de acordo com a relevância delas no processo.

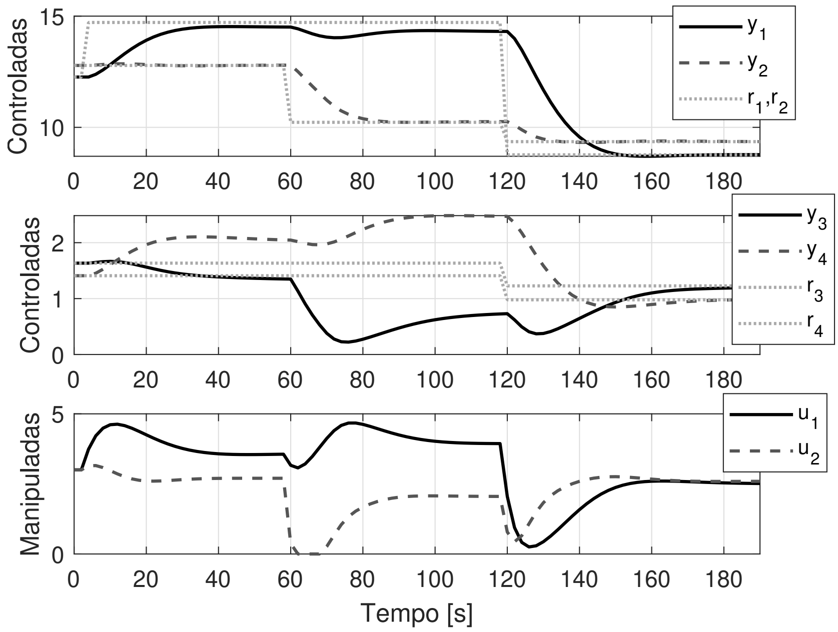

Figura 3.22: Estudo de caso 3.4.3 – Quatro Tanques: Resposta e sinal de controle em malha fechada para seguimento de referências para a Sintonia 2.

Por fim, considere uma Sintonia 3, igual à Sintonia 1, exceto que $\delta_3 = \delta_4 = 0$, ou seja, desejamos que o controlador ignore o rastreamento de referência das saídas 3 e 4. O resultado de simulação é apresentado na Figura 3.23. Veja que agora o controlador consegue garantir erro nulo para as saídas 1 e 2 pois indicamos que as saídas 3 e 4 não tem relevância alguma no problema de controle. Assim, do ponto de vista do controlador, há apenas duas saídas e duas entradas, ou seja, o sistema se tornou quadrado, e agora ele é capaz de garantir erro nulo para as duas saídas independente dos valores das referências. Vale ressaltar que, neste caso, as saídas 3 e 4 ficam totalmente livres e isso, na prática, pode não ser desejável. No Capítulo **??**, discutiremos uma abordagem mais avançada, chamada controle por bandas, que resolve este problema.

3.4.4 Reator Continuamente Agitado (CSTR)

Neste problema, consideramos um reator continuamente agitado (*Continuous Stirred Tank Reactor* - CSTR) não-isotérmico descrito em [Gup98], onde uma reação química exotérmica $A \to B$ acontece, e cujo diagrama esquemático é apresentado na Figura 3.24. A dinâmica do processo é não linear, e são

