

13.6 复合型序列的分解预测

复合型序列是指含有趋势、季节、周期和随机成分的序列。这类序列的预测方法通常是将时间序列的各个因素依次分解出来,然后进行预测。

由于周期成分的分析需要有多年的数据,实际中很难得到多年的数据,因此采用的分解模型为: $Y_t = T_t \times S_t \times I_t$ 。这一模型表示该时间序列中含有趋势成分、季节成分和随机成分。这类序列的预测方法主要有季节性多元回归模型、季节自回归模型和时间序列分解法预测等。

季节性多元回归模型已在前面作了介绍,本节主要介绍时间序列分解法预测。分解法预测通常按下面的步骤进行:

第1步:确定并分离季节成分。计算季节指数,以确定时间序列中的季节成分。然后将季节成分从时间序列中分离出去,即用每一个时间序列观察值除以相应的季节指数,以消除季节性。

第2步:建立预测模型并进行预测。对消除了季节成分的时间序列建立适当的预测模型,并根据这一模型进行预测。

第3步:计算最后的预测值。用预测值乘以相应的季节指数,得到最终的预测值。

13.6.1 确定并分离季节成分

季节性因素分析是通过季节指数来表示各年的季节成分,以此描述各年的季节变动模式。下面先通过一个例子来说明时间序列中所包含的成分。

例 13.12

根据例 13.5 某啤酒生产企业 2010—2015 年各季度的销售量数据绘制时间序列图,观察啤酒销售量的构成要素。

★解: 啤酒销售量的时间序列图如图 13-15 所示。

从图 13-15 可以看出,啤酒销售量具有明显的季节成分,而且后面年份的销售量比前面的年份高,因此其中还含有趋势成分,但其周期性难以判断。可以认定啤酒销售量序列是一个含有季节成分和趋势成分的时间序列。

为预测啤酒销售量,首先确定季节成分,并从序列中将季节成分剔除,然后根据剔除季节成分的序列选择适当的预测模型并进行预测。

1. 计算季节指数

季节指数 (seasonal index) 刻画了序列在一个年度内各月或各季度的典型季节特征。

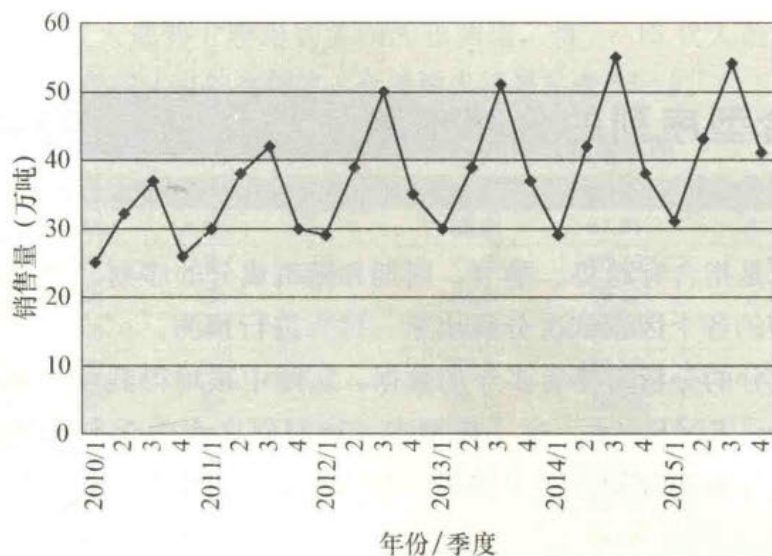


图 13-15 啤酒销售量的时间序列图

在乘法模型中，季节指数是以其平均数等于 100% 为条件而构成的，它反映了某一月份或季度的数值占全年平均数值的大小。如果现象的发展没有季节变动，则各期的季节指数应等于 100%；如果某一月份或季度有明显的季节变化，则各期的季节指数应大于或小于 100%。因此，季节变动的程度是根据各季节指数与其平均数（100%）的偏差程度来测定的。

季节指数的计算方法有多种，这里只介绍移动平均趋势剔除法。该方法的基本步骤是：

第 1 步：计算移动平均值（如果是季度数据，则采用 4 项移动平均，月份数据则采用 12 项移动平均），并对其结果进行中心化处理，也就是将移动平均的结果再进行一次二项移动平均，即得出中心化移动平均值（CMA）。

第 2 步：计算移动平均的比值，也称为季节比率，即将序列的各观察值除以相应的中心化移动平均值，然后计算出各比值的季度（或月份）平均值。

第 3 步：季节指数调整。由于各季节指数的平均数应等于 1 或 100%，若根据第 2 步计算的季节比率的平均值不等于 1，则需要进行调整。具体方法是：将第 2 步计算的每个季节比率的平均值除以它们的总平均值。

下面通过实际例子说明季节指数的计算过程。

例 13.13

根据例 13.5 某啤酒生产企业 2010—2015 年各季度的销售量数据，计算各季的季节指数。

★解：有关计算过程见表 13-10。

为计算各比值的平均值和季节指数，需要将表 13-10 中的比值按季度重新排列，结果如表 13-11 所示。

为反映啤酒销售量的季节变动，可以将季节指数绘制成图形，如图 13-16 所示。

表 13-10 啤酒销售量数据的中心化移动平均值及其比值

	A	B	C	D	E
1	年/季度	时间标号 t	销售量 (Y)	中心化移动平均值 (CMA)	比值 (Y/CMA)
2	2010/1	1	25	—	—
3	2	2	32	—	—
4	3	3	37	30.625	1.2082
5	4	4	26	32.000	0.8125
6	2011/1	5	30	33.375	0.8989
7	2	6	38	34.500	1.1014
8	3	7	42	34.875	1.2043
9	4	8	30	34.875	0.8602
10	2012/1	9	29	36.000	0.8056
11	2	10	39	37.625	1.0365
12	3	11	50	38.375	1.3029
13	4	12	35	38.500	0.9091
14	2013/1	13	30	38.625	0.7767
15	2	14	39	39.000	1.0000
16	3	15	51	39.125	1.3035
17	4	16	37	39.375	0.9397
18	2014/1	17	29	40.250	0.7205
19	2	18	42	40.875	1.0275
20	3	19	55	41.250	1.3333
21	4	20	38	41.625	0.9129
22	2015/1	21	31	41.625	0.7447
23	2	22	43	41.875	1.0269
24	3	23	54	—	—
25	4	24	41	—	—

表 13-11 各季节指数计算表

	A	B	C	D	E
1	年份	季 度			
2		1	2	3	4
3	2010	—	—	1.2082	0.8125
4	2011	0.8989	1.1014	1.2043	0.8602
5	2012	0.8056	1.0365	1.3029	0.9091
6	2013	0.7767	1.0000	1.3035	0.9397
7	2014	0.7205	1.0275	1.3333	0.9129
8	2015	0.7447	1.0269	—	—
9	合计	3.9464	5.1924	6.3522	4.4344
10	平均	0.7893	1.0385	1.2704	0.8869
11	季节指数	0.7922	1.0424	1.2752	0.8902

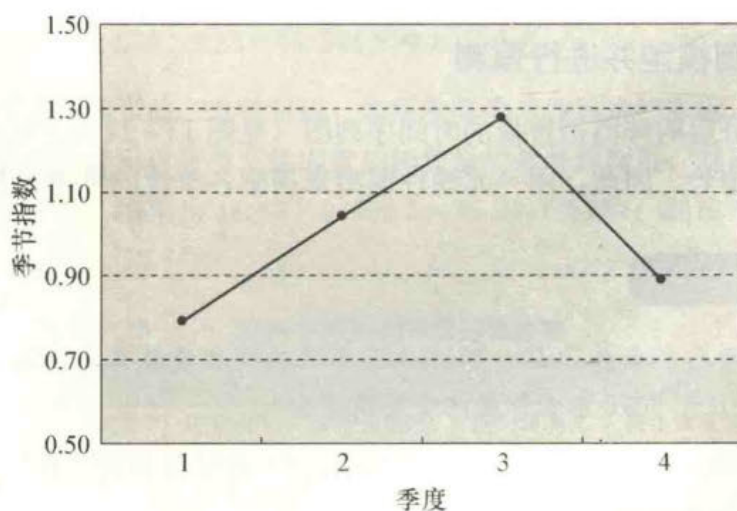


图 13-16 啤酒销售量的季节变动图

从图 13-16 可以看出,啤酒销售量的旺季是 3 季度,淡季是 1 季度。

2. 分离季节成分

计算出季节指数后,就可将各实际观察值分别除以相应的季节指数,将季节成分从时间序列中分离出去。用公式表示为:

$$\frac{Y}{S} = \frac{T \times S \times I}{S} = T \times I \quad (13.26)$$

结果即为季节成分分离后的序列(见表 13-12 中的 E 列)。它反映了在没有季节因素影响的情况下时间序列的变化形态。原序列与季节成分分离后的序列如图 13-17 所示。

