

耦合摆

工物 42 李中翔 2024011032

摘要

本实验首先将探究单摆、双耦合摆、三耦合摆到五耦合摆振动的固有频率和模式，然后将其推广至 N 耦合摆的情形，利用实验数据计算耦合摆的固有频率和振动模式，利用三角函数拟合得到振动的波长，并利用直线拟合的方式验证 N 耦合摆的色散关系。之后我们进一步通过理论推导得出 N 耦合摆的通带，然后推导出通带之外频率下的摆球振幅表达式并利用实验数据对其衰减系数进行拟合，验证推导所得的通带外频率下运动规律。

1. 实验仪器

耦合摆（15 个相同摆长、相同质量摆球的单摆利用相同劲度系数的弹簧等距连接）、信号源、耦合摆实验仪（含有功率放大器和可沿导轨移动的位置检测器模块）、示波器、小锤子（用以敲击摆球）、BNC 接头连接线（共 3 根）。

2. 实验原理及实验步骤

A) 单摆至五耦合摆的振动特性分析

在高中我们便学过摆球质量为 m 、摆长为 L 的单摆做简谐振动的角频率 $\omega_p = \sqrt{\frac{g}{L}}$ ，而对于劲度系数为 k 、质量为 m 的小球组成的弹簧振子做简谐振动的角频率 $\omega_s = \sqrt{\frac{K}{m}}$ ，现在我们将其组合，根据牛顿第二定律分析可得： $m\ddot{x} = -m\frac{g}{L}x - Kx$ ，进而解得摆球依然做简谐振动，其振动角频率 $\omega = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_s^2}$ 。

我们接下来考虑双耦合摆，对第一个球进行受力分析得： $\ddot{x}_1 = -\frac{g}{L}x_1 - \frac{K}{m}(x_1 - x_2)$ ，而后对第二个球进行受力分析得： $\ddot{x}_2 = -\frac{g}{L}x_2 - \frac{K}{m}(x_2 - x_1)$ ，我们将其改写为矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} \omega_p^2 + \omega_s^2 & -\omega_s^2 \\ -\omega_s^2 & \omega_p^2 + \omega_s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

由线性代数知识可知上述方程的解为 $\omega_1 = \omega_p$ 和 $\omega_2 = \sqrt{\omega_p^2 + 2\omega_s^2}$ ， ω_1 这种频率下两个球以同频、同幅和同相位的方式做简谐振动，而 ω_2 这种频率下两个球振动幅度相同、相位相反而弹簧中点不动，这两个频率对应着两种振动模式，而每一种模式下都是只随时间做固定频率的正弦振动。

而对于三耦合摆的分析我们依旧可以得到如下方程：

$$\begin{bmatrix} \omega_p^2 + \omega_s^2 & -\omega_s^2 & 0 \\ -\omega_s^2 & \omega_p^2 + 2\omega_s^2 & -\omega_s^2 \\ 0 & -\omega_s^2 & \omega_p^2 + \omega_s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

从而我们利用 $Mathematica$ 可以得到如下的关系：

| κ | 特征值 (ω^2) |
|----------|----------------------------|
| 0 | ω_p^2 |
| 1 | $\omega_p^2 + \omega_s^2$ |
| 2 | $\omega_p^2 + 3\omega_s^2$ |

而利用 $Matlab$ 进行三角函数拟合我们可以得到如下统一形式：

$$x_\kappa(n, N=3) = \frac{\sin(\pi\kappa\frac{n-n_0}{3})}{\sqrt{\sum_{n=1}^3 \sin^2(\pi\kappa\frac{n-n_0}{3})}}, \text{ 其中 } n_0 \text{ 为三耦合摆的波节位置}$$

对于四耦合摆，我们同样的分析方式可得：

$$x_\kappa(n, N=4) = \frac{\sin(\pi\kappa\frac{n-n_0}{4})}{\sqrt{\sum_{n=1}^4 \sin^2(\pi\kappa\frac{n-n_0}{4})}}, \text{ 其中 } n_0 \text{ 为四耦合摆的波节位置}$$

对于五耦合摆则有：

$$x_\kappa(n, N=5) = \frac{\sin(\pi\kappa\frac{n-n_0}{5})}{\sqrt{\sum_{n=1}^5 \sin^2(\pi\kappa\frac{n-n_0}{5})}}, \text{ 其中 } n_0 \text{ 为五耦合摆的波节位置}$$

B) N 耦合摆

根据 A 部分的推导我们可以推测 N 耦合摆一共有 N 个固有频率 ω_k 和 N 个振动模式，对应 $k = 0 \sim (N-1)$ 。当 $k = 0$ 时 $\omega_0 = \omega_p$ ，所有摆球以 ω_p 做同相位的简谐振动，而对应 $k = 0 \sim (N-1)$ 时有如下关系：

$$x_k(n, N) = \frac{\sin(\pi k \frac{n-n_0}{N})}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \sin^2(\pi k \frac{n-n_0}{N})}}, \text{ 其中 } n_0 \text{ 为 N 耦合摆的波节位置}$$

同时根据上式还可以知道 $k = \frac{\pi K}{N}$, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2N}{K}$ 。

