Openswpc 参考知识学习记录

地震波模拟：

有限差分法

Moczo P, Kristek J, Galis M (2014) The finite-difference modelling of earthquake motions. Cambridge University Press, Cambridge.

有限体积法

Michael Dumbser, Martin Kaser. Arbitrary high order non-oscillatory finite volume schemes on unstructured meshes for linear hyperbolic systems. Journal of Computational Physics 221 (2007) 693-723.

梳理了 ADER-FV 方法的发展脉络。

Michael Dumbser, Martin Kaser, Josep de la Puente. (2000) Arbitrary High Order Finite Volume Schemes for Seismic Wave Propagation on Unstructured Meshes in 2D and 3D. *Geophys. J. Int.* **142,** 000-000

ADER 高阶离散方法 ADER 在非结构网格模型中的应用。注意：吸收边界的一些问题。

Castro, Toto, et al. (2012) ADER scheme on unstructured meshes for shallow water: simulation of tsunami waves. Geophys. J. Int. 189, 1505-1520.

ADER 用在海啸波传播的模拟。

有限单元法

Seissol 模型（参考相关文献）。

SWPC 模型中的空间 4 阶差分格式

Levander A.R. (1988) Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. Geophysics, 53:1425-1436.

Levander (1988)给出了交错结构网格下的时间 2 阶和空间 4 阶精度的有限差分格式。4 阶或更高阶的差分格式是减少精度模拟地震波传播时空间网格数(spatial sampling)的方法。2D 有限差分模型中，网格尺寸与地震波的最大频率的平方根成比例。带宽一定时，使用高阶差分格式可线性地减少网格数。

Levander 的空间 4 阶差分格式应用于 2D 的 P-SV 地震波传播模拟，离散格

式介绍如下：

空间 x,z 坐标和时间 t，设 x=mh 或 x=(m±1/2)h, z=nh 或 z=(n±1/2)h, t=lΔt 或 t=(l±1/2) Δt; h 为差分网格间距，Δt 为时间步长，m, n 为网格节点编号。

$$D_x^- \tau_{xx}(m+1/2, n, \ell) = -c_2\left[\tau_{xx}(m+3/2, n, \ell) - \tau_{xx}(m-3/2, n, \ell)\right] + c_1\left[\tau_{xx}(m+1/2, n, \ell) - \tau_{xx}(m-1/2, n, \ell)\right]$$

式中，D_x^- 表示对 x 的向后差分；c_1 和 c_2 分别是对 1 阶导数的 4 阶差分近似的内外侧差分系数，取 9/8 和 1/24。

Levander 还给出了对上述差分格式的数值扩散的评价公式。

GZB 模型

JafarGandomi A, Takenaka H (2007) Efficient FDTD algorithm for plane-wave simulation for vertically heterogeneous attenuative media. Geophysics 72: H43-H53.

Arash JafarGandomi, Hiroshi Takenaka. (2013) FDTD3C-A FORTRAN program to model multi-component seismic waves for vertically heterogeneous attenuative media. Computers & Geosciences 51314-323.

地球介质是耗散的(attentuative)，介质的耗散和扩散效应对地震波的影响需要评估，引入**品质因子(quality factor)** Q，理解 Q 对构造地下结构和石油勘探非有必要。

粘弹性体本构关系

衰减模型

在粘弹性介质中，任一时间步的应变依赖于上一时间步的应变。当前时刻和过去时刻的变化关系可以用记忆衰退理论(fading-memory theory)解释。根据记忆衰退理论，应变的当前值与近期应变历史的关系与远期应变历史的关系要强很多。

流变模型的松弛机理一般分布形式可以采用接近恒定值的**品质因子** Q (Carcione, 2001)，或在关注的地震波频率一定范围内任意与频率相关的**品质因子** Q (Asvadorov et al., 2004)来描述。通常有，一般形式的 Maxwell 体和 Zener 体(若干标准的线性固体(Zener 体)的并行连接)。Moczo and Kristek (2005)证明一般形式的 Maxwell 体和 Zener 体 (GZB)的松弛函数是等价的。

GZB 具有下面的松弛函数形式 (Carcione, 2001)：

$$\psi(t) = M_R\left[1 - \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\left(1 - \frac{\tau_\varepsilon^l}{\tau_\sigma^l}\right)e^{-t/\tau_\sigma^l}\right]H(t) \tag{1}$$

