
非结构网格模式的海洋动力学模型

海洋动力学模型的发展

数学模型: Accuracy (error), stability, robustness, efficiency

物理过程: Boussinesq 假定, 静水压力的动量方程、物质守恒、海水状态方程和参数化的亚格子尺度输移(subgrid-scale transports)

海洋动力学模型没有一个统一的分类标准:

1、从离散方法看:

有限差分法: POM, TRIM, ROMS, NCOM

有限单元法: SEOM, ADCIRC, QUODDY

有限体积法+有限差分法: UnTRIM, ELCIRC, FVCOM

有限体积法+有限单元法: SELFE, SCHISM

2、从网格模式及计算功能看:

第一代模型: POM, QUODDY, TRIM, ROMS, NCOM: **结构化网格**, 难以覆盖河口或河流的复杂边界和局部地形; 计算时间步长受限 (CFL 条件), 难以模拟长时间物理过程; 计算效率低。

第二代模型: ADCIRC, TELEMAC, UnTRIM, FVCOM, SUNTANS, ELCIRC, SELFE, SCHISM: **非结构化网格**, UnTRIM 不能计算斜压部分, 过于简化的湍流模型---影响垂向分层、掺混以及水-大气之间热交换等。

第三代模型: ICOM/Fluidity, FINEL3D: 全 3D 非结构网格模型 (四面体单元) 和 MPAS 模型: Voronoi tessellation。

Robert Jan Labeur, Julie D. Pietrzak. 2005. A fully three dimensional unstructured grid non-hydrostatic finite element coastal model. Ocean Modelling, 10: 51-67. **FINEL3D 模型**

3、从数值算法来看:

POM, ROMS, FVCOM, ADCIRC, QUODDY, SEOM 采用显格式的分裂模式算法, 除了内外模式分裂计算带来计算误差外, 计算稳定性限制条件 CFL 制约计算时间步长。

UnTRIM, SUNTANS, ELCIRC, SELFE, SCHISM 模型，这些模型隐格式计算正压压力梯度项、动量方程的垂向粘性项和连续方程的散度项（这些项对计算稳定性的限制最严格 CFL），其他项采用显格式计算。因此，不用采用分裂为内外模式的计算方法。另外，半隐格式离散后的系数矩阵为正定、对称的稀疏矩阵，可以使用高效率算法求解（如雅克比共轭梯度算法）。对流项使用 Euler-Lagrange Method (ELM)离散，缓解 CFL 条件限制。

变量布置位置

变量可以存储于网格的不同位置（交错网格），如节点、单元中心、Voronoi 点、单元边、棱柱体中心等等。对计算经过也会造成影响。

SCHISM 模型的变量布置位置：

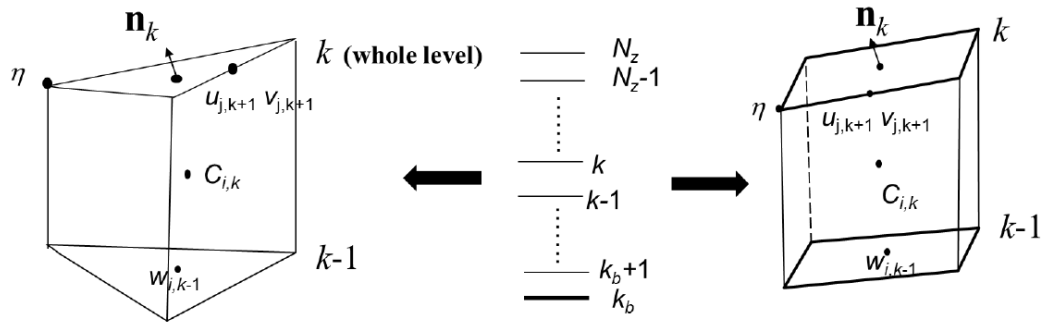


图 1 SCHISM 模型中交错网格变量布置

节点上：水位

边中点上：流速 (u, v)

单元中心：垂向流速(w)

单元体中点：标量浓度 C

SUNTANS 模型采用交错网格布置变量：仅单元面法向的速度分量布置于单元面上（相当于布置在单元的边上）；其他变量都布置在 **Voronoi 点**上，类似于 (analogue) Cartesian 网格单元中心上（见第 3 节）(Casulli and Zanolli, 2002)。
FVCOM 模型：水平流速分量布置在单元中心(centroid)，其他变量布置在节点上。
SCHISM 模型：水平流速分量布置于单元边上，垂向流速布置于单元中心，水位布置于节点上，其他标量布置于棱柱体中心。

平面上，Delaunay 三角网格(Shewchuk, 1996)，某三角单元的 3 个节点不会

落入其他三角单元外切圆范围内（如图 1）。2 个 Delaunay 三角单元构成一个 Voronoi 图,连接 Delaunay 三角单元的外切圆。Voronoi 点组成 Voronoi 图的节点,连接 Voronoi 点的边垂直于 Delaunay 三角的面,这样就形成了一个正交的非结构网格。SUNTANS 模型假设网格满足这种正交性。

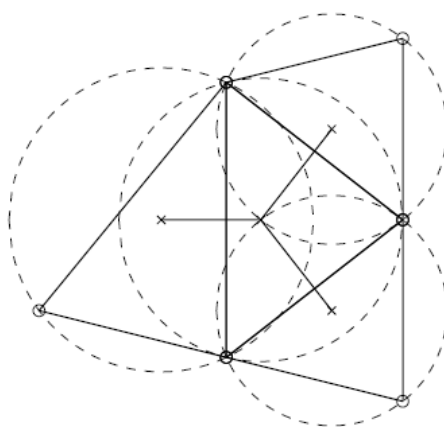


图 1 Delaunay 三角网格及 Voronoi 图（SUNTANS 模型使用）

紊动粘性系数、标量的扩散系数、标量和非静水压力布置于 Voronoi 点上和棱柱体的中心，自由水位和表面压力布置于顶部单元的 Voronoi 点上，水深布置于最底部单元的 Voronoi 点上。水平流速 U 布置于 Voronoi 和 Delaunay 边的相交处，朝向单元面的法向；垂向流速 w 布置于单元的顶部和底部的 Voronoi 点上，见图 2。

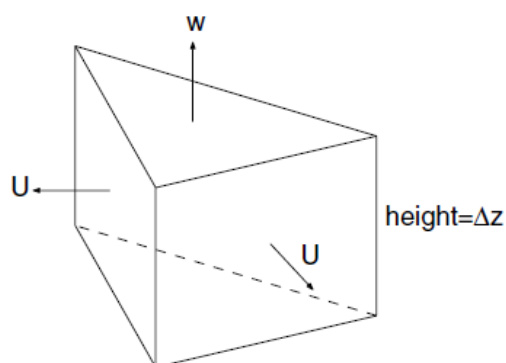


图 2 水平和垂向流速的布置位置（SUNTANS 模型）

FVCOM 模型的变量布置如下图，水深、水位、垂向流速、温度、盐度、湍流变量等布置于节点，水平向流速及标量布置于单元中心。

算。但当存在非线性波或地形起伏时，数值解受数值噪声混淆(aligned by noise)，需要足够的数值耗散来消除。而四边形网格可以很好地平衡矢量（流速）和标量（水位）的自由度，不存在数值噪声的问题。

（2）四边形网格模型计算效率高，与同等自由度矢量（布置在节点上）的三角形网格相比，节点数相同时，四边形网格单元数少一半，网格边数少 1.5 倍，因此循环步数减少，计算量也随之减少。海岸线附近需要利用三角网格的几何灵活性，三角网格区域以外的区域可使用不同分辨率的四边形网格作为过渡，这类似于“嵌套网格”(nesting)的思路，相对海岸带尺度的模拟，混合网格对大尺度的海洋模拟更多实际意义。

一个三角形单元面积大约是相邻四边形单元的 $1/2$ (等边三角形是 $\sqrt{3}/4$)，这将导致在一定的网格尺度上流体特征近似的局部损失。当非线性效应明显或者网格 Reynolds 数很高的区域，数值噪声将影响过渡区的模拟结果，需要使用粘性算子(viscosity operator)来抑制。

Danilov(2012)在本文主要介绍如何实施粘性和过滤算子在不做过度抑制的情况下，增强三角网格上过大的流速空间的计算稳定性。一阶迎风格式离散求解动量方程的对流项可保证数值稳定，但耗散性太强，本文讨论了其他几种动量对流的计算方法，包括：数值过滤方法。

（混合网格和数值方法都不能确保模型的精度和稳定性）

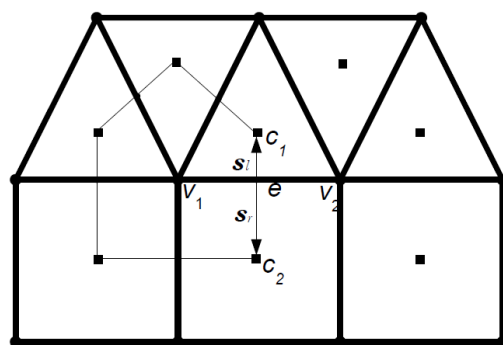


图 混合网格

时间项离散

Adams-Bashforth 和 Adams-Multon 时间步推进格式(Shchepetkin and McWilliams, 2005): ROMS 模型

二阶 Runge-Kuta: SCHISM 模型

动量方程的对流项

- (1) 一阶迎风格式：稳定，但耗散性强；
- (2) 空间过滤(spatial filtering)：能量和涡量守恒；解的光滑性（消除过小尺度现象）。

viscosity、biharmonic viscosity 和 filtering

三角网格上 cell-vertex 离散方法的主要缺点是：excessively large size of the velocity space；为控制流速的数值噪声需要实施粘性算子。

harmonic viscosity operator: $D_v u = \nabla \cdot (A \nabla u)$, A 为粘性系数。

数值试验

Danilov 通过几个数值试验说明网格模式和数值方法对计算结果的影响。

(1) 渠道中波的传播

模拟区域：宽度 2° ，长度 20° ，网格边长 0.02°

计算效率：相同区域，四边形网格计算效率是三角形网格的 1.5 倍。

图 2 显示 main wave 的纬度方向流速(m/s)和波浪后的纬度流速的模式(下面 3 排)：第 1 排是没有 filtering 和 viscosity；第 2 排是：bi-harmonic filter；第 3 排与第 2 排一样，但随机移动了网格节点。

Noise is seen on triangles in the absence of small-scale dissipation, but small background dissipation controls it even if the cells are strongly perturbed. Since the effect depends on the mesh, the middle and bottom patterns slightly differ.

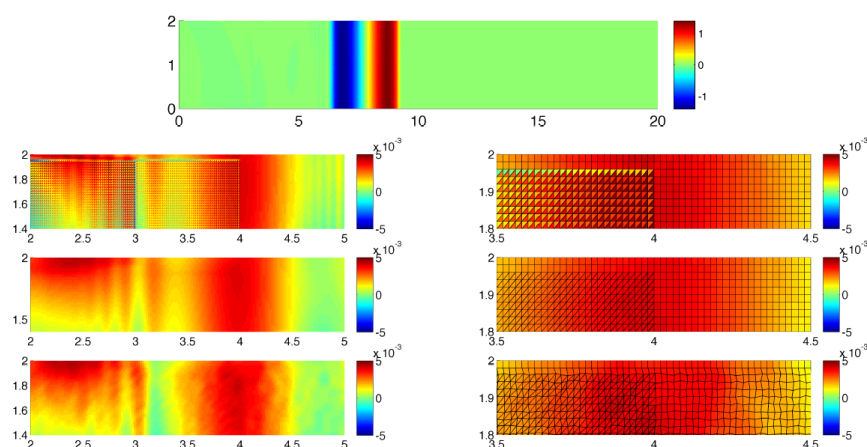
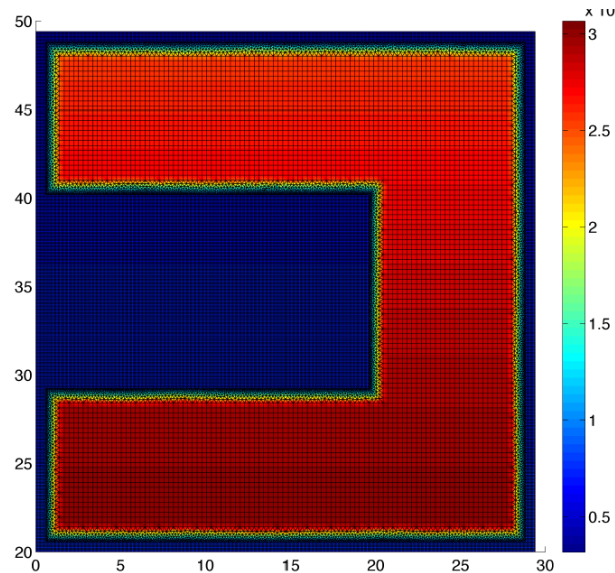


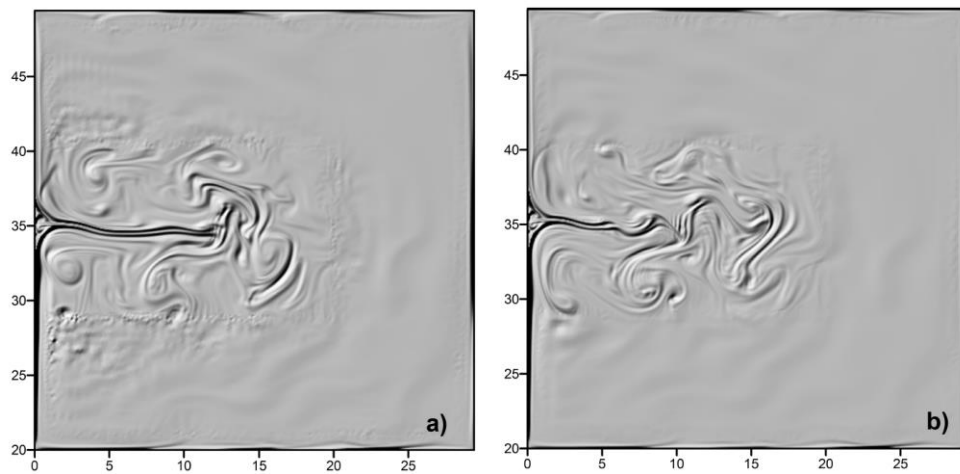
图 2

(2) 风生流

模拟区域：矩形区域， $30^\circ \times 30^\circ$ ，中心纬度 35° N ，网格分辨率： $0.05^\circ \sim 0.7^\circ$



增加 biharmonic viscosity 至 3 倍。



图（右边的 bi-harmonic viscosity 是左右的 3 倍，可以看出：明显抑制了过渡区的大部分噪声）

建议：

可能还要更进一步调整过渡区的粘性系数，实际上能实施有效的粘性参数化和尺度化会更有效 (Smagorinsky or Leith 参数化)。应该避免剧烈的过渡区（水流不能被求解）。过渡区的大小也需要单独研究，太窄的过渡区需要额外的耗散以增加稳定性。