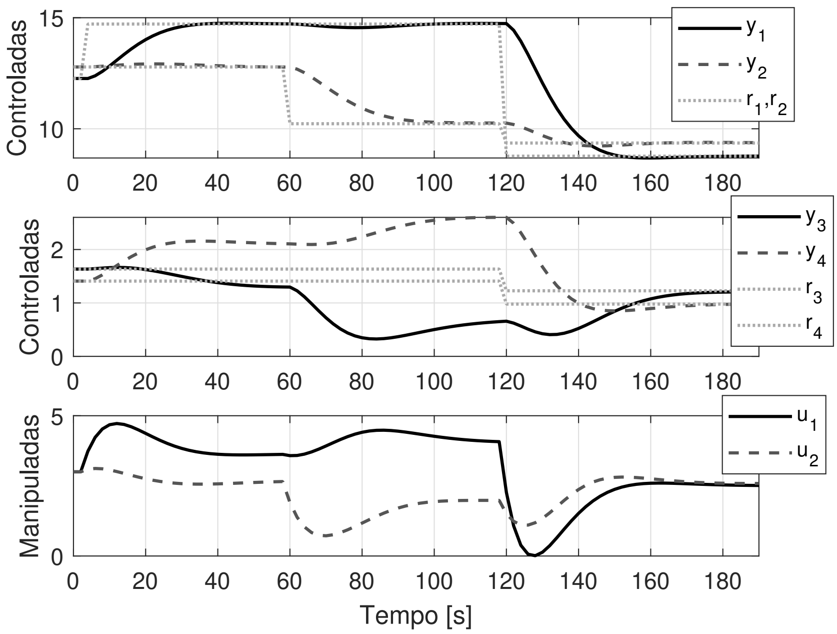

Figura 3.23: Estudo de caso 3.4.3 – Quatro Tanques: Resposta e sinal de controle em malha fechada para seguimento de referências para a Sintonia 3.

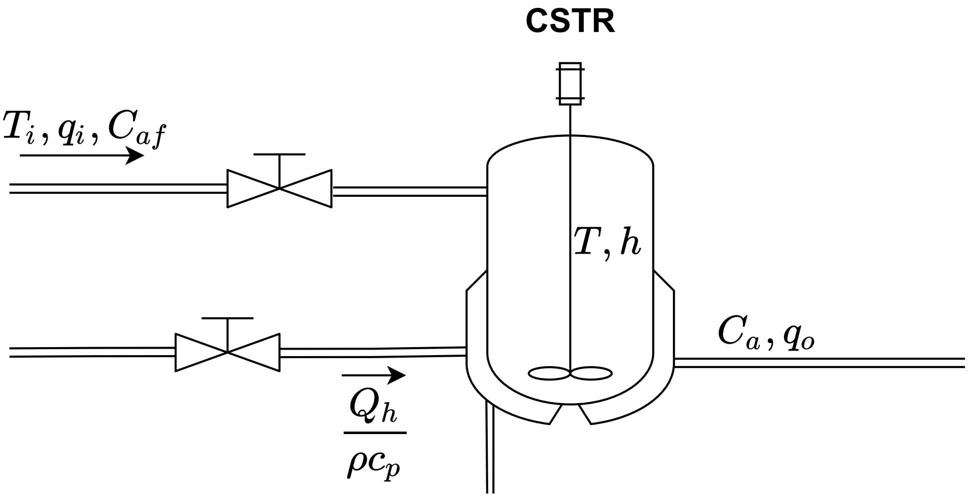

Figura 3.24: Estudo de caso 3.4.4 – CSTR: diagrama esquemático.

dadas pelas equações abaixo, que dizem respeito ao balanço de massa, dos componentes e de energia:

$$
\begin{aligned}
\frac{dh(t)}{dt} =& \frac{q_i(t) - q_o(t)}{A_c} \\
\frac{dC_a(t)}{dt} =& q_i(t)\frac{C_{af}(t) - C_a(t)}{V} - R(t)C_a(t) \\
\frac{dT(t)}{dt} =& q_i(t)\frac{T_i(t) - T(t)}{V} - \frac{\Delta H}{\rho c_p}R(t)C_a(t) - \frac{Q_h(t)}{\rho c_p V} \\
R(t) =& k_0 e^{-\frac{E}{RT(t)}}
\end{aligned}
$$

sendo que as variáveis controladas são o nível dentro do tanque h, a concentração de saída do produto A C_a, a temperatura dentro do reator T. As variáveis manipuladas são a vazão de saída q_o, a concentração do produto A na alimentação do tanque C_{af}, e a taxa de remoção de calor normalizada $\frac{Q_h}{\rho c_p}$. As constantes presentes na equação e o ponto de operação do processo são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros e ponto de operação do tanque reator

