

OpenSWPC 程序学习记录

OpenSWPC 代码

A new staggered-grid FDM code to model seismic waves in 3D and 2D viscoelastic media in local-to-regional scale. By improving the usability of the code, called the **Open-source Seismic Wave Propagation Code** (OpenSWPC).

The velocity structure input model is given in the Network Common Data Form (NetCDF), and the simulation results are output in the NetCDF and the **Seismic Analysis Code (SAC)** formats (Goldstein et al. 2003; Helffrich et al. 2013).

代码分为 3 部分:

swpc_psv: 2 维面波 P-SV 和 SH

swpc_sh

spwc_3d

其中:

m_debug:用于串程序的 debug 信息; m_pdebug:用于并程序的 debug

注意:

网格维数必须是 2 的幂数。

数值离散需要高阶 (>2 阶) 精度的差分格式, 如 TVD, ADER-FV (参考 Toro 的文章)。

开发 SCHISM_SWPC 模型的设想???

(1) 基于 SCHISM 模型的网格模式开发, 非结构化网格的 SWPC 模型, 即: 水平向使用三角形/四边形网格, 垂向采用可调节的混合坐标分层网格。

(2) 由于地震波速方程, 结构网格的 OpenSWPC 使用时间 2 阶, 空间 4 阶的有限差分格式; SCHISM 模型中有空间 2 阶的差分格式和 TVD 的有限体积法。

(3) SCHISM 模型垂向可条件分层坐标, 增强垂向不均匀性的描述。

(4) 水平非结构化网格增强地表不规则地形的描述。

模型原理

粘弹性体的地震波模型。**Cartesian 坐标系**下的连续介质力学运动方程包含速

度和应力分量:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^{N_D} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (1)$$

式中, N_D 为模型维度(2,3), v_i 为第 i 个分量的弹性运动速度, ρ 为介质密度, σ_{ij} 为剪切应力张量, f_i 为体积力。

地震波速与剪切应力之间存在本构关系, 采用粘弹性体 GZB (Generalized Zener Body) (JafarGandomi and Takenaka 2007; Maeda et al. 2013), 表述为数个 Zener 体的并行连接, 各 Zener 体具有不同的物理参数。GZB 模型等同于 Maxwell 体, 常应用于地震波模拟。

粘弹性体的本构方程为:

$$\sigma_{ij} = [\dot{\psi}_\pi(t) - 2\dot{\psi}_\mu(t)] * \delta_{ij}\epsilon_{kk} + 2\dot{\psi}_\mu(t) * \epsilon_{ij}, \quad (2)$$

式中, ϵ_{ij} 为张力张量, $\dot{\psi}_\pi(t)$ 和 $\dot{\psi}_\mu(t)$ 分别为 2 个独立松弛模量 $\pi_R = \lambda_R + \mu_R$ 和 μ_R 的松弛函数的时间导数。对于 GZB, 它们使用 L 个不同松弛时间 τ_l^σ ($l=1,...,L$) 和 P 波及 S 波的传播时间($\tau_l^{\epsilon P}, \tau_l^{\epsilon S}$)来描述:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_\pi(t) &= \pi_R \left[1 - \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L \left(1 - \frac{\tau_\ell^{\epsilon P}}{\tau_\ell^\sigma} \right) e^{-t/\tau_\ell^\sigma} \right] H(t) \\ \dot{\psi}_\mu(t) &= \mu_R \left[1 - \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L \left(1 - \frac{\tau_\ell^{\epsilon S}}{\tau_\ell^\sigma} \right) e^{-t/\tau_\ell^\sigma} \right] H(t) \end{aligned} \quad (3)$$

在粘弹性模型中, 由于物理扩散效应, 体波的相速度变成频率的函数(Aki and Richards 2002)。因此, 在某一参考频率 f_R 下, 体波相速度遵循一定的速度结构。

在实际地球介质中, 在低于 1Hz 的很大的一个频率范围内, Q_P 和 Q_S 与频率的关系并不明显。为了生成一定频率范围内近似为常数值 Q , 我们引入 Blanch et al.(1995)的 τ 方法和 Robertsson et al. (1994)的临时变量。 τ 方法假设松弛时间和传播(creep)时间的比值在所有 Zener 体($l=1,...,L$)中为恒定值:

$$\tau^P \equiv \frac{\tau_\ell^{\epsilon P}}{\tau_\ell^\sigma} - 1, \quad \tau^S \equiv \frac{\tau_\ell^{\epsilon S}}{\tau_\ell^\sigma} - 1 \quad (4)$$