网格上压力模式的影响？z 坐标的网格由于底部地形会有阶梯状，产生压力求解的不合理。

eddy regime flow 的 refinement 也应该要研究，因为涡旋与平均流动有相互作用，局部求解可能会有全局的影响（应该用 3D 模型进行深入研究）。

S. Danilov. Ocean modeling on unstructured meshes

非结构网格模型的优势在于求解不同尺度的物理问题，但大尺度物理问题的时空尺度完全与小尺度的不同，因此直接将小尺度（海岸带）模型（如 FVCOM, SELFE）应用于大尺度问题的模拟是不现实的。

关于 spurious mode 的概念

Danilov(2012)认为：非结构网格模型的最大困难在于离散产生的 spurious modes，即使在结构网格的 FD 模型上也存在此问题（像 AB 网格上的 pressure mode 和 CD 网格上的 inertial mode），在非结构网格上处理 spurious modes 更困难。非结构网格对每个变量的求解(per degree of freedom)的计算效率比结构网格慢 2-4 倍，当垂向分层增加后，效率差别降低。

因为相对较短的积分时间，海岸带（浅水区域）的模拟受 spurious mode 及为了稳定这些 mode 引起的误差的影响较小。大部分的非结构网格模型应用于河口或海岸带的模拟研究都很成功，如 FVCOM, SELFE。但应用于大尺度的海洋模拟，还仅开始，如 FESOM, MPAS, ICON, ICOM, FVCOM。

spurious mode 也称之为 spurious oscillation (Le Roux, 2012)，主要是由动量方程与连续方程耦合（水位-压力）求解引起，与网格上变量的布置不合理及选择的近似函数不合适（FEM）有关。解决此问题有 2 种选择：（1）选择 FD 和 FM 离散格式不支持 spurious mode；（2）去掉控制方程中会因此这些模式的项。

有好几种 spurious modes，如下：

- ✓ spurious pressure modes: 迎风格式
- ✓ spurious Coriolis or f-mode: 存在于 C 网格的 FD 和 FM 模型，合适的网格分辨率可解决
- ✓ spurious velocity modes: 降低流速计算收敛速度
- ✓ spurious inertial oscillations:

进行了数值试验研究虚假模式：Rossby 模式的传播（中纬度 26.6°N 的反向旋转的涡旋），考虑 Coriolis 力，计算时间步长 900s，模拟范围 $2000\text{km}\times 1200\text{km}$ ，网格尺寸 10~50km。

