二、粘性沙河床演变模型(SEDTRANS05)

1、前言

三峡库区的浮泥运动仅发生在水沙界面附近有限区域,大部分水体的含沙量很低(除汛期外)。浮泥运动沿流向受水流剪切力作用,在横断面上受重力驱动,垂向上有再悬浮和固结过程。河床的浮泥浓度分布如图 4。目前,可用于实际天然河道计算的模型分为:(1)单向耦合模型;(2)Euler-Euler 双流体两相流模型。其他类型模型,如 DEM 模型、颗粒流模型等仅用于基础理论研究(研究单个或群体颗粒的力学及运动特性),由于计算量大,还不能用于天然河道模拟。

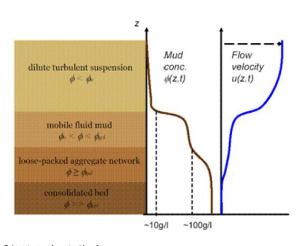


图 4 浮泥运动及分布(Winterwerp&Van Kesteren,2004)

本研究首先考虑单向耦合的粘性沙模型。

粘性沙模型的理论基础目前并不成熟,因此,粘性沙模型的应用较非粘性沙模型则少很多。本研究考虑应用 SEDTRANSO5 模型(Urs Neumeier et al., 2008)与 SELFE 模型耦合计算,是一个垂向 1D 的泥沙模型,包含非粘性沙和粘性沙 2 个模块。SEDTRANSO5 模型与 3D 水动力学模型 SHYFEM 耦合模拟了 Venice 港湾的波浪和潮汐流动与粘性沙输移(Umgiesser et al., 2006)。

SEDTRANS05 模型已经有近 30 年的研发历史, 粘性沙模型主要功能:

- (1) 反映粘性沙沿垂向的特性变化;
- (2) 悬移质泥沙浓度分组计算;
- (3) 考虑细颗粒泥沙絮凝沉降;
- (4) 可模拟多次冲淤过程。

模拟限制:

- (1) 不能模拟非粘性沙和粘性沙混合物;(理论不成熟)
- (2) 不能模拟由于重力驱动引起的浮泥的侧向运动;(三峡库区深槽淤积 主要是重力驱动)
 - (3) 不能模拟波浪作用下的浮泥再悬浮过程;
- (4) 不能模拟水沙界面处的不稳定现象(Helmholtz 不稳定性);(两相流模型)

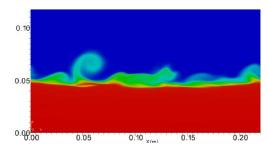


图 5 两相流模拟的水沙界面不稳定现象(Hsu T.J., 2008)

- (5) 不能模拟水流对泥沙固结过程的影响。
- (6) 絮凝沉降公式适用范围: 盐度 10-15PSU, 因此, 不能用于淡水或低盐度水体。(絮凝沉降速率公式要结合三峡水库研究成果)
 - (7) 没有考虑底栖生物的扰动(Bioconsolidation or Bioturbation);
 - (8) 不能正确预测大计算时间步长(TIMEDR>5min)的冲刷率。

2、非粘性沙模块

(1) 水的密度与粘滞系数

密度 ρ 与粘滞系数 η 与温度和盐度有关。

$$\eta = 1.802863 \times 10^{-3} - 6.1086 \times 10^{-5}T + 1.31419 \times 10^{-6}T^{2}
- 1.35576 \times 10^{-8}T^{3} + 2.15123 \times 10^{-6}S
+ 3.59406 \times 10^{-11}S^{2}$$
(1)

(2) 悬移质泥沙沉速

Soulsby(1997)公式

(3) 床沙再悬浮的临界剪切流速

采用 Van Rijn(1993)方法:

$$1 < D_* \le 10$$
: $\frac{u_{*CTS}}{W_S} = \frac{4}{D_*}$
 $D_* > 10$: $\frac{u_{*CTS}}{W_S} = 0.4$