由于摆球还在以 ω_k 做简谐振动，因此我们将上式进一步写为：

$$x_k(n, t) = \frac{\sin(\pi k \frac{n-n_0}{N})}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \sin^2(\pi k \frac{n-n_0}{N})}} \cos(\omega_k t) = A_k \sin(kn + \varphi) \frac{e^{i\omega_k t} + e^{-i\omega_k t}}{2} \quad (3)$$

其中 $A_k = \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \sin^2(\pi k \frac{n-n_0}{N})}}$, $k = \frac{\pi K}{N}$, $\varphi = -\pi k \frac{n_0}{N}$ 。

我们写出 N 耦合摆各个摆球的动力学方程有：

第1个摆球： $\ddot{x}_1 = -\frac{g}{L}x_1 - \frac{K}{m}(x_1 - x_2)$

第2~(N-1)个摆球： $\ddot{x}_n = -\frac{g}{L}x_n - \frac{K}{m}(x_n - x_{n-1}) - \frac{K}{m}(x_n - x_{n+1})$

第N个摆球： $\ddot{x}_N = -\frac{g}{L}x_N - \frac{K}{m}(x_N - x_{N-1})$

我们把(3)式带入到上述方程组可以得到N耦合摆的色散关系：

$$\omega = \sqrt{\omega_p^2 + 4\omega_s^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}\right)} = \sqrt{\omega_p^2 + 4\omega_s^2 \sin^2\left(\frac{\pi K}{2N}\right)} \quad (4)$$

实验中我们为了测得耦合摆的固有频率，我们通过小锤轻轻敲击自由端的摆球使之开始振动，并缓慢移动位置灵敏探测器 PSD 至耦合摆的某一摆球，利用 PSD 和示波器测试摆球位移随时间变化，利用数字示波器的 FFT 功能对信号进行频谱分析，读出 N 个固有频率（要求测出 10 个以上固有频率）。

为了验证耦合摆色散关系，我们从测量所得的固有频率频谱中选取约 1Hz~3.2Hz 范围内四个频率值，利用所选取的频率进行激励，当耦合摆达到稳定振动状态时，记录每个摆球在固有频率信号激励下的振幅和相位（用以判断振幅的正负性）。而后利用 Matlab 进行 $x = A \sin(kn - \varphi)$ 形式的拟合得出波数 k 。最后利用四组固有频率 ω_k 以及所得 k ，根据(4)式进行直线拟合验证色散关系。

其中关于判断耦合摆是否达到稳定状态，我们可以将 PSD 和 0 号摆球（即直接受到信号源激励的摆球）对齐，观测示波器的波形，当示波器波形为一个稳定的正弦曲线且振动频率与信号源一致时可以认为耦合摆达到稳定状态。振幅的正负性则以 0 号摆球相位为基准，其振幅为正，当相位相差在 $\pm 180^\circ$ 、 $\pm 540^\circ$ 附近时认为振幅为负，而相差在 $\pm 0^\circ$ 、 $\pm 360^\circ$ 附近认为振幅为正。

C) 耦合摆的通带以及带外频率的波的振动特性

根据(4)式色散关系我们可以知道下限频率 $\omega_{min} = \omega_p$ ，上限频率 $\omega_{max} = \sqrt{\omega_p^2 + 4\omega_s^2 \sin^2(\pi \frac{N-1}{2N})}$ ，当N较大时 $\omega_{max} \approx \sqrt{\omega_p^2 + 4\omega_s^2}$ 。对于的波长 $\lambda = \frac{2N}{N-1} \approx 2$ 。也就是说耦合摆传播的振动最小波长为2个摆球间距。因此耦合摆的通带（允许传播的振动频率范围）为 $\omega_{min} \sim \omega_{max}$ ，带宽 $\Delta\omega = \omega_{max} - \omega_{min}$ 。

由(4)式我们可以得到 $\sin^2\left(\frac{k}{2}\right) = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{4\omega_s^2}$ ，进一步可以化为 $\cos k = 1 + \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{2\omega_s^2} \triangleq C$ ，当 ω 处于通带范围之外时 k 将没有实数解，设 $k = k_{Re} + ik_{Im}$ ，于是 $\cos k = \cos k_{Re} \cosh k_{Im} - i \sin k_{Re} \sinh k_{Im}$ ，但是 C 为实数，因此 $\sin k_{Re} \sinh k_{Im} = 0$ ，而 $k_{Im} \neq 0$ ，故 $\sin k_{Re} = 0$ ，即 $k_{Re} = 0, \pm m\pi$ （ m 为正整数），而(3)式可以写为：

$$x_k(n, t) = A_k e^{i(\omega t - kn + \varphi_0)} = A_k e^{k_{Im} n} e^{i(\omega t - k_{Re} n + \varphi_0)} \quad (5)$$

进而波长 $\lambda = \frac{2\pi}{k_{Re}} = \pm \frac{2}{m} (m \neq 0)$

由于耦合摆可传播的振动最小波长为2个摆球间距，因此 $k_{Re} = 0, \pm\pi$ 。

(1)当 $k_{Re} = 0$ 时由 $\cos k = \cos k_{Re} \cosh k_{Im} - i \sin k_{Re} \sinh k_{Im}$ 可知 $\cos k \geq 1$, 即 $\omega \leq \omega_p$ 。同时还解得 $e^{k_{Im}} = C \pm \sqrt{C^2 - 1}$, 带入(5)得:

$$x_k(n, t) = A_k e^{k_{Im} n} e^{i(\omega t - k_{Re} n + \varphi_0)} = A_k \left(C - \sqrt{C^2 - 1} \right)^n e^{i(\omega t + \varphi_0)} \quad (6)$$

