Geometria Analítica e Álgebra Linear - MGA001 - Turma 001 Atividades Revisar envio do teste: Semana 7 - Atividade Avaliativa 0 Revisar envio do teste: Semana 7 - Atividade Avaliativa Geometria Analítica e Álgebra Linear - MGA001 - Turma 001 Página Inicial Usuário LIZIS BIANCA DA SILVA SANTOS Geometria Analítica e Álgebra Linear - MGA001 - Turma 001 Curso Avisos Semana 7 - Atividade Avaliativa Teste Cronograma Iniciado 13/11/24 21:55 Atividades Enviado 13/11/24 21:59 15/11/24 23:59 Data de vencimento Fóruns Completada Status Collaborate Resultado da tentativa 10 em 10 pontos Calendário Lives Tempo decorrido 4 minutos Instruções Olá, estudante! Notas 1. Para responder a esta atividade, selecione a(s) alternativa(s) que você considerar correta(s); 2. Após selecionar a resposta correta em todas as questões, vá até o fim da página e pressione "Enviar teste". **Menu das Semanas** 3. A cada tentativa, você receberá um conjunto diferente de questões. Semana 1 Pronto! Sua atividade já está registrada no AVA. Semana 2 Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente Semana 3 Semana 4 Pergunta 1 1,66 em 1,66 pontos Semana 5 Uma operação unária é uma operação com um único operando, ou seja, uma única entrada. Exemplos de operações unárias nos Semana 6 números reais incluem negação, raiz quadrada, fatorial e operadores de incremento e decremento. Também podemos definir Semana 7 operações unárias para a álgebra de matrizes: são operações que recebem como entrada uma única matriz. Uma dessas operações é a transposição, que nos permite obter a matriz transposta de uma matriz quadrada. A transposta de uma matriz A, denotada como Semana 8 A<sup>I</sup> é a matriz obtida ao trocar as linhas pelas colunas (e vice-versa). Assim, podemos descrever os elementos de A<sup>T</sup> em termos dos Orientações para realização da prova elementos de A como  $[A^T]_{ii} = [A]_{ii}$ Orientações para realização do exame Sobre o que foi apresentado, analise as asserções a seguir e as relações propostas entre elas. Documentos e I. A transposição, dada por  $T(A) = A^T$ , é uma transformação linear. informações gerais **PORQUE** II. A operação de transposição é linear, ou seja, dadas duas matrizes A e B de mesmo tamanho e um número real k, são válidas Gabaritos T(A+B) = T(A)+T(B) e T(kA) = kT(A).Referências da disciplina Facilitadores da disciplina A respeito dessas asserções, assinale a alternativa correta. Repositório de REA's Resposta Selecionada: e. As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I. a. A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa. Respostas: b. As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa da I. C. As asserções I e II são falsas. d. A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira. e. As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I. Comentário da resposta: JUSTIFICATIVA A asserção I é verdadeira, pois a operação de transposição de uma matriz obedece:  $(A + B)^T = A^T + B^T$  $(kA)^T = kA^T.$ Assim, a transposição é uma transformação linear. A asserção II é verdadeira e uma justificativa de I, pois a operação de transposição de uma matriz obedece:  $(A+B)^T = A^T + B^T$  $(kA)^T = kA^T,$ o que mostra que a transposição é uma transformação linear. Pergunta 2 1,66 em 1,66 pontos Seja  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  a matriz relacionada a Transformação Linear no Plano T. Assinale a opção que apresenta a área da imagem sob T do quadrado unitário Resposta Selecionada: o a. Área da imagem do quadrado unitário sob a Transformação Linear T=2 a. Área da imagem do quadrado unitário sob a Transformação Linear T=2 Respostas: b. Área da imagem do quadrado unitário sob a Transformação Linear T=3  $_{\rm C.