

# 第一章 概率论的基本概念

自然界和社会上发生的现象是多种多样的。有一类现象，在一定条件下必然发生，例如，向上抛一石子必然下落，同性电荷必相互排斥，等等。这类详细称为确定性现象。在自然界和社会上存在着另一类现象，例如，在相同条件下抛同一枚硬币，其结果可能是正面朝上，也可能是反面朝上，并且每次抛掷前无法肯定抛掷的结果是什么；用同一门炮向同一目标射击，各次弹着点不尽相同，在一次射击之前无法预测弹着点的确切位置。这类现象，在一定的条件下，可能出现这样的结果，也可能出现那样的结果，而在试验或观察之前不能预知确切的结果。但人们经过长期实践并深入研究之后，发现这类现象在大量重复试验或观察下，它的结果呈现某种规律性。例如，多次重复抛一枚硬币得到正面朝上大致有一半，同一门炮射击同一目标的弹着点按照一定规律分布，等等。这种在大量重复试验或观察中呈现出的固有规律性，就是我们以后所说的统计规律性。

这种在个别试验中其结果呈现出不确定性，在大量重复试验中其结果又具有统计规律性的现象，我们称之为随机现象。概率论和数理统计是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科。

## 1.1 随机试验

我们遇到过各种试验。在这里，我们把试验作为一个含义广泛的术语。它包括各种各样的科学实验，甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验。下面举一些试验的例子：

- $E_1$ ：抛一枚硬币，观察正面  $H$ 、反面  $T$  出现的情况。
- $E_2$ ：将一枚硬币抛掷三次，观察正面  $H$ 、反面  $T$  出现的情况。
- $E_3$ ：将一枚硬币抛掷三次，观察正面出现的次数。

- $E_4$ : 抛一颗骰子, 观察出现的点数。
- $E_5$ : 记录某城市 120 急救电话一昼夜接到的呼叫次数。
- $E_6$ : 在一批灯泡中任意抽取一只, 测试它的寿命。
- $E_7$ : 记录某地一昼夜的最高温度和最低文档。

上面举出了七个试验的例子, 它们有着共同的特点。例如, 试验  $E_1$  有两种可能出现的结果, 正面  $H$  和反面  $T$ , 但在抛掷之前不能确定出现  $H$  还是出现  $T$ , 这个试验可以在相同的条件下重复地进行。又如试验  $E_6$ , 我们知道灯泡的寿命 (以小时计)  $t \geq 0$ , 但在测试之前不能确定它的寿命有多长。这一试验也可以在相同田间下重复地进行。概括起来, 这些试验具有一下特点:

1. 可以在相同的条件下重复地进行;
2. 每次试验的可能结果不止一个, 并且能事先明确试验的所有可能结果;
3. 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。

在概率论中, 我们将具有上述三个特点的试验称为随机试验。我们通过研究随机试验来研究随机现象。

## 1.2 样本空间、随机事件

### 1.2.1 样本空间

对于随机试验, 尽管在每次试验之前不能预知试验的结果, 但试验的所有可能结果组成的集合是已知的。我们将随机试验  $E$  的所有可能结果组成的集合称为  $E$  的样本空间, 记为  $S$ 。样本空间的元素, 即  $E$  的每个结果, 称为样本点。

下面写出 1.1 中试验  $E_k (k = 1, 2, \dots, 7)$  的样本空间  $S_k$ :