给定一组松弛时间, τ 方法采用最小二乘法给出参数 τ^P 和 τ^S 的最优值, 由此

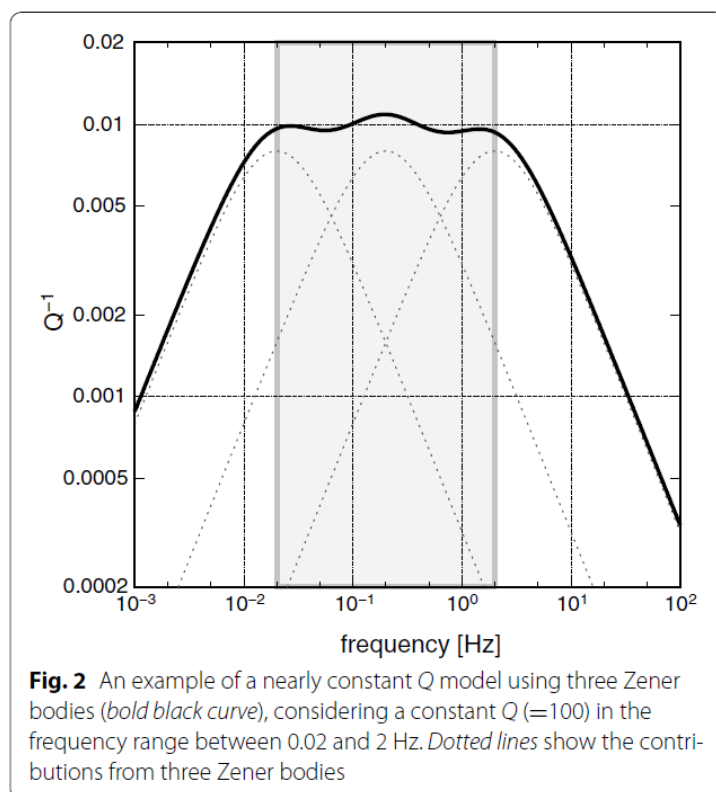
在一定频率范围内，衰减常数(attenuation) Q_P 和 Q_S 近似为常数。基于 τ 方法的本构方程可写作：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{ii}}{\partial t} &= \left[(\lambda_R + 2\mu_R) \left(1 + \tau^P \right) - 2\mu_R \left(1 + \tau^S \right) \right] \\ &\quad \times \sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + 2\mu_R \left(1 + \tau^S \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \sum_{\ell=1}^L r_{ii\ell} \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} &= \mu_R \left(1 + \tau^S \right) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^L r_{ij\ell}, \quad (\text{for } i \neq j),\end{aligned}\tag{5}$$

式中, $r_{ij\ell}$ 为 (i,j) 分量的剪切力张量和第 ℓ 个 Zener 体的临时变量(memory variables), 满足下列附加方程：

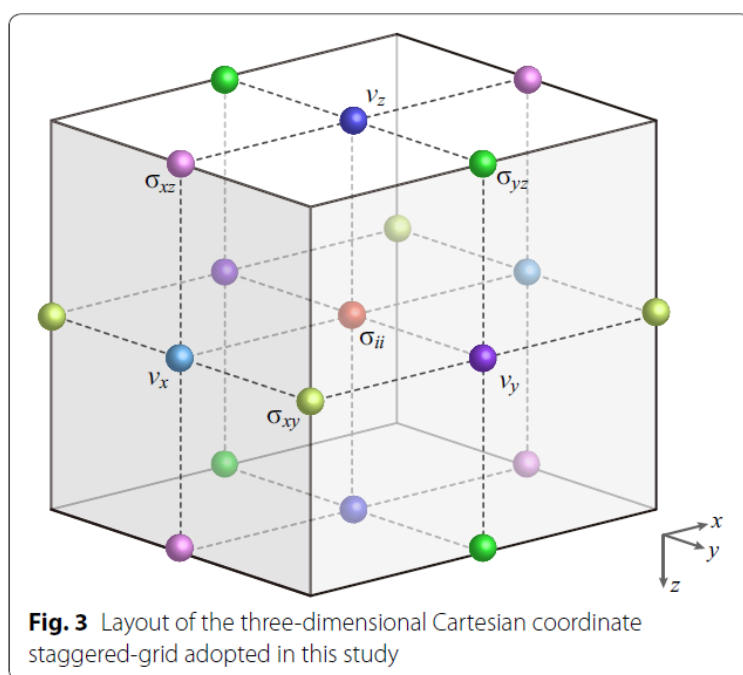
$$\begin{aligned}\frac{\partial r_{ii\ell}}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_\ell^\sigma} r_{ii\ell} - \frac{1}{L\tau_\ell^\sigma} \left[\left((\lambda_R + 2\mu_R)\tau^P - 2\mu_R\tau^S \right) \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + 2\mu_R\tau^S \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right] \\ \frac{\partial r_{ij\ell}}{\partial t} &= -\frac{1}{\tau_\ell^\sigma} r_{ij\ell} - \frac{1}{L\tau_\ell^\sigma} \mu_R \tau^S \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \\ &\quad (\text{for } i \neq j).\end{aligned}\tag{6}$$