}$  Área da imagem do quadrado unitário sob a Transformação Linear T= $\sqrt{2}$ d. Área da imagem do quadrado unitário sob a Transformação Linear T=-2 e. Área da imagem do quadrado unitário sob a Transformação Linear T=1 Comentário da resposta: JUSTIFICATIVA Pelo Teorema 4, a área da imagem do quadrado unitário sob a transformação linear T é dada por  $\left| \det \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right| = |(1)(1) - (3)(1)| = 2$ Pergunta 3 1,66 em 1,66 pontos As transformações lineares são um tipo de operação matemática que age em elementos de um espaço vetorial. Exemplos de transformações lineares incluem dimensionamento (que pode ser expansão ou compressão), rotação, reflexão e cisalhamento. Com relação ao texto apresentado, observe as afirmativas a seguir. I. Toda transformação linear obedece  $T(\vec{u} + \vec{v}) = T(\vec{u}) + T(\vec{v})$ . II. Toda transformação linear obedece  $T(k\vec{u}) = k T(\vec{u})$ , sendo k um número real. III. Toda transformação linear obedece  $T(\vec{u} \ \vec{v}) = T(\vec{u})T(\vec{v})$ . IV. Algumas transformações lineares não podem ser caracterizadas por uma matriz. Está correto o que se afirma em: Resposta Selecionada: o e. l e ll, apenas a. I, II e IV, apenas Respostas: b. I e III, apenas c. II e IV, apenas d. III e IV, apenas e. I e II, apenas Comentário da **JUSTIFICATIVA** resposta: A afirmativa I está correta, pois uma das propriedades que definem transformações lineares é  $T(\vec{u} + \vec{v}) = T(\vec{u}) + T(\vec{v})$ A afirmativa II está correta, pois uma das propriedades que definem transformações lineares é  $T(k\vec{u}) = k T(\vec{u})$ . Note que, juntas, essas propriedades garantem que  $T(k\vec{u} + \vec{v}) = kT(\vec{u}) + T(\vec{v})$ , ou seja, garantem a linearidade da transformação. A afirmativa III está incorreta, pois  $\vec{u} \vec{v}$  nem ao menos é um termo bem definido (é um produto? que tipo de produto?), e, portanto, essa expressão não faz sentido. Essa não é uma propriedade das transformações lineares. A afirmativa IV está incorreta, pois, de fato, toda transformação linear é uma transformação matricial, e, por isso, sempre conseguimos achar a matriz associada a uma transformação linear. Pergunta 4 1,66 em 1,66 pontos Uma transformação linear é uma função de um espaço vetorial para outro que respeita a estrutura subjacente de cada espaço vetorial. Transformações lineares são úteis porque preservam a estrutura de um espaço vetorial. Esse fato nos garante que o núcleo e a imagem de uma transformação linear são subespaços vetoriais. É dada uma transformação linear  $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ Selecione a alternativa que traz a definição correta do núcleo dessa transformação T. Resposta Selecionada: Um elemento X de  $R^n$  está no núcleo de T se  $T(X) = \vec{0}$ , sendo  $\vec{0}$  o vetor nulo do  $R^m$ . Um elemento X de  $\mathbb{R}^n$  está no núcleo de T se  $\mathbb{T}(X) = X$ . Respostas: Um elemento X de  $\mathbb{R}^n$  está no núcleo de T se  $T(X) = \vec{0}$ , sendo  $\vec{0}$  o vetor nulo do  $\mathbb{R}^m$ . Um elemento X de  $\mathbb{R}^m$  está no núcleo de T se  $T(X) = \vec{0}$ , sendo  $\vec{0}$  o vetor nulo do  $\mathbb{R}^n$ . Um elemento X de  $\mathbb{R}^m$  está no núcleo de T se T(X) = X. <sub>e</sub> Um elemento X de está no núcleo de  $R^m$  se  $T(X) = \vec{0}$ , sendo  $\vec{0}$  o vetor nulo do  $R^m$ . Comentário **JUSTIFICATIVA** da resposta: A definição de núcleo de uma transformação é:  $N(T) = X \mid T(X) = \vec{0}$ . Observe que X pertence ao domínio de T; no caso do enunciado, X é um elemento de  $\mathbb{R}^n$ . O resultado da transformação pertence ao contradomínio de  $\mathbb{T}$ , que é  $\mathbb{R}^m$ . Assim,  $\vec{0}$  é o vetor nulo do  $R^m$ . Note que se trata de uma definição. Em particular, as alternativas que dizem que X está no núcleo da transformação se T(X) = X estão claramente erradas, visto que a definição de núcleo requer  $T(X) = \vec{0}$ . Note, também, que, na definição de núcleo, temos:  $T(X) = \vec{0}$ , sendo  $\vec{0}$  o vetor nulo do  $R^m$ , ou seja,  $\vec{0}$  é o vetor nulo do contradomínio (o espaço destino da transformação). Assim, estão incorretas as alternativas que apresentam  $\vec{0}$  como o vetor nulo do  $R^n$  (que é o domínio, o espaço de origem da transformação). Observe, também, que X é um elemento do  $\mathbb{R}^n$ (o domínio), e estão incorretas as alternativas que dizem que X é um elemento do  $R^m$  (o contradomínio). Pergunta 5 1,68 em 1,68 pontos Transformações lineares agem em espaços