

## Вега, Выпуклый анализ и выпуклая оптимизация.

Преподаватели: В.Ю. Протасов и Т.И. Зайцева

### Домашние задачи 5

1. Найти субдифференциал функции  $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|$  в нуле.

2. Найдите субдифференциал в точке  $(2, 3)$  (укажите, какая геометрическая фигура получилась в ответе):

$$\max\{x^2 + y^2 - 13, |x - 2|\} + |y - 3| + 2\sqrt{(x - 2)^2 + y^2}.$$

3. Решить задачу (здесь и далее нужно найти точку  $\hat{x}$ , а значение  $f(\hat{x})$  находить необязательно)

а)

$$|x - 2| + \max\{3x + 3, e^x + 2\} \rightarrow \min.$$

б)

$$|x| + 2|y - 1| + \sqrt{x^2 + y^2} + 2e^y - 0.8(2x + y) \rightarrow \min.$$

4. Решить при всех значениях параметра  $\alpha > 0$ :

$$\alpha \max\{2x + 3, 3x + y\} + \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \min$$

5. а) Вычислить и изобразить субдифференциал в точке  $(0, 0, 0)$  для функции  $f(x, y, z) = 2|z| + \sqrt{x^2 + y^2}$ ;

б) Привести пример функции трёх переменных, у которой субдифференциал в точке  $(0, 0, 0)$  является прямым круговым конусом высотой 1 и радиусом основания 1.

### Бонусные задачи

6. Придумайте функцию, субдифференциалом которой в нуле является многогранник стохастических (по строкам) матриц  $2 \times 2$ .