数学文化

见面课（七）

联系方式

李军　数学科学学院416办公室

邮箱：lijun@nankai.edu.cn

鼓励师生课下的联系和交流。上周已经建立了课程的飞书群，教学通知会发到飞书群。大家在学习中遇到问题，就及时通过飞书联系我。

- 说明：做平台上“测验题”和参与“讨论题”讨论的情况，均会被平台记录，作为慕课成绩的组成部分。
- 千万不要错过平台上做题的截止时间！

即：每周日的晚上23点30分。

第9讲测验题和第二次单元作业的截止时间是11月20日（周日）的晚上23点30分。

本课程的教材请自己去买，有用！

主观题 10分

设置

说说你在数学文化的学习中感到困惑的问题或很有兴趣的问题。

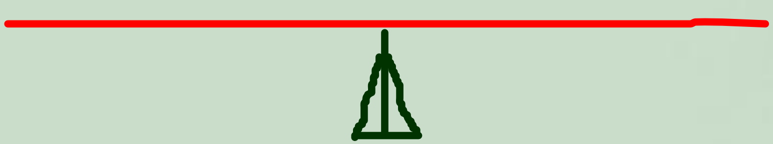
正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

平台上慕课内容的拓展

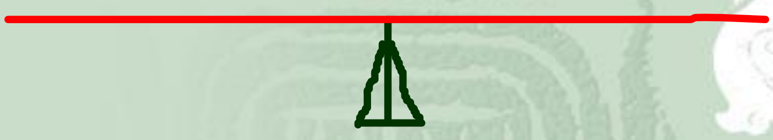
趣题——找次品5

5） 有 1 2 个 外 形 相 同 的 乒 乓 球， 其 中 只 有 1个重量不标准的次品乒乓球。请用一架不带砝码的天平，最多三次使用该天平，找出上述次品乒乓球，并判断它是重于标准球，还是轻于标准球。



思考题

如果只要求找出次品乒乓球，并不要求判断次品是过重还是过轻，那么三次使用不带砝码的天平，最多可以从多少个乒乓球中找出唯一的次品？



视频：假币谜题

- https://www.bilibili.com/video/BV1kp4y1t7Mz?from=search&seid=12627024822959463186&spm_id_from=333.337.0.0

一道数学游戏题

甲乙两人进行数学游戏，一起写一个由1，2，3，4，5这5个数字组成的100位数。甲先写第1位数字，乙写第2位数字，甲写第3位数字，依次类推，两人轮流写，每次写一位数字。如果最后得到的100位数是9的倍数，则判乙获胜，否则就判甲胜。

问甲乙两人谁有必胜策略？说明理由。

单选题 1分

设置

在上面一页给出的写100位数的游戏中，甲乙二人谁有取胜策略?

A 甲有取胜策略

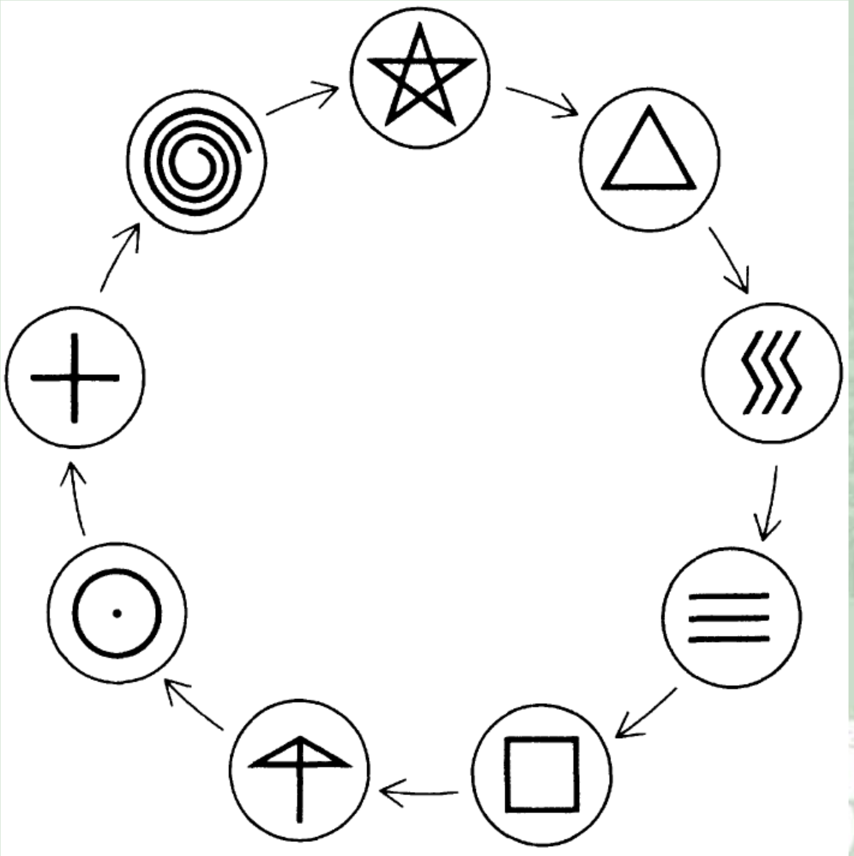
B 乙有取胜策略

提交

同样数字组成的不同两数之差

把你的学号打乱数字顺序组成一个不同的新数，然后用较大的数减去较小的数，将得数的各位数字加起来。从五角星开始顺时针数，五角星是1，正三角形是2，数到你算出的各位数字之和为止。

你一定是停在螺旋上。为什么？



问题背后的数学原理

一个正整数与它的各位数字之和除以9有相同的余数。

因此，把你的学号打乱数字顺序组成一个不同的新数，这两个数除以9有相同的余数。从而较大的数减去较小的数的得数是9的倍数，其各位数字之和必为9的倍数，故一定停在螺旋上。

单选题 1分

设置

能否将2^{2022}的各位数字重新进行排列，使得重排之后得到的数等于2^n，其中$n > 2022$？

A 能

B 不能

提交

单选题 1分

设置

有三堆石子，分别为100粒、200粒和300粒。每次从三堆中的任意两堆中分别取出1粒石子，然后把这两粒石子都放入到另外一堆。问：能否经过若干次这样的操作使得三堆石子都是200粒。

A 能

B 不能

提交

一个关于素数的问题

求出使得n+1，n+3，n+7，n+9，n+13，n+15都是素数的所有的正整数n。

不难找到一个满足要求的n，这个数是不是唯一满足要求的数呢？

一个不定方程的问题

求证：不存在正整数$x, y, z,$ 使得

$$x^2 - 2y^2 + 8z = 3.$$

可以考虑用反证法。但是，从那里入手来发现矛盾呢？

一个不定方程的问题

求证：不存在正整数x, y, z, 使得

$$x^2-2y^2+8z=3.$$

奥妙还是在于余数，奇数的平方除以8的余数为1.

