

# 一、非粘性沙河床演变模型

非粘性沙模型有：SAND2D 和 MORSELF E(3D)。均与 SCHISM 模型耦合。

## 1、前言

水动力学模型为驱动模型，泥沙模型包括：悬移质泥沙输移模型、推移质模型和河床演变模型等模块。此类模型已经有很多并广泛应用于河流、湖泊、海洋等水域的床面泥沙模拟研究，但大致可分为：非粘性沙模型和粘性沙模型。诸如：DELFT3D，SDETRANS05，ROMS 等。DELFT3D 和 ROMS 是基于贴体曲线坐标的结构网格。

本研究使用的水沙输移模型是 MORSELF E(Pinto et al., 2012)，该模型是基于平面三角形非结构化网格，垂向 Z-S 混合坐标系统，可应用于具有复杂几何边界和复杂地形的水域模拟。MORSELF E 模型不考虑波浪对泥沙输移和河床演变的影响。MORSELF E 模型为非粘性沙模型，也包括模拟淤泥的粘性沙模块，属于单向耦合的模型，即流体影响泥沙输移，但泥沙并不作用于流体。

MORSELF E 模型的水动力学模型为 SELF E 模型，泥沙模块主要参考了 ROMS 模型中的计算公式，与其他常用模型既有相似处，也有不同点。

## 2、模型框架

MORSELF E 模型采用预处理命令#控制相关模块的调用，提高了程序代码的编译效率和内存管理。河床演变包括：悬移质泥沙引起的床面变形和推移质泥沙引起的床面变形。

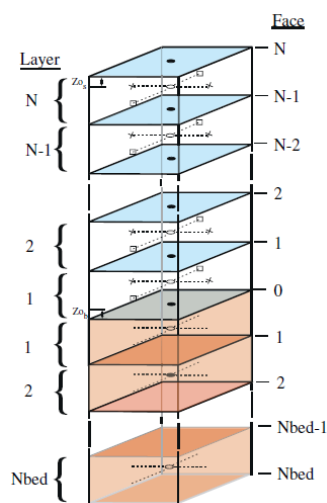


图 1 垂向水和泥沙分层计算示意图（Warner, 2008）

## 2.1 水动力学模块

水动力学模型 SELFE 为开源代码，具体介绍参考文献(Zhang and Baptista, 2008) (<http://www.stccmop.org/CORIE/modeling/selfe/>)。

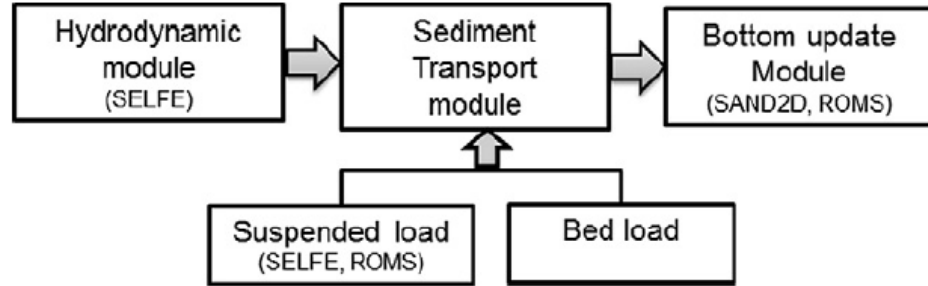


图 2 模型框架图(Pinto et al., 2012)

悬移质泥沙模块基于 SELFE 模型求解输移方程，悬移质泥沙沉速采用 Soulsby 公式，床沙交换模式采用 ROMS 模型中的交换调整模式。推移质泥沙计算使用 Meyer-Peter-Muller 公式和 Van Rijn 公式。泥沙模块计算包括：用户自定义非粘性沙的粒径分组数（无限制）、水平和垂向对流项、垂向扩散项、推移质输沙量计算公式、沉降和河床泥沙沉积与冲刷通量等。

## 2.2 悬移质泥沙输移方程

悬移质含沙量需要求解包含沉降源项和床面附近物质交换源项的输移方程：

$$\begin{aligned}
 \frac{dC_q}{dt} &= \frac{\partial C_q}{\partial t} + \frac{\partial(uC_q)}{\partial x} + \frac{\partial(vC_q)}{\partial y} + \frac{\partial(wC_q)}{\partial z} \\
 &= K_h \left( \frac{\partial^2 C_q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_q}{\partial y^2} \right) + K_v \frac{\partial^2 C_q}{\partial z^2} + S_q
 \end{aligned} \quad (1)$$

