

灰色关联分析模型研究进展

刘思峰¹, 蔡 华¹, 杨英杰², 曹 颖¹

(1. 南京航空航天大学 灰色系统研究所, 南京 210016; 2. De Montfort 大学 计算智能研究中心, 莱斯特 LE1 9BH)

摘 要 本文对灰色关联分析模型的研究进展进行了系统梳理. 从早期基于点关联系数的灰色关联分析模型, 到基于整体或全局视角的广义灰色关联分析模型; 从基于接近性测度相似性的灰色关联分析模型, 到分别基于相似性和接近性视角构造的灰色关联分析模型; 研究对象从曲线之间的关系分析到曲面之间的关系分析, 再到三维空间立体乃至 n 维空间中超曲面之间的关系分析. 明确了有待进一步研究的问题. 较为清晰地向读者展示出灰色关联分析模型的几条研究脉络.

关键词 关联系数; 灰色绝对关联度; 相似性; 接近性; n 维关联空间

Advance in grey incidence analysis modelling

LIU Si-feng¹, CAI Hua¹, YANG Ying-jie², CAO Ying¹

(1. Institute for Grey Systems Studies, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Centre for Computational Intelligence, De Montfort University, Leicester LE1 9BH, UK)

Abstract A systematic carding on the research of grey incidence analysis modelling have been made in this paper. The grey incidence analysis models developed from the models based on incidence coefficient of each points in the sequences in early period to the generalized grey incidence analysis models which based on integral or overall perspective. From the grey incidence analysis models which measuring similarity based on nearness to the models which considering similarity and nearness respectively. The objects of the research advanced from the analysis of relationship among curves to that among curved surfaces, then forward to the analysis of relationship in three-dimensional space and even the relationship among super surfaces in n -dimensional space. The further problems remained to be studied in this field are clarified too. Several research approaches of grey incidence analysis modeling are clearly revealed.

Keywords incidence coefficient; absolute degree of grey incidence; similarity; nearness; n -dimensional incidence space

1 引言

灰色关联分析是灰色系统理论中十分活跃的一个分支, 其基本思想是根据序列曲线几何形状来判断不同序列之间的联系是否紧密. 基本思路是通过线性插值的方法将系统因素的离散行为观测值转化为分段连续的折线, 进而根据折线的几何特征构造测度关联程度的模型. 基于邓聚龙教授提出的灰色关联分析模型, 许多学者围绕灰色关联分析模型的构造和性质进行了有益的探索, 取得不少有价值的成果^[9-13,25-32,38-39]. 研究过程也从早期基于点关联系数的灰色关联分析模型, 到基于整体或全局视角的广义灰色关联分析模型, 从基于接近性测度相似性的灰色关联分析模型, 到分别基于相似性和接近性视角构造的灰色关联分析模型, 研究对象也从曲线之间的关系分析拓展到曲面之间的关系分析, 再到三维空间立体之间的关系分析, 乃至 n 维空间中超曲面之间的关系分析. 本文拟对整个研究脉络进行梳理.

2 基于点关联系数的灰色关联分析模型

早期的灰色关联分析模型通常基于接近性测度相似性, 此类模型以邓聚龙教授提出的灰色关联分析模型

收稿日期: 2011-04-01

资助项目: 国家自然科学基金委员会与英国皇家学会联合资助项目 (71111130211); 国家自然科学基金 (90924022, 70971064, 70901041); 国家社会科学基金重大招标项目 (10zd&014); 教育部博士点基金 (20093218120032, 200802870020); 江苏省高等学校优秀科技创新团队基金 (Y0553-091); 江苏省高等学校哲学社会科学重点研究基地和国家级教学团队基金 (10td128)

作者简介: 刘思峰 (1955-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 灰色系统理论、系统分析方法与模型, E-mail: sfliu@nuaa.edu.cn.

为代表^[4].

邓氏灰色关联分析模型以灰关联四公理为基础, 根据序列对应点之间的距离测度系统因素变化趋势的相似性, 对于 $X_0 = (x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(n))$ 为系统行为特征序列,

$$X_1 = (x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(n))$$

$$\vdots$$

$$X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n))$$

$$\vdots$$

$$X_m = (x_m(1), x_m(2), \dots, x_m(n))$$

为相关因素序列的情形, 定义了点关联系数 $\gamma(x_0(k), x_i(k))$ ^[4]:

$$\gamma(x_0(k), x_i(k)) = \frac{\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \xi \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \xi \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|} \quad (1)$$

和 X_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 与 X_0 的灰色关联度 $\gamma(X_0, X_i)$ ^[4]:

$$\gamma(X_0, X_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma(x_0(k), x_i(k)) \quad (2)$$

这里 X_i 与 X_0 的顺序会直接影响计算结果. 亦即, 通常有 $\gamma(X_0, X_i) \neq \gamma(X_i, X_0)$. 事实上, 作为系统行为特征序列的 X_0 起到了比较基准的作用. 另外, 由式 (1) 和式 (2) 计算出的 X_i 与 X_0 的灰色关联度 $\gamma(X_0, X_i)$ 不仅与 X_0, X_i 有关, 同时还与 X_j ($j \neq 0, i; j = 1, 2, \dots, m$) 有关. 具体计算时, 又可以选择初值化变换和均值化变换两种不同的方式对原始数据进行处理.

此后许多学者遵循这一思路提出多种不同的灰色关联分析模型. 如张岐山分析了邓氏关联分析模型的优势, 引入灰关联熵概念对传统模型进行改进, 提出了计算关联度的新方法^[40-41]. 肖新平^[28], 刘金英^[8]等通过对各点关联系数加权合成构造了加权灰色关联度. 赵艳林, 韦树英将欧几里德贴近度引入灰色关联分析, 用贴近度度量因素各点的相近性, 构造了欧几里德关联度模型^[45]. 另外, 还根据灰色因子各点距离的上下确界定义了一种灰色关联分析模型, 并证明了邓氏关联度、加权和欧几里德关联度模型是该模型的三种特殊形式^[46]. 施宝正根据极大值距离与序列距离的差值提出极差关联系数定义, 对邓氏关联系数进行补充^[17]. 张启义, 周先华综合利用分辨系数修正法、嫡权法和投影法对邓氏关联分析模型进行了改进^[42]. 赵宏将变异系数引入关联分析, 利用序列各点的变异系数与关联系数的加权值对邓氏关联分析模型进行改进^[44]. 周刚定义的关联系数采用模糊数学中的广义权距离来度量参考序列和比较序列的差异程度^[47]. 彭文菁利用序列的二阶差分, 将邓氏关联分析模型拓展为二阶趋势关联度模型^[16]. 王清印提出 B 型关联度模型^[24]. 唐五湘提出 T 型关联度模型^[23]. 党耀国提出斜率关联度以及相应的改进模型^[3].

在这些模型中, 以邓聚龙教授提出的灰色关联分析模型影响最大.

3 广义灰色关联分析模型

1991 年, 笔者根据邓氏灰色关联分析模型的基本思想, 针对自己在实际应用过程中遇到的问题, 提出了一类广义灰色关联分析模型^[11]. 设序列

$$X_i = (x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(n)), \quad X_j = (x_j(1), x_j(2), \dots, x_j(n))$$

的始点零化像分别为

$$X_i^0 = (x_i^0(1), x_i^0(2), \dots, x_i^0(n)), \quad X_j^0 = (x_j^0(1), x_j^0(2), \dots, x_j^0(n)),$$

其中 $x_i^0(k) = x_i(k) - x_i(1)$, $x_j^0(k) = x_j(k) - x_j(1)$, $k = 1, 2, \dots, n$. 据此构造的广义灰色关联分析模型有三种不同的形式, 分别如式 (3)、式 (4) 和式 (5) 所示.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + |s_i| + |s_j|}{1 + |s_i| + |s_j| + |s_i - s_j|} \quad (3)$$

其中 $s_i = \int_1^n (X_i - x_i(1))dt$, $s_j = \int_1^n (X_j - x_j(1))dt$, $s_i - s_j = \int_1^n (X_i^0 - X_j^0)dt$.

$$\gamma_{ij} = \frac{1 + s'_i + s'_j}{1 + s'_i + s'_j + |s'_i - s'_j|} \quad (4)$$

$$\rho_{ij} = \theta \varepsilon_{ij} + (1 - \theta) \gamma_{ij}$$

(5)

其中 $\theta \in [0, 1]$.