(2) $k_{Re} = \pm \pi$ 时 $\omega \geq \omega_{max}$, 同样地可以解得 $e^{k_{Im}} = -C \pm \sqrt{C^2 - 1}$, 带入(5)得:

$$x_k(n, t) = A_k e^{k_{Im} n} e^{i(\omega t - k_{Re} n + \varphi_0)} = A_k \left(-C - \sqrt{C^2 - 1} \right)^n e^{i(\omega t - n\pi + \varphi_0)} \quad (7)$$

实验中选取低于 ω_p 的一个频率, 并对0号摆球施加激励信号, 观察振动在摆链的传播并测试各个摆球的振幅。其中频率尽量高于0.6Hz, 防止频率过低时振幅衰减过快, 摆动的摆球较少。

D) 考虑阻尼时的情况

当我们把阻尼考虑上, 不妨设阻力和速度成正比, 比值为阻尼系数 γ , 定义 $2\beta = \frac{\gamma}{m}$, 得到:

$$\ddot{x}_n + 2\beta \dot{x}_n + \omega_p^2 x_n = \omega_s^2 (x_{n-1} + x_{n+1} - 2x_n) \quad (8)$$

在弱阻尼 ($\beta \ll \omega_p$, $\beta \ll \omega_s$) 情况下可以得到:

$$x_k(n, t) = A_k e^{-\beta t} e^{i(\omega_k t - kn + \varphi)} \quad (9)$$

进而带入(8)式可以得到:

$$\omega = \sqrt{\omega_p^2 - \beta^2 + 4\omega_s^2 \sin^2 \left(\frac{k}{2} \right)} \quad (10)$$

3. 数据处理

B. 1 测试耦合摆的固有频率

B. 2 已知耦合摆中弹簧的劲度系数为 $K = 18.9 \text{ N/m}$, 摆球摆长为 $L = 0.500 \text{ m}$, 摆球质量为 $m = 0.148 \text{ kg}$ 。用这些参数计算 ω_p 和 ω_s 的参考值, 再用(4)式计算固有频率的理论值, 并与 B. 1 题的测试结果相比较

利用 $\omega_p = \sqrt{\frac{g}{L}}$, 可得 $\omega_p = 4.427 \text{ rad/s}$, $f_p = 0.705 \text{ Hz}$

利用 $\omega_s = \sqrt{\frac{K}{m}}$, 可得 $\omega_s = 11.301 \text{ rad/s}$, $f_s = 1.799 \text{ Hz}$

表 1 为实验得固有频率以及根据 ω_p 和 ω_s 所得固有频率的理论值。

| 序号 | 第 1 组(Hz) | 第 2 组(Hz) | 第 3 组(Hz) | 理论值(Hz) |
|----|-----------|-----------|-----------|---------|
| 0 | 0.736 | 0.730 | 0.736 | 0.705 |
| 1 | 1.028 | 0.820 | 0.816 | 0.799 |
| 2 | 1.300 | 1.030 | 1.032 | 1.028 |
| 3 | 1.600 | 1.300 | 1.288 | 1.316 |
| 4 | 1.890 | 1.596 | 1.592 | 1.624 |
| 5 | 2.164 | 1.892 | 1.656 | 1.932 |
| 6 | 2.320 | 2.160 | 1.888 | 2.229 |
| 7 | 2.430 | 2.230 | 2.164 | 2.508 |
| 8 | 2.500 | 2.430 | 2.496 | 2.764 |
| 9 | 2.670 | 2.560 | 2.680 | 2.994 |
| 10 | 2.910 | 2.900 | 2.760 | 3.194 |
| 11 | | | | 3.361 |
| 12 | | | | 3.493 |
| 13 | | | | 3.588 |

表 1 实验所得固有频率与理论值

根据上表数据可知实验中大部分数据与理论值相近, 存在部分理论值在各组实验测得数据中有两个近似值, 但总体来说理论值和实验测量值吻合得较好。

B.3 从 B.1 题测得的固有频率谱中，选取约 $1\text{Hz}\sim 3.2\text{Hz}$ 范围内 4 个频率值。测试并计算耦合摆被这4 个固有频率信号激励且振动达到稳定振动状态后，振动模式所对应的波长 λ 。由拟合结果可求得 ω_p 和 ω_s 。与 B.2 题计算的 ω_p 和 ω_s 参考值相比较。

利用 B.1 中的 1.028Hz 、 1.300Hz 、 1.892Hz 、 2.160Hz 这四个固有频率进行激励，并利用 Matlab 进行三角函数拟合，其中 Matlab 中利用的模型为 $y = a_1 \sin(b_1 x + c_1)$ ，其中 $k = b_1$ 。

1.028Hz 拟合结果为 $a_1=1431.90$ ， $b_1 = 0.4162$ ， $c_1 = 1.8052$ ， $R^2 = 0.9988$ ，相应地 $k = 0.4162$ ， $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 15.10$