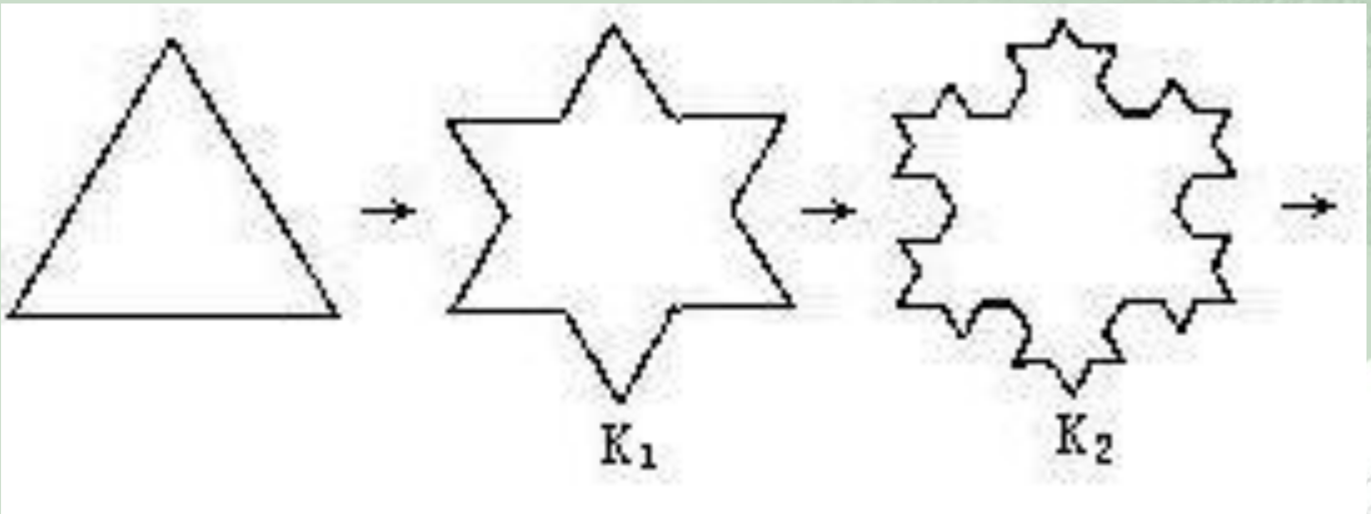
分形

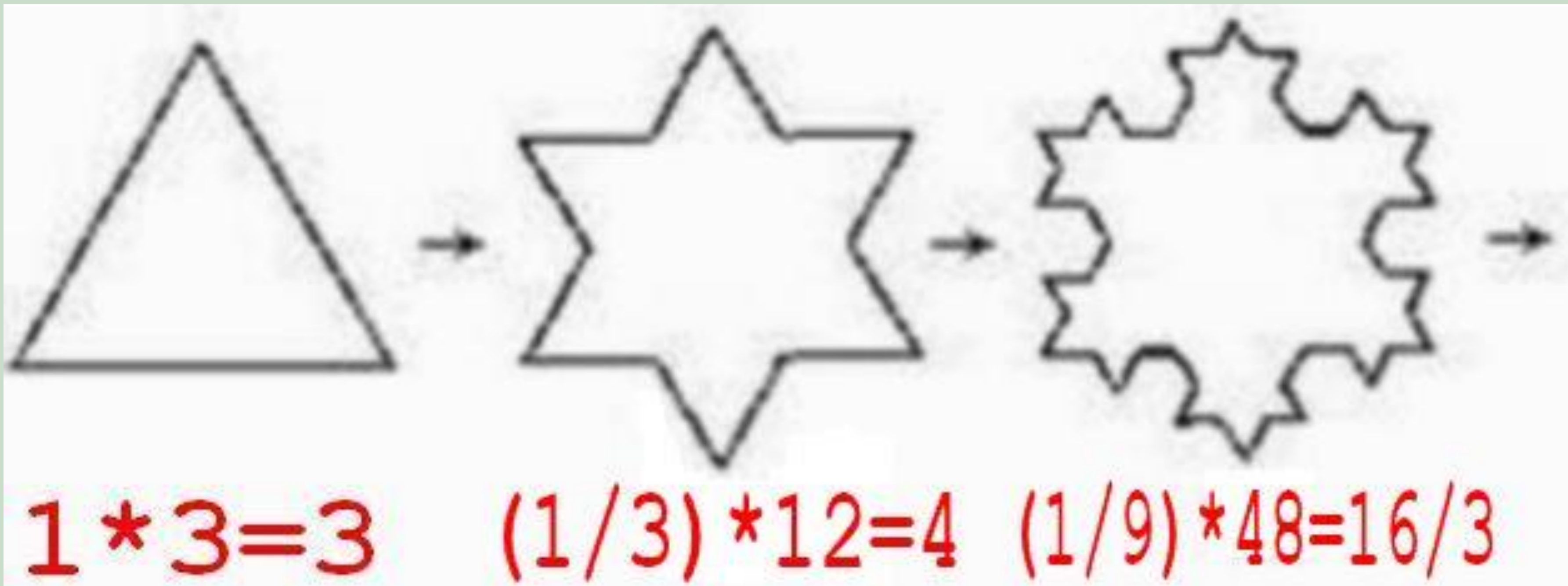
B.B.Mandelbrot的工作

1967年法国数学家B.B.Mandelbrot在《科学》杂志上发表文章“英国的海岸线有多长？”。

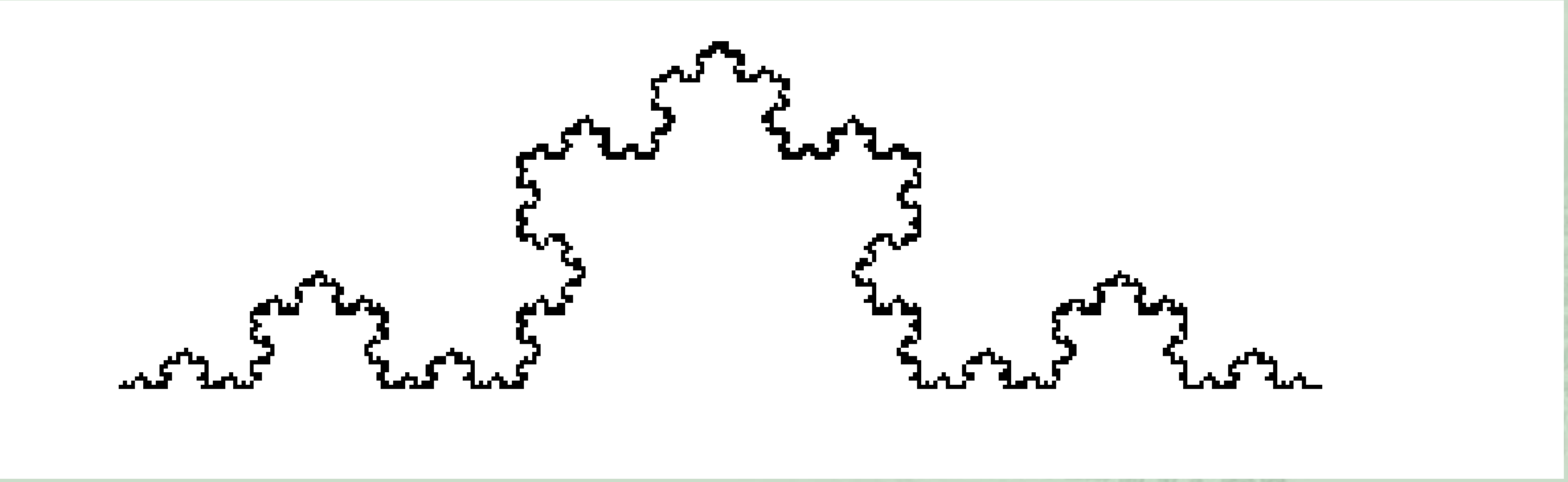
这看似极其简单，但Mandelbrot发现：当测量单位变小时，所得的长度是无限增大的。

在理论数学中，瑞典数学家Koch早在1904年就构造了如今称之为“柯赫曲线”(Koch curve)的几何对象。




1*3=3
(1/3)*12=4
(1/9)*48=16/3

Koch曲线



B.B.Mandelbrot：

“1975年，我由描述碎石的拉丁文fractus，创造出分形（fractal）一词。分形是几何外形，它与欧几里得外形相反，是没有规则的。”

“首先，它们处处无规则可言。其次，它们在各种尺度上都有同样程度的不规则性。不论从远处观察，还是从近处观察，分形看起来一个模样——它是自相似的。

“整体中的小块，从远处看是不成形的小点，近处看则发现它变得轮廓分明，其外形大致和以前观察的整体形状相似。”

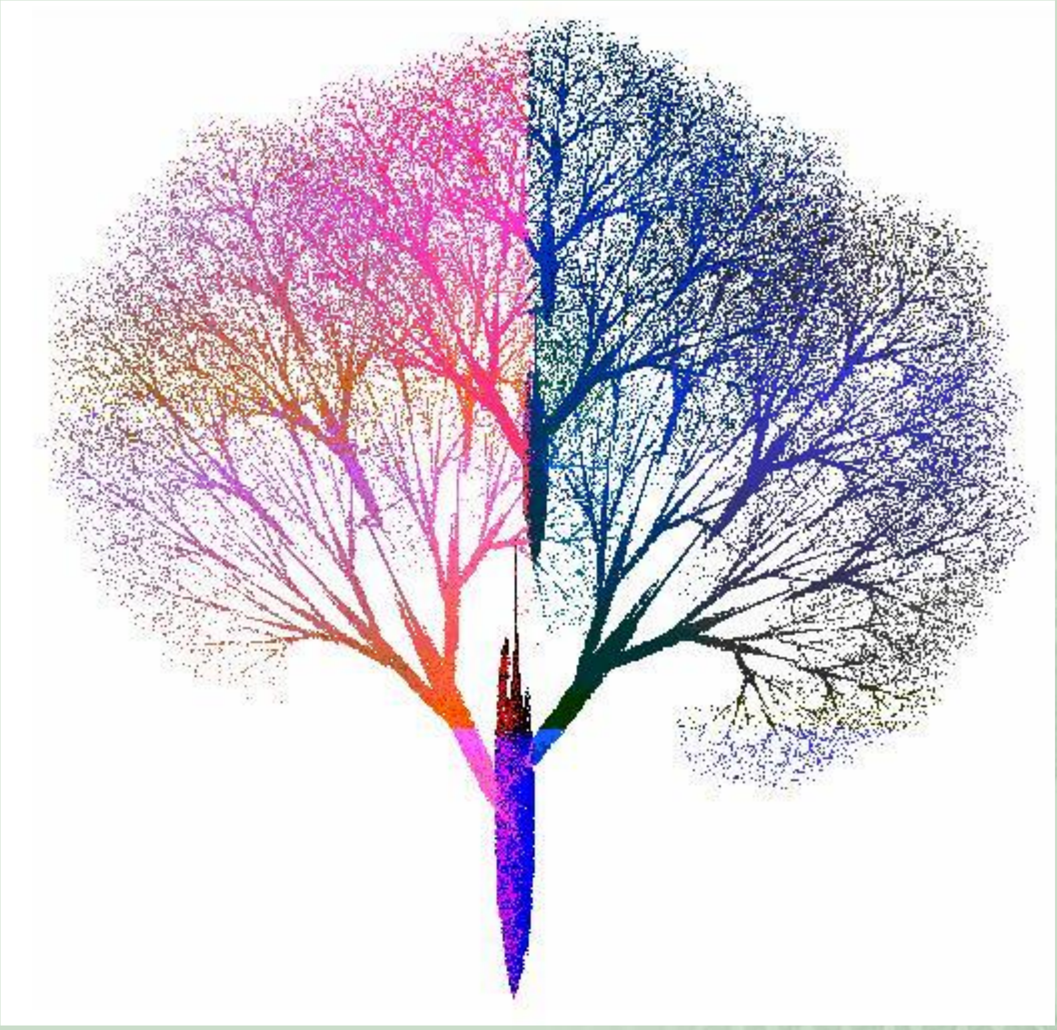
“自然界提供了许多分形实例。例如，羊齿植物、菜花和硬花甘兰，以及许多其他植物，它们的每一分支和嫩枝都与其整体非常相似。其生成规则保证了小尺度上的特征成长后就变成大尺度上的特征。”

