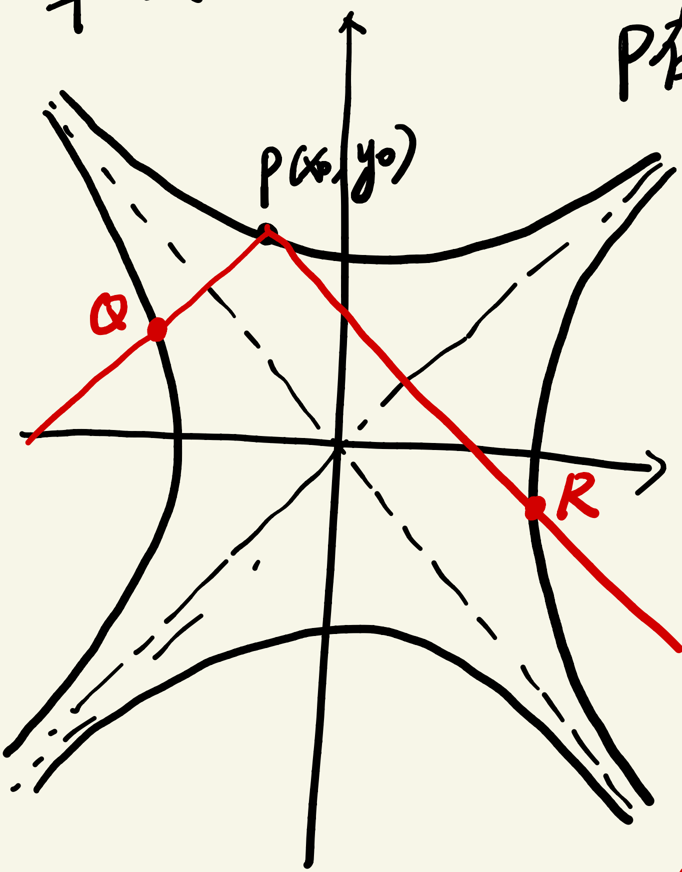
秦贤

由图形对称性
P在 $x^2-y^2=1$ 或 $y^2-x^2=1$
均可同理可得
∴不妨设
$P(x_0,y_0)\in y^2-x^2=1$



$y_0^2-x_0^2=1$

法一：求 l_{PQ}：$y-y_0=x-x_0$

联 $\begin{cases} y=x+y_0-x_0 \\ x^2-y^2=1 \end{cases}$ 求Q

$x^2-\left(x^2+2(y_0-x_0)x+(y_0-x_0)^2\right)=1$

$-2(y_0-x_0)x=(y_0-x_0)^2+1$ 替换成

$$-2(y_0-x_0)x=(y_0-x_0)^2+\underbrace{y_0^2-x_0^2}_{(y_0-x_0)(y_0+x_0)}$$

$$-2x=y_0-x_0+y_0+x_0$$

$$=2y_0$$

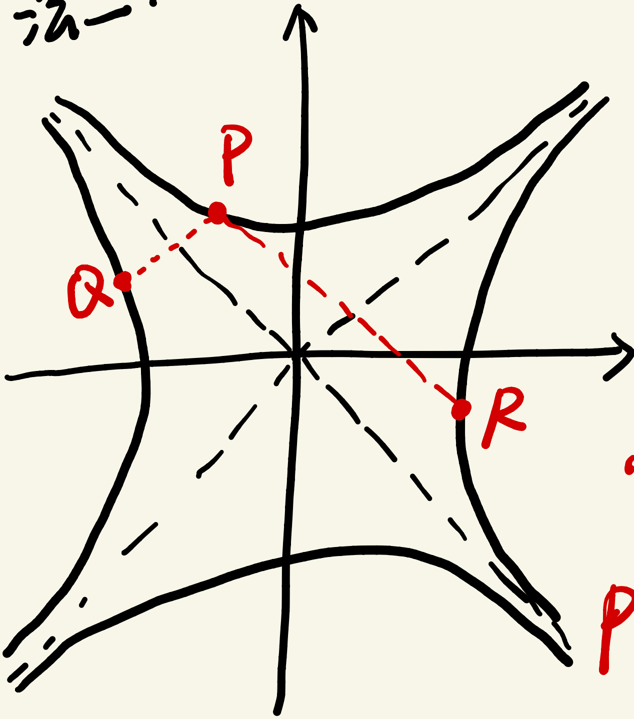
$x=-y_0$ 代入得 $y=-x_0$

$\therefore Q(-y_0,-x_0)$

同理 $R(y_0,x_0)$

$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix} x_0 & y_0 & 1 \\ y_0 & x_0 & 1 \\ -y_0 & -x_0 & 1 \end{vmatrix}\right\|=1$$

法二：



由于 $x^2-y^2=1$ 和 $y^2-x^2=1$ 共渐近线

$y=\pm x$

∴ P 与 Q 关于 $y=-x$ 对称

$P(x_0,y_0)\to Q(-y_0,-x_0)$

P 与 R 关于 $y=x$ 对称

$P(x_0,y_0)\to R(y_0,x_0)$