Revisar envio do teste: Semana 5 - Atividade Avaliativa

Usuário	LIZIS BIANCA DA SILVA SANTOS
Curso	Geometria Analítica e Álgebra Linear - MGA001 - Turma 001
Teste	Semana 5 - Atividade Avaliativa
Iniciado	13/11/24 21:05
Enviado	13/11/24 21:16
Data de vencimento	15/11/24 23:59
Status	Completada
Resultado da tentativa	10 em 10 pontos
Tempo decorrido	10 minutos
Instruções	Olá, estudante! 1. Para responder a esta atividade, selecione a(s) alternativa(s) que você considerar correta(s); 2. Após selecionar a resposta correta em todas as questões, vá até o fim da página e pressione "Enviar teste". 3. A cada tentativa, você receberá um conjunto diferente de questões. Pronto! Sua atividade já está registrada no AVA.
Resultados exibidos	Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente

Pergunta 1

1,5 em 1,5 pontos

A noção de dependência e independência linear é um dos conceitos centrais da álgebra linear, e está associada à noção de base de um espaço vetorial. A geometria analítica, ao fazer a ponte entre a geometria e a álgebra, nos permite expressar noções geométricas (como as noções de paralelismo e perpendicularidade) por meio de expressões algébricas.

Sobre o que foi apresentado, analise as asserções a seguir e as relações propostas entre elas.

I. Se os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são linearmente independentes, então os vetores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$, com $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, são linearmente independentes.

PORQUE

II. Os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ não são paralelos.

A respeito dessas asserções, assinale a alternativa correta.

Resposta Selecionada: e. A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira

Respostas:
a. As asserções I e II são falsas
b. A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa
c. As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa da I
d. As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I
e. A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA

A asserção I é falsa, pois, dados três vetores, dizemos que eles são linearmente dependentes se, e somente se, um deles é a combinação linear dos outros dois, que é o caso aqui, pois, segundo o enunciado:
$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, que se trata de uma combinação linear (lembre-se que, dados os vetores v_1, v_2, … v_n, uma combinação linear deles é da forma $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \ldots + c_n\vec{v}_n$.
Assim, $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ são linearmente dependentes (e não linearmente independentes, como afirmado).

A asserção II é verdadeira, pois dois vetores são linearmente dependentes se, e somente se, são paralelos. Como é dito no enunciado que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são linearmente independentes, então eles não são paralelos.

Pergunta 2

1,5 em 1,5 pontos

Um plano é uma superfície bidimensional que pode ser gerada por dois vetores linearmente independentes. De modo equivalente, podemos dizer que os dois vetores que geram um plano são não colineares. Dados três vetores, eles podem ser coplanares (todos os três vetores pertencem ao mesmo plano), ou não. São dados os vetores coplanares $\vec{a} = (1,5,-2), \vec{b} = (3,-1,0)$ e $\vec{c} = (m,9,-4)$. Selecione a alternativa correta a respeito do valor de .

Resposta Selecionada: b. $m = 5$

Respostas:
a. $m = 4$
b. $m = 5$
c. $m = 1$
d. $m = 3$
e. $m = 2$

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA

O produto misto nos dá o volume de um paralelepípedo definido por três vetores $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$
Assim, se os três vetores forem coplanares, o volume definido por eles é nulo. Calculando o produto misto, temos:

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ m & 9 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

Calculando o determinante anterior, encontramos:

$$10 - 2m = 0$$
$$m = 5$$

Pergunta 3

1,4 em 1,4 pontos

Independência linear é um conceito em álgebra linear e em campos relacionados da matemática. Esse conceito é muito importante na determinação da dimensão de um espaço vetorial e na definição de base. Dizemos que os vetores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n$ são ________ (lacuna 1) se a ________ (lacuna 2) $\overrightarrow{c_1v_1} + \overrightarrow{c_2v_2} + \ldots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$ implicar, obrigatoriamente, que ________(lacuna 3).

Preencha as lacunas escolhendo a alternativa correta.

Resposta Selecionada: d. linearmente independentes, combinação linear, $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = 0$

Respostas:
a. linearmente dependentes, combinação linear, todos os c_i são diferentes de zero
b. linearmente independentes, base do espaço, todos os c_i são diferentes de zero
c. linearmente dependentes, base do espaço, todos os c_i são diferentes de zero.
d. linearmente independentes, combinação linear, $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = 0$
e. linearmente dependentes, combinação linear, $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = 0$

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA

A primeira lacuna é completada pelo termo "linearmente independentes", pois dizer que um conjunto de vetores é linearmente independente é o mesmo que dizer que nenhum vetor desse conjunto pode ser escrito como combinação linear dos outros. Note que "linearmente dependentes" não se encaixa aqui, justamente por termos, nessa lacuna, a definição de independência linear.