(4) 摩阻系数与粗糙高度

非粘性沙的摩阻系数和粗糙高度 zo 根据沙粒粒径和床面地形计算。

粘性沙的摩阻系数和粗糙高度 zo 设置为常数值(Soulsby, 1983)。CCONST 粘性沙模型不计算床面地形变化。

(5) 泥沙输移计算公式

表 1 非粘性沙推移质输沙计算公式

Method	Transport mode	Grain-size (mm)
Engelund–Hansen (1967)	Total load	>0.15 ^a
Einstein-Brown (1950)	Bedload	0.3–28.6 ^b
Bagnold (1963)	Total load	$0.18-0.45^{b}$
Yalin (1963)	Bedload	$> 0.2^{a}$
Van Rijn (1993)	Bedload	$0.05-29.1^{a}$

3、粘性沙模块

粘性沙算法计算一个包含冲刷-淤积-固结的循环过程。涉及到 2 组变量:床沙和悬移质泥沙浓度。设置初始值,经 SEDTRANSO5 循环计算后,输出最终值,冲刷-淤积-固结计算过程中泥沙质量守恒。

粘性沙计算中涉及的经验公式均没有广泛接受的计算式,需要根据实测资料率定验证。

推荐的最优计算时间步长为 5min,增加时间步长会降低计算精度,特别是 絮凝过程明显或临界剪切应力随水深变化梯度较大的情况。

每一步循环计算过程, 计算步骤如下:

- (1) 计算有效床面剪切应力 τ_0 (考虑高浓度泥沙引起的剪切力减小和泥沙输移引起的拖拽力);
 - (2) 计算河床泥沙的冲刷侵蚀通量(冲刷的第1部分):
- (3) 计算淤积通量(考虑絮凝作用)、每组泥沙的淤积速率、悬移质泥沙输 移减小的淤积泥沙量、最新淤积到床面的泥沙量增加;
 - (4) 冲刷泥沙质量加到悬移质输沙部分(冲刷的第2部分);
 - (5) 床沙层的固结计算。

输入: 床沙特性、泥沙级配、有效床面剪切应力 τ_0 、淤泥活动层占床沙的比例、计算时间步长 Δt 。

输出:最终的床沙特性、泥沙级配、悬移质泥沙浓度、平均冲刷-淤积速率、

床面高度变化、河床低密度物体(如水藻)运动引起的剪切力 τ_{solid} 和有效剪切力(考虑减阻作用的修正)。

3.1 床沙特性

SEDTRANS05 采用干密度 ρ_{dry} 表述床沙,一般测量得到的湿密度 ρ_{wet} 可采用下式转换为干密度:

$$\rho_{dry} = (\rho_{wet} - \rho) \frac{\rho_{clay}}{\rho_{clay} - \rho}$$

式中, ρ_{clay} 为床沙的矿物粘土密度。

床沙特性沿深度的变化采用 ρ_{dry} 和 τ_{ce} 剖面描述。信息存储在一个 2D 矩阵中,包含深度、 ρ_{dry} 和 τ_{ce} 。床沙层分为若干分层(**建议<50** 层),各层特性在 ρ_{dry} 和 τ_{ce} 之间线性变化,矩阵($3\times$ 分层数)中第一行为表层,假设床沙特性在最低层以下保持不变(如图 6)。如果某一层完全冲刷,该层将从矩阵中删除,剩余各层向上移动。如果某一层仅部分冲刷,该层表层的 ρ_{dry} 和 τ_{ce} 按上一层的值线性变化。如果是淤积的情况,新的一层将插入到矩阵的第一行,但最顶一层的泥沙特性接近于新淤积的泥沙,仅增加最顶一层的厚度(图 6C)。参考水深以河床表面为准,每一轮冲刷计算完成后,所有的床沙层深度都相应地更新。

(注意与非粘性沙分层计算算法的不同!)

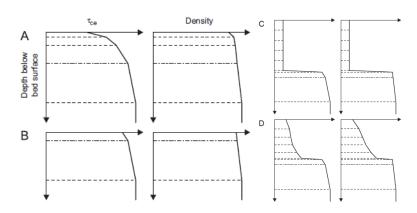


图 6 一个循环的粘性床沙特性变化(A 初始密实床沙; B 冲刷后床沙; C 新的泥沙淤积后的床沙; D 固结后的床沙)

3.2 悬移质泥沙

悬移质泥沙分组计算,需要计算各组悬移质泥沙的沉速 W_{si} 和浓度 C_{i} 。进行

3D 模拟时,建议分组数为5组。悬移质泥沙沉速考虑絮凝修正。

每一部冲刷计算后床沙成为悬移质泥沙,颗粒沉速 W_s 服从对数正态分布(图 7A)。分布函数的中值与冲刷条件有关。不同条件的连续冲刷将产生复杂的沉速分布形式(图 7B)。每一组泥沙的淤积速率根据冲刷量单独计算,最粗的泥沙颗粒淤积最快(图 7C)。

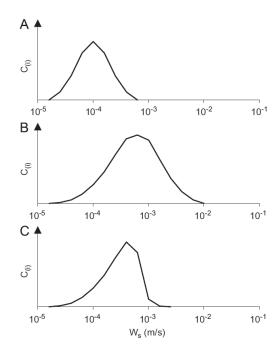


图 7 悬移质泥沙的沉速分布形式(A 悬移质泥沙对数正态分布的沉速; B 经过连续冲刷过程后的沉速分布; C 较粗颗粒沉降后的沉速分布)

3.3 床面剪切应力

对于粘性沙(细颗粒泥沙)河床,床面剪切力 τ_0 需要考虑可能发生的 2 种物理现象进行修正:(1)高浓度浮泥引起的减阻现象;(2)其他物体(如水藻)引起的剪切力 τ_{solid} 。

首先,考虑减阻现象对水动力模型计算的表面摩擦力 τ_0 作修正。然后,采用修正的 τ_0 计算 τ_{solid} 。最终床面剪切应力为 $\tau_0+\tau_{solid}$ 。

高浓度的混合水沙流体为非牛顿流体,将产生减阻现象,SEDTRANS05模型引入一个修正因子,该因子通过实测数据的幂函数拟合获得(Li and Gust, 2000):

$$\tau_{0 \, \text{corrected}} = \exp(C_{\text{dr}} \text{SSC}) \, \tau_{0 \, \text{uncorrected}}$$

式中, C_{dr} 为常数(-0.0893m³/kg)。

实验数据为单向流的水槽实验数据。上式计算的 τ_0 在 SSC=7.8kg/m³ 时将减小一半。(上式可参考王兆印等的研究?)

SEDTRANS05 模型中的 $\tau_{mudflow}$ 计算是基于 Venice Lagoon 海床覆盖水藻的水槽实验数据,用到了 2 个临界剪切力参数(水藻起动的 τ_{mUlva} 和水藻完全悬浮的 $\tau_{resUlva}$)。上述参数值存储在 CCONST。(对于三峡水库来说可忽略该剪切力)

3.4 床面冲刷

如果床面剪切力 τ_0 超过床面冲刷的临界剪切力 τ_{ce0} ,冲刷将会发生。

冲刷速率 r_e 根据变量 τ_{ce} 计算(Van Rijn, 1993):

$$r_e = \frac{\partial m}{\partial t} = E_0 \exp[P_e(\tau_0 - \tau_{ce(z)})^{0.5}]$$

式中, E_0 为限制冲刷量的经验系数, P_e 为冲刷的比例系数, $\tau_{ce(z)}$ 为沿冲刷深度方向变化的冲刷临界剪切力。

每一个计算步 Δt 内,首先根据河床表层的 τ_{ce} 计算 r_e ,然后计算冲刷深度 Δt (考虑 ρ_{dry} 在垂向上的线性变化)。如果 Δt 大于第一层泥沙层厚度,则计算冲刷第一层的历时 t1 。在剩下的时间(Δt - t1)对下一泥沙层重复上述计算。如果 $\tau_{ce(z)} \leq \tau_0$,侵蚀过程在 $\tau_{ce(z)} = \tau_0$ 的分层处停止。

经验系数 E_0 和 P_e 依赖于局部条件。 τ_0 的计算值可能悬殊几个量级,直接影响 P_e 取值。因此需要调整冲刷计算中的经验系数。

	P_{e}	E_0
Amos et al. (1992) ^a	1.62	51×10^{-6}
Sea Carousel Venice 99 ^b	5.88	19.5×10^{-6}
Miniflume Venice 99 ^b	4.68	6.7×10^{-6}