式 (3) 是基本的灰色绝对关联分析模型, 可以用来分析序列绝对量之间的关系. 式 (4) 是以灰色绝对关联分析模型为基础, 基于初值化变换构造的灰色相对关联分析模型, 主要用于分析序列相对于起始点的变化速率之间的关系. 式 (4) 实质上是先对 X_i, X_j 进行初值化变换, 然后对变换后的 X'_i, X'_j 计算灰色绝对关联度. 式 (5) 是由灰色绝对关联度和灰色相对关联度综合而得的灰色综合关联分析模型. 如果需要同时考虑序列绝对量之间的关系和相对于起始点的变化速率之间的关系, 可以采用灰色综合关联分析模型, 合成系数 θ 可以根据对二者的侧重程度适当确定.

灰色绝对关联分析模型的实质是基于对应序列折线间所夹的面积测度序列折线的相似程度. 因此广义灰色关联分析模型是基于整体或全局视角考察序列折线相似程度的模型. 另外, 由式 (3), 式 (4) 和式 (5) 不难看出, 灰色绝对关联度、灰色相对关联度和灰色综合关联度皆满足对称性. 即广义灰色关联度的值与 X_i, X_j 的顺序无关.

广义灰色关联分析模型由于形式简捷, 计算方便而得到较多关注, 应用范围也不断拓展, 解决了科研、生产中的大量实际问题. 如徐国荣对灰色绝对关联分析模型进行了改进^[34]. 施红星基于广义灰色关联分析模型构造了一种仅受周期因素影响的关联度模型, 并证明模型只与因素波动的周期和相位相关, 而且能够表现出正负相关性^[18]. 张继春等将广义灰色关联分析模型用于岩体爆破质量分析^[37], 赵呈建等应用于股票市场分析^[43], 李长洪应用于矿井事故成因和煤自燃发火因素分析^[7], 刘以安, 陈松灿应用于多雷达低空小目标跟踪分析^[14], 史向峰等应用于地空导弹武器系统分析^[19], 谭守林等用于机场目标打击顺序分析^[21], 苗晓鹏等用于圆锥滚子轴承振动控制^[15] 等等, 均取得满意的效果.

4 基于相似性和接近性视角的灰色关联分析模型

基于点关联系数的灰色关联分析模型和广义灰色关联分析模型都是基于序列折线的接近程度测度折线形状的相似性, 对于相似性和接近性的不同没有进行明确界定.

2010 年, 笔者以广义灰色关联分析模型为基础, 提出了基于相似性和接近性视角的新型灰色关联分析模型^[10]——灰色相似关联度.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{1 + |s_i - s_j|}$$

(6)

其中 $s_i - s_j = \int_1^n (X_i^0 - X_j^0)dt$, 和灰色接近关联度

$$\Gamma_{ij} = \frac{1}{1 + |S_i - S_j|}$$

(7)

其中 $S_i - S_j = \int_1^n (X_i - X_j)dt$.

相似关联度用于测度序列 X_i 与 X_j 在几何形状上的相似程度. X_i 与 X_j 在几何形状上越相似, ε_{ij} 越大, 反之就越小. 接近关联度用于测度序列 X_i 与 X_j 在空间中所处位置的接近程度. X_i 与 X_j 越接近, Γ_{ij} 越大, 反之就越小. 接近关联度仅适用于序列 X_i 与 X_j 意义、量纲完全相同的情形, 当序列 X_i 与 X_j 的意义、量纲不同时, 计算其接近关联度没有任何实际意义.

按照式 (6) 或式 (7) 计算相似关联度或接近关联度时, 当序列数据绝对值较大时, 可能导致 $|s_i - s_j|$ 或 $|S_i - S_j|$ 的值较大, 从而出现相似关联度或接近关联度数值较小的情形. 这种情况对于序关系的分析没有实质性影响. 如果认为数值较大的关联度更便于说明问题, 可以考虑将式 (6) 或式 (7) 分子和分母中的数 1 取为一个与 $|s_i - s_j|$ 或 $|S_i - S_j|$ 相关的常数, 也可以仍采用广义灰色关联分析模型或其他合适的模型.