---- B.B.Mandelbrot

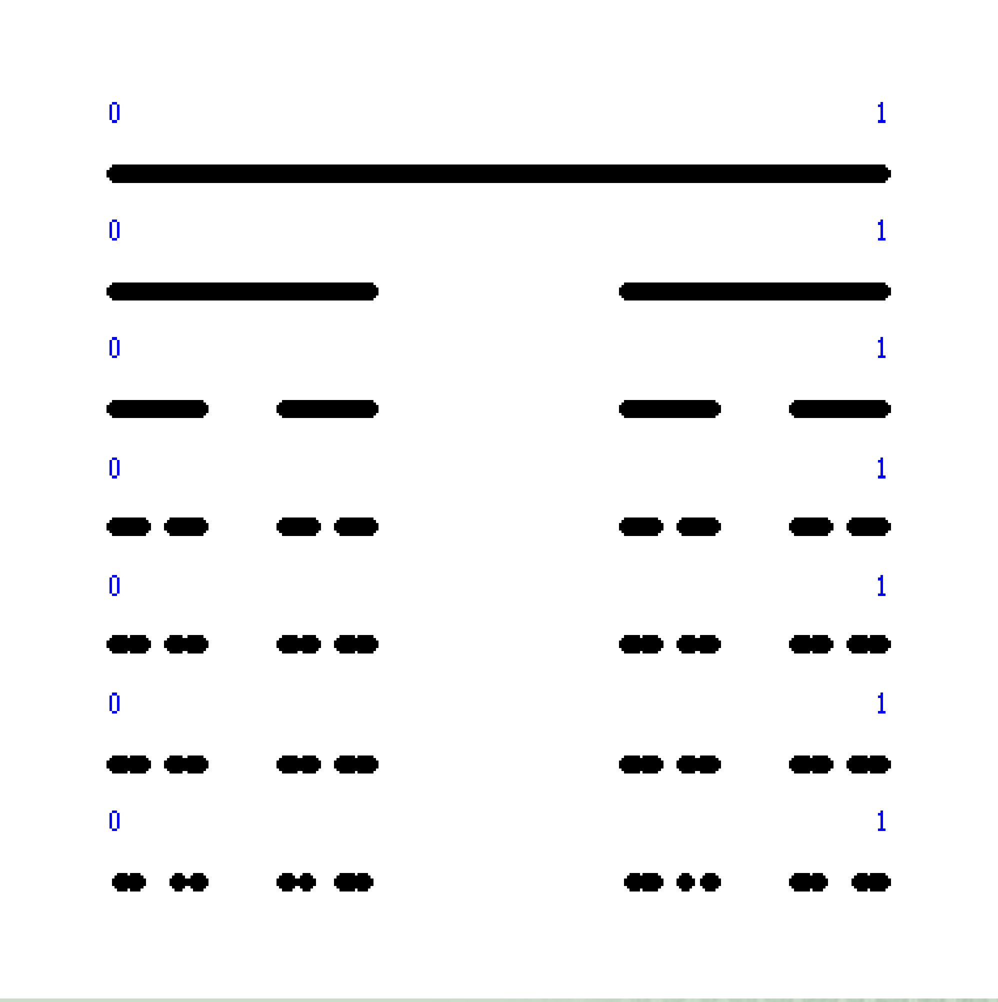
分形植物

真实的植物

用迭代函数算法画的树



Cantor三分集



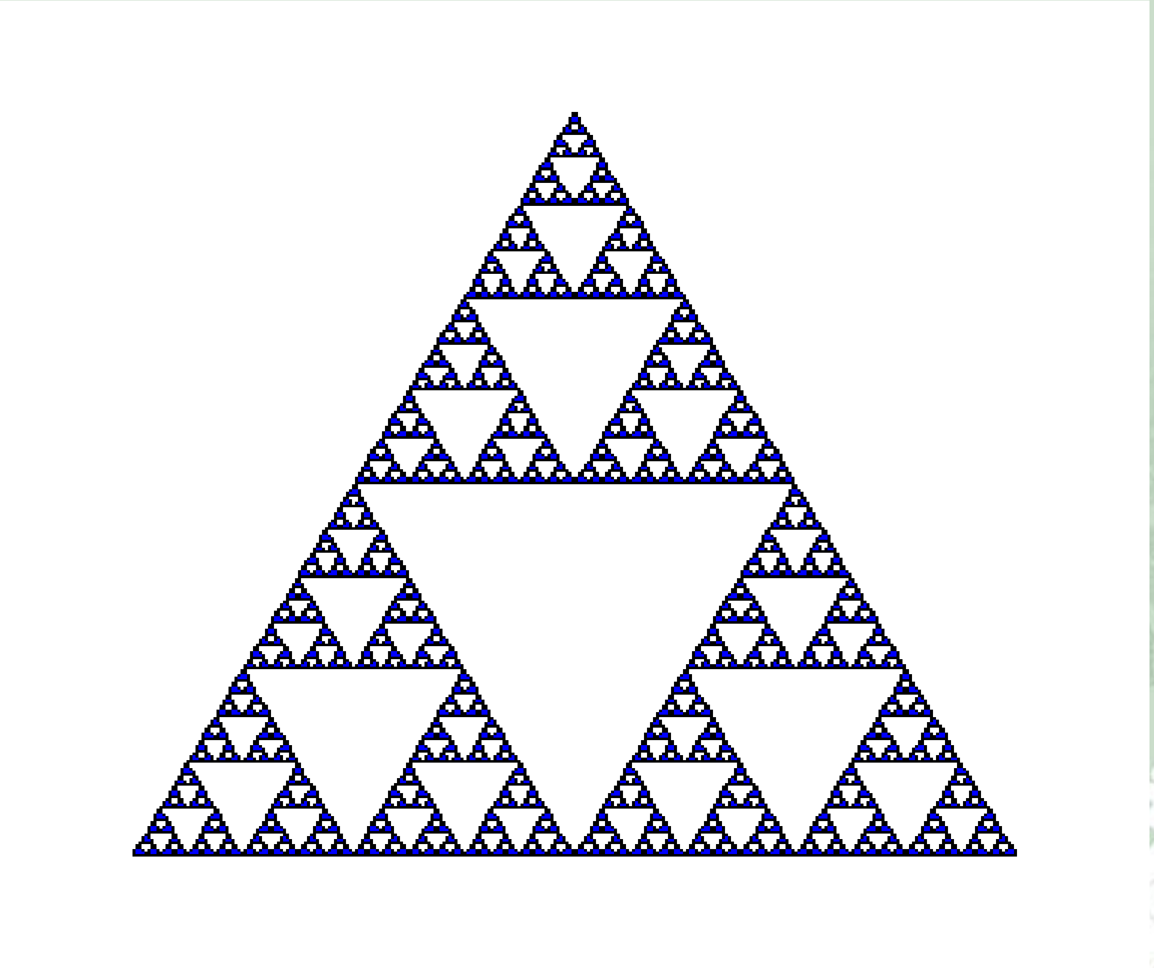
分形的相似维数

分形的维数有多种不同的定义，其中，相似维数定义如下：设一分形图形可分解为m个与之相似的子图形，每个子图形是原来的1/c. 则图形的维数D满足：

$$D = \frac{\ln m}{\ln c}$$