A segunda lacuna é completada pelo termo "combinação linear", pois, por definição, dizer que um conjunto de vetores é linearmente independente é o mesmo que dizer que nenhum vetor desse conjunto pode ser escrito como combinação linear dos outros. Observe que o conceito de base diz respeito a vetores linearmente independentes, mas a definição de base do espaço não se encaixa aqui.

A terceira lacuna é completada por $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = 0$. Se os vetores são linearmente independentes, a única maneira de obter $\overrightarrow{c_1v_1} + \overrightarrow{c_2v_2} + \ldots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$ é se todos os coeficientes c_i forem nulos, ou seja, $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = 0$. Veja que, se os c_i forem diferentes de zero (como afirmam as alternativas incorretas), não estamos mais falando de vetores linearmente independentes.

Pergunta 4

1,4 em 1,4 pontos

Podemos realizar várias operações entre vetores: vetores podem ser somados e subtraídos, e multiplicados por um escalar. Temos, também, as operações de produto interno, produto vetorial e produto misto.

Selecione a alternativa correta sobre o produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

Resposta Selecionada: a. O resultado do produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é um escalar.

Respostas:
a. O resultado do produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é um escalar.
b. O resultado do produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ pode ser um vetor ou um escalar.
c. O resultado do produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é um vetor paralelo a $\vec{a}$ e $\vec{b}$.
d. O resultado do produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é o vetor nulo
e. O resultado do produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é um vetor perpendicular a $\vec{a}$ e $\vec{b}$

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA

A **definição** de produto interno entre dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ com entradas $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots a_n)$ e $\vec{b} = (b_1, b_2, \ldots b_n)$:
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_n b_n$, é um número (e não um vetor, como afirmam as alternativas incorretas).

Pergunta 5

1,4 em 1,4 pontos

Assinale a alternativa que apresenta a soma entre os vetores $\vec{u} = (1,2) e\ \vec{v} = (-2,0)$:

Resposta Selecionada: d. $\vec{u} + \vec{v} = (-1,2)$

Respostas:
a. $\vec{u} + \vec{v} = (0,2)$
b. $\vec{u} + \vec{v} = (1,2)$
c. $\vec{u} + \vec{v} = (3,2)$
d. $\vec{u} + \vec{v} = (-1,2)$
e. $\vec{u} + \vec{v} = (2,-1)$

Comentário da resposta: JUSTIFICATIVA

A soma de vetores é feita somando as coordenadas dos vetores:

$\vec{u} + \vec{v} = (1,2) + (-2,0) = (1 + [-2], 2 + 0) = (-1,2)$

Pergunta 6

1,4 em 1,4 pontos

Assinale a opção que apresenta o volume do paralelepípedo definido pelos vetores $\vec{u} = (2,0,1)$, $\vec{v} = (3,-1,4)\ e\ \vec{w} = (-2,1,5)$:

Resposta Selecionada: b. Volume do paralelepípedo = 17

Respostas:
a. Volume do paralelepípedo = 12
b. Volume do paralelepípedo = 17
c. Volume do paralelepípedo = -17
d. Volume do paralelepípedo = 25
e. Volume do paralelepípedo = 5

Comentário da resposta: JUSTIFICATIVA

O volume do paralelepípedo definido por $\vec{u}, \vec{v}\ e\ \vec{w}$ é dado por

Volume do paralelepípedo = $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$

Calculando o produtor misto como o determinante da matriz 3x3 que tem como linhas os vetores indicados, temos que:

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = (-10 + 0 + 3) - (2 + 8 + 0) = -17$$

Portanto,

Volume do paralelepípedo = $|[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]| = 17$

Pergunta 7

1,4 em 1,4 pontos

Assinale a opção que apresenta o resultado do produto misto entre os vetores $\vec{u} = (5,1,6)$, $\vec{v} = (1,1,1)\ e\ \vec{w} = (4,3,-2)$

Resposta Selecionada: a. $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = -25$

Respostas:
a. $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = -25$
b. $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 0$
c. $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = -5$
d. $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 9$
e. $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 25$

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA

Calculando o produtor misto como o determinante da matriz 3x3 que tem como linhas os vetores indicados (na ordem correta), temos que:

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix} = [(5)(1)(-2) + (1)(1)(4) + (6)(1)(3)] - [(6)(1)(4) + (5)(1)(3) + (1)(1)(-2)] = -25$$

Domingo, 16 de Março de 2025 18h31min14s BRT

← OK