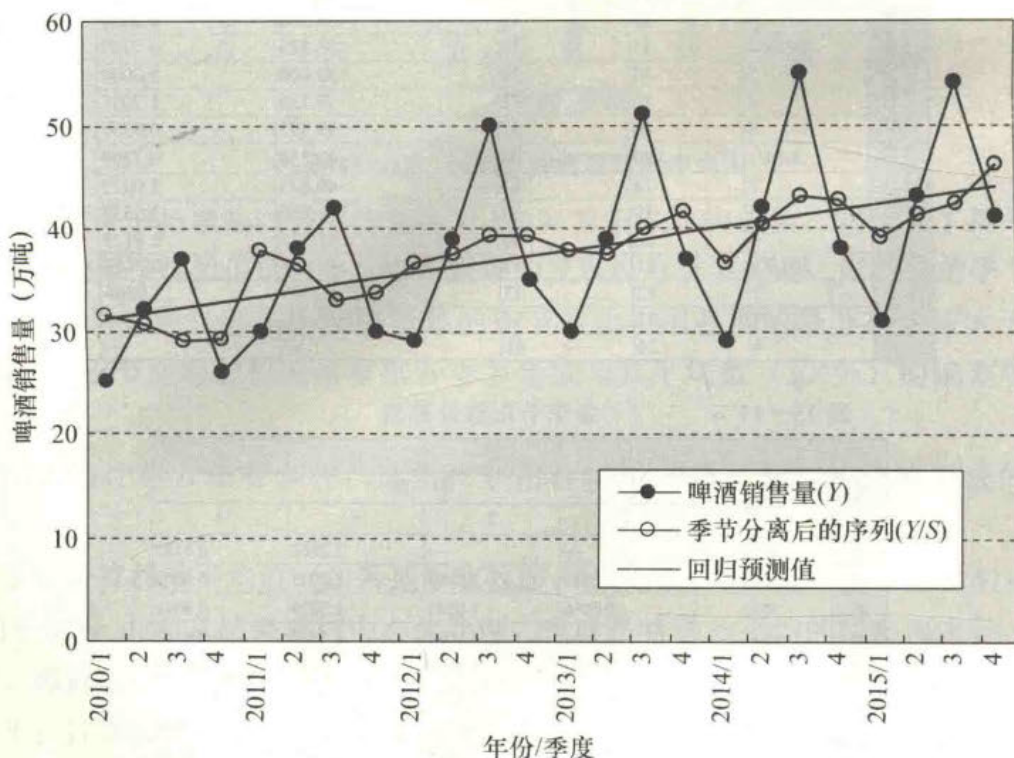


图 13-17 季节成分分离后的啤酒销售量及其趋势

13.6.2 建立预测模型并进行预测

从剔除季节成分后的啤酒销售量的时间序列图(见图 13-17)中可以看出,啤酒销售量具有明显的线性趋势。因此,用一元线性模型来预测各季度的啤酒销售量。

例 13.14

根据例 13.5 啤酒生产企业 2010—2015 年各季度的销售量数据,预测 2010—2015 年各季度的啤酒销售量,并预测 2016 年各季度的啤酒销售量。

★解: 首先,根据式 (13.19) 求出线性趋势方程,计算出各期的预测值。根据分离季节性因素的序列确定的线性趋势方程为:

$$\hat{Y}_t = 30.6067 + 0.5592t$$

根据上述趋势方程计算的各期预测值见表 13-12 中的 F 列。

表 13-12 啤酒销售量的预测值

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	年/季	时间 编号	啤酒销 售量(Y)	季节指 数(S)	季节分离后 的序列(Y/S)	回归预测值	最终预测值	预测误差
2	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)=(3)/(4)	(6)	(7)=(6)×(4)	(8)=(3)-(7)
3	2010/1	1	25	0.7922	31.56	31.17	24.69	0.31
4	2	2	32	1.0424	30.70	31.73	33.07	-1.07
5	3	3	37	1.2752	29.01	32.28	41.17	-4.17
6	4	4	26	0.8902	29.21	32.84	29.24	-3.24
7	2011/1	5	30	0.7922	37.87	33.40	26.46	3.54
8	2	6	38	1.0424	36.46	33.96	35.40	2.60
9	3	7	42	1.2752	32.94	34.52	44.02	-2.02
10	4	8	30	0.8902	33.70	35.08	31.23	-1.23
11	2012/1	9	29	0.7922	36.61	35.64	28.23	0.77
12	2	10	39	1.0424	37.41	36.20	37.73	1.27
13	3	11	50	1.2752	39.21	36.76	46.87	3.13
14	4	12	35	0.8902	39.32	37.32	33.22	1.78
15	2013/1	13	30	0.7922	37.87	37.88	30.01	-0.01
16	2	14	39	1.0424	37.41	38.44	40.06	-1.06
17	3	15	51	1.2752	39.99	38.99	49.73	1.27
18	4	16	37	0.8902	41.56	39.55	35.21	1.79
19	2014/1	17	29	0.7922	36.61	40.11	31.78	-2.78
20	2	18	42	1.0424	40.29	40.67	42.40	-0.40
21	3	19	55	1.2752	43.13	41.23	52.58	2.42
22	4	20	38	0.8902	42.69	41.79	37.20	0.80
23	2015/1	21	31	0.7922	39.13	42.35	33.55	-2.55
24	2	22	43	1.0424	41.25	42.91	44.73	-1.73
25	3	23	54	1.2752	42.35	43.47	55.43	-1.43
26	4	24	41	0.8902	46.06	44.03	39.19	1.81