式中， $C_q$  为第  $q$  组悬移质含沙量( $\text{kg}/\text{m}^3$ )； $K_h$  和  $K_v$  分别为水平向和垂向的泥沙扩散系数( $\text{m}^2/\text{s}$ )； $S_q$  为包括悬移质泥沙沉速和床面附近交换通量源汇项，

$$S_q = -w_{s,q} \frac{\partial C_q}{\partial z} + E_q; \quad E_q \text{ 为第 } q \text{ 组悬移质泥沙侵蚀通量}(\text{kg}/\text{m}^2/\text{s})。$$

需要求解每组悬移质泥沙的对流扩散方程。

### (1) 泥沙颗粒沉速

A、原模型采用 Soulsby(1997)公式

$$w_{s,q} = \frac{v}{d_{50,q}} [(10.36 + 1.049 D_{*,q}^3)^{1/2} - 10.36]$$

式中,  $w_{s,q}$

为每组泥沙的沉降速度(m/s), 向上为正。 $\nu$ 为水的动力粘滞系数(m<sup>2</sup>/s);  $d_{50}$ 为第  $q$  组悬移质泥沙的中值粒径(m);  $D_{*,q}$ 为第  $q$  组悬移质泥沙的无量纲粒径:

$$D_{*,q} = \left[ \frac{g(s-1)}{\nu^2} \right]^{1/3} d_{50,q}$$

式中,  $g$  为重力加速度(m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>);  $s = \rho_{s,q} / \rho$  为泥沙比重,  $\rho_{s,q}$  和  $\rho_w$  为悬移质泥沙和水的参考密度(kg/m<sup>3</sup>)。

#### B、武水公式 (1952)

$$w_{s,q} = \left[ \left( 13.95 \frac{\nu}{d_{50}} \right)^2 + 1.09(s-1)gd_{50} \right]^{1/2} - 13.95 \frac{\nu}{d_{50}}$$

$$\text{细颗粒泥沙时 (王兴奎): } w_{s,q} = \left[ \left( 9 \frac{\nu}{d_{50}} \right)^2 + (s-1)gd_{50} \right]^{1/2} - 9 \frac{\nu}{d_{50}}$$

#### C、三峡水库的细颗粒絮凝沉降公式?

##### (2) 河床边界通量

通过计算作用于底部计算单元上的源项或汇项, 计算河床与水流之间的泥沙交换通量。进入水流的泥沙通量为冲刷通量 ( $E_q$ ), 离开水体沉积在河床上的泥沙通量为淤积通量( $D_q$ )。因此, 净通量为  $D_q - E_q$ , 需要计算每组悬移质泥沙的净通量。

以下冲淤计算模拟没有采用国内常用的挟沙力概念, 而是用的临界剪切力公式。

淤积通量  $D_q$  计算式:

$$D_q = w_{s,q} C_1 \text{ 或者 } D_q = -w_{s,q} \frac{\partial C_q}{\partial z}$$

式中,  $w_{s,q}$  为沉降速率,  $C_1$  为底部计算单元的悬移质含沙量。

冲刷通量  $E_q$  计算式 (Ariathurai and Arulanandan, 1978):

$$E_q = E_{0,q} (1-q) f_q \left( \frac{\tau_{sf}}{\tau_{cr,q}} - 1 \right)$$

$$\text{如果 } \tau_{sf} > \tau_{cr,q} \quad \tau_{cr,q} = \theta_{cr,q} g d_{50,q} (\rho_s - \rho_w)$$

式中,  $E_{0,q}$  为床面侵蚀常数( $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ ),  $p$  为河床表层泥沙的孔隙度(-),  $f_q$  为  $q$  组泥沙所占的体积百分比(-),  $\tau_{cr,q}$  为临界剪切应力( $\text{N}/\text{m}^2$ ),  $\tau_{sf} = \sqrt{\tau_{bx}^2 + \tau_{by}^2}$  为河床剪切应力( $\text{N}/\text{m}^2$ )。  $E_{0,q}$  为一个与局部地形和泥沙级配有关的经验参数, 取值范围:  $10^{-4} \sim 10^{-2} (\text{kg}/(\text{m}^2\text{s}))$ 。

临界剪切应力系数  $\theta_{cr,q}$  由临界 Shields 数计算(Soulsby,1997):

$$\theta_{cr,q} = \frac{0.3}{1 + 1.2 D_{*,q}} + 0.055 [1 - e^{(-0.022 D_{*,q})}]$$