式中，t 为时间，τ_σ^l 和 τ_ε^l 分别是第 l 个 Zener 体的应力和应变的松弛时间；M_R 为松弛模量--在 0 频率或无限时间上松弛函数的值; L 为松弛个数; $H(t)$为 Heaviside 函数。

注意：式(1)在松弛函数中正确包含了 1/L 因子，这在 Carcione(2001)之前的公式中未考虑。

品质因子 Q 定义为：

$$Q(\omega) = \frac{\Re[\psi(\omega)]}{\Im[\psi(\omega)]} \tag{2}$$

式中，ω 为角频率，$\psi(\omega)$ 为频率域内的松弛函数，$\Re[]$ 和 $\Im[]$ 分别是参数的实部和虚部。

对于一个 Zener 体的排列：

$$Q(\omega) = \frac{\displaystyle\sum_{l=1}^{L}\frac{1 + \omega^2\tau_\varepsilon^l\tau_\sigma^l}{1 + \omega^2(\tau_\sigma^l)^2}}{\displaystyle\sum_{l=1}^{L}\frac{\omega(\tau_\varepsilon^l - \tau_\sigma^l)}{1 + \omega^2(\tau_\sigma^l)^2}} \tag{3}$$

式(3)中，应力和应变的松弛时间值(τ_σ^l 和 τ_ε^l)必须最优化，以达到目标品质因子 $Q_0(\omega)$。这可以通过最小二乘法最小化 S 值获得：

$$S = \int [Q_0^{-1}(\omega) - Q^{-1}(\omega)]^2 d\omega \tag{4}$$

对于期望的 Q 值，需要对 P 波和 S 波（Q_P 和 Q_S）作上述的最小化，产生 τ_η^{Pl} 和 τ_η^{Sl}。两种波形可使用相同的应力松弛时间 τ_σ^l。对于恒定 Q，Blanch et al. (1995) 解出了计算参数，但对于与频率相关的 Q，必须数值求解式(4)。

PML 吸收边界条件

Zhang W, Shen Y (2010) Unsplit complex frequency-shifted PML implementation using auxiliary differential equations for seismic wave modeling. Geophysics 75:T141-T154.

弹性波方程的速度-应力公式的 ADE CFS-PML (Auxiliary differential equations complex-frequency-shifted PML)控制方程：

$$\begin{aligned}\sigma_{xx,t} = {} & (\lambda + 2\mu)v_{x,x} + \lambda v_{y,y} + \lambda v_{z,z} + (\lambda + 2\mu)\left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{x,x} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{y,y} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]v_{z,z} \\ & - (\lambda + 2\mu)\frac{1}{\beta_x}V_x^x - \lambda\frac{1}{\beta_y}V_y^y - \lambda\frac{1}{\beta_z}V_z^z, \qquad \text{(A-1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{yy,t} = {} & \lambda v_{x,x} + (\lambda + 2\mu)v_{y,y} + \lambda v_{z,z} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{x,x} + (\lambda + 2\mu)\left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{y,y} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]v_{z,z} - \lambda\frac{1}{\beta_x}V_x^x \\ & - (\lambda + 2\mu)\frac{1}{\beta_y}V_y^y - \lambda\frac{1}{\beta_z}V_z^z, \qquad \text{(A-2)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{zz,t} = {} & \lambda v_{x,x} + \lambda v_{y,y} + (\lambda + 2\mu)v_{z,z} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{x,x} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{y,y} + (\lambda + 2\mu)\left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]v_{z,z} \\ & - \lambda\frac{1}{\beta_x}V_x^x - \lambda\frac{1}{\beta_y}V_y^y - (\lambda + 2\mu)\frac{1}{\beta_z}V_z^z, \qquad \text{(A-3)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{yz,t} = {} & \mu(v_{y,z} + v_{z,y}) + \mu\left(\left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]v_{y,z} + \left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{z,y}\right) \\ & - \mu\left(\frac{1}{\beta_z}V_y^z + \frac{1}{\beta_y}V_z^y\right), \qquad \text{(A-4)}\end{aligned}$$

$$\sigma_{xz,t} = \mu(v_{x,z} + v_{z,x}) + \mu\left(\left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]v_{x,z} + \left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{z,x}\right) - \mu\left(\frac{1}{\beta_z}V_x^z + \frac{1}{\beta_x}V_z^x\right), \tag{A-5}$$

