

Revisar envio do teste: Semana 6 - Atividade Avaliativa

Usuário

LIZIS BIANCA DA SILVA SANTOS

Curso

Cálculo II - MCA502 - Turma 002

Teste

Semana 6 - Atividade Avaliativa

Iniciado

22/03/24 20:20

Enviado

22/03/24 20:30

Status

Completada

Resultado da tentativa

10 em 10 pontos

Tempo decorrido

9 minutos

Instruções

Olá, estudante!

1. Para responder a esta atividade, selecione a(s) alternativa(s) que você considerar correta(s);

2. Após selecionar a resposta correta em todas as questões, vá até o fim da página e pressione "Enviar teste".

3. A cada tentativa, as perguntas e alternativas são embaralhadas

Pronto! Sua atividade já está registrada no AVA.

Resultados exibidos

Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente

Pergunta 1

2 em 2 pontos

Quando você liga a torneira, a água faz um percurso da fonte até a saída. O fluido (água) fez um percurso por meio de alguma superfície (pode ser a superfície de um cano, por exemplo) e chegou até a torneira. É possível quantificar o fluido por uma superfície por unidade de tempo. Qual o conceito envolvido nesta descrição?

Resposta Selecionada:

a. Fluxo.

Respostas:

a. Fluxo.

b. Campos vetoriais.

c. Domínio.

d. Gráficos de curvas.

e. Matrizes exponenciais.

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA
O fluxo de um fluido por meio de uma superfície ocorre quando ele escoa e passa através de uma superfície. É possível quantificar o fluido que passa de uma lado para o outro de uma determinada superfície em relação a uma unidade de tempo. Essa é a ideia do conceito intrínseco ao termo "fluxo".

Pergunta 2

2 em 2 pontos

Quando falamos sobre aplicações de integrais de superfície, podemos pensar como exemplo uma folha de papel alumínio. Se essa folha de alumínio obtiver a forma de uma superfície S e a sua densidade em relação a (x, y, z) for $\rho(x, y, z)$, qual a expressão para obter a massa da folha?

Resposta Selecionada:

a. $\iint_S \rho(x, y, z) \, dS$.

Respostas:

a. $\iint_S \rho(x, y, z) \, dS$.

b. $\iint_S \rho(x, y, z) \, dS \cdot dA$.

c. $\iint_S \rho(x, y, z, w) \, dS$.

d. $\iint_A \rho(x, y, z) \, dS$.

e. $\iint_S \rho(x, y, z) \, dS \cdot dA \cdot dW$.

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA
No exemplo citado, temos uma função de f com três variáveis, cujo domínio contém S. Sendo assim, no exemplo dado, se pensarmos em uma folha de alumínio com uma superfície S, e se a densidade em (x,y,z) for $\rho(x, y, z)$, então é correto dizermos que a função para esse exemplo é $\iint_S \rho(x, y, z) \, dS$.

Pergunta 3

1,5 em 1,5 pontos

Aplique a equação que calcula a área de uma superfície S do gráfico de uma função para encontrar a área do paraboloide $x = y^2 + z^2$ delimitado pelos planos $x = 4$ e $x = 9$.

Resposta Selecionada:

a. $A = \frac{\pi}{6}(\sqrt{37^3} - \sqrt{17^3})$

Respostas:

a. $A = 2\pi(\sqrt{37^3} - \sqrt{17^3})$

b. $A = \pi(\sqrt{37^3} - \sqrt{17^3})$

c. $A = \frac{\pi}{2}(\sqrt{37^3} - \sqrt{17^3})$

d. $A = \frac{\pi}{4}(\sqrt{37^3} - \sqrt{17^3})$

e. $A = \frac{\pi}{6}(\sqrt{37^3} - \sqrt{17^3})$

Comentário da resposta:

Justificativa
Sabemos que a área de uma superfície S com equação $x = f(y,z)$ é dada por $A = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2} \, dA$. Logo, como S tem equação $x = y^2 + z^2$, então
$$A = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2} \, dA = \iint_D \sqrt{1 + (2y)^2 + (2z)^2} \, dA = \iint_D \sqrt{1 + 4(y^2 + z^2)} \, dA$$

Como o paraboloide é delimitado pelos planos $x = 4$ e $x = 9$, podemos fazer uma mudança de coordenadas para polares considerando $\begin{cases} y = r \cos \theta \\ z = r \sin \theta \end{cases}$, $2 \leq r \leq 3$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$, assim,
$$\iint_D \sqrt{1 + 4(y^2 + z^2)} \, dA = \int_0^{2\pi} \int_2^3 \sqrt{1 + 4r^2} \, r \, dr \, d\theta$$

Fazendo uma substituição simples $u = 1 + 4r^2 \Rightarrow dr = \frac{1}{8} r \, du$, temos
$$\int_0^{2\pi} \int_2^3 \sqrt{1 + 4r^2} \, r \, dr \, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_{17}^{37} \frac{1}{8} \sqrt{u} \, du \, d\theta = 2\pi \frac{1}{8} \frac{2}{3} u^{3/2} \Big|_{17}^{37} = \frac{\pi}{6} (\sqrt{37^3} - \sqrt{17^3}).$$

Pergunta 4

1,5 em 1,5 pontos

Dentre os conjuntos de funções apresentados logo abaixo, selecione aquele que representa corretamente a relação entre os sistemas de coordenadas cartesianas e cilíndrica.