3.5 冲刷泥沙的沉速计算

沉速 W_s 符合对数正态分布。分布函数的均值根据冲刷情况计算,均方差使用 $log_{10}(W_s)$ 计算。

床沙中粒径最细的颗粒悬浮。沉速分布由参数 WSCLAY 定义, Ws 分布向增大方向偏移是由于: (1) 水流的升力; (2) 冲刷泥沙粒径增大(由于逐渐增加

的密实过程); (3) 湍流破碎悬浮絮凝团。

最大沉速 W_s 分组可以悬浮的值定义为 W_{lift} :

$$W_{\text{lift}} = (\tau_0/(0.64\rho_{\text{water}}))^{0.5}$$

最大沉速 Ws 分组足以抵抗湍流的破碎作用时定义为 Wdisruption:

$$W_{\rm disruption} = D_{\rm t} \tau_{\rm ce} / \tau_0^{0.5}$$

式中, Dt 为经验系数 (0.004)。

最大沉速 W_s 取 W_{lift} 和 $W_{disruption}$ 的最小值,放在分布函数粗粒径一边的位置,如果计算的最大沉速 W_s 小于粗粒径(右边)的沉速值,则原沉速保持不变。

3.6 絮凝沉速-淤积

(1) 絮凝沉速计算

使用 Whitehouse et al.(2000)的絮凝沉速 W_{sFloc} 公式, W_{sFloc} 是悬移质泥沙浓度C的函数。首先,计算有效絮凝密度 ρ_{floc} 、水下絮凝团体积浓度 C_f 、长度尺寸L、有效直径 d_e 和无量纲絮凝团直径 D_* ,然后中值絮凝体沉速 W_{sFloc} 按下式计算:

$$\rho_{\text{floc}} = \rho + C_{\text{in}}(\rho_{\text{clay}} - \rho)$$

$$C_{\text{f}} = \frac{(\rho_{\text{clay}} - \rho)C}{(\rho_{\text{floc}} - \rho)}$$

$$d_{\text{e}} = LC^{\text{Fm/2}}$$

$$L = \left[\frac{19.8\rho v \rho_{\text{clay}}^{\text{Fm}} F_{\text{k}}}{g(\rho_{\text{floc}} - \rho)}\right]^{1/2}$$

$$D^* = d_{\text{e}} \left[\frac{g(\rho_{\text{floc}} - \rho)}{\rho v^2}\right]^{1/3}$$

$$W_{\rm sFloc} = v/d_{\rm e}[(10.36^2 + 1.049(1 - C_{\rm f})^{4.7}D_*^3)^{0.5} - 10.36]$$

式中, C_m 为絮凝体内部体积浓度(0.025-0.04,默认值 0.03)。 F_k 和 F_m 味絮凝计算经验系数,默认值(0.001 和 1.0),与泥沙特性有关。

- (1) 低于浓度 C_{IMI} (0.1kg/m³) 不做絮凝计算
- (2) $W_{sFloc} = F_k C^{F_m}$ (0.1~2.0 kg/m³) (Van Rijn, 1993)

(3) Whitehouse et al.(2000)公式 (2.0~50 kg/m³)

(4)
$$W_{sFloc} = 10^{-5} m / s$$
 (>50 kg/m³)

絮凝体沉速 W_s 是在一定范围内分布的数值,根据每组泥沙颗粒沉速 $W_{s(i)}$ 计算得到新的 $W_{s(i)Floc}$:

$$W_{\rm s(i)Floc} = W_{\rm sFloc} \sqrt{W_{\rm s(i)}/W_{\rm sMean}}$$

式中, W_{sMean} 是原始沉速分布的对数平均值,采用下式计算:

$$\log(W_{\text{sMean}}) = \frac{\sum C_{(i)} \log(W_{\text{s(i)}})}{\text{SSC}}$$