5 灰色关联分析模型的深化研究

灰色关联分析模型的深化研究通常沿两个不同的方向展开.

一是关于灰色关联分析模型性质的研究. 事实上, 每一种灰色关联分析模型的提出都不同程度地涉及到模型性质的讨论. 因为对模型性质的深入研究, 能够帮助人们正确了解模型的功能和适用范围与要求.

水乃翔, 肖新平, 何文章等先后对灰色关联度的规范性、初值化、均值化处理以及分辨系数的取值对关联序的影响进行研究^[6,20,30], 陈茜影等对模型规范性、对称性、有序性进行了研究^[1]. 崔杰对关联度模型的仿射性和仿射变换保序性进行了研究^[2].

二是研究对象的拓展,从曲线之间的关系分析到曲面之间的关系分析,再到三维空间立体之间的关系分析,乃至 n 维空间中超曲面之间的关系分析。即从基于一般实数序列的灰色关联分析模型拓展到区间数、灰数、向量、矩阵乃至高维矩阵等。

对于 $X = (a_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{n1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ 为系统行为矩阵的情形,类似序列情形的灰色绝对关联度计算,将 X 对应的空间曲面的起始边零化可得 X^0 。张可基于灰色绝对关联度和三维空间中的距离构造出三维对象的灰色关联分析模型^[38]

$$\varepsilon_{pq} = \frac{1 + |s_p| + |s_q|}{1 + |s_p| + |s_q| + |s_p - s_q|} \quad (8)$$

其中 $s_p = \iint_D X_p^0 dx dy$, $s_q = \iint_D X_q^0 dx dy$, $s_p - s_q = \iint_D (X_p^0 - X_q^0) dx dy$, $|s_p|$, $|s_q|$ 分别代表两个起始边零化曲面与坐标平面围成的曲顶柱体体积, $|s_p - s_q|$ 代表两个空间曲面围成的曲顶柱体的体积。

式(8)亦称三维灰色绝对关联分析模型,可用于分析面板数据之间的关系。类似地,可以定义三维灰色相对关联分析模型、三维接近性关联分析模型、三维相似性关联分析模型和更高维的灰色关联分析模型。

此外,谭学瑞、邓聚龙基于灰关联分析的基本原理将序列的两级距离引申为三级,建立了一种适用于医学统计分析的新模型^[22]。党耀国基于区间数距离的定义把灰色关联度由实数序列拓广到区间数序列,构造了适用于区间数的关联分析模型^[3]。桂预凤^[5]、周静^[48]、熊和金^[33]分别将灰色关联分析模型推广到向量、复数、区间灰数、模糊数、张量序列情形。

6 结语与展望

灰色关联分析模型的研究方兴未艾。相关的理论研究和应用成果主要集中在研究对象及其行为特征表现为实数序列的情形,对于一般高维模型的研究则刚刚起步。现实世界中的大量实际问题和科学难题,迫切需要运用关于面板数据、矩阵数据、矩阵序列数据和高维场数据的分析方法去研究解决。循广义灰色关联分析模型的研究路径,把基于定积分的模型拓展到基于多重积分的模型,进而解决高维场数据的关联分析问题,是一个有价值的研究方向;关于灰色关联分析模型性质及灰色关联分析模型的检验准则和具体的量化标准,也需要进一步地深入研究。对模型重要性质的梳理并据以对灰色关联分析模型机理进行深化研究,有助于克服现有模型的缺陷,设计、筛选出具有优良特性的模型;借鉴统计检验原理,构建灰色关联分析模型的检验准则和具体的量化标准,也是一个亟待研究解决的问题。随着上述问题的逐步解决,灰色关联分析模型将日臻完善,其应用的深度和广度亦将进一步拓展。