表明：虚假模式与有限元类型、网格密度、网格规则与否都有关。

下图显式的是 x 方向流速的等值线图。

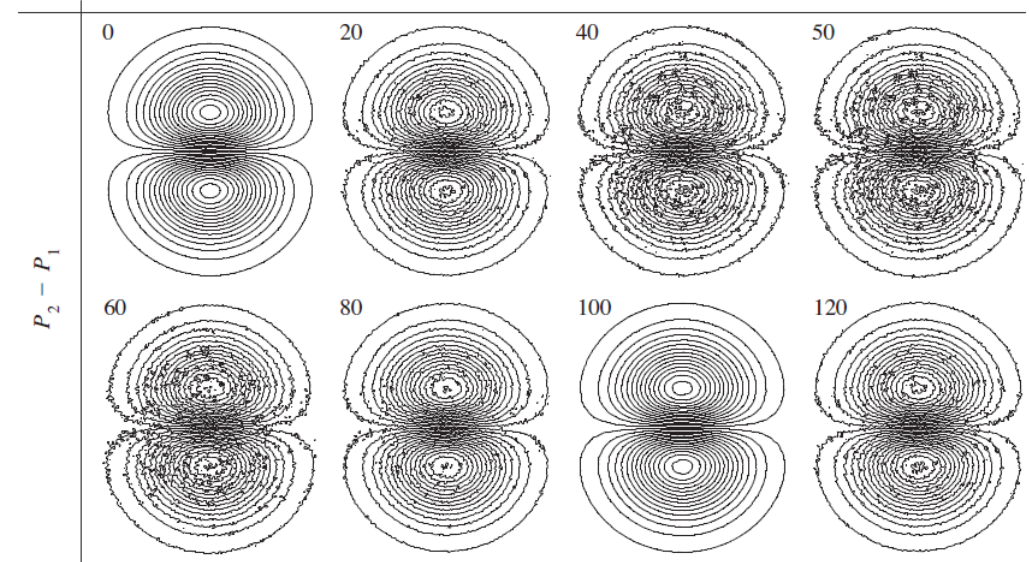


图 P2-P1 类型有限元的虚假模式

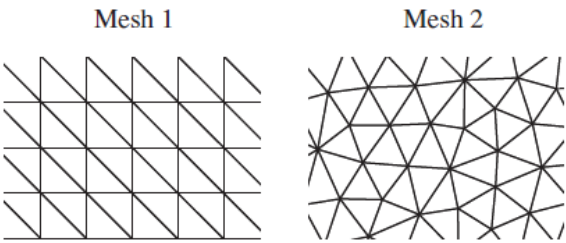


图 mesh1 为二等边三角形；mesh2 为光滑的三角形

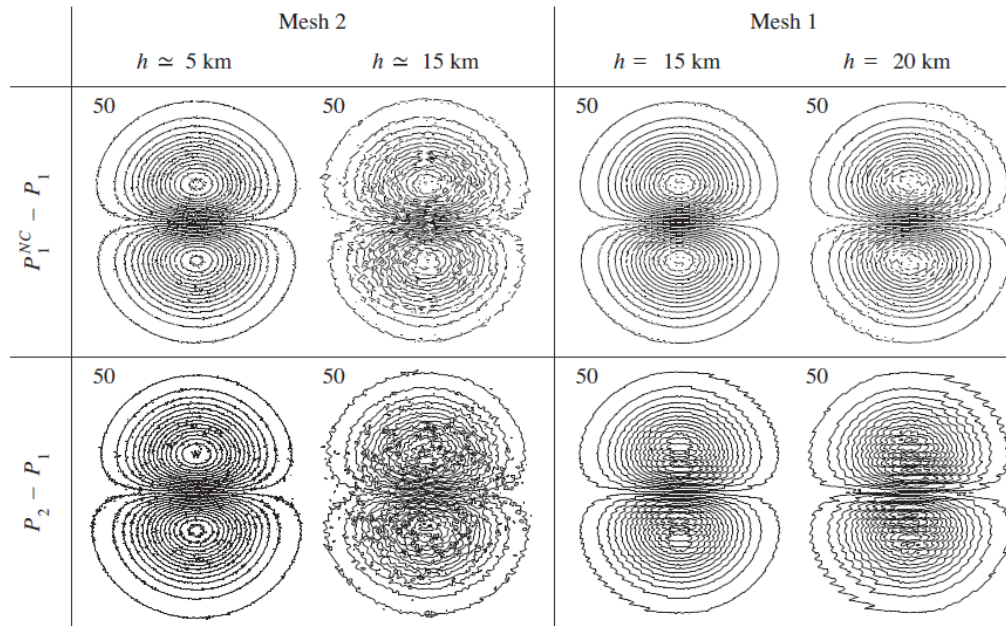


图 不同网格分辨率的虚假模式显示

离散方法

(1) continuous finite elements

FE 方法，所有变量在 test functions 上展开，最简单的试函数时低阶的多项式。离散方程是由将控制方程投影到一组试函数得到，称之为 Galerkin 投影，基于迎风格式的试函数引出 Petrov-Galerkin 方法。FE 方法类似于谱方法。

连续有限元法不适于海洋模拟，有 3 个原因：

- 1) 时间导数项通过质量矩阵(M_{ij})耦合， M_{ij} 不对称，迭代计算量很大；
- 2) 垂向扩散隐式处理（海洋模拟的定律），全局矩阵需要求逆，静水压力模型的数值求解困难，分别对应于压力和垂向流速得静水压力平衡和连续方程求解困难。
- 3) 守恒性具有很大的不确定。

(2) 有限体积法

重构场变量或梯度可保证单调性，线性重构一般可满足二阶收敛精度，也较为容易实施，因为仅需要相邻单元的信息。但很多海洋模拟情况，二阶精度不够，需要更高阶或梯度重构。

结构网格模式的 FV 模型，如 MITgcm，就是采用重构方法，但在非机构网格上，重构计算较难（需要很多单元-面-节点连接关系，最多也就是二阶精度-LJ）。相对于连续 Galerkin 有限元方法，FV 法的垂向导数与水平向无关，因此 FV 方

法更适合于静水压力模型。

(3) 非连续 Galerkin 有限元方法

非连续 Galerkin 有限元法可以视为 CG FE 和 FV 的结合。相比较 FV, DG FE 的高阶多项式节省了重构的计算量。非连续有限元方法的计算量很大, 在海洋模拟应用中少用。

(4) Mimetic 方法

常用于非结构多边形网格的一种数值方法, 结合了 FV 和 FD 方法的优点, 称之为 mimetic 有限差分法。使用该方法的模型有: MPAS 和 ICON-ocean。

非结构网格和垂向坐标

垂向坐标

节点在垂向上需要排列整齐以便于计算静水压力和最小化水平压力梯度计算误差。ICOM 模型尝试使用完全的 3D 非结构网格并结合 3D 网格自适应, 但是在求解海洋大尺度动力过程中的压力时存在困难 (Kramer et al., 2010)。垂向坐标有 geopotential, terrain-following, isopycnal 或其他, 每个棱柱体在进一步划分, 如分成 3 个四面体(ICOM)、shaved cells 或 z^* 坐标, 或者用 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)方法(Ringler et al., 2013)。

水平非结构网格

Voronoi diagram (tessellation)和 Delaunay 三角化网格

不同的模型对网格质量和光滑度的要求不同, 例如: UnTRIM 和 SUNTANS 需要正交网格(外切圆心在三角单元内部), 这在复杂几何边界情况下过于严格。

局部网格的不均匀性和各向异性会增加残差误差(静态网格上算子的离散, 但自适应网格却受益于沿水流方向拉长的网格)。理想质量的三角网格应该是等边三角形。

三角网格与四边形网格的混合网格使用。

网格分辨率的强烈不均匀可能造成类似波反射的现象(Griffies et al., 2000 提及), 但未作研究。

C.C. Pain, M.D. Piggott, A.J.H. Goddard, et al. 2005. Three-dimensional unstructured mesh ocean modelling. *Ocean Modelling*, 10: 5-33.

