Aufgabe 1 [60 Punkte (15 × 2)]

Siehe die Fragensammlung

Aufgabe 2 [8+7=15 Punkte]

Betracten Sie eine Kugel mit Radius R, deren Mittelpunkt im Ursprung des Koordinatensystems liegt. Die Kugeloberfläche trägt die Flächenladungsdichte $\rho_F(\theta,\phi) = \rho_0 \cos\theta$. Im Innenraum ($|\vec{x}| < R$) und im Außenraum ($|\vec{x}| > R$) der Kugel befindet sich Vakuum.

a) Bestimmen Sie eine geignete Näherung für das Potential $\Phi(\vec{x})$ in $|\vec{x}| \gg R$ und daraus das $\vec{E}$-Feld

b) Bestimmen Sie eine geignete Näherung für das Potential $\Phi(\vec{x})$ in der Nähe des Ursprungs $|\vec{x}| \ll R$ und daraus das $\vec{E}$-Feld

Es sollen jeweils nur die führenden, d.h. die ersten nicht verschwindenden Terme der entsprechenden Entwicklung berechnet werden.

Aufgabe 3 [3+8+4=15 Punkte]

Betrachten Sie eine zeitlich veränderliche Stromdichte $J(\vec{x},t)$, deren räumliche Ausdehnung so klein ist, dass Sie in komplexer Schreibweise durch $\vec{J}(\vec{x},t) = J_0 e^{-i\omega t}\delta(\vec{x})\vec{e}_z$ approximiert werden kann. (J_0 und ω konstant). Die Quelle befindet sich im Vakuum.

a) Zeigen Sei ausgehend von einem geeigneten integralausdruck, dass das zugehörige Vektropotential durch

$$\vec{A}(\vec{x},t) = J_0 e^{-i\omega t}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e^{-ikr}}{r}\vec{e}_z$$

mit $r = |\vec{x}|$ gegeben ist.

b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus a) das $\vec{B}$-Feld und daraus da $\vec{E}$-Feld.

c) Hier sollen nur noch die Teile der in b) berechneten Felder betrachtet werden, die nicht stärker als $1/r$ abfallen, d.h. man betrachtet eine Näherung für die Felder weit weg von der Quelle. Berechnen Sie damit den zeitlich gemittelten Poyntingvektor und die zeitlich gemittelte Leistung $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\theta}$, die unter dem Winkel θ zur z-Achse abgestrahlt wird.