式中, $C_{(i)}$ 是各分组悬移质泥沙浓度,SSC 是总浓度。

(2) 淤积计算

当床面剪切力 au_0 小于淤积临界剪切力 au_{cd} 时将发生淤积, au_{cd} 采用下式计算 (Mehta and Lott, 1987):

$$\tau_{cd} = k_{cd} W_s^{m_{cd}}$$

式中, k_{cd} 和 m_{cd} 是经验系数。

 k_{cd} : 1900~9000, m_{cd} : 0.9~1.4。默认值 1.03, 2800

淤积计算分两部分:(1)淤积速率 r_d ;(2)经过时间间隔 t 以后仍然悬浮的泥沙浓度 C_t 。

淤积量等于对淤积速率作时间积分。

$$r_{\rm d} = \partial m/\partial t = CW_{\rm s}(1 - \tau_0/\tau_{\rm cd})(1 - P_{\rm s})$$

$$C_t = C_0 \exp\left(-W_s(1 - \tau_0/\tau_{cd})(1 - P_s)\frac{t}{h}\right)$$

式中, P_s 为处于淤积状态中泥沙再悬浮的概率系数($0^{\circ}0.2$,默认 0)。

悬移质泥沙分组淤积量单独计算。当含沙量低于 0.0001kg/m³ 时,所有分组泥沙均为淤积泥沙。

3.7 新淤积泥沙特性

SEDTRANS05 模型中假设新淤积的泥沙均为浮泥,指定为恒定密度为50kg/m³(RHOMUD)。冲刷临界剪切力 τ_{ce} 按以下原则计算:(1) $\tau_{ce} > 1.1 \tau_0$ 避免再

悬浮的即刻发生;(2) τ_{ce} 的最小值为 $\tau_{ce} = T_a \rho_{dry}^{T_b} [1 + T_c (1 - \exp(T_d m_0))]$;(3)新淤积层的 τ_{ce} 不能大于下一层的 τ_{ce} 。

3.8 固结过程(Consolidation)

新淤积的粘性沙由于自重会发生固结过程,增加河床的稳定性(抗冲刷),需要在泥沙输移中考虑。自重固结过程由泥沙渗透性决定,限制孔隙水的逃逸。自重固结过程由很多参数决定,如:矿物成分、孔隙水、泥沙特性等。很多固结过程模型比较复杂,计算量大,难以实际应用。SEDTRANSO5 模型采用一个简化模型,计算原理如下:(1)控制固结过程的参数是上覆淤泥的浮力重量和掩埋深度;(2)无限长掩埋时间后会形成稳定的密度值;(3) $\tau_{ce(z)}$ 与 ρ_{dry} 和上覆掩埋的泥沙质量相关。

淤泥密度 ρ 由经验公式计算(SEDTRANSO5 中未激活):

$$\rho_1 = f(\rho_0, m_0, z, \Delta t)$$

式中, ρ_0 为初始密度, ρ_1 为经历 Δt 后的密度, m_0 为上覆淤泥质量。

河床表层泥沙的冲刷临界剪切力 τ_{ce} 由下式计算(Van Rijn, 1993):

$$\tau_{ce} = a \rho_{dry}^b$$

但河床以下泥沙随着埋深增加, au_{ce} 迅速增大,而 ho_{dry} 增加缓慢。因此,采用考虑 m_0 沿埋深变化的 $^{ au_{ce}}$ 计算式:

$$\tau_{ce} = T_a \rho_{dry}^{T_b} [1 + T_c (1 - \exp(T_d m_0))]$$

式中, Ta, Tb, Tc 和 Ta 均为经验系数(6.0e-10, 3, 3.47, -1.915)。

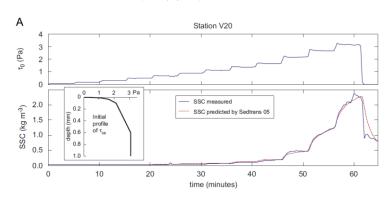
如果考虑固结过程后计算的 τ_{ce} 小于之前的计算值,则 τ_{ce} 值不变。模型中假设 ρ_{dry} 和 τ_{ce} 在各分层中线性变化。

4 模型验证

粘性沙模型的验证项目。SEDTRANS05 模型计算结果与环形水槽实验数据对比。

SED1D 调用 COHESIVE 模块。

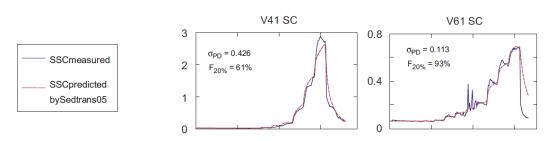
(1) 悬移质泥沙浓度 SSC 和床面剪切力



计算值 SSC_{pred},实测值 SSC_{meas}

相对误差(Proportional difference): PD=SSC_{pred}/SSC_{meas}-1

PD 的标准差: σ_{PD}



率定参数 E₀和 P₀

(2) 沉速、冲刷量和床沙特性

缺少实验数据。

5 评价

由以上模型原理的总结可见, SEDTRANS05 模型上存在的不足是:

- (1) 絮凝沉降、冲淤量计算等需要改进;
- (2) 固结过程模拟需要深化;
- (3) 需要考虑坡度的淤泥流变运动;
- (4) 生物活动、固结历史、泥沙矿物成分等对河床冲刷的影响;
- (5) 需要率定冲刷过程与悬移质泥沙之间的关系。

6 改进

参考 SEDFLUX 模型的原理。

6.1 固结过程模拟

由于覆盖于淤积体上层的泥沙荷载,下层的淤积体将发生压实,淤积体将逐

渐压实到最小孔隙度为止。压实过程中的泥沙孔隙度变化由下式计算:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \sigma} = -c(\phi - \phi_0)$$

式中, ϕ 为孔隙度, σ 为载荷,c为经验常数, ϕ_0 为压实极限的最小孔隙度(与泥沙骨料的材质和力学特性有关)。

6.2 重力驱动使淤泥在横向上运动

分两部分计算:(1)判断淤泥的土体崩塌;(2)淤泥运动。

(1) 土体崩塌判断

淤积体前段坡度大于最大水下休止角时将发生土体崩塌,之后形成类似泥石流或浮泥的泥沙输移。淤积体的崩塌形状和崩塌位置采用土力学中的非圆弧滑动的条分法(Jabu 法)计算。

可能发生崩塌平面的稳定性可通过以下安全性因子表征:

$$F_{total} = \frac{\sum_{i=0}^{n} \left[b_{i} \left(c_{i} + \left(\frac{W_{i}}{b_{i}} - p_{ec}\right) \tan \phi_{i}\right) \frac{\sec \alpha_{i}}{1 + \frac{\tan \alpha_{i} \tan \phi_{i}}{F_{total}}}\right]}{\sum_{i=0}^{n} W_{i} \sin \alpha_{i}}$$

$$(17)$$

式中,b 为条带宽度,c 为泥沙的粘滞性系数,w 为垂向线性变化的泥沙重量, p_{ec} 为超孔隙水压, ϕ 为泥沙颗粒水下休止角, α 为崩塌土体的坡度, F_{total} 为整体崩塌破坏的安全因子。

超孔隙水压按照 Gibson 近似假设计算:

$$p_{ec} = \frac{\gamma' z_i}{a_i} \tag{18}$$

式中, γ 为泥沙的水下容重,z为崩塌点至河床的高度, α 由下式计算:

$$a = 6.4(1 - \frac{T}{16})^{17} + 1 \tag{19}$$

上式中的 T 由下式计算:

$$T = \frac{m^2 t}{c_{\cdot \cdot}} \tag{20}$$

式中,m 为泥沙沉积率,t 为淤积历时, c_v 为泥沙的固结系数。

如果安全系数 Ftotal 小于设定的阈值 (模型中取 1), 淤积体前段将崩塌, 形

成泥石流或浮泥运动,否则将视为稳定。式(17)两边均有 F_{total} 因子,需要迭代求解。

(2) 淤泥运动(Lagrangian method)

A、微分方程模型。

Gary Park 的自加速理论模型(浊度流)和宾汉流体模型(泥石流)。均为 1D 模型。计算量增大。

BANG1D for turbidity modeling and BING1D for Bingham debris flow modeling

三峡水库底层浮泥应该属于重力驱动作用下的宾汉流体(debris flow),但颗粒均匀的细颗粒浮泥。

B、经验公式(类似于 Jabu 法)

假冬冬(2011)应用非粘性沙模型模拟三峡库区近坝区的河床淤积形态(深槽淤平现象)。计算网格: 198×97×18, 庙河入口流量边界条件(2003.3~2006.10) 典型流量(*Q*=6300m3/s, 坝前水位 139m)