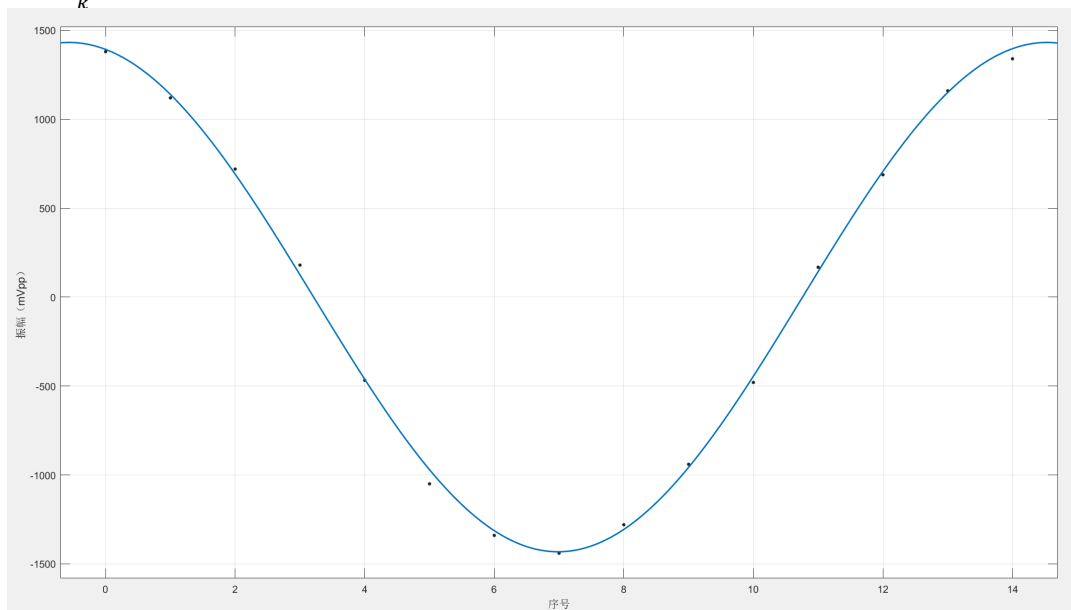


图 1 固有频率 1.028Hz 拟合结果

1.300Hz 拟合结果为 $a_1=617.55$ ， $b_1 = 0.6334$ ， $c_1 = 1.8315$ ， $R^2 = 0.9905$ ，相应地 $k = 0.6334$ ， $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 9.92$

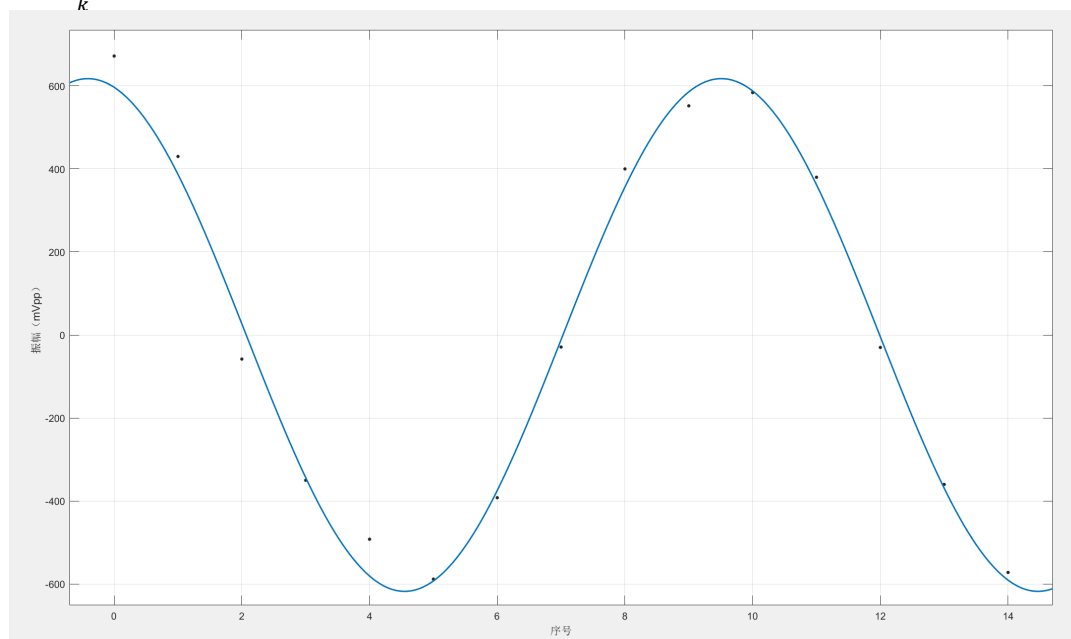


图 2 固有频率 1.300Hz 拟合结果

1.892Hz拟合结果为 $a_1=685.80$, $b_1 = 1.0549$, $c_1 = 1.9722$, $R^2 = 0.9859$, 相应地 $k = 1.0549$, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 5.96$

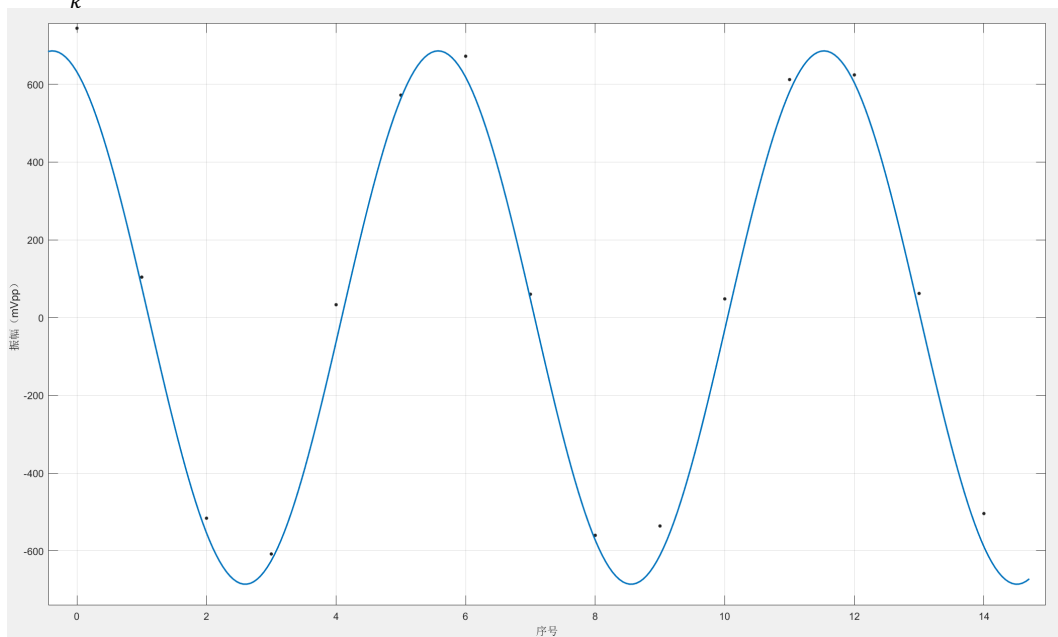


图 3 固有频率 1.892Hz 拟合结果

2.160Hz拟合结果为 $a_1=798.41$, $b_1 = 1.2539$, $c_1 = 2.2258$, $R^2 = 0.9909$, 相应地 $k = 1.2539$, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 5.01$

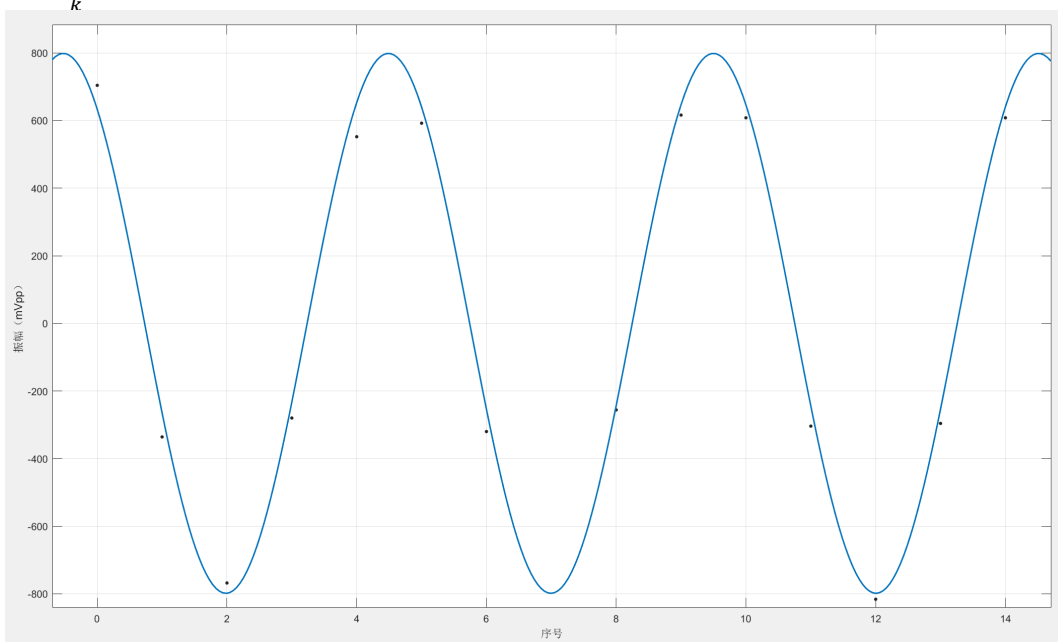


图 4 固有频率 2.160Hz 拟合结果

下面我们根据 $\omega = \sqrt{\omega_p^2 + 4\omega_s^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}\right)}$ 进行直线拟合求解 ω_p 和 ω_s 。首先我们根据实验数据计算出拟合所需要的 ω^2 和 $4\sin^2\left(\frac{k}{2}\right)$ 得到表 2。

| 序号 | ω^2 | $4 \sin^2(k/2)$ |
|----|------------|-----------------|
| 1 | 41.72 | 0.17 |
| 2 | 66.72 | 0.39 |
| 3 | 141.32 | 1.01 |
| 4 | 184.19 | 1.38 |

