Geometria Analítica e Álgebra Linear - MGA001 - Turma 001

Página Inicial
Avisos
Cronograma
Atividades
Fóruns
Collaborate
Calendário Lives
Notas

Menu das Semanas

Semana 1
Semana 2
Semana 3
Semana 4
Semana 5
Semana 6
Semana 7
Semana 8
Orientações para realização da prova
Orientações para realização do exame

Documentos e informações gerais

Gabaritos
Referências da disciplina
Facilitadores da disciplina
Repositório de REA's

Revisar envio do teste: Semana 3 - Atividade Avaliativa

Usuário	LIZIS BIANCA DA SILVA SANTOS
Curso	Geometria Analítica e Álgebra Linear - MGA001 - Turma 001
Teste	Semana 3 - Atividade Avaliativa
Iniciado	28/10/24 19:28
Enviado	28/10/24 19:44
Data de vencimento	01/11/24 23:59
Status	Completada
Resultado da tentativa	10 em 10 pontos
Tempo decorrido	15 minutos
Instruções	Olá, estudante! 1. Para responder a esta atividade, selecione a(s) alternativa(s) que você considerar correta(s); 2. Após selecionar a resposta correta em todas as questões, vá até o fim da página e pressione “Enviar teste”. 3. A cada tentativa, você receberá um conjunto diferente de questões. Pronto! Sua atividade já está registrada no AVA.
Resultados exibidos	Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente

Pergunta 1

1,5 em 1,5 pontos

Uma matriz quadrada M é dita ortogonal quando sua transposta e sua inversa são iguais, ou seja, $M^{-1}=M^T$. Em geometria, matrizes ortogonais representam transformações que não modificam distâncias e ângulos em espaços vetoriais reais. Essas transformações podem ser rotações, reflexões especulares ou inversões.

Selecione a alternativa que apresenta corretamente o valor determinante que uma matriz ortogonal M pode assumir.

Resposta Selecionada: c. $det(M) = \pm 1$

Respostas:

a. $det(M) = 0$

b. $det(M) = 1/2$

c. $det(M) = \pm 1$

d. $det(M) = 2$

e. $det(M) = \pi$

Comentário da resposta: **JUSTIFICATIVA**

Para qualquer matriz M que possui inversa, podemos escrever:

$M^{-1}M=I$,

em que I é a matriz identidade. No caso de uma matriz ortogonal, $M^{-1}=M^T$, e a expressão acima se torna:

$M^TM=I$

Tomando o determinante dos dois lados da expressão anterior, ficamos com

$det(M^TM)=det(I)$

$det(M^T)\,det(M)=1$

Lembrando que $det(M^T)=det(M)$, reescrevemos a última expressão como

$det(M)\,det(M)=1$

Portanto, $det(M) = \pm 1$.

Pergunta 2

1,5 em 1,5 pontos

O processo de calcular a inversa de uma matriz exige um certo esforço computacional. Para calcular a inversa de uma matriz quadrada nxn utilizando o algoritmo de eliminação de Gauss-Jordan, são necessárias aproximadamente cerca de $2n^3/3$ operações. Assim, pode ser interessante verificar, primeiro, se a inversa da matriz em questão existe ou não.

Considere a matriz dada por:

$$A=\begin{pmatrix} sen(t) & 0 & -\cos(t) \\ 1 & 1 & 1 \\ \cos(t) & 0 & sen(t) \end{pmatrix}$$

com t um número real.

Selecione a alternativa que contém uma afirmação correta a respeito da existência da matriz inversa de A.

Resposta Selecionada: e. A inversa de A pode ser encontrada para qualquer valor real de t.

Respostas:

a. A inversa de A pode ser encontrada apenas se $t \in [\pi, 2\pi]$

b. A inversa de A pode ser encontrada apenas se $t \in [0, 2\pi]$

c. A inversa de A pode ser encontrada apenas se $t \in [0, \pi]$

d. A inversa de A não pode ser encontrada.

e. A inversa de A pode ser encontrada para qualquer valor real de t.

Comentário da resposta: **JUSTIFICATIVA**

O determinante da matriz A pode ser escrito, utilizando a regra de Sarrus, como:

$det(A)=(sen^2(t)+0+0)-(cos^2(t)-0-0)=cos^2(t)+sen^2(t)=1$

Assim, independentemente do valor de t, o determinante de A é igual a 1. Como, para qualquer valor de t, temos um determinante não nulo, então a inversa de A pode ser encontrada para qualquer valor de t, ou seja, qualquer t real. Nas respostas erradas, temos alguns intervalos de t. Embora seja verdade que esses intervalos também fazem parte da resposta, pois são intervalos pertencentes ao conjunto dos reais, é falso falar que a matriz A possui inversa somente para t pertencente **apenas** a cada um desses intervalos.

Pergunta 3

1,4 em 1,4 pontos

O cálculo do determinante de uma matriz envolve a soma de um grande número de termos, cada um dos quais é o produto de elementos de diferentes linhas e colunas da matriz. O número de termos na soma depende do tamanho da matriz e a complexidade do cálculo aumenta à medida que o tamanho da matriz aumenta. Por exemplo, o determinante de uma matriz 3×3 requer a soma de nove termos, enquanto o determinante de uma matriz 4×4 requer a soma de 16 termos. Para calcular o determinante de uma matriz maior, deve-se usar técnicas mais sofisticadas; podemos também utilizar as propriedades dos determinantes para simplificar o cálculo.

Dada uma matriz quadrada A, de tamanho nxn, selecione a alternativa correta a respeito do cálculo de determinantes.