参考文献

- [1] 陈茜影,程宝龙.灰色点关联系数与点关联度的注记[J].系统工程,1990,8(5):59-66.
Chen Q Y, Cheng B L. The notes about the grey points relational coefficient and relational grade[J]. Systems Engineering, 1990, 8(5): 59-66.
- [2] 崔杰,党耀国,刘思峰.几类关联分析模型的新性质[J].系统工程,2009,27(4):65-70.
Cui J, Dang Y G, Liu S F. Novel properties of some grey incidence analysis models[J]. Systems Engineering, 2009, 27(4): 65-70.
- [3] 党耀国,刘思峰,刘斌,等.灰色斜率关联度的改进[J].中国工程科学,2004(3):41-44.
Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Improvement on degree of grey slope incidence[J]. Engineering Science, 2004(3): 41-44.
- [4] 邓聚龙.灰色系统理论的关联空间[J].模糊数学,1985(2):1-10.
Deng J L. The relational space in grey system theory[J]. Fuzzy Mathematics, 1985(2): 1-10.
- [5] 桂预凤,夏桂芳,邓旅成.赋范空间中的灰色关联度[J].武汉理工大学学报:交通科学与工程版,2004,28(3):399-403.
Gui Y F, Xia G F, Deng L C. Grey incident degree in linear norm space[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering, 2004, 28(3): 399-403.
- [6] 何文章,郭鹏.关于灰色关联度中的几个问题的探讨[J].数理统计与管理,1999(3):25-29.
He W Z, Guo P. Some problems about the grey correlation degree[J]. Application of Statistics and Management, 1999(3): 25-29.
- [7] 李长洪.矿井淹井事故成因的灰色关联分析方法及应用[J].工业安全与环保,1997(7):20-21.
Li C H. The cause analysis of mine drowned accident with grey incidence model[J]. Industrial Safety and Dust

- Control, 1997(7): 20–21.
- [8] 刘金英, 杨天行, 李明, 等. 一种加权绝对灰色关联度及其在密云水库水质评价中的应用 [J]. 吉林大学学报: 地球科学版, 2005, 35(1): 54–58.
Liu J Y, Yang T X, Li M, et al. A weight absolute grey correlation degree and it's application in evaluation of water quality Miyun reservoir[J]. Journal of Jilin University: Earth Science Edition, 2005, 35(1): 54–58.
- [9] Liu S F, Lin Y. Grey systems: Theory and applications[M]. Springer-Verlag, 2011.
- [10] 刘思峰, 谢乃明, J. 福雷斯特. 基于相似性和接近性视角的新型灰色关联分析模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(5): 881–887.
Liu S F, Xie N M, Forrest J. On new models of grey incidence analysis based on visual angle of similarity and nearness[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(5): 881–887.
- [11] 刘思峰, 郭天榜. 灰色系统理论及其应用 [M]. 开封: 河南大学出版社, 1991.
Liu S F, Guo T B. Grey system theory and application[M]. Kaifeng: Henan University Press, 1991.
- [12] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2010.
Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey system theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2010.
- [13] Liu S F, Fang Z G, Lin Y. Study on a new definition of degree of grey incidence[J]. Journal of Grey System, 2006, 9(2): 115–122.
- [14] 刘以安, 陈松灿, 杨华明, 等. 灰色优势分析在多雷达数据融合中的应用 [J]. 雷达与对抗, 2001(3): 9–14.
Liu Y A, Chen S C, Yang H M, et al. Application of grey superior analysis in multi radar data fusion[J]. Radar & Ecm, 2001(3): 9–14.
- [15] 苗晓鹏, 夏新涛. 基于灰色系统理论的圆锥滚子轴承振动控制方法的研究 [J]. 机床与液压, 2006(7): 236–237.
Miao X P, Xia X T. Study on vibration control method of tapered roller bearings based on grey system theory[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2006(7): 236–237.