τ 方法中，选择合适的松弛时间 τ_ℓ^σ 非常重要。SWPC 模型采用一定频率范围内，空间对数分布的松弛时间，如图 2。模型使用 3 个 Zener 体($L=3$)，可以生成 2Hz 以下 2 个量级频率范围的近似常数 Q 。生成近似常数 Q 的频率范围可由控制参数调节。



数值离散

交错网格有限差分模型，空间 4 阶精度，时间 2 阶精度离散运动方程式(1) (Levander 1988)。Cartesian 坐标系，水平方向 x, y ，垂向 z 向下为正，平均海平面 msl 处 $z=0$ 。图 3 显示交错网格及变量布置。



使用 1 阶 Crank - Nicolson 格式计算本构方程式(5)和内存变量附加方程式(6)的时间项。离散公式见 Maeda et al. (2013)。

计算定义与交错网格上的介质属性需要对相邻网格上的介质参数做合适的平均计算。OpenSWPC 模型中,所有的介质属性(松弛介质参数 λ_R 和 μ_R , 密度 ρ 和衰减参数 τ^P 和 τ^S) 定义在与法向应力分量相同的网格节点上(图 3)。当计算速度时需要平均相邻网格节点上的密度(式 1), 当计算剪切应力分量以及伴随的临时变量(式 5 和式 6)时需要平均相邻网格节点上的松弛刚度模量。SWPC 模型分别对密度和松弛刚度模量采用算术和调和平均计算。不用对 λ_R 做平均计算, 因为仅当更新计算法向应力分量时才使用 λ_R 。

边界条件

采用各向异性-海洋-地形(HOT)有限差分模型 (Nakamura et al. 2012)实施自由表面和大洋底部边界条件。HOT 模型最初是为了考虑火山的地形变化而开发的 2 阶 FDM (Ohminato and Chouet 1997), 后来该边界条件被证明也可以有效应用于流体-固体界面条件 (Okamoto and Takenaka 2005)。现在, HOT-FDM 被广泛应用于区域尺度的近海区域的地震波模拟(Maeda and Furumura 2013; Maeda et al. 2013, 2014; Nakamura et al. 2012, 2015; Noguchi et al. 2016; Todoriki et al. 2017), 复杂地形下的高频地震波分散模拟 (Takemura et al. 2015), 以及尺度 10cm 的圆柱状材料中的人工合成的弹性波传播模拟 (Yoshimitsu et al. 2016), 均表明 HOT-FDM 模型可解决不规则地形和曲面表层的问题。

在 HOT-FDM 方法中, 将空气柱视为密度很小的介质, P 波和 S 波的波速为 0, 即 $\alpha_R = \beta_R = 0$ (km/s), 空气层由于零波速, 因此地震波无法传播, 被视为真空。将海洋水体层视为弹性介质层, 密度 $\rho = 1.0$ (g/cm³), $\alpha_R = 1.5$ (km/s), $\beta_R = 0.0$ (km/s)。

在自由表面和海床, FDM 精度减小为 2 阶, 为实施降阶的边界 FDM, 边界位置通过搜索网格位置 (μ_R 和 λ_R 从 0 变为固定值) 来自动判断。

除非模拟整个地球的地震波传播, 其他情况都要使用一个合适的吸收边界条件, 消除计算边界处虚假反射对模拟区域的影响。SWPC 模型使用 Perfectly

Matched Layer (PML) 边界条件 (Chew and Liu 2011) 来最小化虚假反射。目前已有多种 PML 方法 (Kristek et al. 2009), 考虑有效性和适用性, SWPC 模型实施 Zhang and Shen (2010) 建议的 PML 方法。