Nível dentro do reator	h^*	$1\,\mathrm{m}$
Concentração medida do produto A	C_a^*	$1\,\mathrm{kmol\,m^{-3}}$
Temperatura dentro do reator	T^*	$400\,\mathrm{K}$
Vazão de saída	q_o^*	$0{,}005\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}$
Concentração de A na alimentação	C_{af}^*	$5\,\mathrm{kmol\,m^{-3}}$
Taxa de remoção de calor	$\frac{Q_h}{\rho c_p}^*$	$0{,}75\,\mathrm{K\,m^3\,s^{-1}}$
Vazão de entrada	q_i^*	$0{,}005\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}$
Temperatura de entrada do fluído	T_i^*	$350\,\mathrm{K}$
Termo de energia de ativação	E/R	$1000\,\mathrm{K}$
Área do reator	A_c	$0{,}05\,\mathrm{m^2}$
Volume do reator	V	$0{,}05\,\mathrm{m^3}$
Calor da reação	ΔH	$-50\,000\,000\,\mathrm{cal/kmol}$
Densidades dos líquidos	ρ	$1\,000\,000\,\mathrm{g\,m^{-3}}$
Calor específico	c_p	$1\,\mathrm{cal/gK}$
Constante da taxa de reação	k_0	$4{,}972\,997\,584\,\mathrm{s^{-1}}$
Período de amostrage	T_s	$3\,\mathrm{s}$

Como a intenção é aplicar um algoritmo DMC, necessitamos dos modelos de resposta ao degrau do sistema. Para isso, foram aplicados degraus nas entradas do processo de 2 % em torno do ponto de operação. Os resultados são apresentados na Figura 3.25, veja que todas as respostas são estáveis exceto a que relaciona q_o com h, que possui uma dinâmica integradora. Por conta disto, não é possível aplicar o algoritmo DMC original, sendo necessário o GDMC para estabilizar o cálculo da resposta livre.

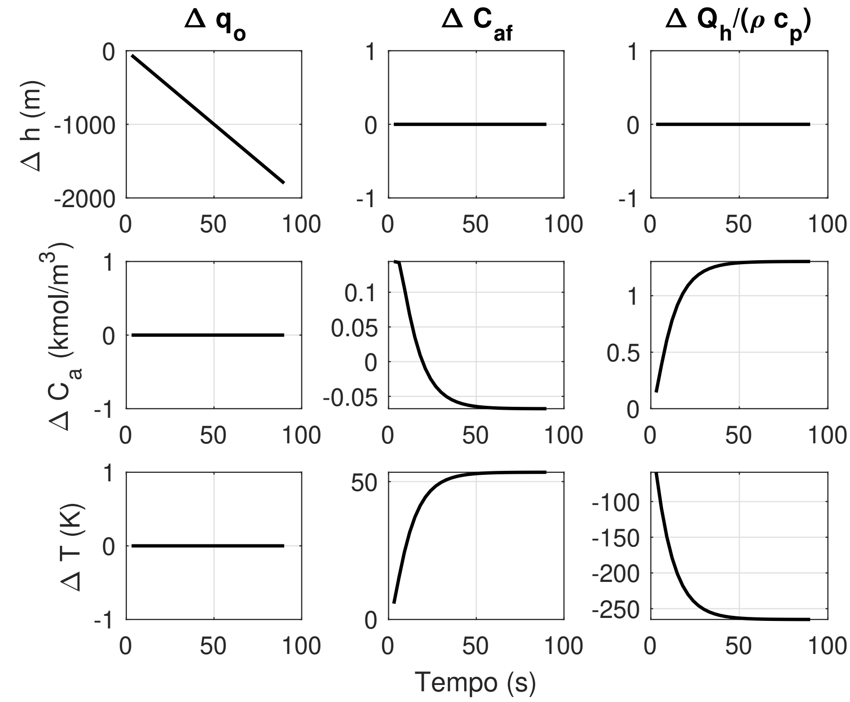

Figura 3.25: Estudo de caso 3.4.4 – CSTR: modelos de resposta ao degrau.

