

Контрольная работа 1.

1. (2 балла) Проверьте функцию на выпуклость, обоснуйте

$$\exp(\exp(\exp(x + y^4))) + \max(4x - 3y + 1, |x - 1|) + \frac{1}{xy}, \quad x, y > 0$$

2. (3 балла) Множество K задано неравенствами

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} \leq 3 \\ x + 2y \geq 8. \end{cases}$$

Является ли оно выпуклым? Отделите его от точки $(3, 5)$. Строгая ли это отделимость? Найдите крайние точки множества K .

3. (2 балла) а) Найдите вершины многоугольника в модели Марковица с параметрами $a = (1, 2, 3, 3), s = 14/5$.

б) Найдите количество вершин многоугольника в модели Марковица с параметрами $a = (1, 2, 2, 3, 3, 5, 7, 10), s = 14/5$.

4. (3 балла) а) Найдите вершины симплекса, обоснуйте

$$0 \leq x_d \leq 2x_{d-1} \leq 4x_{d-2} \leq \dots \leq 2^{d-1}x_1 \leq 1.$$

б) Пусть $d = 3$. Найдите максимум функции $4x_3^2 - 4x_2 + 8x_1$ на этом симплексе.

5. (3 балла) Решить выпуклую задачу с ограничениями:

$$\begin{cases} y^4 - y - 4x \rightarrow \min \\ \max\{x + 1, e^y\} + 2\sqrt{x^2 + y^2} \leq 3y + 2\sqrt{5} \\ \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5} + x^2 - 2y \leq 2 \end{cases}$$

6. (3 балла) При каждом значении параметра $\alpha > 0$ решить задачу $\max\{x + 1, 2x + y\} + \alpha\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \min$.