例如，Cantor三分集的维数是ln2/ln3, Koch曲线的维数是ln4/ln3。

Sierpinski三角形



设置

Siepinski三角形的相似维数是

A $\frac{\ln 2}{\ln 3}$

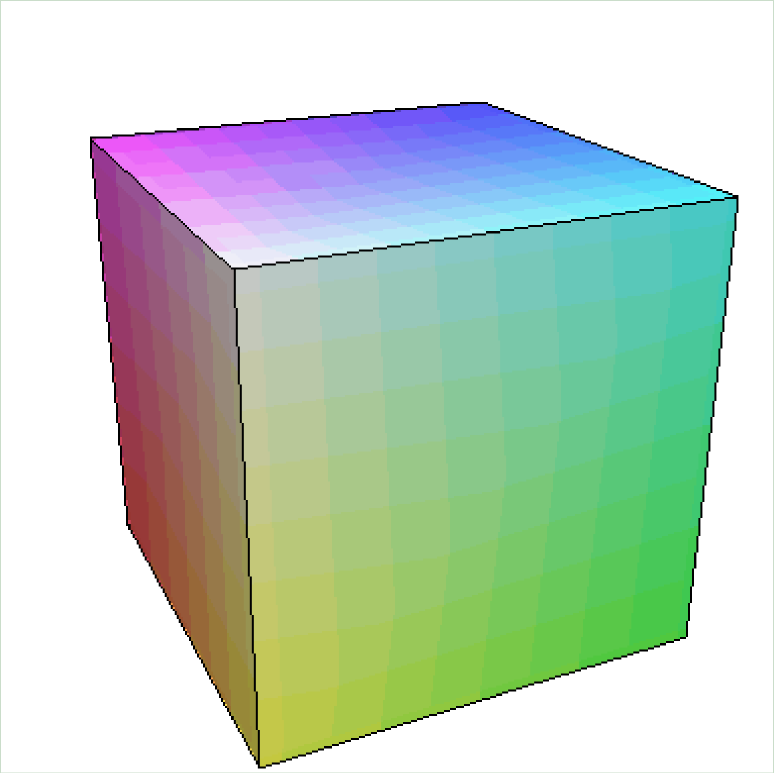
B $\frac{\ln 3}{\ln 2}$

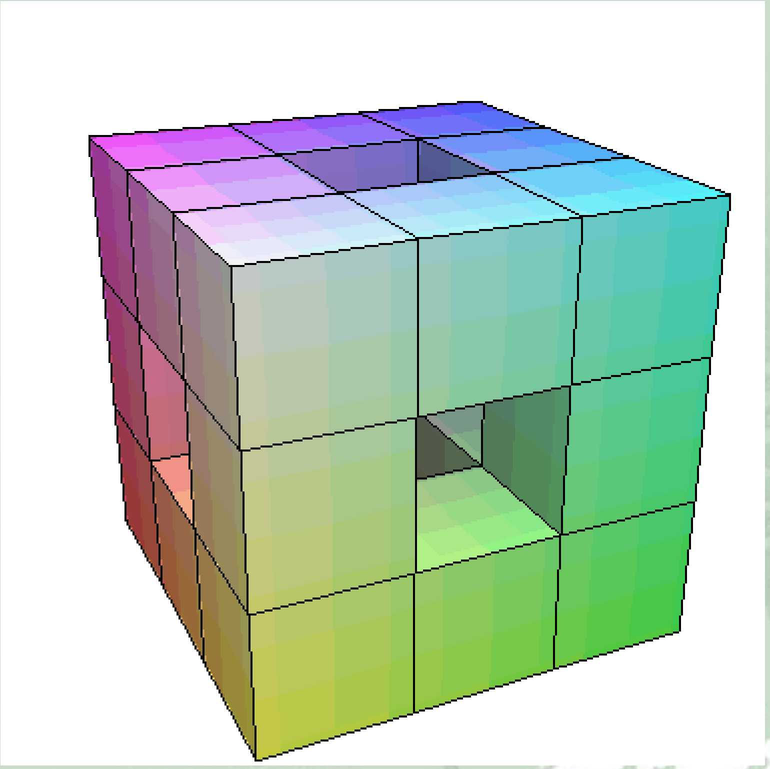
C $\frac{\ln 4}{\ln 3}$

