数学学习笔记

Roger Young

2017 年 8 月 21 日

目录

第一部分

高等数学

第一章　函数与极限

第二章　导数与微分

第三章　微分中值定理与导数的应用

第二部分

线性代数

第四章　行列式

行列式是线性代数中常用的工具。本章主要介绍 n 阶行列式的定义、性质及其计算方法。

4.1　二阶与三阶行列式

用消元法解二元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases} \tag{4.1}$$

为消去未知数 x_2，以 a_{22} 和 a_{12} 分别乘上列方程的两端，然乎两个方程相减，得到

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{12}b_2; \tag{4.2}$$

类似地，消去 x_1，得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - b_1a_{21}; \tag{4.3}$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，求得方程组 4.1 的解为：

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ \\ x_2 = \dfrac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{cases} \tag{4.4}$$

4.4 式中的分子、分母都是四个数分两对相乘、再相减而得，其中分母 $(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$ 是由方程组 4.1 的四个系数确定的，把这四个数按它们在方程组 4.1 中的位置，排列成两行两列（横排称行、竖排成列）的数表

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}. \end{matrix} \tag{4.5}$$

表达式 $(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})$ 称为数表 4.5 所确定的二阶行列式，并记作

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \tag{4.6}$$

第三部分

概率论与数理统计

附录