Então, um primeiro passo é definir os filtros dos erros de predição para a primeira saída de forma a estabilizar a resposta livre. Como a única raiz indesejada é a integradora, as condições do filtro são:

$$F_{e,1,j}(z)\big|_{z=1} = 1 \rightarrow \text{condição de ganho unitário}$$
$$\left.\frac{d(z^j - F_{e,1,j}(z))}{dz}\right|_{z=1} = 0 \rightarrow \text{condição de estabilidade}$$

Para as outras saídas $Fe,i,j = 1$, ou seja, não são necessário filtros. Pelo número de condições a serem satisfeitas, um filtro de primeira ordem seria suficiente. Mas, para minimizar o efeito de ruídos e ajudar na robustez, um filtro de segunda ordem será utilizado, e sua estrutura é da forma:

$$F_{e,1,j} = \frac{(a(j)z^2 + b(j)z}{(z - z_f)^2}.$$

Com a estrutura do filtro definida, a derivada que aparece na condição de estabilidade pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}\frac{d(z^j - F_{e,j}(z))}{dz} &= jz^{j-1} - \frac{(2a(j)z + b(j))(z - z_f)^2 - 2(a(j)z^2 + b(j)z)(z - z_f)}{(z - z_f)^4},\\ &= jz^{j-1} - \frac{(2a(j)z + b(j))(z - z_f) - 2(a(j)z^2 + b(j)z)}{(z - z_f)^3},\\ &= jz^{j-1} - \frac{a(j)(-2zz_f) + b(j)(-z - z_f)}{(z - z_f)^3}.\end{aligned}$$

Agora podemos calcular os coeficientes $a(j)$ e $b(j)$ de tal modo que as condições acima sejam satisfeitas para $j = N_1 \dots N_2$:

$$\begin{aligned}\frac{a(j) + b(j)}{(1 - z_f)^2} &= 1 \longrightarrow a(j) + b(j) = (1 - z_f)^2\\ j - \frac{a(j)(-2z_f) + b(j)(-1 - z_f)}{(1 - z_f)^3} &= 0 \longrightarrow (-2z_f)a(j) + (-1 - z_f)b(j) = j(1 - z_f)^3\end{aligned}$$

e note que estas últimas equações podem ser rearranjadas como um conjunto de equações lineares que é de fácil solução:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2z_f & -1 - z_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(j) \\ b(j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - z_f)^2 \\ j(1 - z_f)^3 \end{bmatrix}.$$

Os demais parâmetros de sintonia são: $N_{1,i} = 1$ e $N_{2,i} = 30$, $\forall\ i$; $N_{u,p} = 5$, $\forall\ p$; $N_{f,1} = N_{ss,2} = N_{ss,3} = 30$, e as ponderações são todas iguais a um mas foram normalizadas pelos horizontes e pelo quadrado dos pontos de operação. Além disso, são consideradas restrições para as manipuladas: $q_0 \in [0;\ 0{,}01]\ \mathrm{m^3\,s^{-1}}$, $C_{af} \in [4{,}6;\ 5{,}4]\ \mathrm{kmol\,m^{-3}}$, $Q_h/(\rho c_p) \in [0{,}45;\ 1{,}05]\ \mathrm{K\,m^3\,s^{-1}}$.