D $\frac{\ln 3}{\ln 4}$

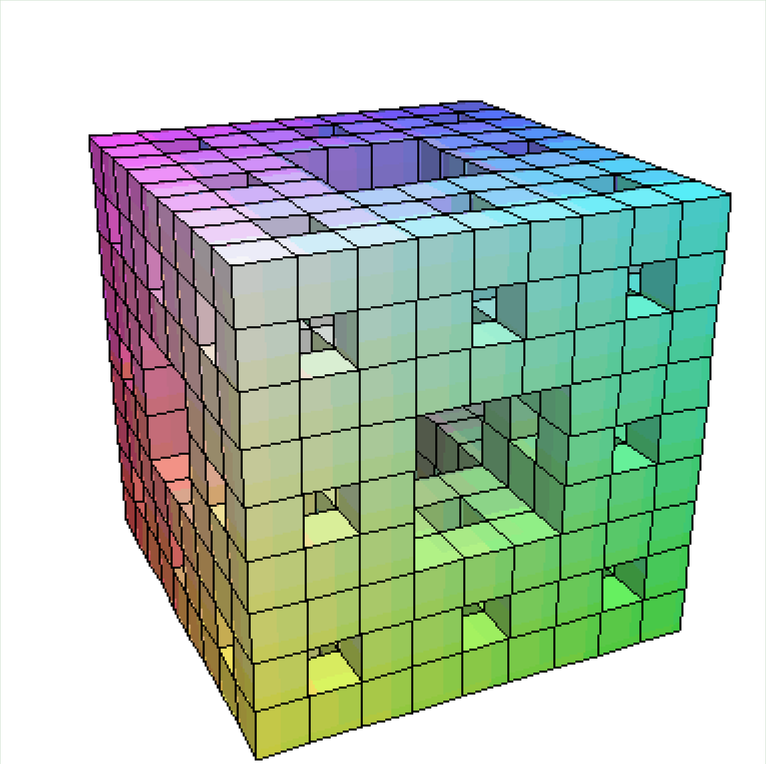
提交

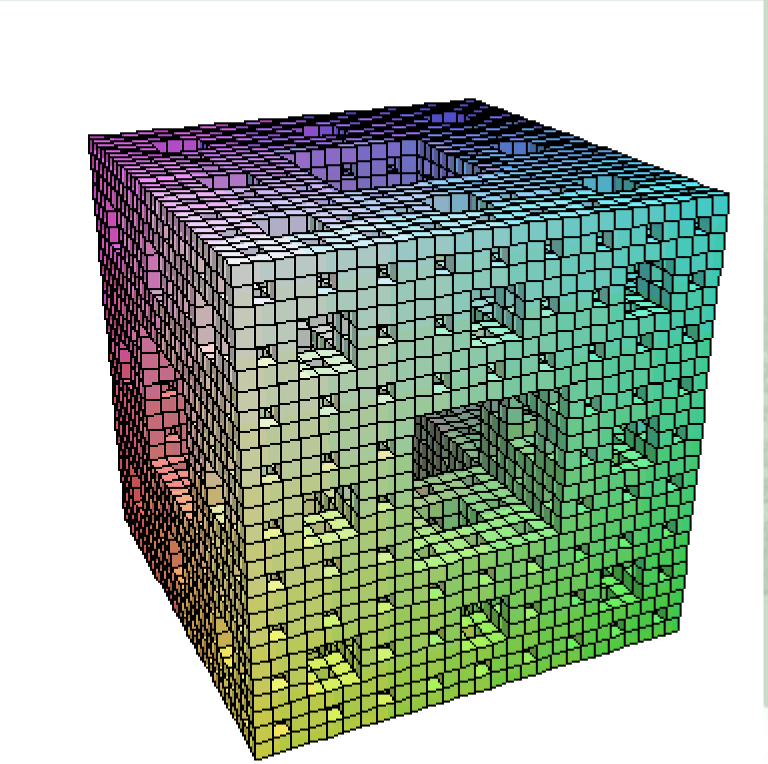
门格尔海绵



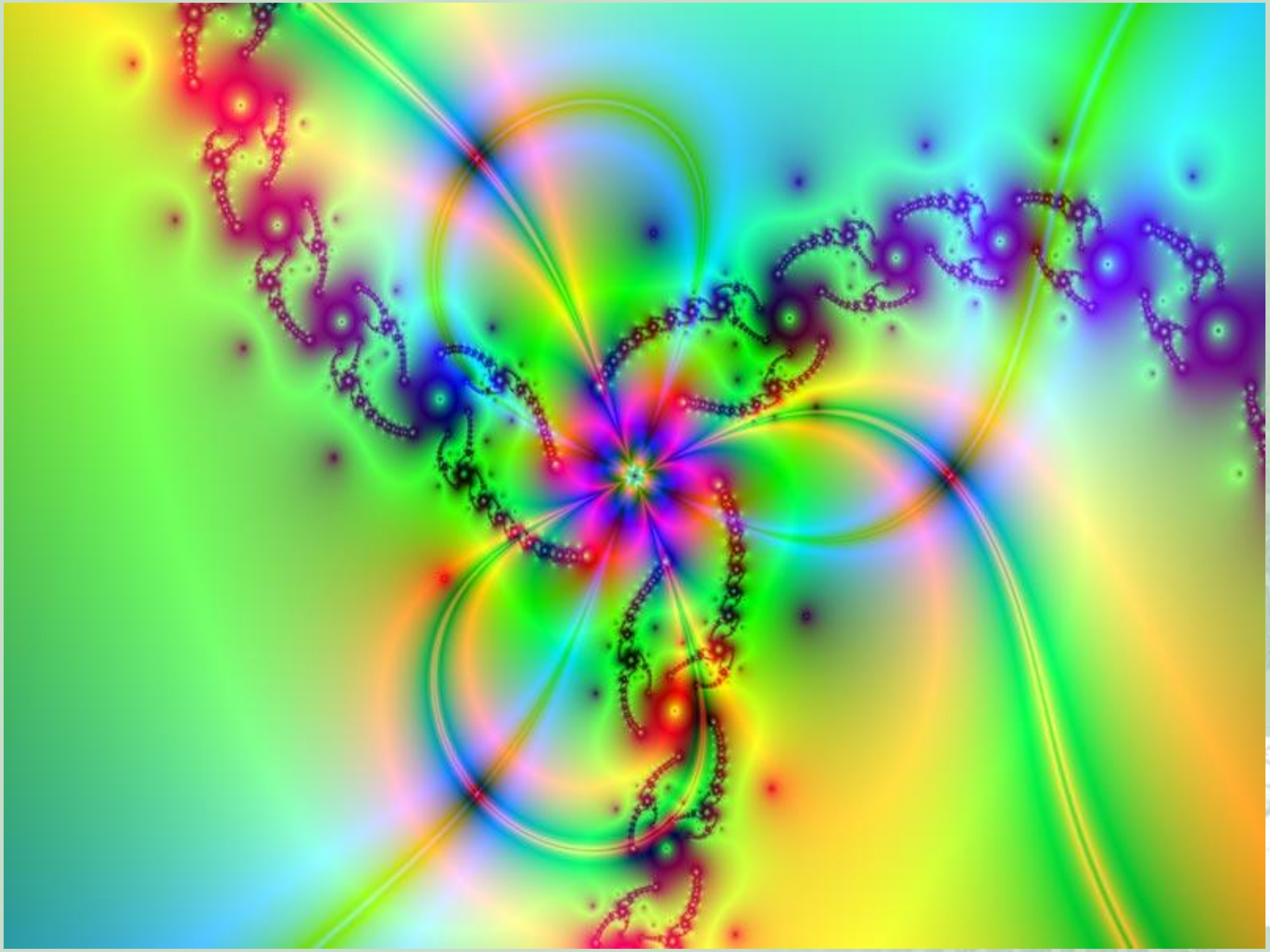


门格尔海绵



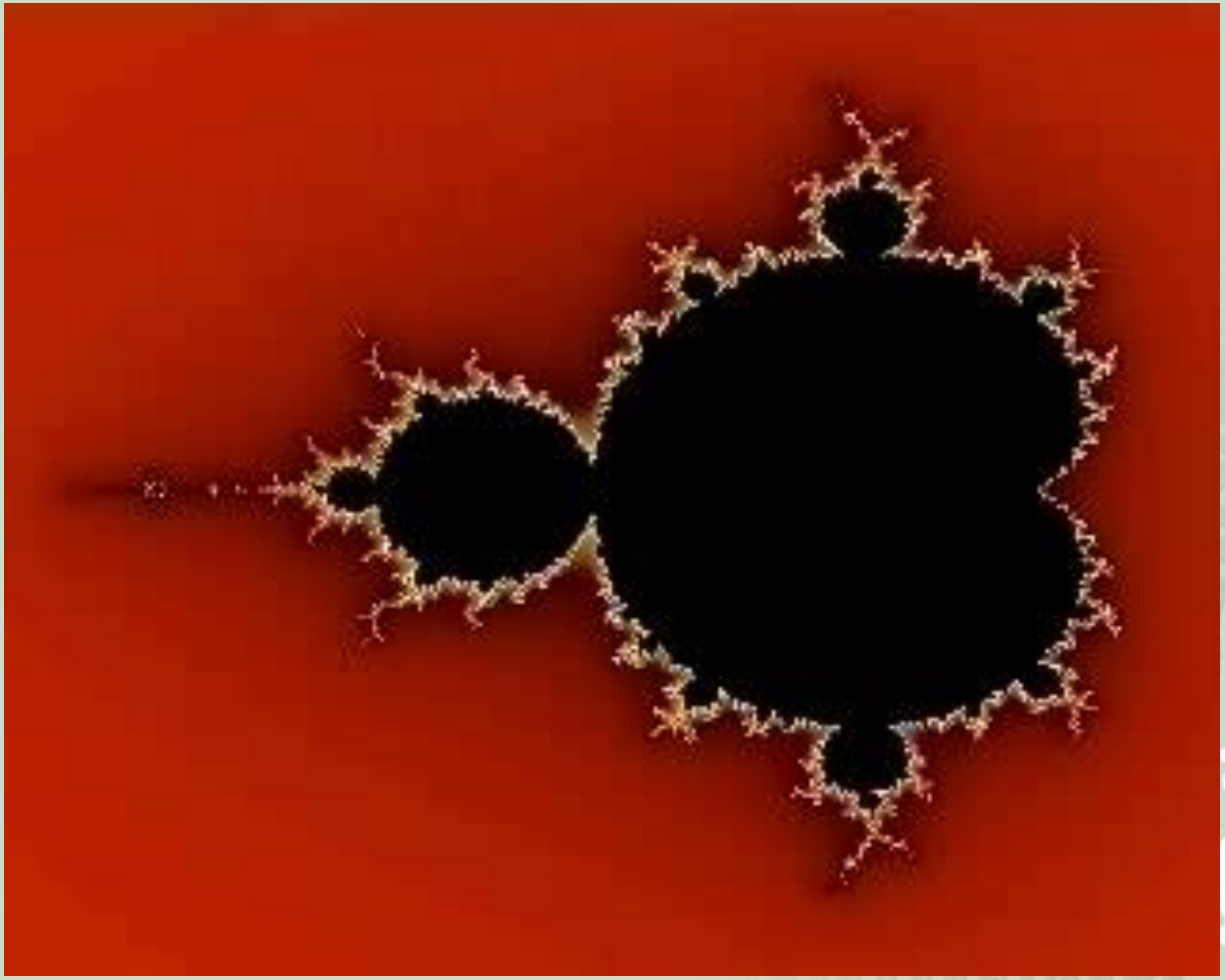


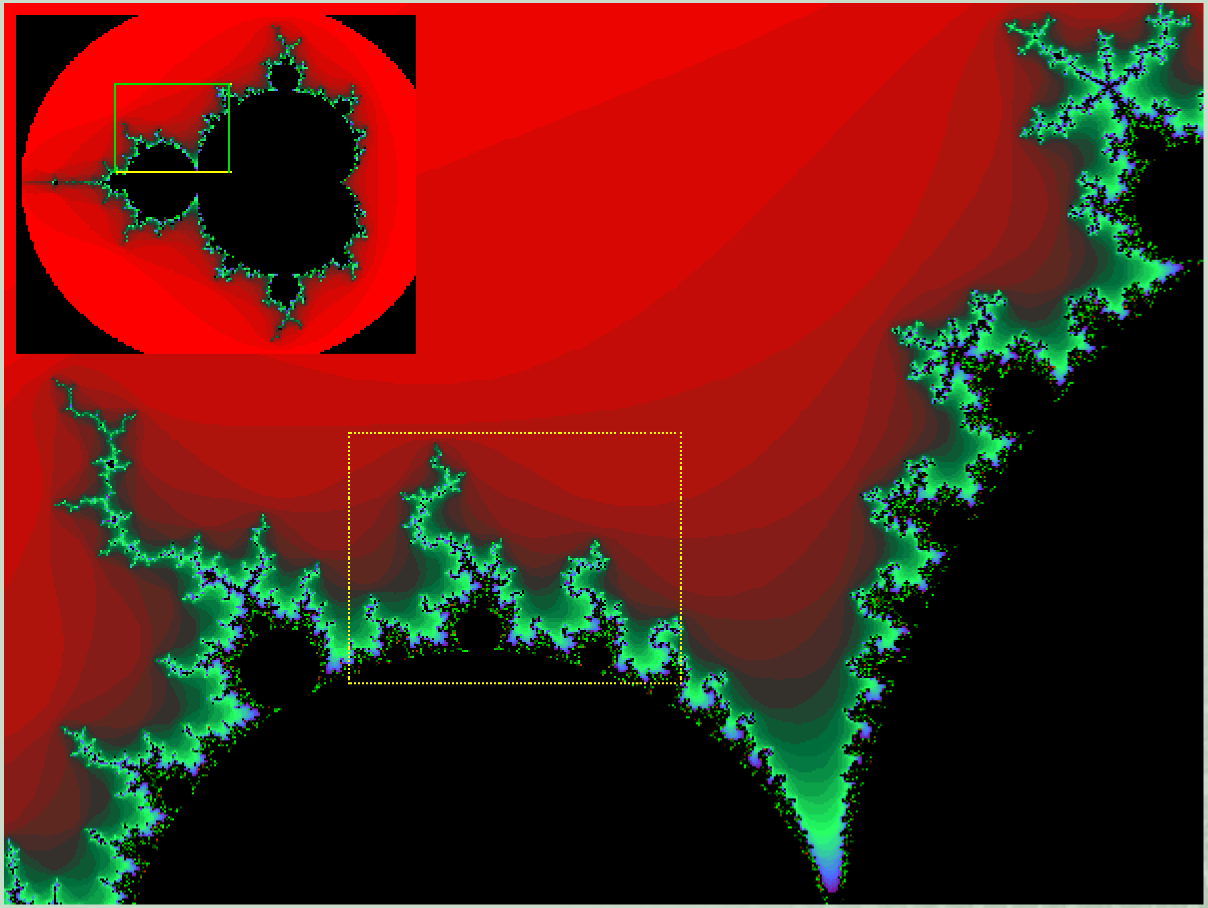