在运动方程和连续方程外, PML 方法需要再求解附加微分方程组, 吸收区域方程具有复杂的随频率迁移的吸收函数。通常, 在环绕模拟区域的 PML 区需要使用 10~20 个网格。当求解 PML 附加方程时, 为避免较大计算量, 假设在 PML 区介质为完全弹性体, 不计算表述粘滞弹性的临时变量(式 6)。

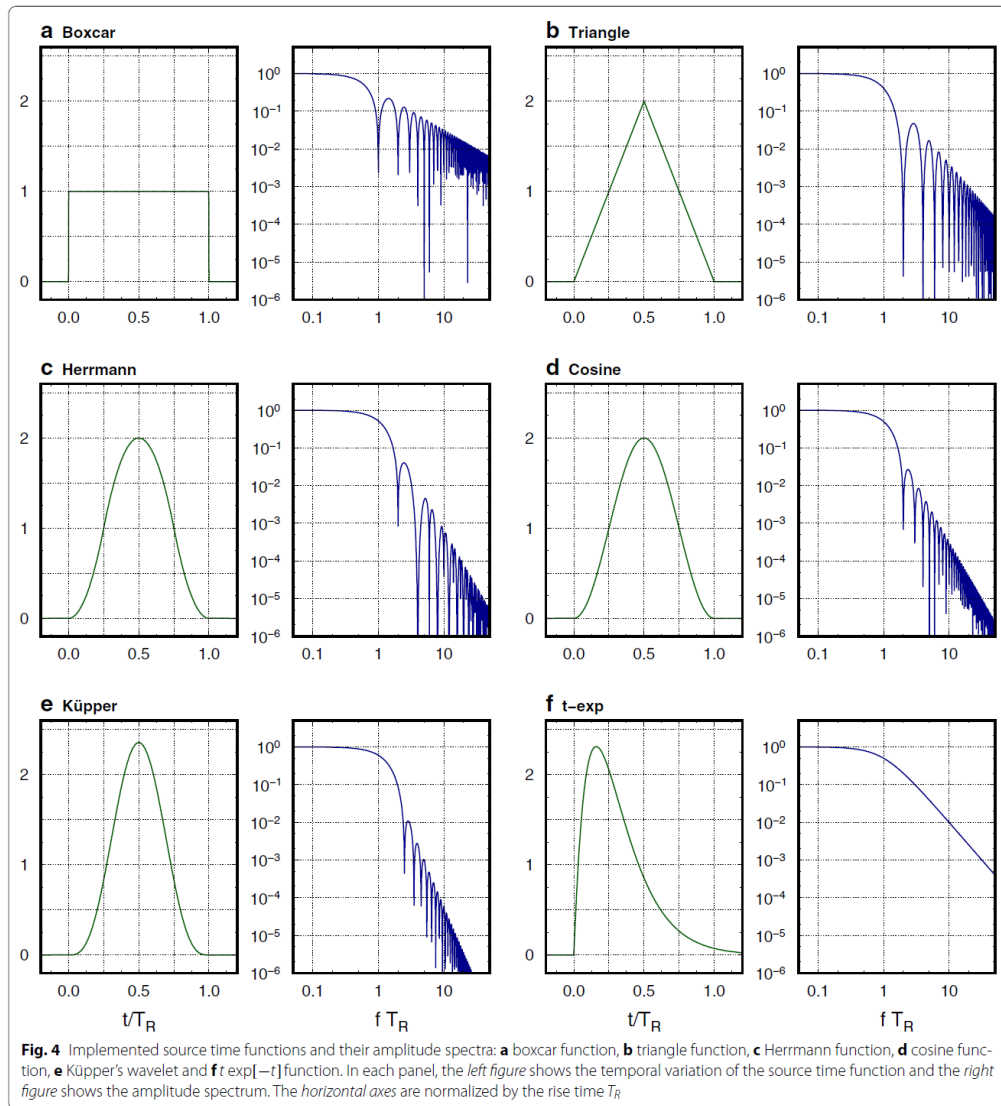
即使 PML 能有效吸收模拟区的向外传播的波, 但计算中还会造成严重的不稳定性, 特别是当地震波在高度各向异性介质中传播且具有非常大的速度梯度时 (Maeda et al. 2013)。因此, SWPC 模型实施了稳定海绵边界条件 (Cerjan et al. 1985), 可通过每一时间步内在吸收层中对应力和速度分量乘以一个小数值来衰减地震波, 用户可以选择合适的边界条件。海绵边界条件是完全稳定的, 当吸收外传地震波时会导致低计算效率。

震源表征

在有限差分模型中, 可耦合数个体积力 (Grave, 1996) 或基于应力不连续表述 (Coutant et al. 1995; Pitarka 1999) 来实施动量张量形式的震源。SWPC 模型采用应力不连续表述来实施动量张量震源。

SWPC 模型实施单个点源的震源。一个固定断层震源可使用多个点源来表述 (Graves and Wald, 2001; Takenaka and Fujii 2008)。SWPC 模型不限制点源个数, 自动识别震源数和分配需要的内存。SWPC 模型还实施了单力震源, 被广泛用于模拟火山环境下的地震信号激发模拟 (Ohminato et al. 1998)。将动量张量和单个力震源置于法向应力分量的最邻近网格节点。当更新计算剪切应力和速度分量时, 该网格节点的震源需要与邻近网格节点震源做平均计算 (Coutant et al. 1995)。

震源时间函数由各种形状的钟形函数 (图 4) 描述, 诸如 boxcar、三角形、余弦函数、Herrmann 二次函数 (Herrmann 1979) 和单次循环 Kupper 小波函数 (Mavroeidis and Papageorgiou 2003)。他们都用于一个共同的截断频率, 为震源持续时间的倒数, 但在截断频率以上拥有不同的向上转移频率 (roll-offs)。



平面 P 波和 S 波的接近垂直角度的入射角实施。

有时模拟当中，需要交换震源和测站位置的信息 (Aki and Richards 2002)，因为互易原理指出一定条件下两个模拟结果的等价性。当存在较少的测站而有很大量数的震源网格节点时，比如需要以较低计算量来计算 Green 函数。使用互易原理可有效获取大量的合成地震图，SWPC 模型具有此功能。模型中，单力震源置于某指定的测站网格点，在多个震源网格处输出位移波形和位移的空间导数。使用一个相比模拟目标的主要周期，具有很短震源时间函数的震源，可以将模拟结果作为 Green 函数使用。

软件实施

FORTRAN2003 语言编程。

使用 MPI 和 NetCDF 库做并行计算和数据 I/O。

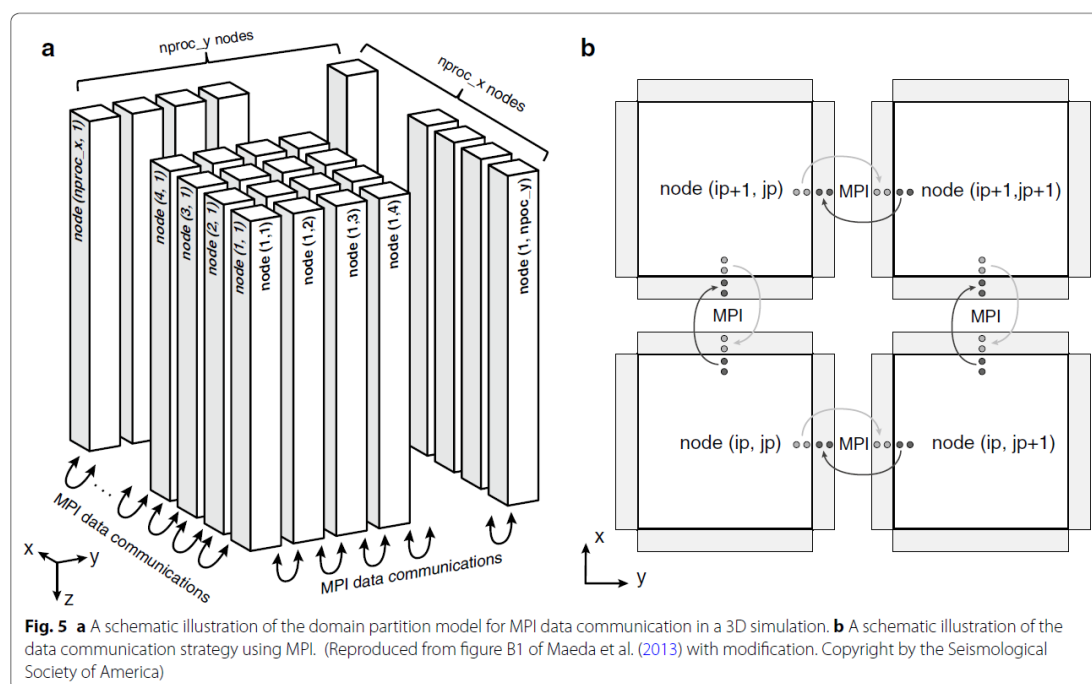
SWPC 模型中，所有定义，诸如并行策略、网格数、离散和输出文件名等，都在输入参数文件中定义。

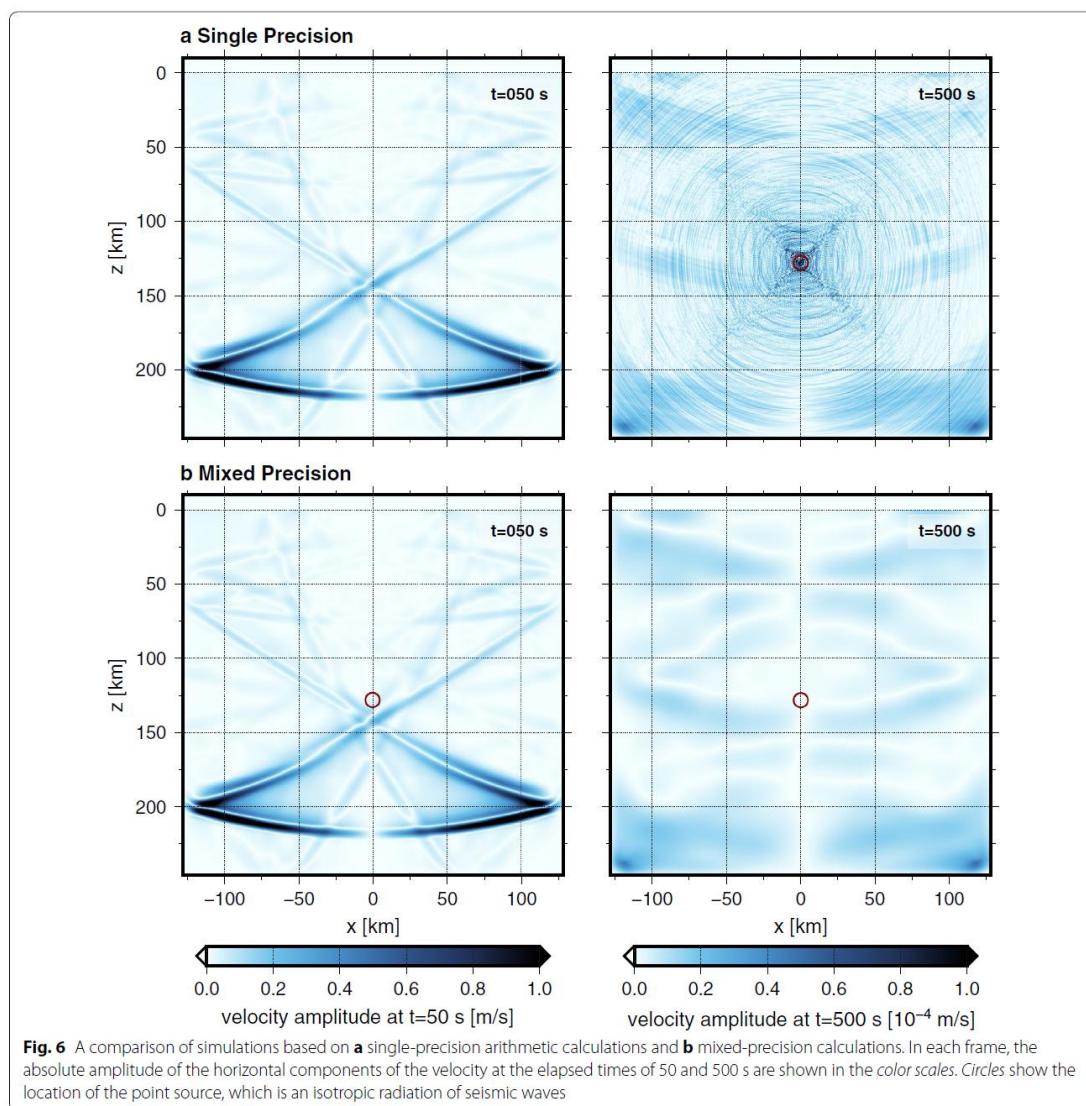
使用区域分区，将 3D 和 2D 模型分解为 2D 和 1D 模型（图 5a）。

然后，SWPC 模型在各 CPU 上的分区区域设置速度结构模型(Velocity structure model)，在每时间步内使用 MPI 数据通信计算模拟区域内的地震波传播。