河床剪切应力非常重要, 可以采用线性函数( $\gamma_1$ )、二次函数( $\gamma_2$ )或对数函数表示。

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = (\gamma_1 + \gamma_2 \sqrt{u^2 + v^2})(u, v)$$

式中,  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  为经验参数;  $(u, v)$  为河床边界层内的流速( $\text{m}/\text{s}$ )。

边界层内的合流速  $|u| = \sqrt{u^2 + v^2}$  可以采用经典的对数流速分布公式, 由摩阻流速  $u_*$  和底部粗糙高度  $z_0$  定义:

$$|u| = \frac{u_*}{\kappa_0} \ln\left(\frac{\delta_b}{z_0}\right)$$

式中,  $u_* = \sqrt{(|\tau_{bx}| + |\tau_{by}|) / \rho}$ ; 卡门常数  $\kappa_0 = 0.4$ ;  $z_0$  底部粗糙高度;  $\delta_b$  为底部网格层厚度( $\text{m}$ )。

上式是二次函数的阻力公式,  $\gamma_2 = \left(\frac{\kappa_0}{\ln(\delta_b / z_0)}\right)^2$ ,  $z_0$  由用户设置。

### (3) 水体密度计算

水体密度与温度、盐度和泥沙浓度相关。

$$\rho = \rho_w + \sum_{q=1}^N \frac{C_q}{\rho_{s,q}} (\rho_{s,q} - \rho_w)$$

式中,  $\rho$  为混合流体的局部密度;  $\rho_w$  为水密度;  $\rho_{s,q}$  为第  $q$  组悬移质泥沙的密度。

#### (4) 数值求解

悬移质含沙量对流扩散方程使用 SELFE 模型中的 TVD 和 upwind 求解模块计算。具体可参考相关文献(Zhang et al., 2008; Pinto et al., 2012)。

### 2.3 推移质泥沙

#### (1) MPM 公式:

$$q_{b,q} = 8(\theta_{sf} - \theta_{cr,q})^{1.5} \sqrt{(s-1)gd_{50,q}^3}$$

#### (2) Van Rijn 公式:

$$q_{b,q} = 0.015\rho_s u_{ave} H(d_{50,q} H)^{1.2} M_e^{1.5}$$

$$M_e = (u_{ave} - u_{cr}) / [(s-1)gd_{50}]^{0.5}$$

式中,  $u_{ave}$  为沿水深平均的流速(m/s),

#### (3) 床面坡度对推移质泥沙运动的影响

Several approximations exist to estimate the bed load transport on slopes. Three methods are available in MORSELFE: Antunes do Carmo (1995), Damgaard *et al.* (1997) and Lesser *et al.* (2004).

### 2.4 床沙级配调整及河床变形

MORSELFE 模型该部分参考了 ROMS 模型的方法(Warner, 2008)。

泥沙层位于流体层下部, 泥沙分层数和总厚度由用户定义。每层泥沙需要初始化厚度、泥沙级配、孔隙度和年龄。每一计算时间步内调整床沙层, 考虑了淤积、冲刷和分层过程(stratigraphy)。

参与冲淤的活动层厚度:

$$\text{活动层厚度 } z_a = k_1(\tau_{sf} - \tau_{ce}) + k_2 d_{50}$$

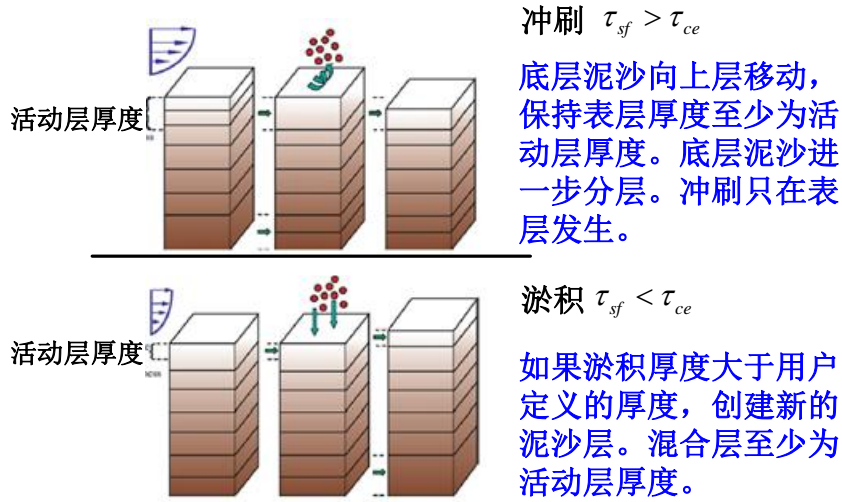


图 3 床沙组成调整计算 (Warner, 2008)