$$\sigma_{xy,t} = \mu(v_{x,y} + v_{y,x}) + \mu\left(\left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{x,y} + \left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{y,x}\right) - \mu\left(\frac{1}{\beta_y}V_x^y + \frac{1}{\beta_x}V_y^x\right), \tag{A-6}$$

$$\rho v_{x,t} = \sigma_{xx,x} + \sigma_{xy,y} + \sigma_{xz,z} + \left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]\sigma_{xx,x} + \left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]\sigma_{xy,y} + \left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]\sigma_{xz,z} - \frac{1}{\beta_x}T_{xx}^x - \frac{1}{\beta_y}T_{xy}^y - \frac{1}{\beta_z}T_{xz}^z, \tag{A-7}$$

$$\rho v_{y,t} = \sigma_{xy,x} + \sigma_{yy,y} + \sigma_{yz,z} + \left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]\sigma_{xy,x} + \left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]\sigma_{yy,y} + \left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]\sigma_{yz,z} - \frac{1}{\beta_x}T_{xy}^x - \frac{1}{\beta_y}T_{yy}^y - \frac{1}{\beta_z}T_{yz}^z, \tag{A-8}$$

$$\rho v_{z,t} = \sigma_{xz,x} + \sigma_{yz,y} + \sigma_{zz,z} + \left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]\sigma_{xz,x} + \left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]\sigma_{yz,y} + \left[\frac{1}{\beta_z} - 1\right]\sigma_{zz,z} - \frac{1}{\beta_x}T_{xz}^x - \frac{1}{\beta_y}T_{yz}^y - \frac{1}{\beta_z}T_{zz}^z. \tag{A-9}$$

沿 x 方向临时变量衰减的附加微分方程中：

$$V^x_{x,t}+\left(\alpha_x+\frac{d_x}{\beta_x}\right)V^x_x=\frac{d_x}{\beta_x}\upsilon_{x,x},\quad V^x_{y,t}+\left(\alpha_x+\frac{d_x}{\beta_x}\right)V^x_y$$
$$=\frac{d_x}{\beta_x}\upsilon_{y,x},$$

$$V^x_{z,t}+\left(\alpha_x+\frac{d_x}{\beta_x}\right)V^x_z=\frac{d_x}{\beta_x}\upsilon_{z,x},\quad T^x_{xx,t}+\left(\alpha_x+\frac{d_x}{\beta_x}\right)T^x_{xx}$$
$$=\frac{d_x}{\beta_x}\sigma_{xx,x},$$

$$T^x_{xy,t}+\left(\alpha_x+\frac{d_x}{\beta_x}\right)T^x_{xy}=\frac{d_x}{\beta_x}\sigma_{xy,x},\quad T^x_{xz,t}+\left(\alpha_x+\frac{d_x}{\beta_x}\right)T^x_{xz}$$
$$=\frac{d_x}{\beta_x}\sigma_{xz,x}. \tag{A-10}$$

沿 y 方向临时变量衰减的附加微分方程中：

$$V^y_{x,t}+\left(\alpha_y+\frac{d_y}{\beta_y}\right)V^y_x=\frac{d_y}{\beta_y}\upsilon_{x,y},\quad V^y_{y,t}+\left(\alpha_y+\frac{d_y}{\beta_y}\right)V^y_y$$
$$=\frac{d_y}{\beta_y}\upsilon_{y,y},$$
$$V^y_{z,t}+\left(\alpha_y+\frac{d_y}{\beta_y}\right)V^y_z=\frac{d_y}{\beta_y}\upsilon_{z,y},\quad T^y_{xy,t}+\left(\alpha_y+\frac{d_y}{\beta_y}\right)T^y_{xy}$$
$$=\frac{d_y}{\beta_y}\sigma_{xy,y},$$

$$T^y_{yy,t}+\left(\alpha_y+\frac{d_y}{\beta_y}\right)T^y_{yy}=\frac{d_y}{\beta_y}\sigma_{yy,y},\quad T^y_{yz,t}+\left(\alpha_y+\frac{d_y}{\beta_y}\right)T^y_{yz}$$
$$=\frac{d_y}{\beta_y}\sigma_{yz,y}. \tag{A-11}$$