表 2 ω^2 和 $4 \sin^2(k/2)$ 关系表

根据上表我们进行直线拟合可以得到 $\omega_s^2 = 118.40$, $\omega_p^2 = 21.20$, 其中 $R^2 = 1$, 因此直线拟合效果较好。我们进一步计算得 $\omega_p = 4.6047 \text{ rad/s}$, $\omega_s = 10.8811 \text{ rad/s}$, 我们和 B.2 计算所得 ω_p 和 ω_s 进行比较发现偏差较小, 实验数据和理论所得色散关系吻合得较好。

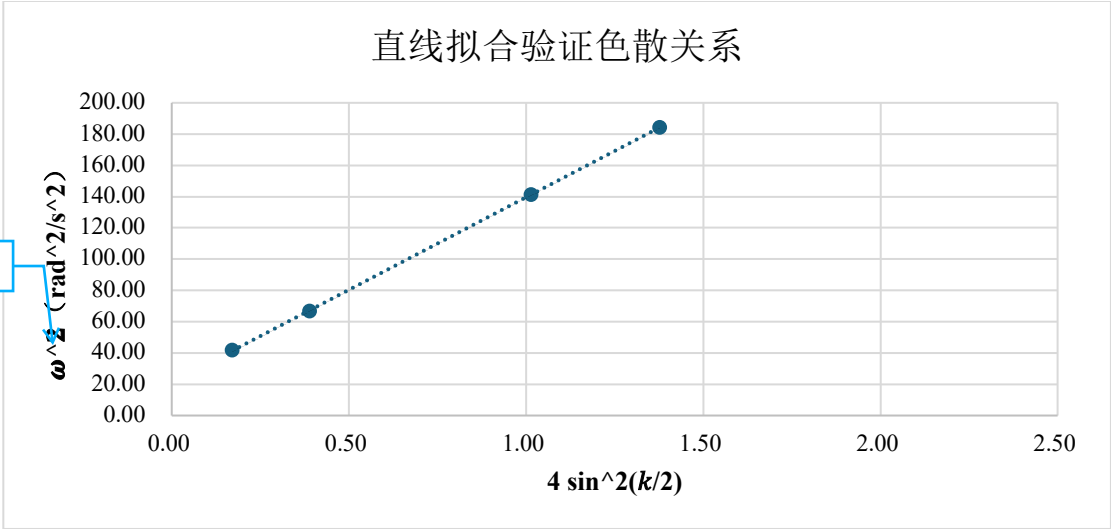


图 5 直线拟合色散关系图

C.1 观察振动在摆链中的传播情况, 测试各个摆球的振幅, 画出摆球振幅-摆球序号关系图, 利用(6)式做直线拟合求出衰减系数 $C - \sqrt{C^2 - 1}$, 再计算出 C 的实验值。由 $\cos k = 1 + \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{2\omega_s^2} \stackrel{\text{def}}{=} C$ 计算 C 的参考值 (其中 ω_p 和 ω_s 使用 B. 3 题的拟合结果), 并与实验值比较。

我们选取0.600Hz进行实验, 得到表 3 的数据。

| 序号 | 幅度 $A(mV_{pp})$ | 相位($^{\circ}$) | $\ln(A)$ |
|----|-----------------|------------------|----------|
| 0 | 472.000 | 2 | -0.751 |
| 1 | 320.000 | 6 | -1.139 |
| 2 | 256.000 | 4 | -1.363 |
| 3 | 200.000 | 4 | -1.609 |
| 4 | 144.000 | -4 | -1.938 |
| 5 | 128.000 | 4 | -2.056 |
| 6 | 100.000 | -6 | -2.303 |
| 7 | 84.000 | 90 | -2.477 |
| 8 | 56.800 | 26 | -2.868 |
| 9 | 44.000 | 100 | -3.124 |
| 10 | 36.000 | 156 | -3.324 |