Pain 教授是 ICOM/Fluidity 模型的开发者，本文主要从非结构网格、亚格子过程参数化、自适应网格等进行综述。

Pain 建议未来海洋模型的发展方向：

- 精确和健壮的洋流环境模型（如无噪声描述静水压力和地转平衡）；
- 非静水压力模拟，但接近静水压力状态时不回增加额外的计算量；
- 非结构网格模式下使用非线性的对流计算方法（综合考虑精度与稳定性）；
- 使用非结构网格模式下的亚格子尺度模拟以及动态调整的自适应网格；
- 守恒性好；
- 模拟自由水位变化以及精确求解正压与斜压模式；
- 隐格式或半隐格式，计算时间步长不受网格尺寸的严格限制（允许各种物理过程下较大的 Courant 数条件）；
- 水平向与垂向都使用非结构网格以获取优化提高计算效率；
- 通过误差评价使用各向异性的自适应网格，使计算网格可沿着等密度层或相干结构移动；
- 使用基于区域分解方法的荷载均衡的并行计算；
- 可同化数据到模型，反演计算，敏感度信息。

对流项离散

对流项的精确数值模拟一直是流体力学的核心问题：精度与稳定性需要、数值离散格式的有界性存在矛盾。一阶离散格式稳定但数值扩散性高，相反，高阶格式尽管精度高，但在高梯度区域的数值振荡明显。**一般做法：为避免高阶格式的振荡，对离散方程引入非线性项。**根据 Gudonov 理论，双曲型方程组的高阶格式不在线性单调性 (Toro, 1997)。

基于非结构网格的亚格子尺度模拟

亚格子尺度模拟与精确和稳定的对流方法密切相关，因为亚格子尺度过程就是模拟输运过程（如各种湍流效应），SGS 比网格尺寸要小很多，因此 SGS 过程的模拟与网格分辨率很相关。

SGS 过程涉及输移变量（如 LES 模型中的 TKE），如何设计非结构网格分辨率下的 SGS 模型？他们与各向异性变化的网格分辨率有怎样的相互作用？**改善 SGS 过程模拟精度的方法：**

（1）自适应网格：动态变化的网格会引入非线性特征，这需要研究。

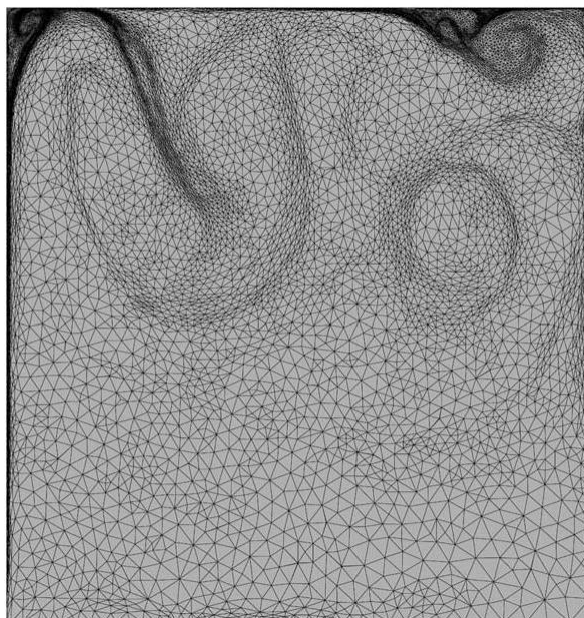


图 beta 平面上正压风生环流的自适应非结构网格（网格尺寸随非线性涡旋演变而调整）

（2）沿流体微团轨迹对流体特征变量做平均，如 Lagrangian 平均（LES）；

（3）风力驱动产生波浪，向海洋深处传递动量，与波的幅度以及是否破碎有关；波方向的离散（及频率离散）与网格分辨率密切相关（分辨率不够会引起 ray effects--由于波方向离散截断误差导致的虚假数值辐射线）。

（4）其他 SGS 过程：overturning, mixing, roughness of bathymetry。。。。

网格自适应及节点移动

ICOM/Fluidity 模型的特色！

先验(*a priori*)误差：数值分析中某一数值格式的误差边界，离散格式在一定的收敛阶数下的渐进分析，离散格式参数如网格间距 h ，或多项式阶数 p ；但先验误差分析不能给出某一特定物理系统模拟误差的有效评估，仅能给出误差随离散格式修改后有怎样的行为（因为先验误差边界涉及未知的、不可计算的精确解）。

后验(*a posteriori*)误差：评价仅涉及近似计算解与数据？该误差评估可用于自适应循环，修改离散网格直到达到指定的误差判别标准。

网格自适应包括：*h*-adaptivity -- 修改网格的连接关系(Berger and Colella, 1989)；*p*-adaptivity: 增加近似的多项式阶数；*r*-adaptivity: 重新设置网格节点的位置而保持相同的连接关系(Budd et al., 2009)。以上方法可结合使用。