Os resultados de simulação para diversas mudanças de referências são mostrados na Figura 3.26. Veja que o GDMC permanece estável e consegue garantir o seguimento de referências perfeitamente, exceto quando as manipuladas estão saturadas o que ocorre entre 200 e 300 s da simulação. A resposta para rejeição de perturbações pode ser vista na Figura 3.27, e está identificada como GDMC1. Foram aplicados degraus nas duas perturbações, q_i passa de 0,005 K para 0,005 25 K em $t = 700$ s e T_i passa de 350 K para 332,5 K em $t = 800$ s. Neste caso, veja que o controlador consegue rejeitar o efeito das perturbações adequadamente.

Um segundo ajuste do GDMC foi feito para melhorar a resposta de rejeição de perturbações. Analisando as respostas ao degrau próximas do ponto de operação, apresentadas na Figura 3.28, é possível identificar que as dinâmicas das perturbações para C_a e T_i possuem constantes de tempo próximas

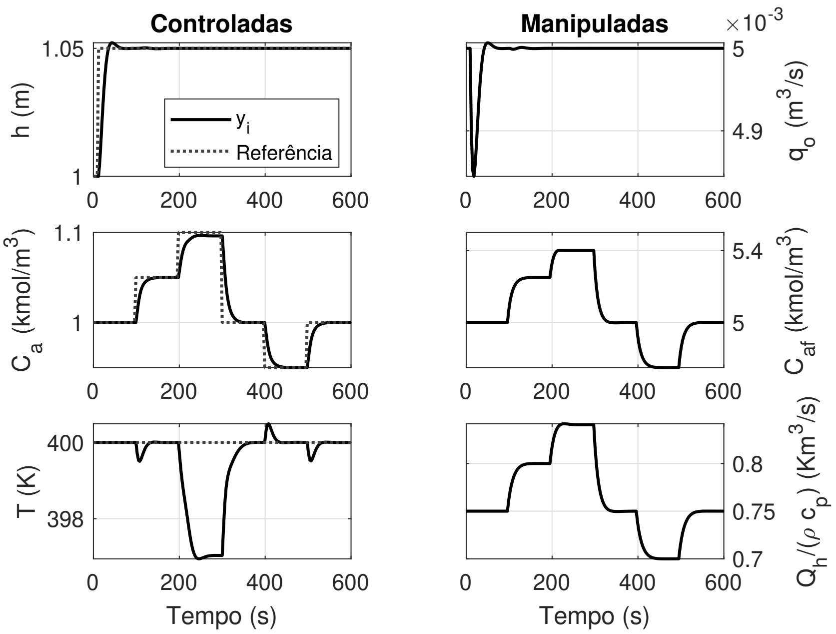

Figura 3.26: Estudo de caso 3.4.4 – CSTR: resposta em malha fechada com o GDMC para seguimento de referência.

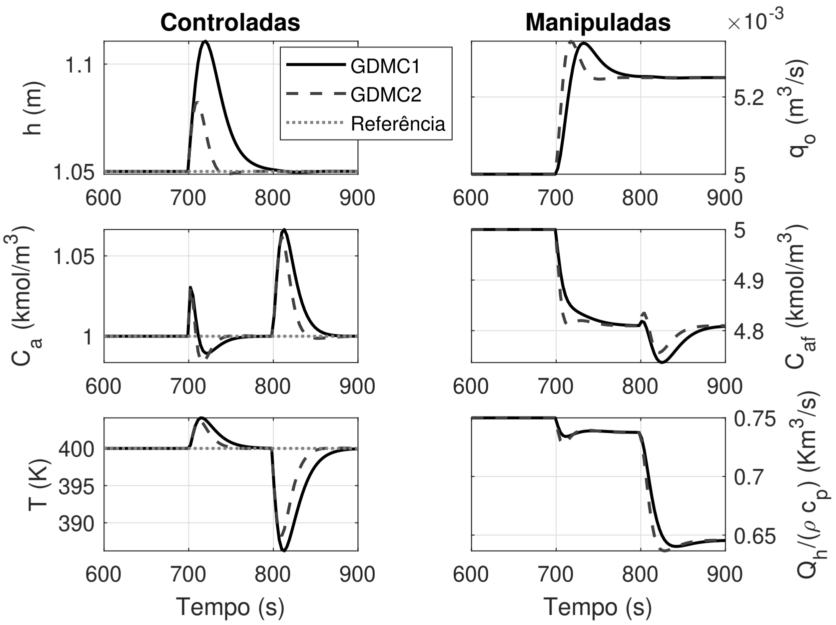

Figura 3.27: Estudo de caso 3.4.4 – CSTR: resposta em malha fechada com o GDMC para rejeição de perturbações.