分形艺术图片



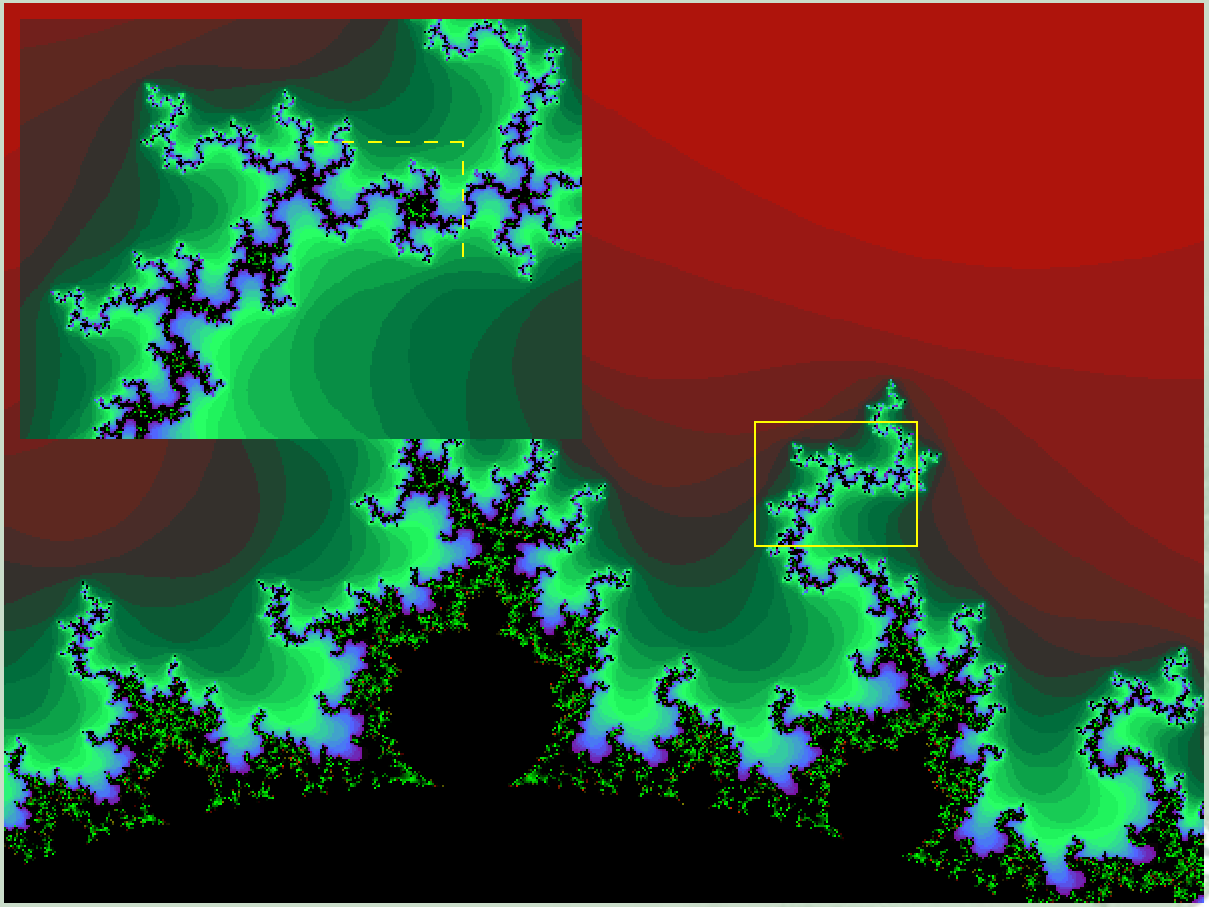
分形艺术图片

Mandelbrot集





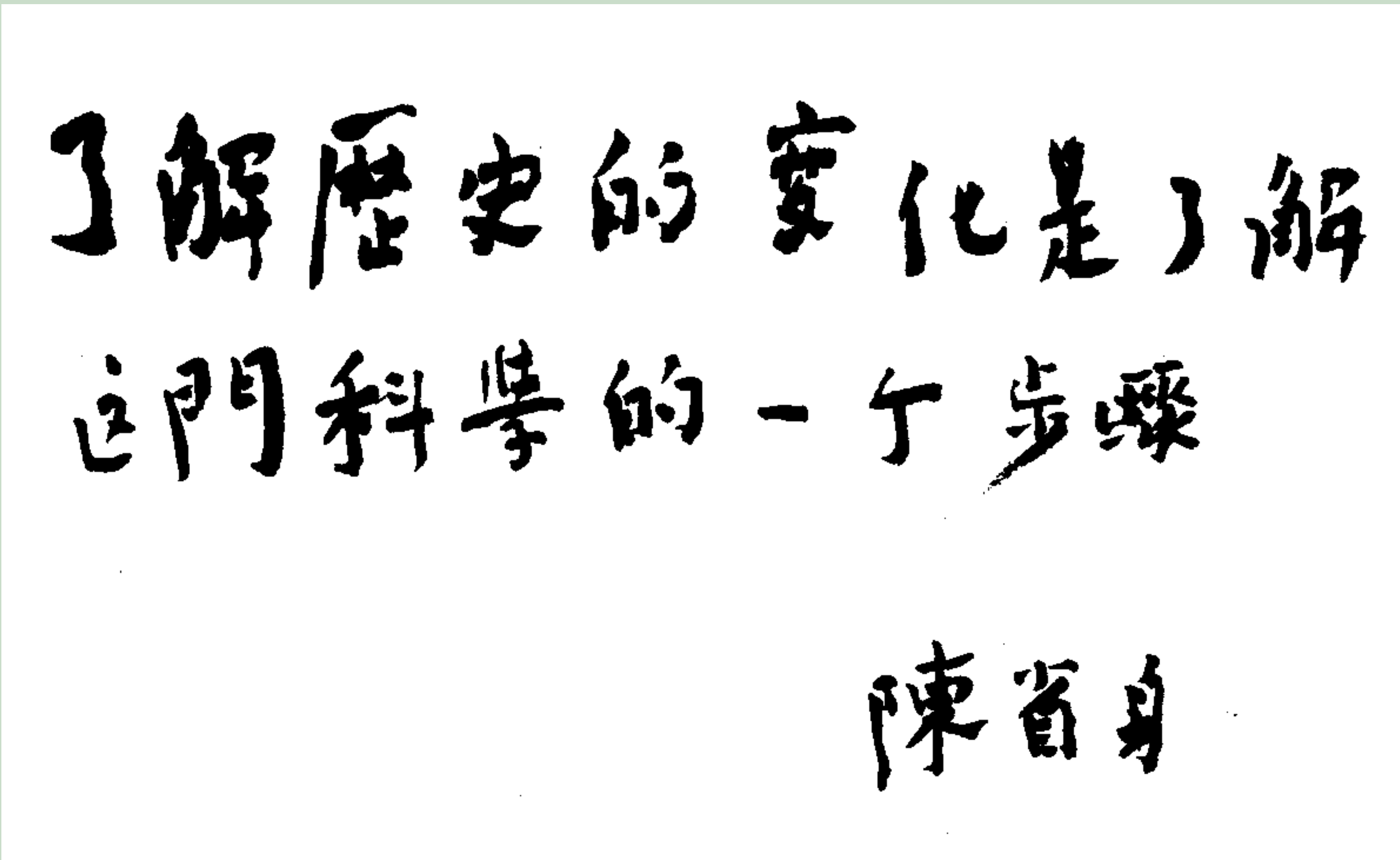
Mandelbrot集是在复平面上用一种迭代构造出来的，它从宏观上看像一个葫芦。左上角矩形部分放大后，又可以看到几个像葫芦一样的东西，每个葫芦的周围又长了更小的葫芦，然后又有更小更小的葫芦。这不也是“自相似性”么？