参考：

Piggott, M.D., Pain, C.C., Gorman, G.J., Power, P.W., Goddard, A.J.H., 2004. *h*, *r* and *hr* adaptivity in ocean modelling. *Ocean Modell.*

一个典型的自适应循环计算步骤：

1、施加物理变量（速度，温度）的初始条件；
2、实施 6 次自适应过程，调节初始网格直到能代表期望的初始条件，计算涉及：

- (a) 计算速度的 Hessian 矩阵（初始条件为 0，其值也为 0）；
 - (b) 将速度的 Hessian 矩阵转换为度量张量(metric tensor)（张量需要各处的最大边长，使流速能精确表征），这与选择的 norm 和最大最小网格边长有关）；
 - (c) 计算温度的 Hessian 矩阵（因为初始温度条件是阶段函数，因此非零）；
 - (d) 将温度的 Hessian 矩阵转换为度量张量（张量需要精细分辨率网格和网格其他各处最大边长）；
 - (e) 需要 2 个度量张量合并为一个度量张量来描述期望的网格尺寸；
 - (f) 根据梯度算法光滑张量，避免网格尺寸的较大跳跃；
 - (g) 重新设置度量张量尺度，使产生的网格节点数不超过允许的最大节点数；
 - (h) 度量传递给自适应算法，修改网格，直到满足度量张量要求的网格尺寸；
 - (i) 因为模拟时间尚未向前推进，在新生产的适应网格上重新施加初始条件。
- 以上步骤迭代 6 次，使自适应算法可识别该步骤产生的网格各向异性。

3、初始网格收敛后，模拟时间循环向前推进。（lock-exchange 模拟中，每 10 个计算步激发一次自适应算法，以保证动力结构不超过自适应分辨率的区域），每次激发自适应算法涉及：

- (a) 计算速度和温度的 Hessian 矩阵（两个矩阵均为非零）；
- (b) 将 Hessian 矩阵转换为度量向量(metrics)（同样与选择的 norm 和设置的最大最小网格边长有关）

-
- (c) 2 个度量合并为一个度量，满足两者对网格尺寸的要求；
 - (d) 光滑和设置度量的大小（如 2 步），传递给自适应算法。
 - (e) 当自适应计算完成后，将之前网格上的变量值通过插值传递给新生产的网格。

求解线性方程组

求解耦合的动量和连续方程，一般联合使用隐式和半隐式求解耦合的压力/速度方程，这就允许使用较大的计算时间步长（相对显式方法）。

（1）耦合求解器

GMRES+合适的预处理（类似于投影方法），或独立求解压力方程（不考虑流速），这需要内外迭代，外迭代为梯度形式，使用 FGMRES 求解压力系统，内迭代进行矩阵矢量乘积（需要求解离散的动量方程矩阵）。

（2）投影方法

目前，海洋模型一般使用半隐式方法分别求解速度和压力方程（各自还是使用隐式求解），类似于 SIMPLE 算法 (Patanaker and Spalding, 1970)：先求解动量方程得到压力猜测值，再投影速度场到连续方程，反复求解，直到收敛。

要满足 CFL 条件，要求动量和标量的离散矩阵是 well-conditioned（网格质量很重要，Piggott et al., 2004）。但是，不可压缩流体的椭圆型压力 Poisson 方程一般不是 well-conditioned，反映出为保证满足连续方程，信息在整个模拟区域内全局传播，这是最困难的情况（可压流体不存在此情况）。存在自由水面的流体，压力变化可被自由水面吸收，因此在一个时间步内信息不会传播很远。

（3）分裂模式

正压模式需要较小计算时间步长（求解传播快的表面重力波），斜压模式使用较大的计算时间步长。分裂模式可显著提高计算效率，但当将内外模整合时带来问题 (Killworth et al., 1991)，在非结构网格模型中该问题仍未有效解决 (Danilov, 2004)。