## 2.5 河床变形计算

河床变形计算方法有：

### (1) 悬移质不平衡输沙理论 (韩其为, 2008)

$$\gamma'_s \frac{\partial z_b}{\partial t} = \alpha \omega (S - S_*)$$

式中， $\alpha$  为恢复饱和系数(-)， $\gamma'_s$  为床沙干容重( $\text{kg/m}^2/\text{s}^2$ )， $S$  为河床附近悬移质含沙量( $\text{kg/m}^3$ )， $S_*$  为挟沙力( $\text{kg/m}^3$ )， $\omega$  为泥沙颗粒的静水沉速( $\text{m/s}$ )。

$$\gamma'_s = (1 - p)\gamma_s = (1 - p)\rho_s g$$

$$\text{离散后为: } \Delta h_{s,q} = \frac{\alpha \omega (C_1 - S_*)}{(1 - p)\rho_s g} \Delta t$$

$$\text{与冲淤通量计算法对比: } \Delta h_{s,q} = \frac{(D_q - E_q)\Delta t}{\rho_s(1 - p)}$$

$$\text{有: } \frac{\alpha \omega (C_1 - S_*)}{g} = (D_q - E_q)$$

### (2) Exner 方程--Sand2d 程序中基于节点计算河床变形

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = v_s \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + v_s \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}$$

式中， $\eta$  为河床高程， $t$  为时间， $v_s$  为扩散系数。

扩散系数  $\nu_s$  可采用下式计算：

$$\nu_s = \frac{-8\bar{Q}A\sqrt{c_f}}{C_0(s-1)}$$

式中， $\bar{Q}$  为河道多年平均流量， $c_f$  为拖拽力系数， $s$  为泥沙颗粒比重， $C_0$  为床面附近的含沙浓度， $A$  为经验系数，与河型有关，取值可参考文献(Warner, 2008)。

(3) 冲淤通量算法 (SEDIMENT 以及 Sand2D 的基于单元的冲淤变形计算)

该模块计算由悬移质泥沙和推移质泥沙引起的河床变形。

A.1 分组悬移质泥沙引起的河床变形（单元中心处）为：

$$\Delta h_{s,q} = \frac{(D_q - E_q)\Delta t}{\rho_s(1-p)}$$

A.2 悬移质泥沙引起的变形从单元中心转换为节点处：

$$\Delta h_{sn} = \frac{\sum_{e=1}^{nel} A_e \Delta h_{se}}{\sum_{e=1}^{nel} A_e}$$

式中， $A_e$  为单元面积； $nel$  为包含某节点的单元个数。

B 推移质泥沙引起的变形：

$$\Delta h_{b,q} = \frac{\nabla q_{b,q} \Delta t}{1-p}$$

式中， $q_{b,q}$  为第  $q$  组推移质泥沙输移通量。

不平衡输沙理论与冲淤通量经验公式计算方法可以转换，而 Exner 方程求解法是计算量较大的一种方法。

## 2.6 地貌尺度因子

为了模拟长时间的河床演变，ROMS 模型引入地貌尺度因子  $\lambda$  (morphological scale factor) 的概念(Roelvink, 2006)，如果  $\lambda=1$  则没有影响， $\lambda>1$  则加快床面响应。此方法对于泥沙供给充足的情况是有效的，但当冲刷量受到限制时，模拟结果将产生过度的淤积量。（对于三峡水库是个问题，因为淤泥固结，向下的泥沙层几乎难以冲刷，靠流变运动）。

对于推移质泥沙，则  $\lambda$  乘以推移质输沙率。

对于悬移质泥沙，则  $\lambda$  乘以淤积通量和冲刷通量。

## 2.7 土体崩塌计算

分两部分计算：（1）判断淤泥的土体崩塌；（2）淤泥运动。

### （1）土体崩塌判断

淤积体前段坡度大于最大水下休止角时将发生土体崩塌，之后形成类似泥石流或浮泥的泥沙输移。淤积体的崩塌形状和崩塌位置采用土力学中的非圆弧滑动的条分法（Jabu 法）计算。