vetoriais e possuem diversas aplicações práticas. O estudo de transformações lineares nos possibilita descrever, matematicamente, por exemplo, a imagem obtida ao rotacionar uma figura, ou como mudar as dimensões de uma figura qualquer. Dois estudantes de matemática conversam sobre transformações lineares. Um deles propõe que existe uma transformação linear  $T:R^3 \rightarrow R^2$  tal que: T(1,0,1) = (1,-1)T(1,1,-1) = (1,2)T(3,2,-1) = (3,3).Selecione a alternativa correta a respeito da transformação T proposta pelo estudante. Resposta Selecionada:  $\sigma$  de descreve uma transformação linear. T é um cisalhamento positivo em xRespostas: <sub>b</sub> T pode ser uma reflexão. T é uma composição de transformações. 🗸 d. T não descreve uma transformação linear.  $_{\mathrm{e.}\,T}$  é uma rotação. 🗘 Comentário da **JUSTIFICATIVA** resposta: A transformação proposta pelo estudante não obedece a linearidade, pois: T(3,2,-1) = T(1,0,1) + 2T(1,1,-1)T(3,2,-1) = (1,-1) + 2(1,2)T(3,2,-1) = (1,-1) + (2,4) $T(3,2,-1) = (3,3) \neq (1,-1).$ Como verificamos que a transformação T não obedece às propriedades gerais de uma transformação linear, ela não pode descrever uma reflexão, uma rotação nem um cisalhamento (que são transformações lineares). Ela também não pode descrever uma composição de transformações lineares, visto que qualquer composição de transformações lineares é, por si, uma transformação linear. Pergunta 6 1,68 em 1,68 pontos A noção de subespaço vetorial está intimamente ligada ao conceito de espaço vetorial. Se W é um subconjunto de um espaço vetorial V e se W em si é um espaço vetorial (que herda as operações de adição e multiplicação por um escalar de V), então dizemos que W é um subespaço de V. Com base nessas informações, considere as afirmações a seguir. Sobre o que foi apresentado, analise as asserções a seguir e as relações propostas entre elas. I. O conjunto W de vetores (x,y)com origem em (0,0) e apontando para (x,y) com  $x \ge 0$  e  $y \ge 0$  é um subespaço de  $\mathbb{R}^2$ . **PORQUE** II. W não é fechado sob multiplicação: o vetor  $\vec{u}=(2,2)$  está em W, mas o vetor  $-\vec{u}=(-2,-2)$  (obtido ao multiplicar pelo número real -1) não está em W. A respeito dessas asserções, assinale a alternativa correta. Resposta Selecionada: 👩 d. A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira. Respostas: a As asserções I e II são falsas. b. As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa da I. As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I. 👩 d. A asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira. <sub>e</sub> A asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa. Comentário da **JUSTIFICATIVA** resposta: A asserção I é falsa, pois o conjunto W de vetores da forma (x,y) com  $x \ge 0$  e  $y \ge 0$  **não** é um subespaço de  $\mathbb{R}^2$ . Isso por que W falha em ser um espaço vetorial. Para que seja um espaço vetorial, é necessário que sejam satisfeitas as propriedades: 1) O vetor nulo 0 está em W. Sim, (0,0) está no conjunto descrito pelos vetores (x,y) com  $x \ge 0$  e  $y \ge 0$ . 2) Se X e Y estão em W, então X + Y também está em W. Isso é verdade. Somando dois vetores (x,y) com origem em (0,0) e apontando para (x,y), com  $x \ge 0$  e  $y \ge 0$ (vetores que estão no primeiro quadrante do plano cartesiano), obrigatoriamente, vamos obter como resultado um

vetor que também está no primeiro quadrante. 3) Se X está em W, então rX está em W para todo escalar r. Essa propriedade não é satisfeita! Para ver isso, tome o vetor  $\vec{u} = (2, 2)$  Esse vetor está em W, mas o vetor  $-u^{-1} = (-2, -2)$  (obtido ao multiplicar pelo número real -1) não está em W. Como a terceira propriedade não foi verificada, o conjunto W não é um subespaço de  $R^2$ . A asserção II é verdadeira, pois o vetor  $\vec{u} = (2, 2)$  está em W (uma vez que suas componentes x e y obedecem  $x \ge 0$  e  $y \ge 0$ ), mas o vetor  $-u^{-1} = (-2, -2)$  não está em W (uma vez que suas componentes  $x \in y$  não obedecem  $x \ge 0$  e  $y \ge 0$ ). Assim, W não é fechado sob multiplicação por um escalar. Domingo, 16 de Março de 2025 18h31min58s BRT