浮泥层坡度 J_c ,当 $J_c > \frac{\tau_B}{\gamma_s} \Delta z$ 时,浮泥在重力驱动下沿着坡度方向运动。若

泥沙淤积处的河床坡度大于 J_c ,其上的浮泥向低处运动。淤积物向低处运动主要源于自重,而不是水流剪切力。

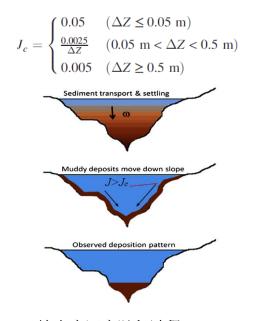


图 5 三峡水库河床淤积过程(Jia, 2013)

淤积泥沙的坡度直到达到临界坡度才停止运动,采用下式(Jia et al., 2013):

$$\begin{cases} \Delta Z_n(I) = \Delta Z_c(I) \\ \Delta Z_n(I+1) = \Delta Z(I+1) + \frac{(\Delta Z(I) - \Delta Z_n(I)) \times L(I) \times B(I)}{L(I+1) \times B(I+1)} \end{cases}$$

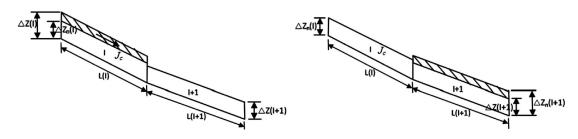


图 6 浮泥运动计算模式(Jia et al., 2013)

Jia(2013)的方法类似于 SED2D 模型中的临界坡度计算方法(Roelvink et al., 2009)。更新地形时考虑坡度超过临界坡度时发生崩塌的情况:

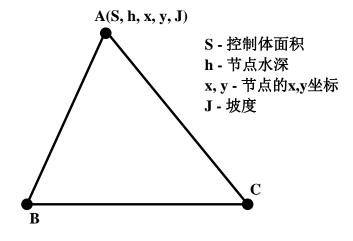
$$\left| \frac{\partial z_b}{\partial x} \right| > S_{cr}$$

在 y 方向的表达式相同。对干地形和湿地形考虑不同的临界坡度,分别是 1.0 和 0.3。当某一个计算节点的水下坡度超过临界坡度时,下一时刻即调整相邻 两个节点间的地形直到达到临界坡度,在随后的计算步将发生连锁反应,此时干地形的节点坡度又会超过临界坡度,最后的结果就是泥沙从干地形向湿地形输移。

上述过程可以通过求解浮泥运动的<mark>微分方程实现(机理模拟)</mark>,但上述的简化模型可方便应用于 2D 和 3D 河床演变模型。

地形的崩塌在调整过程需要结合土力学原理(黑鹏飞, **2016**), 机理模拟将增加模型的复杂性和计算量。

非结构网格上的崩塌地形更新计算方法(MORSELFE):



$$m11 = S_A, m12 = S_B, m13 = S_c$$
 $m21 = y_B - y_C, m22 = y_C - y_A, m23 = y_A - y_B$
 $m31 = x_C - x_B, m32 = x_A - x_C, m33 = x_B - x_A$
 $vec1 = h_A m11 + h_B m12 + h_C m13$
 $vec2 = \frac{J_{max}}{J}(h_A m21 + h_B m22 + h_C m23)$
 $vec3 = \frac{J_{max}}{J}(h_A m31 + h_B m32 + h_C m33)$
 $Det = m11(m22 \cdot m33 - m32 \cdot m23) - m12(m21 \cdot m33 - m31 \cdot m23) + m13(m21 \cdot m32 - m31 \cdot m22)$

根据 Cramer 法则, 计算各节点水深的更新:
 $h_{A_new} = (vec1(m22 \cdot m33 - m32 \cdot m23) - m12(vec2 \cdot m33 - vec3 \cdot m23) + m13(vec2 \cdot m32 - vec3 \cdot m23) - vec1(m21 \cdot m33 - m31 \cdot m23) + m13(m21 \cdot vec3 - m31 \cdot vec2)) / Det$
 $h_{B_new} = (m11(vec2 \cdot m33 - vec3 \cdot m23) - vec1(m21 \cdot m33 - m31 \cdot m23) + m13(m21 \cdot vec3 - m31 \cdot vec2) - m12(m21 \cdot vec3 - m31 \cdot vec2) + m12(m21 \cdot vec3 - m31 \cdot vec$

 $vec1(m21 \cdot m32 - m31 \cdot m22)) / Det$