（4）地转平衡

与有限元的类型选择有关，保证精确描述接近静水压力和地转平衡的状态。

- ✓ 静水压力梯度作为水平动量方程的源项计算。

✓ 地转平衡（Coriolis 加速）

（5）求解椭圆型方程

求解压力方程或自由水位高度（波动）方程需要求解对称正定方程组。最常用的求解器是预处理共轭梯度法（PCG），选择预处理算法是关键。

（6）并行计算

区域分解（domain decomposition）

最成功的方法是 k-way multi-level 技术：Metis, Zoltan 和 Jostle；区域分解荷载均衡关系到进程间通信量。

Arakawa A-E 网格的优缺点

结构网格根据变量的布置位置可分为 A-E 这 5 种网格类型。

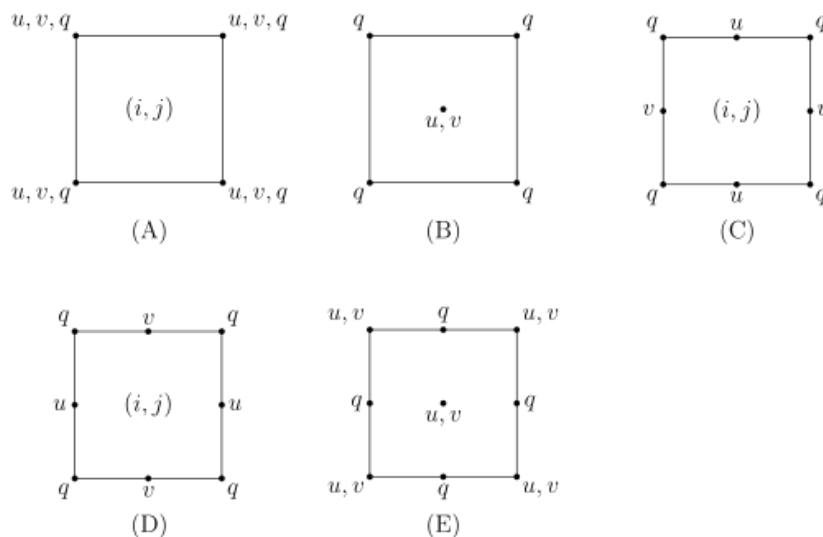


图 Arakawa A-E 网格变量布置

彭国栋(2102)总结 Arakawa A-E 网格的优缺点如下：

A 网格：简化模式设计，容易实现高阶差分格式。差分计算在 2 倍网格距上，降低模式的分辨率和计算精度，A 网格频散差（一般不采用 A 网格）；

B 网格： u, v 可以在相同网格点计算，科氏力项计算精度高；具有很好的频散性质；地转平衡与网格间距和 Rossby 半径的比例有很大关系，B 网格能很好地描述地转平衡过程并十分有效地抑制噪音的传播；与 C 网格相比，B 网格具有较小的时间截断误差。因此，B 网格在大尺度的海洋模拟中广泛应用。

C 网格：具有最好的频散性质和很好的守恒性。随着网格分辨率的提高，C

网格越来越多地被采用。

D 网格：频散特性差，不适合用作海洋或大气模式设计。

E 网格：是一个旋转了 45° 的 B 网格，在相同的网格分辨率下，较 B 网格可以使用更大的时间步长；E 网格频散特性最好。但边界处理复杂，限制了其使用，一般只用于大气模式。

混合有限元

类似于结构网格的 Arakawa A-E 网格类型分类，(Le Roux, 2012)列举了 10 种有限元类型 P_{m1} , (P_0, P_1, \dots), P_{m1} 表示某一离散变量由以阶段函数定义的 $m1$ 阶次多项式来代表。(FVCOM、SUNTANS 模型为 cell-vertex 的 FV 模型，不属于 FE 模型，三角形的 cell-vertex 离散类似于 P_0 - P_1 的有限元离散)。

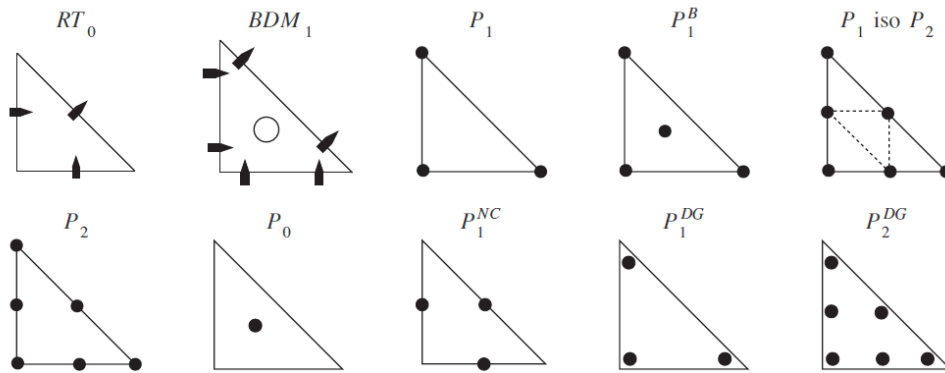


图 不同有限元模型中的节点位置

存在很多组可能的有限元对(finite element pairs)，具有求解惯性-重力和 Rossby 波的不同特性（类似于 A-E 网格的特性）。描述求解特性的原理背景，结构网格可参考 Griffes et al., (2000)，非结构网格可参考 Le Roux (1998, 2004)

结构网格与非结构网格类型求解 Rossby 波的特性有相似之处(Gresho and Sani, 1998)，仅举几例：

hexahedral (Q1P0)等价于 B 网格；hexahedral (Q1Q2)和 tetrahedral (P1P2)类似于 A 网格；低阶 Raviart-Thomas 单元(P1Q0)类似于 C 网格；低阶 Crouzeix-Raviart 单元($P_1^{NC}Q_0$)类似于 E 网格。

参考文献

Daniel Y. Le Roux. Spurious inertial oscillations in shallow-water models. 2012. *Journal of Computational Physics*, 231: 7959-7987.

彭国栋, 赵军. Arakawa A-E 网格及其在数值天气预报模式中的应用. 第 9 届中国通信学会学术年会, 2012, 北京