每时间步内，需要交换最外层节点上的速度和应力分量信息（图 5b）。

模型混合使用单精度和双精度变量。静态参数，如介质速度或密度等，用单精度；而震源处的 FDM 计算和应力不连续性计算使用双精度。我们发现使用单精度会导致长时间计算后的数值不稳定，如图 6 所示。图 6a 显示的是 2D P-SV 模拟结果，使用单精度时，由于震源位置辐射的随机震荡噪声导致数值不稳定，而单精度不能准确处理这些不稳定的动态且广泛分布的噪声。使用双精度可避免此问题（图 6b），但增加了内存使用空间和计算耗时。SWPC 模型可选择评估使用单精度算法的计算精度，可减少计算量。





模型输入

对于 3D 地震波传播模拟，采用分层结构模型，该模型由一组随深度变化的速度层组成。通过定义介质参数，如密度、P 波和 S 波速度和分层下的衰减(Q_P , Q_S)，可描述各层介质的不连续性。最浅分层的深度对应地形，在足够小 FDM 网格下，将地形作为**阶梯边界**处理。假设在深度方向轴上 $z=0$ 对应于平均海平面，深度大于 0 的地形视为海床，在海床和 $z=0$ 之间为海水水体。

SWPC 模型使用 NetCDF 的输入数据格式，可在 Generic Mapping Tools (GMT) 中使用。一组 NetCDF 文件和一个与介质参数相关的上述文件列表作为 SWPC 模型的输入文件。每个 NetCDF 文件在经纬度坐标中定义，并包含每个坐标位置上的深度信息。

即使 NetCDF 输入文件描述了经纬度坐标上定义的深度边界位置，FDM 模

拟还需要 Cartesian 坐标系统下的深度边界网格节点位置信息。因此,在 Cartesian 坐标系统中模拟地震波传播需要坐标转换。为此,SPWC 模型中存在一个幂级数形式的 Gauss-Kruger 坐标转换子程序 (Kawase 2011)。用户需要输入模型中心的经纬度坐标用于坐标转换,SPWC 模型会自动生成 Cartesian 坐标系统下的速度结构模型。因为 Cartesian 坐标系统中的网格节点位置通常与 NetCDF 输入文件中的网格节点位置不同,需要应用双三次插值(bicubic interpolation)以获取深度边界信息。

分层速度结构模型可通过生成一个随机速度波动来施加,该随机速度波动可由诸如 Gaussian 或 Von Karman 能量谱密度函数的统计特征来描述 (Sato et al. 2012),用来模拟在各向异性结构中高频地震波的散射 (Furumura and Kennett 2005; Takemura et al. 2015, 2016)。基于随机介质的统计特征,在波数空间中计算随机速度扰动 (Klimeš 2002; Sato et al. 2012)。应用程序生成 NetCDF 格式的随机速度波动数据供 SWPC 模型使用,也同样容易实施其他类型的速度模型。

模型输出

模拟结果输出格式为 2 种:指定站点处的波形和 2D 水平/垂直剖面上的 2D 地震波场分布快照。

对于波形,指定站点处的波速和位置 (Cartesian 或经纬度坐标)可以 SAC 数据格式导出。因为 FDM 的计算时间步长很小,需要按一定频率输出减小输出数据量,输出采样频率在输入文件中定义。与时间有关的速度波形需要在采样之间做积分。

对于存储为 NetCDF 格式的波场分布快照,断面取水平或垂直,或沿着地形或深度方向,快照文件包含与 P 波和 S 波有关的 3D 速度分量或位移运动或速度的散度和旋转。

算例

3D 速度结构的模拟和可视化

3D 各向异性速度结构模型使用 Japan Integrated Velocity Model (JIVSM, Koketsu et al. 2012), JISVM 由一组沉积层, Conrad 和 Moho 不连续层、Pacific 和 Philippine 海板块及海洋 Moho 和地形界面的数据组成。