可能发生崩塌平面的稳定性可通过以下安全性因子表征：

$$F_{total} = \frac{\sum_{i=0}^n [b_i(c_i + (\frac{W_i}{b_i} - p_{ec}) \tan \phi_i) \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \alpha_i \tan \phi_i}{F_{total}}}]}{\sum_{i=0}^n W_i \sin \alpha_i} \quad (17)$$

式中， $b$  为条带宽度， $c$  为泥沙的粘滞性系数， $W$  为垂向线性变化的泥沙重量， $p_{ec}$  为超孔隙水压， $\phi$  为泥沙颗粒水下休止角， $\alpha$  为崩塌土体的坡度， $F_{total}$  为整体崩塌破坏的安全因子。

超孔隙水压按照 Gibson 近似假设计算：

$$p_{ec} = \frac{\gamma' z_i}{a_i} \quad (18)$$

式中， $\gamma'$  为泥沙的水下容重， $z$  为崩塌点至河床的高度， $a$  由下式计算：

$$a = 6.4(1 - \frac{T}{16})^{17} + 1 \quad (19)$$

上式中的  $T$  由下式计算：

$$T = \frac{m^2 t}{c_v} \quad (20)$$

式中， $m$  为泥沙沉积率， $t$  为淤积历时， $c_v$  为泥沙的固结系数。

如果安全系数  $F_{total}$  小于设定的阈值（模型中取 1），淤积体前段将崩塌，形成泥石流或浮泥运动，否则将视为稳定。式(17)两边均有  $F_{total}$  因子，需要迭代求解。

### （2）淤泥运动(Lagrangian method)



A、微分方程模型。

Gary Park 的自加速理论模型（浊度流）和宾汉流体模型（泥石流）。均为 1D 模型。计算量增大。

BANG1D for turbidity modeling and BING1D for Bingham debris flow modeling

三峡水库底层浮泥应该属于重力驱动作用下的宾汉流体（debris flow），但颗粒均匀的细颗粒浮泥。

B、经验公式(类似于 Jabu 法)

假冬冬（2011）应用非粘性沙模型模拟三峡库区近坝区的河床淤积形态（深槽淤平现象）。计算网格：198×97×18, 庙河入口流量边界条件(2003.3~2006.10)

典型流量（ $Q=6300\text{m}^3/\text{s}$ ，坝前水位 139m）

浮泥层坡度  $J_c$ ，当  $J_c > \frac{\tau_B}{\gamma_s} \Delta z$  时，浮泥在重力驱动下沿着坡度方向运动。若

泥沙淤积处的河床坡度大于  $J_c$ ，其上的浮泥向低处运动。淤积物向低处运动主要源于自重，而不是水流剪切力。

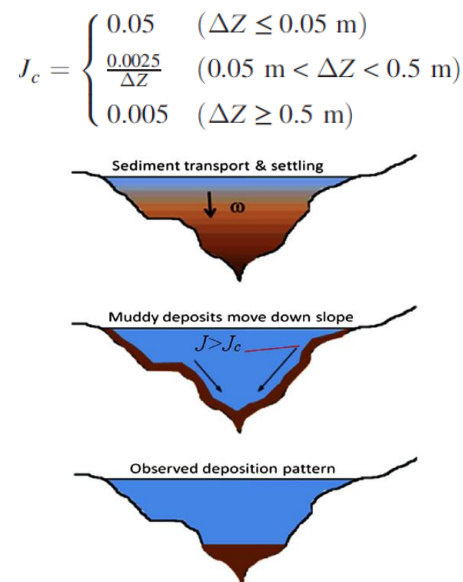


图 5 三峡水库河床淤积过程（Jia, 2013）

淤积泥沙的坡度直到达到临界坡度才停止运动，采用下式(Jia et al., 2013):

$$\begin{cases} \Delta Z_n(I) = \Delta Z_c(I) \\ \Delta Z_n(I+1) = \Delta Z(I+1) + \frac{(\Delta Z(I) - \Delta Z_n(I)) \times L(I) \times B(I)}{L(I+1) \times B(I+1)} \end{cases}$$