中国古代数学

陈省身：

了解历史的变化，是了解这门科学的一个步骤。



数学发展史的四个阶段

数学发展史大致可以分为四个阶段。

一、数学起源时期

二、初等数学时期

三、近代数学时期

四、现代数学时期

一、数学起源时期

（远古 —— 公元前5世纪）

这一时期：建立自然数的概念；认识简单的几何图形；算术与几何尚未分开。

数学起源于四个“河谷文明”地域

- 非洲的 尼罗河；
- 西亚的 底格里斯河与幼发拉底河；
- 中南亚的 印度河与恒河；
- 东亚的 黄河与长江

当对于数的认识(计数)变得越来越明确时，人们感到有必要以某种方式来表达事物的这一属性，于是导致了记数。

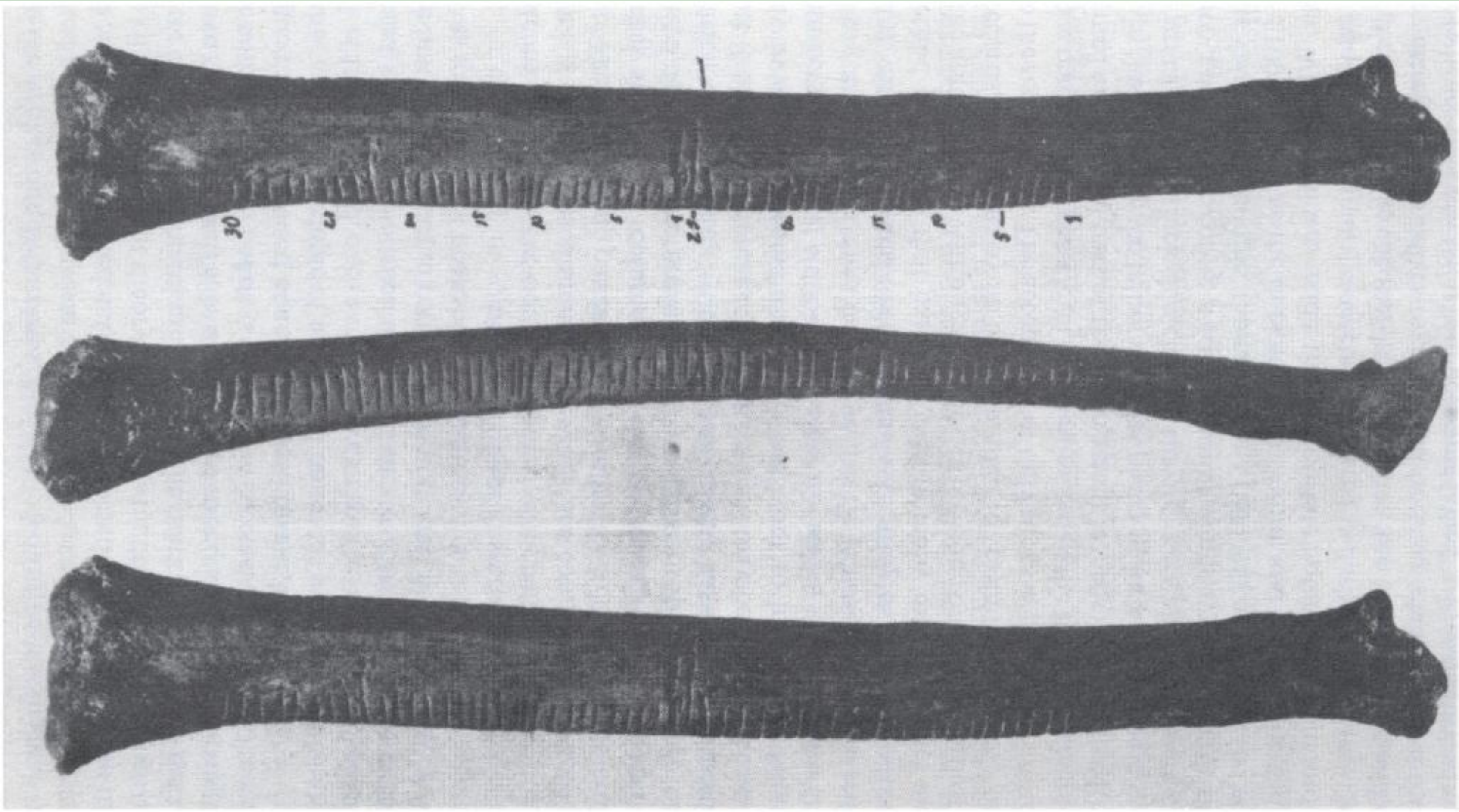
人类现在主要采用十进制，与“人常借助手指去数物件”及“人的手指共有十个”有关。

记数也是伴随着计数的发展而发展的。

记数

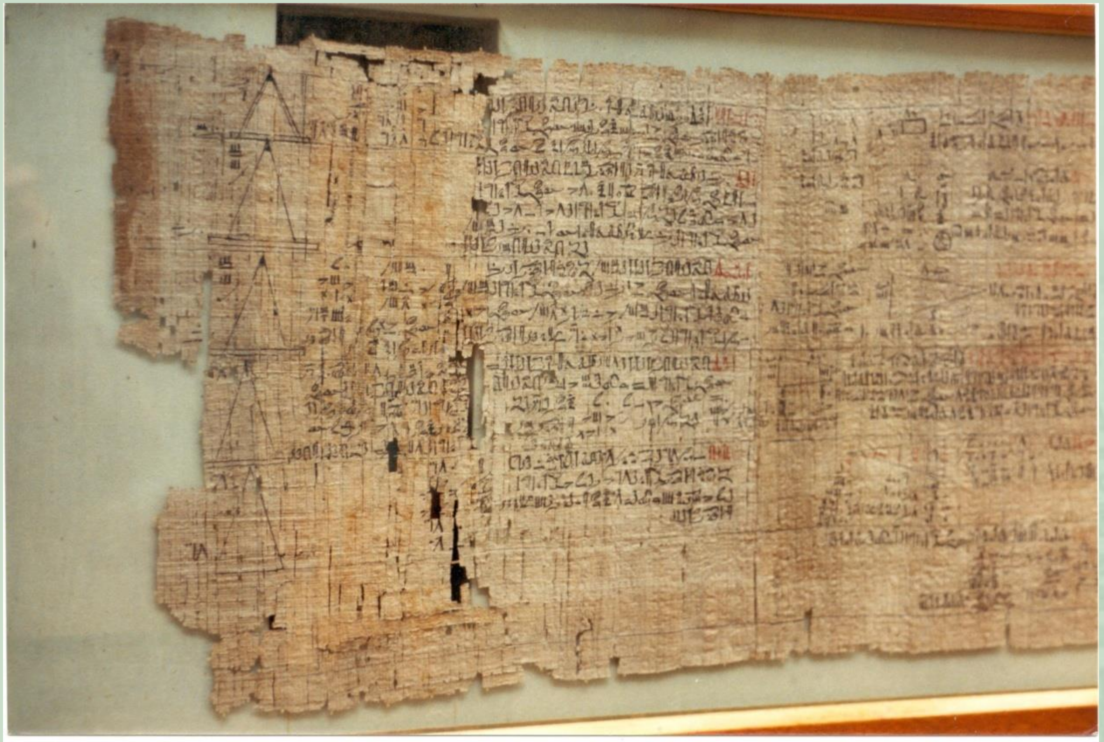
- 刻痕记数是人类最早的数学活动，考古发现有3万年前的狼骨上的刻痕。
- 古埃及的象形数字出现在约公元前3400年；
- 巴比伦的楔形数字出现在约公元前2400年；
- 中国的甲骨文数字出现在约公元前1600年。
- 古埃及的纸草书和羊皮书及巴比伦的泥板文书记载了早期数学的内容，年代可以追溯到公元前2000年，其中甚至有“整勾股数”及二次方程求解的记录。

捷克摩拉维亚狼骨（约三万年前）



早期记数系统

古埃及象形数字（公元前3400年左右）	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 20 40 100 200 1000 10000 1000000
巴比伦楔形数字（公元前2400年左右）	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 20 30 40 50 60 70 80 120 130
中国甲骨文数字（公元前1600年左右）	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000
希腊阿提卡数字（公元前500年左右）	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 15 16 20 30 50 60 70
中国筹算数码（公元前500年左右）	纵式 横式 1 2 3 4 5 6 7 8 9
印度婆罗门数字（公元前300年左右）	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30 40 50 60
玛雅数字（公元3世纪）	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 40 60 80 100 120
玛雅象形数字（主要用于记录时间）	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



莱茵德纸草书
(1650 B.C.)