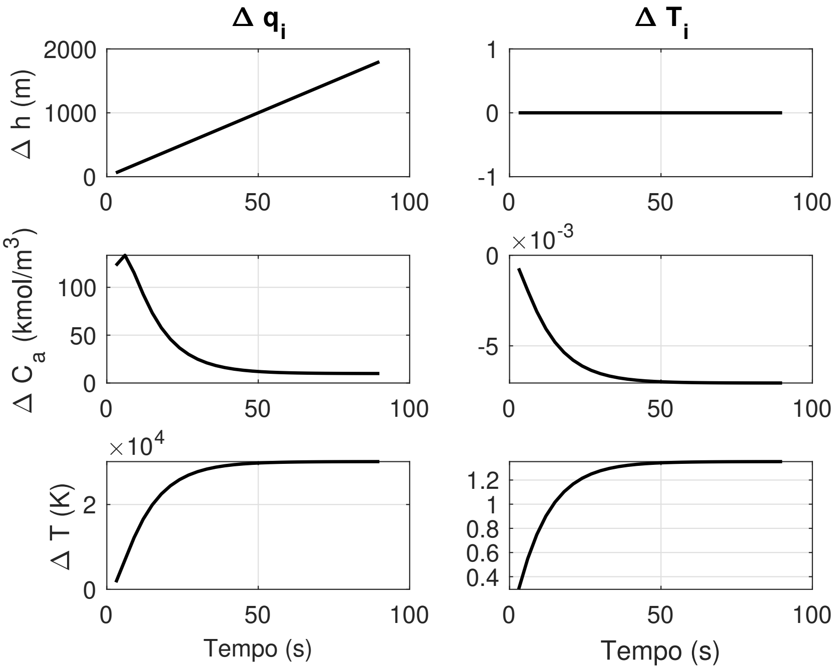

Figura 3.28: Estudo de caso 3.4.4 – CSTR: modelos de resposta ao degrau para perturbações.

de 15 s. Então, é possível utilizar esta informação para reprojetar os filtros do erro de predição para obtermos melhores resultados.

Considerando a constante de tempo encontrada, o polo indesejado discreto está localizado em $p_z = 0{,}8187$. Assim, para as saídas C_a e T_i, os filtros $F_{e,i,j}(z)$ devem satisfazer as seguintes condições:

$$\begin{aligned} F_{e,1,j}(z)\big|_{z=1} &= 1 \rightarrow \text{condição de ganho unitário} \\ z^j - F_{e,1,j}(z)\big|_{z=0{,}8187} &= 0 \rightarrow \text{condição para polo indesejado} \end{aligned}$$

que podem ser escritas no seguinte formato matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ p_z^2 & p_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(j) \\ b(j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-z_f)^2 \\ pz^j(p_z - z_f)^2 \end{bmatrix}.$$

Para esta segunda sintonia, consideramos $z_f = 0{,}4$, ou seja, o tempo de assentamento do filtro é mais rápido, o que deve ajudar na rejeição de perturbações. Os resultados para este caso (GDMC2) podem ser vistos na Figura 3.27, e note que a rejeição de perturbações melhorou, como esperado. No entanto, vale lembrar que, em geral, acelerar a rejeição de perturbações piora a robustez do sistema em malha fechada, assim, é sempre necessário balancear a rejeição de perturbações com a robustez do sistema.