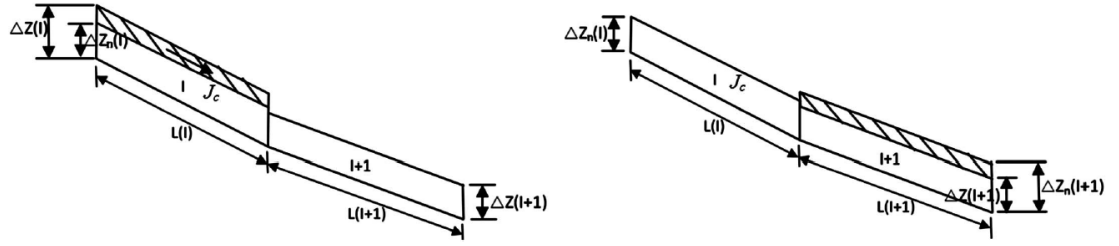


图 6 浮泥运动计算模式(Jia et al., 2013)

Jia(2013)的方法类似于 SED2D 模型中的临界坡度计算方法(Roelvink et al., 2009)。更新地形时考虑坡度超过临界坡度时发生崩塌的情况：

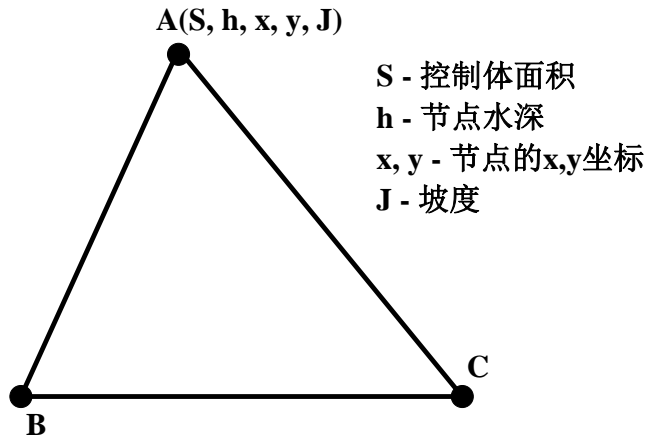
$$\left| \frac{\partial z_b}{\partial x} \right| > S_{cr}$$

在  $y$  方向的表达式相同。对于地形和湿地地形考虑不同的临界坡度，分别是 1.0 和 0.3。当某一个计算节点的水下坡度超过临界坡度时，下一时刻即调整相邻两个节点间的地形直达到临界坡度，在随后的计算步将发生连锁反应，此时干地形的节点坡度又会超过临界坡度，最后的结果就是泥沙从干地形向湿地地形输移。

上述过程可以通过求解浮泥运动的微分方程实现（机理模拟），但上述的简化模型可方便应用于 2D 和 3D 河床演变模型。

地形的崩塌在调整过程需要结合土力学原理(黑鹏飞, 2016)，机理模拟将增加模型的复杂性和计算量。

非结构网格上的崩塌地形更新计算方法(MORSELF):



$$\begin{aligned} m11 &= S_A, m12 = S_B, m13 = S_C \\ m21 &= y_B - y_C, m22 = y_C - y_A, m23 = y_A - y_B \\ m31 &= x_C - x_B, m32 = x_A - x_C, m33 = x_B - x_A \end{aligned}$$

$$vec1 = h_A m11 + h_B m12 + h_C m13$$

$$vec2 = \frac{J_{\max}}{J} (h_A m21 + h_B m22 + h_C m23)$$

$$vec3 = \frac{J_{\max}}{J} (h_A m31 + h_B m32 + h_C m33)$$

$$\begin{aligned} Det = & m11(m22 \cdot m33 - m32 \cdot m23) - \\ & m12(m21 \cdot m33 - m31 \cdot m23) + \\ & m13(m21 \cdot m32 - m31 \cdot m22) \end{aligned}$$

根据 Cramer 法则，计算各节点水深的更新：

$$\begin{aligned} h_{A\_new} = & (vec1(m22 \cdot m33 - m32 \cdot m23) - \\ & m12(vec2 \cdot m33 - vec3 \cdot m23) + \\ & m13(vec2 \cdot m32 - vec3 \cdot m22)) / Det \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{B\_new} = & (m11(vec2 \cdot m33 - vec3 \cdot m23) - \\ & vec1(m21 \cdot m33 - m31 \cdot m23) + \\ & m13(m21 \cdot vec3 - m31 \cdot vec2)) / Det \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{C\_new} = & (m11(m22 \cdot vec3 - m32 \cdot vec2) - \\ & m12(m21 \cdot vec3 - m31 \cdot vec2) + \\ & vec1(m21 \cdot m32 - m31 \cdot m22)) / Det \end{aligned}$$