沿 z 方向临时变量衰减的附加微分方程中：

$$V^z_{x,t} + \left(\alpha_z + \frac{d_z}{\beta_z}\right)V^z_x = \frac{d_z}{\beta_z}v_{x,z}, \quad V^z_{y,t} + \left(\alpha_z + \frac{d_z}{\beta_z}\right)V^z_y$$
$$= \frac{d_z}{\beta_z}v_{y,z},$$
$$V^z_{z,t} + \left(\alpha_z + \frac{d_z}{\beta_z}\right)V^z_z = \frac{d_z}{\beta_z}v_{z,z}, \quad T^z_{xz,t} + \left(\alpha_z + \frac{d_z}{\beta_z}\right)T^z_{xz}$$
$$= \frac{d_z}{\beta_z}\sigma_{xz,z},$$
$$T^z_{yz,t} + \left(\alpha_z + \frac{d_z}{\beta_z}\right)T^z_{yz} = \frac{d_z}{\beta_z}\sigma_{yz,z}, \quad T^z_{zz,t} + \left(\alpha_z + \frac{d_z}{\beta_z}\right)T^z_{zz}$$
$$= \frac{d_z}{\beta_z}\sigma_{zz,z}. \tag{A-12}$$

在自由表面处的 PML 层，$\sigma_{xx,t}$ 和$\sigma_{yy,t}$ 的 PML 方程考虑自由表面边界条件：

$$\sigma_{xx,t} = (\lambda + 2\mu)v_{x,x} + \lambda v_{y,y} + \lambda v_{z,z} + (\lambda + 2\mu)\left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{x,x} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{y,y} + (\lambda + 2\mu)\frac{1}{\beta_x}V^x_x + \lambda\frac{1}{\beta_y}V^y_y - \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\left\{\left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{x,x} + \left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{y,y}\right\} - \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\left[\frac{1}{\beta_x}V^x_x + \frac{1}{\beta_y}V^y_y\right] \tag{A-13}$$

$$\sigma_{yy,t} = \lambda v_{x,x} + (\lambda + 2\mu)v_{y,y} + \lambda v_{z,z} + \lambda\left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{x,x} + (\lambda + 2\mu)\left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{y,y} + \lambda\frac{1}{\beta_x}V^x_x + (\lambda + 2\mu)\frac{1}{\beta_y}V^y_y - \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\left\{\left[\frac{1}{\beta_x} - 1\right]v_{x,x} + \left[\frac{1}{\beta_y} - 1\right]v_{y,y}\right\} - \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\left[\frac{1}{\beta_x}V^x_x + \frac{1}{\beta_y}V^y_y\right].$$

HOT 模型

Nakamura T, Takenaka H, Okamoto T, Kaneda Y (2012) FDM simulation of seismic-wave propagation for an aftershock of the 2009 Suruga bay earthquake: effects of ocean-bottom topography and seawater layer. Bull Seismol Soc Am 102:2420-2435.

3D FDM 用于精确模拟具有复杂 3D 速度结构的地震波传播，复杂速度结构包括：自由表面地形(Pitarka and Irikura, 1996; Ohminato and Chouet, 1997; Hestholm and Ruud, 1998)、各向异性介质 (Igel et al., 1995)和粘弹性介质(Carcione et al., 1988)。但是，研究海底下层介质中地震波传播的模拟少见，原因是：(1)FDM 存在的数值误差和与固体-液体界面处边界条件有关的计算不稳定性；(2)缺乏关于海洋区域地震波速度结构的详细信息。

FDM 中液体-固体边界条件施加

交错网格布置变量，包括：波速度、应力分量、介质参数。法向应力布置在单元体中心，速度和剪切应力布置在单元的边上，介质参数布置在单元的面中心处。这种网格变量布置形式可以满足在液体-固体界面处剪切应力消失的边界条件，对存储剪切应力分量的网格节点实施 0 刚度(μ=0) (Okamoto and Tanenaka, 2005)。应该注意液体-固体界面处的地震波速合应力的法向分量的连续性以及其他分量的不连续性。为此，在液体和固体介质内实施空间 4 阶差分格式，在液体-固体界面附近实施空间 2 阶差分格式近似计算。这一做法对自由表面边界条件也是有效的 (Takenaka et al. 2009)，Pitarka and Irikura (1996)应用自由表面两侧的不对称特性，保持在自由表面边界处的法向应力为零。Ohminato and Chouet (1997)指出空间 2 阶差分格式中，自由表面边界两侧的法向应力分量等于边界处应力梯度的 2 倍，边界应力梯度仅当计算自由表面边界上的法向波速时才出现。