Resposta Selecionada:

a. $\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$
Onde $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
Então: $x^2 + y^2 = r^2$

Respostas:

b. $\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$
Onde $0 \leq \theta \leq 39\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
Então: $x^2 + y^2 = r^2$

c. $\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$
Onde $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
Então: $x^2 + y^2 = r^2$

d. $\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$
Onde $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
Então: $x^2 + y^2 = r^2$

e. $\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$
Onde $0 \leq \theta \leq 50\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
Então: $x^2 + y^2 = r^2$

f. $\begin{aligned} x &= 3r \cos \theta \\ y &= 3r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$
Onde $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
Então: $x^2 + y^2 = r^2$

g. $\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$
Onde $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
Então: $x^2 + y^2 = r^2$

Comentário da resposta:

JUSTIFICATIVA
Quando falamos em coordenadas cilíndricas e em condições para que essa teoria seja aplicada, temos que:
$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos \theta \\ y &= r \cdot \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$$

 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $0 \leq r$
 $z \in \mathbb{R}$
 $x^2 + y^2 = r^2$

Pergunta 5

1 em 1 pontos

Sendo S uma superfície com equação $z = f(x,y)$ (gráfico da função), reconheça a equação que calcule a área dessa superfície:

Resposta Selecionada:

a. $A = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dA$

Respostas:

b. $A = \iint_D \sqrt{1 + 2\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2} \, dA$

c. $A = \iint_D \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dA$

d. $A = \iint_D \sqrt{1 + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}} \, dA$

e. $A = \iint_D \sqrt{1 + 2\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dA$

f. $A = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dA$

Comentário da resposta:

Justificativa
Como a superfície S tem equação $z = f(x,y)$, podemos parametrizá-la por $X(x,y) = (x, y, f(x,y))$ e assim, $\vec{X}_x = (1, 0, \frac{\partial f}{\partial x})$ e $\vec{X}_y = (0, 1, \frac{\partial f}{\partial y})$.
Logo,
$$\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v = \left(-\frac{\partial f}{\partial x}, -\frac{\partial f}{\partial y}, 1 \right) \text{ e } \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\| = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

Portanto, $A = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dA$

Pergunta 6

1 em 1 pontos

Assinale a alternativa que contenha a equação que calcula a massa de campos escalares de uma superfície S parametrizada por $X(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v))$.

Resposta Selecionada:

a. $Massa = \iint_D \varphi(u,v) \cdot \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\| \, du \, dv$, onde φ é a densidade.

Respostas:

b. $Massa = \iint_D \varphi^2(u,v) \cdot \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\|^2 \, du \, dv$, onde φ é a densidade.

c. $Massa = \iint_D \varphi(u,v) \cdot \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\| \, du \, dv$, onde φ é a densidade.

d. $Massa = \iint_D \varphi(u,v) \cdot \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\|^2 \, du \, dv$, onde φ é a densidade.

e. $Massa = \iint_D \varphi(u,v) \cdot \langle \vec{X}_u, \vec{X}_v \rangle \, du \, dv$, onde φ é a densidade.

f. $Massa = \iint_D \varphi^2(u,v) \cdot \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\| \, du \, dv$, onde φ é a densidade.

Comentário da resposta:

Justificativa
Sabemos que a massa é calculada por integral dupla da densidade pelo elemento de área, ou seja, $\iint_D \varphi(x,y,z) \, dA$, porém como o elemento de área é $dA = \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\|$ então $Massa = \iint_D \varphi(u,v) \cdot \|\vec{X}_u \wedge \vec{X}_v\| \, du \, dv$, onde φ é a densidade.

Pergunta 7

1 em 1 pontos

Assinale a alternativa que contenha a equação que calcule a integral de superfície S com equação $z = g(x,y)$ de um campo escalar.

Resposta Selecionada:

a. $\iint_S f(x,y,z) \, dS = \iint_D f(x,y,g(x,y)) \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} \, dA$

Respostas:

b. $\iint_S f(x,y,z) \, dS = \iint_D f(x,y,g(x,y)) \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} \, dA$

c. $\iint_S f(x,y,z) \, dS = \iint_D f(x,y,g(x,y)) \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dA$

d. $\iint_S f(x,y,z) \, dS = \iint_D g(x,y) \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} \, dA$

e. $\iint_S f(x,y,z) \, dS = \iint_D f(x,y,g(x,y)) \sqrt{2 + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y}} \, dA$

f. $\iint_S f(x,y,z) \, dS = \iint_D f(x,y,g(x,y)) \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} \, dA$

Comentário da resposta:

Justificativa
Como a superfície S tem equação $z = g(x,y)$, ela pode ser parametrizada por $X(x,y) = (x, y, g(x,y))$ e então $\vec{X}_x = \left(1, 0, \frac{\partial g}{\partial x}\right)$ e $\vec{X}_y = \left(0, 1, \frac{\partial g}{\partial y}\right)$. Assim, $\vec{X}_x \wedge \vec{X}_y = \left(-\frac{\partial g}{\partial x}, -\frac{\partial g}{\partial y}, 1\right)$ e, portanto, $\|\vec{X}_x \wedge \vec{X}_y\| = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1}$.
Logo, $\iint_S f(x,y,z) \, dS = \iint_D f(x,y,g(x,y)) \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 1} \, dA$