表 3 振幅与序号关系

我们根据表 3 数据可以绘制画出摆球振幅-摆球序号关系图（见图 6）。

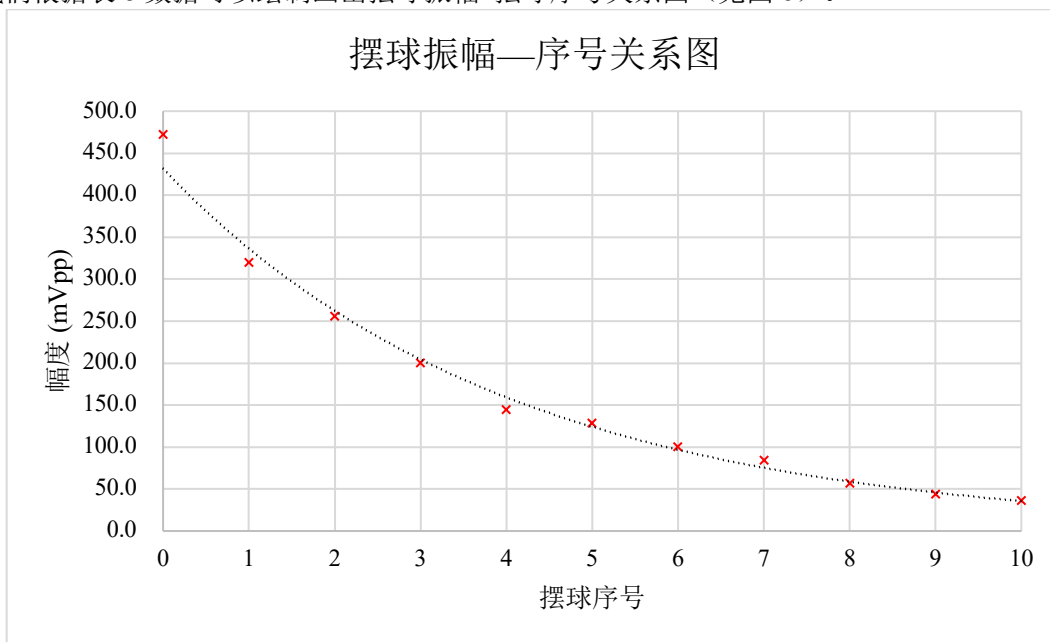


图 6 摆球振幅-摆球序号关系图

根据 $x_k(n, t) = A_k e^{k_{Im}n} e^{i(\omega t - k_{Re}n + \varphi_0)} = A_k (C - \sqrt{C^2 - 1})^n e^{i(\omega t + \varphi_0)}$ ，我们可以得到 $\ln A = \ln A_k + n \ln(C - \sqrt{C^2 - 1})$ ，利用此式我们进行直线拟合得到斜率为 -0.2493 ， $R^2 = 0.9944$ ，直线拟合效果较好，而斜率即 $\ln(C - \sqrt{C^2 - 1})$ ，于是我们可以得到 $C - \sqrt{C^2 - 1} = 0.7794$ ，进一步解得 $C_{\text{实验}} = 1.0312$ 。

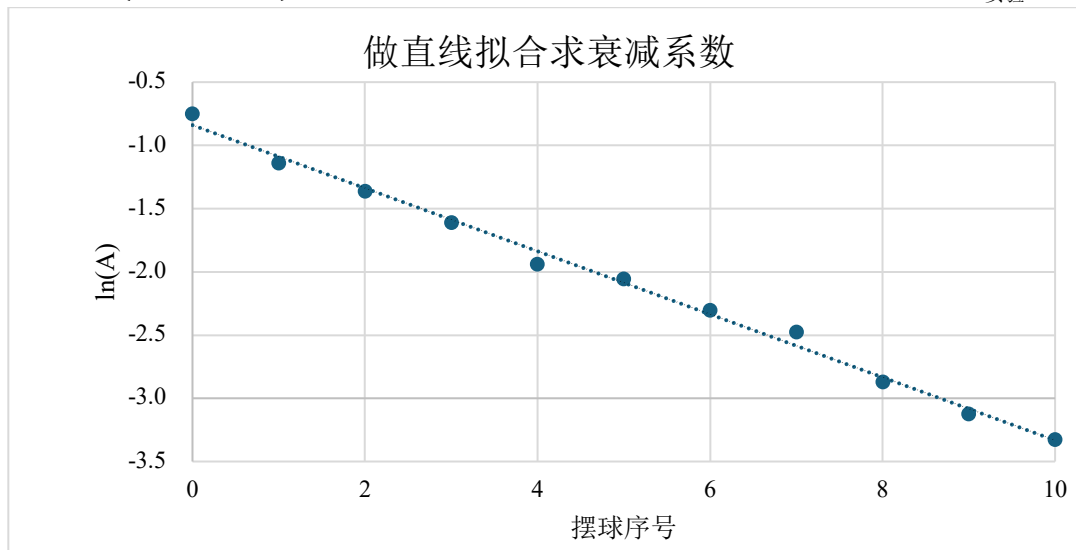


图 7 直线拟合求衰减系数图

根据 $C = 1 + \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{2\omega_s^2}$ ， $\omega_p = 4.6047 \text{ rad/s}$ ， $\omega_s = 10.8811 \text{ rad/s}$ ， $\omega = 3.7699 \text{ rad/s}$ ，可计算得 $C_{\text{参考}} = 1.0295$ ，因此我们可以发现 $C_{\text{实验}}$ 和 $C_{\text{参考}}$ 十分接近，说明实验数据和我们理论解得的振动情况吻合得很好。

4. 分析讨论

a) 实验中 B 部分要求测量出各个摆球的振幅，在实验时我最初将摆球的振幅调节较小，这导致最大振幅和波节附近测得振幅相差不大，但是波节附近测得的波形复杂，噪声影响较大，在拟合时会产生较大偏差。因此在振幅调节时应当使最大振幅适当大一些以减小实验误差。

b) 在 B 实验中我们选取了一些固有频率，但是在实际做实验时，有部分傅里叶频谱中峰值较大且与理论值接近的频率对摆球进行激励了，波形并不是一个单纯的正弦曲线，大致是两个波的叠加，但是是一个波的成分较弱，因为曲线大致是正弦形状，相邻两个峰之间存在差距，但是差距不大，进行缩放时差距可以忽略不计，但是很显然，这一频率并不是准确的固有频率，在实验时会产生误差。同时如果我们一开始的坐标轴比例调节较大时可能会直接认为是一个正弦曲线而