- [16] 彭文菁. 灰色趋势关联分析及其应用 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2008.
Peng W J. Grey trend relational analysis and the application[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2008.
- [17] 施宝正. 极差关联度的提出 [J]. 石油大学学报: 自然科学版, 1995, 19(5): 114–116.
Shi B Z. Presentation of range incidence quantity[J]. Journal of China University of Petroleum: Edition of Natural Science, 1995, 19(5): 114–116.
- [18] 施红星, 刘思峰, 方志耕, 等. 灰色周期关联度模型及其应用研究 [J]. 中国管理科学, 2008, 16(3): 131–136.
Shi H X, Liu S F, Fang Z G, et al. The model of grey periodic incidence and their rehabilitation[J]. Chinese Journal of Management Science, 2008, 16(3): 131–136.
- [19] 史向峰, 申卯兴. 基于灰色关联的地空导弹武器系统的使用保障能力研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2007, 27(3): 83–85.
Shi X F, Shen M X. Researches on the ensuring operations ability of ground to air missile weapon system based on grey correlation analysis[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2007, 27(3): 83–85.
- [20] 水乃翔, 董太亨, 沙震. 关于灰关联度的一些理论问题 [J]. 系统工程, 1992, 10(6): 23–26.
Shui N X, Dong T H, Sha Z. On several theoretical problems of grey correlation degree[J]. Systems Engineering, 1992, 10(6): 23–26.
- [21] 谭守林, 唐保国, 黄国鹏, 等. 机场目标打击顺序灰色决策分析 [J]. 火力与指挥控制, 2004, 29(4): 36–38.
Tan S L, Tang B G, Huang G P, et al. Gray decision analysis in confirming airdrome targets striking order[J]. Fire Control & Command Control, 2004, 29(4): 36–38.
- [22] 谭学瑞, 邓聚龙. 灰色关联分析: 多因素统计分析新方法 [J]. 统计研究, 1995(3): 46–48.
- [23] 唐五湘. T 型关联度及其计算方法 [J]. 数理统计与管理, 1995(1): 34–37.
Tang W X. The concept and the computation method of T's correlation degree[J]. Application of Statistics and Management, 1995(1): 34–37.
- [24] 王清印. 灰色 B 型关联分析 [J]. 华中理工大学学报, 1989, 17(6): 77–81.
Wang Q Y. The grey relational analysis of B-mode[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1989, 17(6): 77–81.
- [25] Wei G W. Grey relational analysis model for dynamic hybrid multiple attribute decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2011, 24(5): 672–679.
- [26] Wei Y, Kong X H. The relation between grey relational decision making and grey situation decision making under the proper condition[J]. Advances in Grey Systems Research, Springer-Verlag, 2010: 461–467.
- [27] 魏勇. 指标相关程度与模式接近程度不容混淆 [C]// 刘思峰. 灰色系统理论及其应学术会议论文集, 北京: 中国高等科学技术中心, 2006: 116–123.
Wei Y. The difference of the relativity analysis and the closing property analysis in the grey system[C]// Liu S F. Grey System Theory and Applications Conference Proceedings, Beijing: Center for Advanced Science and Technology of China, 2006: 116–123.
- [28] 肖新平, 谢录臣, 黄定荣. 灰色关联度计算的改进及其应用 [J]. 数理统计与管理, 1995(5): 27–30.
Xiao X P, Xie L C, Huang D R. A modified computation method of grey correlation degree and its application[J]. Application of Statistics and Management, 1995(5): 27–30.