速度结构模型

使用日本地震灾害信息中心(J-SHIS)的**泥沙层模型**来描述 Nankai-Suruga 海槽附近的泥沙、堆积棱体(accretionary prism)和震测基盘(seismic basement)，由 32 层的 *Vs* (0.35-3.30km/s)组成。

使用日本气象局 JMA 的 2001 速度模型来获取震测基盘下层的陆地地壳结构(Ueno et al. 2002)。还使用 Nankai Rendo Project 2009 模型 (Nakamura, Citak, et al.,

2011)的结构模型，为海槽中俯冲海洋地壳薄层（海洋层 2）和海洋地幔（层 3）。这个结构模型包含了各层的 3D 形状，是由编辑反射和折射地震勘测结果(Nakanishi, Takahashi, et al., 2002)、JMA 震源分布和接收器函数分析(Shiomi et al., 2004)获得的。海洋层的密度根据 V_P 的经验关系式设定(Brocher, 2005)。在 J-SHIS 层和海洋层的重叠区域，优先考虑后者，本研究中将海洋地幔的上表面置于海洋层 3 下面的 3km 处。对于陆地和海床地形，分别使用 50m 和 500m 分辨率的网格数据（日本海洋数据中心提供）。

对于地震波的粘滞弹性衰减 Q，在该区域研究很少，参考 J-SHIS 模型的 Q_S 值，假设 Q_P 值是 Q_S 值的 1.5 倍。因为使用松弛函数计算粘弹性动力学方程和通过 GZB 流变模型在 HOT-FDM 中考虑临时变量技术，在较宽的频率范围（0.01-5Hz)使用恒定值的 Q_P 值和 Q_S 值。在海水层，V_P=1.5 km/s, V_S=0.0 km/s，ρ=1.05 g/cm^3。空气层中，V_P=V_S=0.0 km/s，考虑地形影响。

研究海床地形和海水层对地震波场的影响。模拟情景：（1）实际结构模型，考虑海床地形和海水层；（2）与（1）相同的结构模型但用空气层代替海水层；（3）与（2）相同的结构模型，但海床地形修改为平坦地形，只保留各地下固体层的厚度信息。

参考文献

Igel, H., P. Mora, and B. Riollet (1995). Anisotropic wave-propagation through finite-difference grids, Geophysics 60, 1203-1216.

Pitarka, A., and K. Irikura (1996). Modeling 3D surface topography by finite-difference method: Kobe-JMA station site, Japan, case study, Geophys. Res. Lett. 23, 2729−2732.

Carcione, J. M., D. Kosloff, and R. Kosloff (1988). Wave-propagation simulation in a linear viscoelastic medium, Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 95, 597-611.

各向异性速度结构模型

Japan Integrated Velocity Model (JIVSM, Koketsu et al. 2012)，JISVM 由一组沉积层, Conrad 和 Moho 不连续层、Pacific 和 Philoippine 海板块及海洋 Moho 和地形界面的数据组成。

Koketsu K, Miyake H, Suzuki H (2012) Japan integrated velocity structure model version 1. In: Proceedings of 15th WCEE:1773

海洋地震-海啸耦合模型：

Maeda T, Furumura T (2011) FDM Simulation of seismic waves, ocean acoustic waves, and tsunamis based on tsunami-coupled equations of motion. Pure Appl Geophys 170:109-127.

Maeda T, Furumura T, Noguchi S, Takemura S, Sakai S, Shinohara M, Iwai K, Lee S-J (2013) Seismic- and tsunami-wave propagation of the 2011 Off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake as inferred from the tsunami-coupled finite-difference simulation. Bull Seismol Soc Am 103:1456-1472.

地震波控制方程与对流扩散方程的对比

地震波传播控制方程：

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^{N_D} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i$$

物质输移的对流扩散方程：

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u} C) = \frac{\partial}{\partial z}(\kappa \frac{\partial C}{\partial z}) + F_h$$

SCHISM 模型中求解水平梯度$\frac{\partial C}{\partial x}, \frac{\partial C}{\partial y}$的子程序是（差分格式）：

subroutine hgrad_nodes (imet_dry,ihbnd,nvrt1,npa1,nsa1,var_nd,dvar_dxy)