c) 在实验 B 中直线拟合色散关系时也较为神奇， R^2 竟然惊人等于1。我们作如果只有2个数据点，则R方永远为1为实验数据拟合并计算所得，误差还是不可忽视的，但是最后却负负得正，于是我们特意查阅了相关资料，发现 R^2 等于1确实存在偶然，但是实际上拟合模型时 R^2 在数据点较少时没有什么统计学意义，在数据点数量与模型参数数量相差不大时 R^2 也只能反应数据精确性。

d) 在实验 C 的理论推导部分我们对 k 为复数的情况进行了讨论，这一推导在物理之中是较为常见的，我们经常在物理中推导发现某些物理量居然是复数，但是我们接受这一理念后会发现更为丰富的物理现象，比如全反射和金属折射时我们通过引进复数发现了隐失波和指数衰减。但是回归到物质世界，我们进行实验测量时都是通过实数来反应物理量的，因此复数量我们无法直接测量得到，但是复数的引入确实使得我们得以解释更多的现象，无数实验和现象证明复数的引入是合理的，这也反应了我们的大自然在数学结构上的精巧。

5. 原始数据

B.1&B.2 测试固有频率，测了3组数据；计算固有频率理论值

| 序号 | 第1组 (Hz) | 第2组 (Hz) | 第3组 (Hz) |
|----|----------|----------|----------|
| 0 | 0.736 | 0.730 | 0.736 |
| 1 | 1.028 | 0.820 | 0.816 |
| 2 | 1.300 | 1.030 | 1.032 |
| 3 | 1.600 | 1.300 | 1.288 |
| 4 | 1.890 | 1.596 | 1.592 |
| 5 | 2.164 | 1.892 | 1.656 |
| 6 | 2.320 | 2.160 | 1.888 |
| 7 | 2.430 | 2.230 | 2.164 |
| 8 | 2.500 | 2.430 | 2.496 |
| 9 | 2.670 | 2.560 | 2.680 |
| 10 | 2.910 | 2.900 | 2.760 |
| 11 | | | |
| 12 | | | |
| 13 | | | |
| 14 | | | |

| | Hz | 1.028 | | Hz | 1.300 | |
|----|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| 序号 | 幅度 (mVpp) | 相位 (°) | 幅度(标正负号) | 幅度 (mVpp) | 相位 (°) | 幅度(标正负号) |
| 0 | 1380.000 | -70 | + | 672.000 | 200 | + |
| 1 | 1120.000 | -74 | + | 430.000 | 198 | + |
| 2 | 720.000 | -66 | + | 57.600 | -30 | - |
| 3 | 180.000 | -80 | + | 350.000 | 18 | - |
| 4 | 468.000 | 130 | - | 492.000 | 23 | - |
| 5 | 1050.000 | 135 | - | 588.000 | 18 | - |
| 6 | 1340.000 | 135 | - | 392.000 | 14 | - |
| 7 | 1440.000 | -225 | - | 28.800 | -30 | - |
| 8 | 1280.000 | -236 | - | 400.000 | 201 | + |
| 9 | 940.000 | 126 | - | 552.000 | 196 | + |
| 10 | 480.000 | 109 | - | 584.000 | 203 | + |
| 11 | 168.000 | -63 | + | 380.000 | 191 | + |
| 12 | 688.000 | -69 | + | 30.000 | 17 | - |
| 13 | 1160.000 | -55 | + | 360.000 | 18 | - |
| 14 | 1340.000 | -63 | + | 572.000 | 23 | - |

| Hz | 1.892 | | Hz | 2.160 | |
|-----------|--------|----------|-----------|--------|----------|
| 幅度 (mVpp) | 相位 (°) | 幅度(标正负号) | 幅度 (mVpp) | 相位 (°) | 幅度(标正负号) |
| 744 | 196 | + | 704.000 | -31 | + |
| 104 | -146 | + | 336.000 | 153 | - |
| 516 | 13 | - | 768.000 | 156 | - |
| 608 | 13 | - | 280.000 | -200 | - |
| 32.8 | 147 | + | 552.000 | -27 | + |
| 572 | -166 | + | 592.000 | -25 | + |
| 672 | 196 | + | 320.000 | 152 | - |
| 60 | 187 | + | 864.000 | -207 | - |
| 560 | 6 | - | 256.000 | 150 | - |
| 536 | 0 | - | 616.000 | -21 | + |
| 48 | -165 | + | 608.000 | -24 | + |
| 612 | 190 | + | 304.000 | -204 | - |
| 624 | -163 | + | 816.000 | -201 | - |
| 62 | -173 | + | 296.000 | -204 | - |
| 504 | 13 | - | 608.000 | -24 | + |

| | | |
|-------------|-----------|--------|
| C.1 通带外振动情况 | | |
| 测试频率: | 0.600 | Hz |
| 序号 | 幅度 (mVpp) | 相位 (°) |
| 0 | 472.000 | 2 |
| 1 | 320.000 | 6 |
| 2 | 256.000 | 4 |
| 3 | 200.000 | 4 |
| 4 | 144.000 | -4 |
| 5 | 128.000 | 4 |
| 6 | 100.000 | -6 |
| 7 | 84.000 | 90 |
| 8 | 56.800 | 26 |
| 9 | 44.000 | 100 |
| 10 | 36.000 | 156 |
| 11 | | |
| 12 | | |