实施 3D FDM 模拟 2005 年日本福冈县 ($M_w=6.6$) 地震中地震波传播过程。

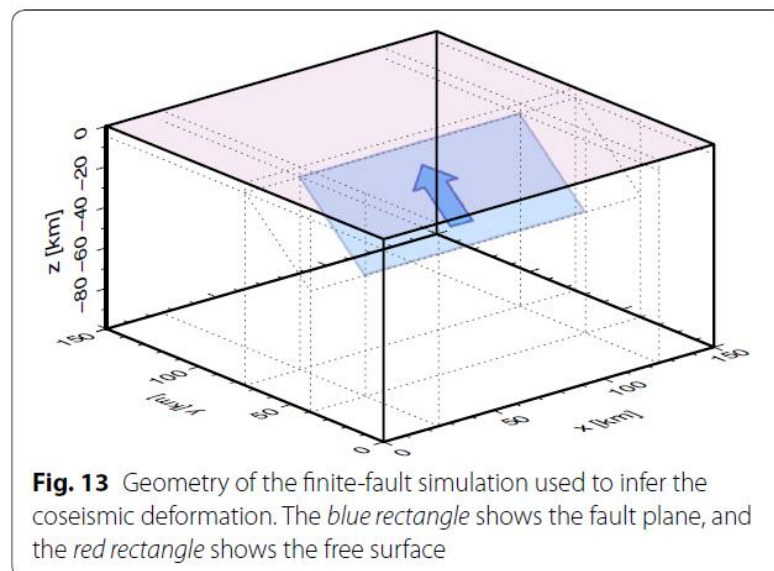
震源位置和断层机理从 F-net 动量张量目录中获取 (Fukuyama et al. 1998)。模型空间网格数 $2000 \times 2560 \times 500$ ，尺寸间距 0.5km，计算时间步长 0.025 s，最浅沉积层的最低波速为 1.5 km/s。估计长时间段的地震波传播中震源时间函数上升时间为 20s (a source time function with a rise time of 20s)。

垂向分量速度跟踪记录位于 High Sensitivity Seismograph Network Japan (Hi-net)的测站，Hi-net 由 National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience (Okada et al. 2004)管理，图 11 显示了各向异性介质中地震波的传播。在距震中 500km 范围内，扩散表面波到达后形成明显的波群，与周围测站不连贯。

图 12 的地震波场使用 SWPC 程序包中的工具生成，该程序读取 SWPC 输出的 NetCDF 格式文件中的波场和地形，地形图之上的波场时空演变依次绘制。

有限断层破裂和同震变形

OpenSWPC 模型中，固定源的断层破裂由多个震源表述。为演示该功能，设置一个如图 13 所示的各向同性介质半空间中的固定断层模型。假设 S 波速 $\beta = 3500$ m/s 和泊松介质($\alpha / \beta = \sqrt{3}$)，密度 $\rho = 2700$ kg/m³。模拟中不考虑衰减。假设发生俯角 45° 滑动，断层尺寸 100km*50km。滑动幅度 7.5m，对应动量幅度 $M_W = 8.0$ 。



模拟设置中，固定大小断层由分别沿带状和俯角方向分布得 100*50 (=5000)

个点源表述。动量释放均匀分布于点源（假设断层发生各向同性滑动）。断层破裂发展从断层的一个角开始，假设以恒定的破裂速度 2.5 km/s 在断层上扩展开来。破裂源作为各点源的初始时间延迟来表述。FDM 模拟采用 3D 模型，网格节点 600*600*400，网格空间尺寸 0.25 km，计算时间步长 0.01 s。

破裂发生后 200s 的模拟结果与解析解对比 (Okada, 1985)。

比较了 PML 和 Spongy layer 两种方法的误差。表明 PML 可以尽可能地消除边界波反射的影响。

面波入射

互易原理算例

参考文献

地震波的有限差分模拟：

Moczo P, Kristek J, Galis M (2014) The finite-difference modelling of earthquake motions. Cambridge University Press, Cambridge.

FDM:

Levander AR (1988) Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. Geophysics, 53:1425-1436.

交错结构网格下的 4 阶有限差分格式

GZB 模型

Jafar Gandomi A, Takenaka H (2007) Efficient FDTD algorithm for plane-wave simulation for vertically heterogeneous attenuative media. Geophysics 72: H43-H53.

PML 吸收边界条件

Zhang W, Shen Y (2010) Unsplit complex frequency-shifted PML implementation using auxiliary differential equations for seismic wave modeling. *Geophysics* 75:T141-T154.

HOT 模型

Nakamura T, Takenaka H, Okamoto T, Kaneda Y (2012) FDM simulation of seismic-wave propagation for an aftershock of the 2009 Suruga bay earthquake: effects of ocean-bottom topography and seawater layer. *Bull Seismol Soc Am* 102:2420-2435.

海洋地震-海啸耦合模型:

Maeda T, Furumura T (2011) FDM Simulation of seismic waves, ocean acoustic waves, and tsunamis based on tsunami-coupled equations of motion. *Pure Appl Geophys* 170:109-127.

Maeda T, Furumura T, Noguchi S, Takemura S, Sakai S, Shinohara M, Iwai K, Lee S-J (2013) Seismic- and tsunami-wave propagation of the 2011 Off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake as inferred from the tsunami-coupled finite-difference simulation. *Bull Seismol Soc Am* 103:1456-1472.