\triangle OAB$ 的面积 S 的范围.