Resposta Selecionada: c. Se $det(A) = 3$, então $det(2A) = 6$

Respostas:

a. Para qualquer matriz quadrada, $det(-A) = -det(A)$.

b. Se A possui inversa, então $det(A) \neq 0$.

c. Se $det(A) = 3$, então $det(2A) = 6$

d. Se $det(A) = 0$, então A é a matriz nula.

e. Se $det(A) = 0$, então $det(A^T)$ não pode ser calculado.

Comentário da resposta: **JUSTIFICATIVA**

Uma das propriedades fundamentais dos determinantes nos diz que se A possui inversa, então $det(A) \neq 0$. Existem várias maneiras de provar isso, uma delas é a prova por absurdo. Suponha que A é invertível e que $det(A) = 0$. Pela definição de inversa de uma matriz, dizer que A possui inversa equivale a dizer que existe uma matriz A^{-1} (a inversa de A) tal que: $A^{-1}A=I$, em que I é a matriz identidade. Temos:

$det(A^{-1}A)=det(I)$.

$det(A^{-1})\,det(A)=1$.

$det(A^{-1})\cdot 0=1$.

$0 = 1$.

Como chegamos a uma contradição, está provado que se det(A) = 0, então A não possui inversa.

Vamos analisar as alternativa erradas:

- “Se $det(A) = 3$, então $det(2A) = 6$”. Essa alternativa está incorreta, pois multiplicar uma matriz quadrada nxn por um fator 2 equivale a multiplicar cada uma das n linhas por 2; assim, se $det(A) = 3$, então $det(2A)=2^n\cdot 3$.
- “Se $det(A) = 0$, então A é a matriz nula”. Podemos mostrar que essa afirmação é falsa apresentando um contraexemplo: tome a matriz $$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$ Essa matriz tem determinante igual a zero, e não é a matriz nula.
- “Para qualquer matriz quadrada, $det(-A) = -det(A)$”. Para uma matriz quadrada de tamanho nxn, temos $det(-A) = (-1)^n\,det(A)$.
- “Se $det(A) = 0$, então $det(A^T)$ não pode ser calculado”. Essa afirmação é falsa! O determinante de A^T é sempre igual ao determinante de A. Se $det(A) = 0$, então $det(A^T) = 0$.

Pergunta 4

1,4 em 1,4 pontos

Escolha a opção que tem o determinante da matriz $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Resposta Selecionada: c. $det(A) = 1$

Respostas:

a. $det(A) = 0$

b. $det(A) = 2$

c. $det(A) = 1$

d. $det(A) = \pi$

e. $det(A) = -1$

Comentário da resposta: Fazendo o cálculo do determinante, temos:

$$det\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}=(0)(1)(1)+(1)(2)(1)+(0)(1)(0)-(0)(1)(1)-(0)(2)(1)-(1)(1)(1)=1$$

Pergunta 5

1,4 em 1,4 pontos

Assinale a alternativa que apresenta o determinante da matriz $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Resposta Selecionada: c. $det(A) = 1$

Respostas:

a. $det(A) = 2$

b. $det(A) = 0$

c. $det(A) = 1$

d. $det(A) = -1$

e. $det(A) = \pi$

Comentário da resposta: JUSTIFICATIVA

Fazendo o cálculo do determinante, temos:

$$det(A)=det\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=2(1)-1(1)=1$$

Pergunta 6

1,4 em 1,4 pontos

Assinale a opção que possui a inversa da matriz $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Resposta Selecionada: a. $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

Respostas:

a. $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

b. $A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

c. $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

d. $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$

e. $A^{-1}=\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

Comentário da resposta: JUSTIFICATIVA

A multiplicação de uma matriz pela sua inversa deve resultar na matriz identidade. Calculando, temos:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} (3)(1)+(2)(-1) & (3)(-2)+(2)(3) \\ (1)(1)+(1)(-1) & (1)(-2)+(1)(3) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pergunta 7

1,4 em 1,4 pontos

O determinante de uma matriz é um valor escalar calculado a partir dos elementos da matriz. É usado para determinar a invertibilidade de uma matriz, o volume de um paralelepípedo, a solução de equações lineares e muitas outras propriedades. Ao realizar o cálculo de determinantes, podemos utilizar várias propriedades que facilitam esse processo. Uma dessas propriedades diz respeito ao determinante da transposta de uma matriz.

Sobre o que foi apresentado, analise as asserções a seguir e as relações propostas entre elas.

I. Dada uma matriz quadrada A, $det(A)=det(A^T)$.

PORQUE

II. Ao transpor uma matriz, trocamos as linhas por colunas e as colunas por linhas. Assim, a expansão em cofatores da matriz A ao longo de uma linha qualquer é igual à expansão de cofatores da matriz A^T ao longo da coluna correspondente.

Analisando as asserções anteriores conclui-se que:

Resposta Selecionada: c. as asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I.

Respostas:

a. as asserções I e II são falsas.

b. a asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.

c. as asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I.

d. as asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa da I.

e. a asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa.

Comentário da resposta: **JUSTIFICATIVA**

A asserção I é verdadeira: det(A) = det(A^T) é uma das propriedades dos determinantes. Observe que podemos escrever o determinante de uma matriz A de modo único utilizando expansão em cofatores para uma linha. Para a matriz A^T, a expansão por cofatores tomaria a coluna correspondente.

A asserção II é verdadeira e justifica a I, pois realizar a expansão em cofatores em uma determinada linha de A é equivalente a realizar a expansão em cofatores da coluna equivalente de A^T. Como os dois processos são equivalentes, o determinante obtido dessa maneira é igual e det(A) = det(A^T).

Domingo, 16 de Março de 2025 18h30min32s BRT

← OK