- [29] Xiao X P, Wen J H, Xie M. Grey relational analysis and forecast of demand for scrap steel[J]. The Journal of Grey System, 2010, 22(1): 73–80.
- [30] Xiao X P, Guo H. Optimization method of grey relation analysis based on the minimum sensitivity of attribute weights[J]. Advances in Grey Systems Research, Springer-Verlag, 2010: 177–189.
- [31] Xie N M, Liu S F. Research on evaluations of several grey relational models adapt to grey relational axioms[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2009, 20(2): 304–309.
- [32] 谢乃明, 刘思峰. 几类关联度模型的平行性和一致性 [J]. 系统工程, 2007, 25(8): 98–103.
Xie N M, Liu S F. The parallel and uniform properties of several relational models[J]. Systems Engineering, 2007, 25(8): 98–103.
- [33] 熊和金, 陈绵云, 瞿坦. 灰色关联度公式的几种拓广 [J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(1): 8–10.
Xiong H J, Chen M Y, Qu T. Some extensions of grey relational grade formula[J]. Systems Engineering and Electronics, 2000, 22(1): 8–10.
- [34] 徐国荣. 广义灰色关联度的改进与多目标灰色关联决策准则 [C]// 刘思峰. 灰色系统学术论文集, 开封: 河南大学出版社, 1993: 96–100.
Xu G R. Improvement of generalized degree of grey incidence and standard of multi-target grey correlation decision[C]// Liu S F. Grey System Theory and Applications Conference Proceedings, Kaifeng: Hennan University Press, 1993: 96–100.
- [35] Ma Y. Study on the second grey relational grade and its properties[J]. Kybernetes, 2010, 39(8): 1330–1335.
- [36] Yuan B J, Liu C Y, Chang C W. Developing grey relational analysis model to evaluate on-line games[J]. The Journal of Grey System, 2009, 21(1): 97–104.
- [37] 张继春, 钮强, 徐小荷. 用灰关联分析方法确定影响岩体爆破质量的主要因素 [J]. 爆炸与冲击, 1993, 13(3): 212–218.
Zhang J C, Niu Q, Xu X H. Determination of principal factors affecting the quality of rock blasting with grey incidence analysis[J]. Explosion and Shock Waves, 1993, 13(3): 212–218.
- [38] Zhang K, Liu S F. A novel algorithm of image edge detection based on matrix degree of grey incidences[J]. The Journal of Grey System, 2009, 21(3): 231–240.
- [39] 张可, 刘思峰. 灰色关联聚类在面板数据中的扩展及应用 [J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(7): 1253–1259.
Zhang K, Liu S F. Extended clusters of grey incidences for panel data and its application[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(7): 1253–1259.
- [40] 张岐山, 梁亚东, 吕作良, 等. 灰关联度计算的新方法 [J]. 大庆石油学院学报, 1999(4): 61–63.
Zhang Q S, Liang Y D, Lü Z L, et al. A new method for computing grey relational grade[J]. Journal of Daqing Petroleum Institute, 1999(4): 61–63.
- [41] 张岐山, 郭喜江, 邓聚龙. 灰关联熵分析方法 [J]. 系统工程理论与实践, 1996, 16(8): 7–11.
Zhang Q S, Guo X J, Deng J L. Analysis of gray relational entropy[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 1996, 16(8): 7–11.
- [42] 张启义, 周先华, 王文涛. 基于改进灰色关联分析法的工程防护效能评估方法 [J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2007, 8(3): 283–287.
Zhang Q Y, Zhou X H, Wang W T. Evaluation of defending efficiency in engineering based on improved grey interrelated analysis method[J]. Journal of PLA University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2007, 8(3): 283–287.
- [43] 赵呈建, 王慧, 苏敏. 关联度分析在股市中的应用 [J]. 经济经纬, 1996(5): 100–102.
Zhao C J, Wang H, Su M. Stock market analysis with grey incidence model[J]. Economic Survey, 1996(5): 100–102.
- [44] 赵宏, 马立彦, 贾青. 基于变异系数法的灰色关联分析模型及其应用 [J]. 黑龙江水利科技, 2007, 35(2): 26–27.
Zhao H, Ma L Y, Jia Q. The theory and application of grey coridence analysis model based on variant coefficient[J]. Heilongjiang Science and Technology of Water Conservancy, 2007, 35(2): 26–27.
- [45] 赵艳林, 韦树英, 梅占馨. 灰色欧几里德关联度 [J]. 广西大学学报: 自然科学版, 1998(1): 10–13.
Zhao Y L, Wei S Y, Mei Z X. Grey Euclid relation grade[J]. Journal of Guangxi University: Natural Science Edition, 1998(1): 10–13.
- [46] 赵艳林, 韦树英, 梅占馨. 灰色关联分析的一种新的理论模型 [J]. 系统工程与电子技术, 1998, 9(10): 34–36.
Zhao Y L, Wei S Y, Mei Z X. A new theoretical model for analysis of grey relation[J]. Systems Engineering and Electronics, 1998, 9(10): 34–36.
- [47] 周刚, 程卫民. 改进的模糊灰色关联分析法在热舒适度影响因素评定中的应用 [J]. 安全与环境学报, 2005, 5(4): 90–93.
Zhou G, Cheng W M. Application of improved fuzzy grey correlation analysis to appraisal of factors influencing personal thermal comfort degree[J]. Journal of Safety and Environment, 2005, 5(4): 90–93.
- [48] 周静, 陈允平, 梁劲, 等. 灰色向量关联度在故障定位中的判相 [J]. 高电压技术, 2005, 31(3): 12–14.
Zhou J, Chen Y P, Liang J, et al. Application of gray vector relational analysis to location of the fault-phase on transmission line[J]. High Voltage Engineering, 2005, 31(3): 12–14.