

【2020 年徐汇一模 20 题】

21. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)，点 A 为椭圆短轴的上端点， P 为椭圆上异于 A 点的任一点，若 P 点到 A 点距离的最大值仅在 P 点为短轴的另一端点时取到，则称此椭圆为“圆椭圆”，已知 $b = 2$.

- (1) 若 $a = \sqrt{5}$ ，判断椭圆 Γ 是否为“圆椭圆”；
- (2) 若椭圆 Γ 是“圆椭圆”，求 a 的取值范围；
- (3) 若椭圆 Γ 是“圆椭圆”，且 a 取最大值， Q 为 P 关于原点 O 的对称点， Q 也异于 A 点，直线 AP 、 AQ 分别与 x 轴交于 M 、 N 两点，试问以线段 MN 为直径的圆是否过定点？证明你的结论.

【2020 年青浦一模 20 题】

20. 已知焦点在 x 轴上的椭圆 C 上的点到两个焦点的距离和为 10，椭圆 C 经过点 $(3, \frac{16}{5})$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程；
- (2) 过椭圆 C 的右焦点 F 作与 x 轴垂直的直线 l_1 ，直线 l_1 上存在 M 、 N 两点满足 $OM \perp ON$ ，求 $\triangle OMN$ 面积的最小值；
- (3) 若与 x 轴不垂直的直线 l 交椭圆 C 于 A 、 B 两点，交 x 轴于定点 M ，线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 N ，且 $\frac{|AB|}{|MN|}$ 为定值，求点 M 的坐标.

【2020 年浦东一模 20 题】

20. 已知曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$ ，过点 $T(t, 0)$ 作直线 l 和曲线 C 交于 A 、 B 两点.

(1) 求曲线 C 的焦点到它的渐近线之间的距离；

(2) 若 $t = 0$ ，点 A 在第一象限， $AH \perp x$ 轴，垂足为 H ，连结 BH ，求直线 BH 倾斜角的取值范围；

(3) 过点 T 作另一条直线 m ， m 和曲线 C 交于 E 、 F 两点，问是否存在实数 t ，使得 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} = 0$ 和 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{EF}|$ 同时成立？如果存在，求出满足条件的实数 t 的取值集合，如果不存在，请说明理由.

【2020 年闵行一模 20 题】

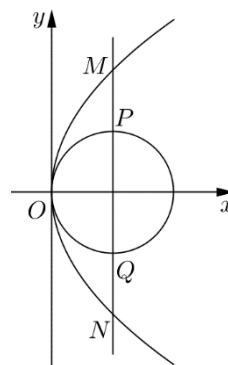
20. 已知抛物线 $\Gamma: y^2 = 8x$ 和圆 $\Omega: x^2 + y^2 - 4x = 0$ ，抛物线 Γ 的焦点为 F .

(1) 求 Ω 的圆心到 Γ 的准线的距离；

(2) 若点 $T(x, y)$ 在抛物线 Γ 上，且满足 $x \in [1, 4]$ ，过点 T 作圆 Ω 的两条切线，记切线为 A 、 B ，求四边形 $TAFB$ 的面积取值范围；

(3) 如图，若直线 l 与抛物线 Γ 和圆 Ω 依次交于 M 、 P 、 Q 、 N 四点，

证明：“ $|MP| = |QN| = \frac{1}{2}|PQ|$ ”的充要条件是“直线 l 的方程为 $x = 2$ ”.



【2020 年静安一模 20 题】

20. 已知抛物线 Γ 的准线方程为 $x + y + 2 = 0$ ，焦点为 $F(1,1)$.

- (1) 求证：抛物线 Γ 上任意一点 P 的坐标 (x, y) 都满足方程 $x^2 - 2xy + y^2 - 8x - 8y = 0$ ；
- (2) 请指出抛物线 Γ 的对称性和范围，并运用以上方程证明你的结论；
- (2) 设垂直于 x 轴的直线与抛物线 Γ 交于 A 、 B 两点，求线段 AB 的中点 M 的轨迹方程.

【2020 年黄浦一模 20 题】

20. 已知椭圆 C 的中心在坐标原点，焦点在 x 轴上，椭圆 C 上一点 $A(2\sqrt{3}, -1)$ 到两焦点距离之和为 8，若点 B 是椭圆 C 的上顶点，点 P 、 Q 是椭圆 C 上异于点 B 的任意两点.

- (1) 求椭圆 C 的方程；
- (2) 若 $BP \perp BQ$ ，且满足 $\overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{DQ}$ 的点 D 在 y 轴上，求直线 BP 的方程；
- (3) 若直线 BP 与 BQ 的斜率乘积为常数 λ ($\lambda < 0$)，试判断直线 PQ 是否经过定点，若经过定点，请求出定点坐标，若经过定点，请说明理由.