莫斯科纸草书

（其中有平截头方锥的体积公式）

$$v=\frac{h}{3}(a^2+ab+b^2)$$

古巴比伦的“记事泥板”中关于“整勾股数”的记载”

(约公元前1000年)

（马其顿，1998年）

20世纪在两河流域有约50万块泥版文书出土，其中300多块与数学有关

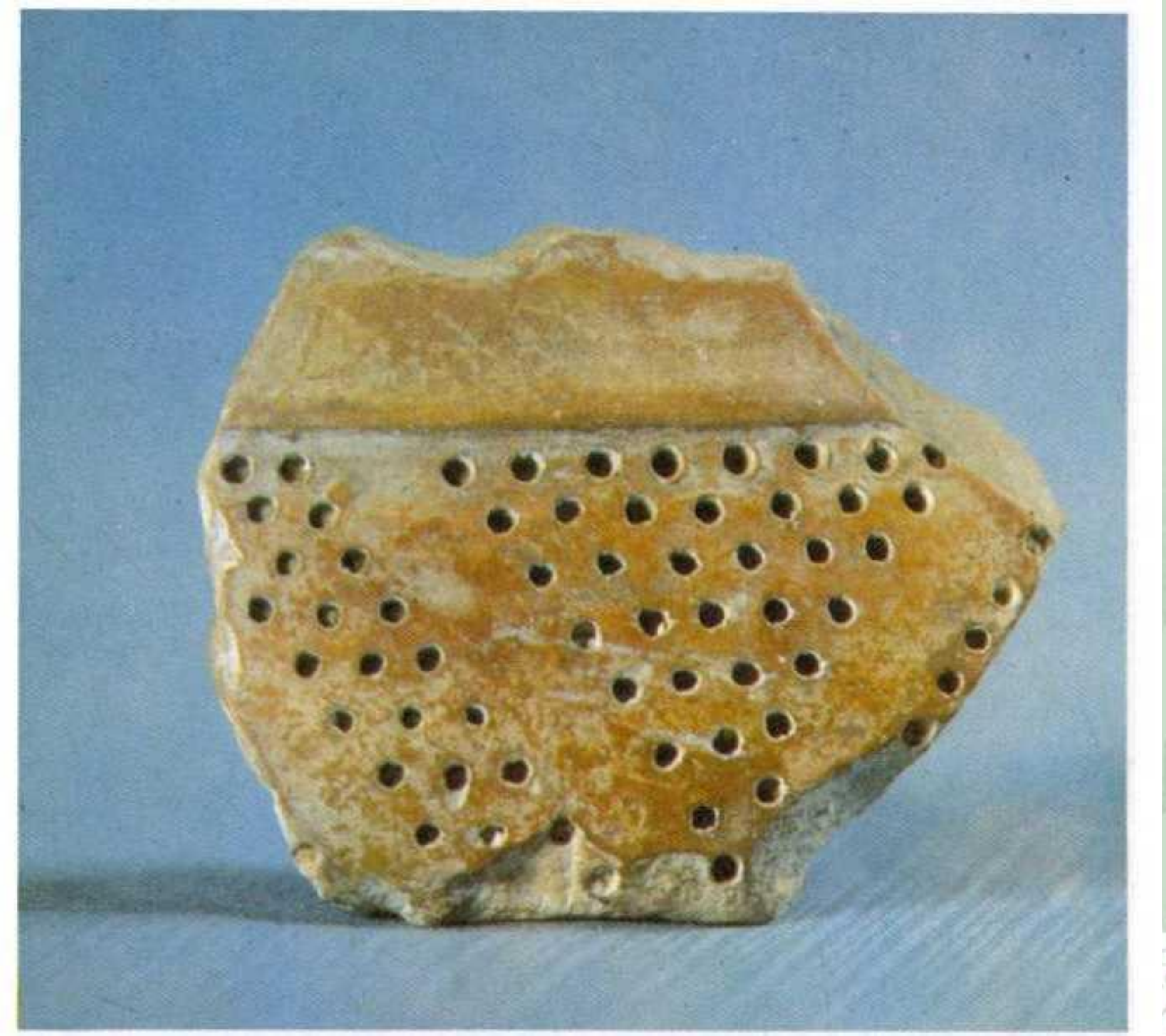
（文达，1982年）

古埃及陶罐

3500*B.C.*

西安半坡遗址

- 中国西安半坡遗址反映的是约公元前**6000**年的人类活动，
- 那里出土的彩陶上有多种几何图形，包括平行线、三角形、圆、长方形、菱形等。



半坡遗址陶器残片

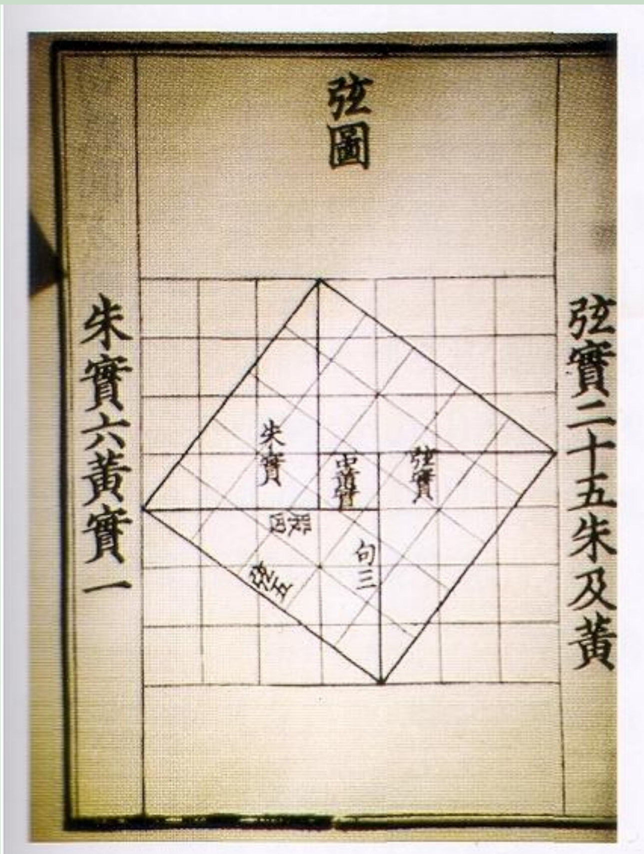
半坡遗址房屋基础

埃及金字塔

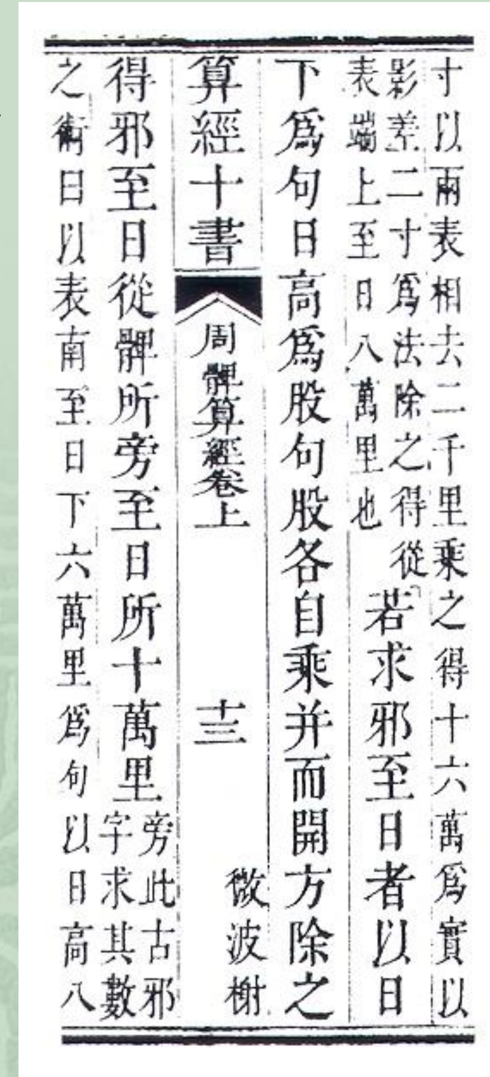
- 建于约公元前2900年的埃及法老胡夫的金字塔，塔基每边长约230米，
- 塔基的正方程度与水平程度的平均误差不超过万分之一。

中国的《周髀算经》（公元前200年成书）中记载的某些数学史，属于该时期

宋刻本《**周髀算经**》，
（西周，前1100年）
（上海图书馆藏）



《**周髀算经**》中关于勾股定理的记载


寸以兩表相去二千里乘之得十六萬爲實以
影差二寸爲法除之得從
表端上至日八萬里也
若求邪至日者以日
下爲句日高爲股句股各自乘并而開方除之
算經十書
周髀算經卷上
十三
微波榭
得邪至日從髀所旁至日所十萬里
旁此古邪
宇求其數
之術日以表南至日下六萬里爲句以日高八

下次“见面课”

2022年11月24日

（周四）

本次“见面课”结束

谢谢！