其次, 根据分离季节性因素的序列确定的线性趋势方程 $\hat{Y}_t = 30.6067 + 0.5592t$, 可以得到 2010—2015 年各季度的预测值 (见表 13-12)。将回归预测值乘以相应的季节指数, 就得到最后的预测值。

预测 2016 年第 1 季度的销售量, 将 $t=25$ 代入趋势方程, 得

$$\hat{Y}_t = 30.6067 + 0.5592 \times 25 = 44.59 (\text{万吨})$$

这个预测值是不含季节性因素的, 也就是说, 如果没有季节性因素的影响, 啤酒销售量的预测值为 44.59 万吨。如果要求出含有季节性因素的销售量的最终预测值, 则需要将上面的预测值乘以第 1 季度的季节指数。结果为 $44.59 \times 0.7922 = 35.32$ (万吨)。2016 年各季度啤酒销售量的预测值如表 13-13 所示。

表 13-13 2016 年啤酒销售量的预测值

	A	B	C	D	E
1	年/季	时间编号	季节指数(S)	回归预测值	最终预测值
2	2016/1	25	0.79	44.59	35.32
3	2	26	1.04	45.15	47.06
4	3	27	1.28	45.71	58.28
5	4	28	0.89	46.26	41.18

图 13-18 给出了啤酒销售量的实际值和最终预测值,可以看出预测效果非常好。

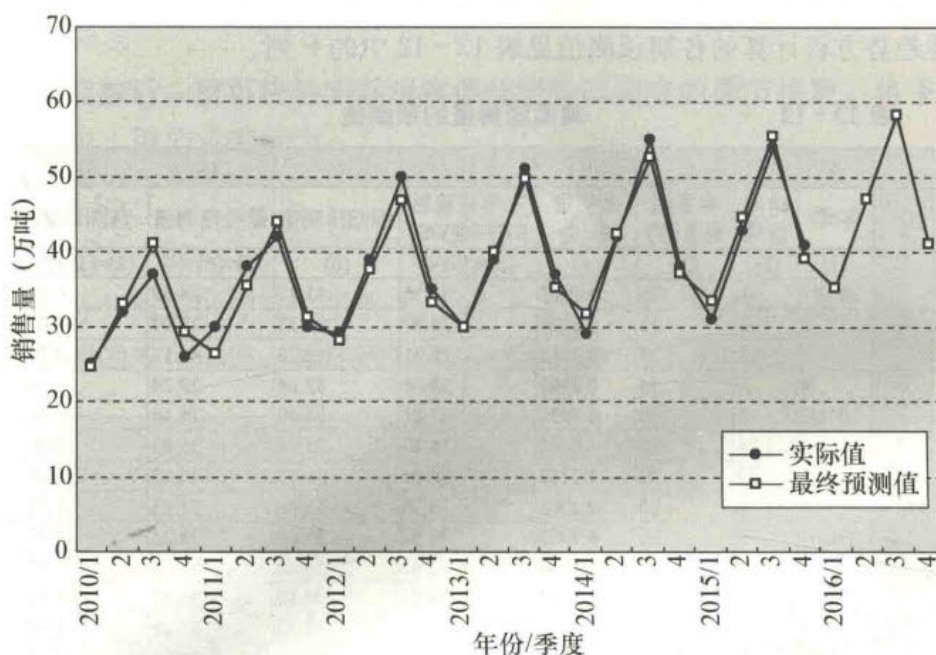


图 13-18 啤酒销售量的预测

思考与练习

一、思考题

- 13.1 简述时间序列的构成要素。
- 13.2 利用增长率分析时间序列时应注意哪些问题?
- 13.3 简述平稳序列和非平稳序列的含义。
- 13.4 简述时间序列的预测程序。
- 13.5 简述指数平滑法的基本含义。
- 13.6 简述复合型时间序列的预测步骤。
- 13.7 简述季节指数的计算步骤。

二、练习题

13.1 下表是 1991—2008 年我国财政收入数据。采用指数曲线预测 2009 年的财政收入,并将实际值和预测值绘图进行比较。

年份	财政收入(亿元)	年份	财政收入(亿元)
1991	3 149.48	1994	5 218.10
1992	3 483.37	1995	6 242.20
1993	4 348.95	1996	7 407.99