

Рассмотрим следующие пэттерны A и B , нам требуется доказать, что перцептрон не может отличать эти два пэттерна, при условии одинакового количества активных элементов и возможности сдвига.

При идентификации пэттерна A перцептрон должен показывать 1, при пэттерне B 0. И в том и другом классе возможны 6 сдвигов.

Рассмотрим все возможные виды примеры пэттернов A и B

$$a_1 = [101110], a_2 = [010111], a_3 = [101011], a_4 = [110101], a_5 = [111010], a_6 = [011101]$$

$$b_1 = [101101], b_2 = [110110], b_3 = [011011], b_4 = [101101], b_5 = [110110], b_6 = [011011]$$

Распишем для всех этих пэттернов условия для определения пэттерна A или B :

$$a_1 : w_1 + w_3 + w_4 + w_5 + b \geq 0$$

$$a_2 : w_2 + w_4 + w_5 + w_6 + b \geq 0$$

$$a_3 : w_1 + w_3 + w_5 + w_6 + b \geq 0$$

$$a_4 : w_1 + w_2 + w_4 + w_6 + b \geq 0$$

$$a_5 : w_1 + w_2 + w_3 + w_5 + b \geq 0$$

$$a_6 : w_2 + w_3 + w_4 + w_6 + b \geq 0$$

$$b_1 : w_1 + w_3 + w_4 + w_6 + b < 0$$

$$b_2 : w_1 + w_2 + w_4 + w_5 + b < 0$$

$$b_3 : w_2 + w_3 + w_5 + w_6 + b < 0$$

$$b_4 : w_1 + w_3 + w_4 + w_6 + b < 0$$

$$b_5 : w_1 + w_2 + w_4 + w_5 + b < 0$$

$$b_6 : w_2 + w_3 + w_5 + w_6 + b < 0$$

Если просуммировать все эти условия, мы получим следующее для пэттерна A :

$$\sum_{i=1}^6 4 * w_i + 6 * b \geq 0$$

Аналогично для пэттерна B

$$\sum_{i=1}^6 4 * w_i + 6 * b < 0$$

(Дополнительно мы можем записать это в еще более общем виде:

$$\sum_{i=1}^n a * w_i + n * b \geq 0 \text{ где } a - \text{это количество активных элементов, а } n - \text{количество всех возможных сдвигов}$$

$\sum_{i=1}^n a * w_i + n * b < 0$ где a - это количество активных элементов, а n - количество всех возможных сдвигов)

Таким образом мы наблюдаем абсолютно идентичное поведение для обоих паттернов, каждый элемент активируется по 4 раза $A : \sum_{i=1}^6 4 * w_i + 6 * b \geq 0$,
 $B : \sum_{i=1}^6 4 * w_i + 6 * b < 0$, и не возможно подобрать веса w_i , которые могли бы позволить перцептрон различить между этими классами так как для обоих классов он получает абсолютно одинаковую входную информацию: