

课程简介

数学分析I

第0讲

September 26, 2022

- 教学安排、教材以及教学参考书
- 什么是数学分析
- 怎样学习数学分析

- 教师：李军
- 办公室：数学科学学院416
- Email: lijun@nankai.edu.cn

- 教师: 李军
- 办公室: 数学科学学院416
- Email: lijun@nankai.edu.cn

数学分析是三学期的课程, 本学期计划学习前七章(包括实数理论、极限理论和一元函数微分学).

- 教师：李军
- 办公室：数学科学学院416
- Email: lijun@nankai.edu.cn

数学分析是三学期的课程，本学期计划学习前七章(包括实数理论、极限理论和一元函数微分学).

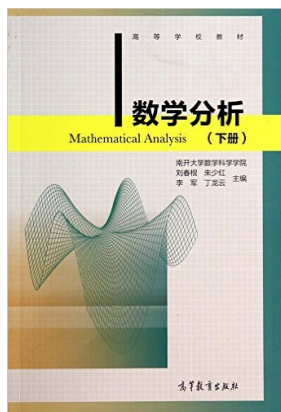
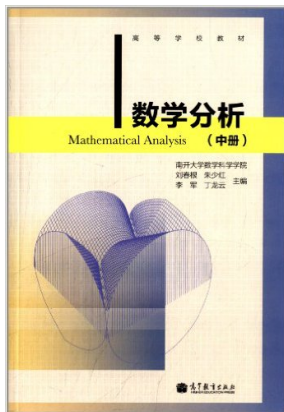
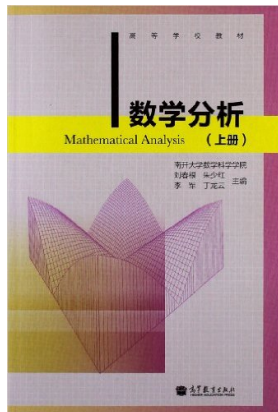
本学期在学习了第二章“极限”之后进行第一次月考，在学习了第五章“导数的应用”之后进行第二次月考. 平时成绩占总评成绩的50%，期末考试成绩占总评成绩的50%.

- 教师：李军
- 办公室：数学科学学院416
- Email: lijun@nankai.edu.cn

数学分析是三学期的课程，本学期计划学习前七章(包括实数理论、极限理论和一元函数微分学).

本学期在学习了第二章“极限”之后进行第一次月考，在学习了第五章“导数的应用”之后进行第二次月考. 平时成绩占总评成绩的50%，期末考试成绩占总评成绩的50%.

每周日下午是答疑时间. 欢迎大家到办公室来找我答疑或讨论问题. 其他时间也可以来找我讨论，通过飞书和我约一下时间就行了. 此外，也可以通过飞书进行线上讨论.



南开大学数学科学学院从09级本科生开始全院的数学分析课程统一使用这套教材，该教材在2013年8月由高等教育出版社出版发行。

- 菲赫金哥尔茨，微积分学教程，人民教育出版社，1978.

数学分析的经典著作，共三卷，内容极其丰富. 该书不是教材，有许多教学大纲之外的材料. 此外，该书有大量的例题，对学习数学分析很有帮助. 2006年高等教育出版社再版了此书.

- 菲赫金哥尔茨, 微积分学教程, 人民教育出版社, 1978.

数学分析的经典著作, 共三卷, 内容极其丰富. 该书不是教材, 有许多教学大纲之外的材料. 此外, 该书有大量的例题, 对学习数学分析很有帮助. 2006年高等教育出版社再版了此书.

- 李成章, 黄玉民, 数学分析(第二版), 科学出版社, 2004.

这是以前南开大学数学试点班的教材.

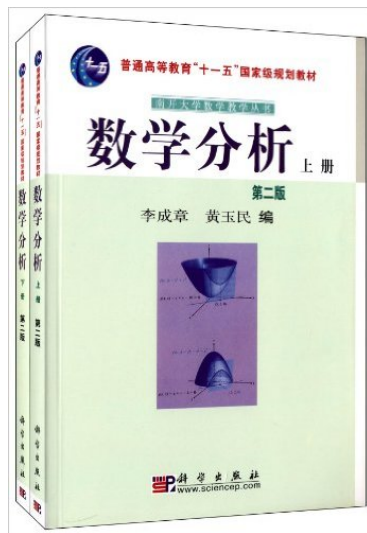
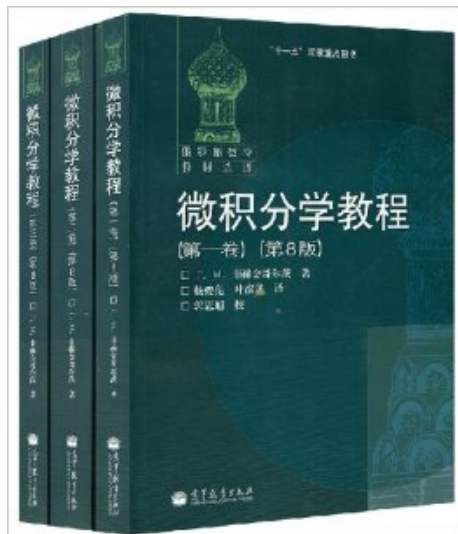
- 菲赫金哥尔茨, 微积分学教程, 人民教育出版社, 1978.

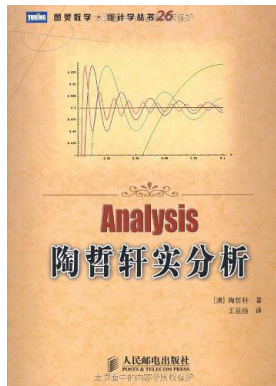
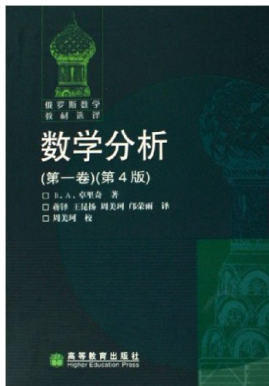
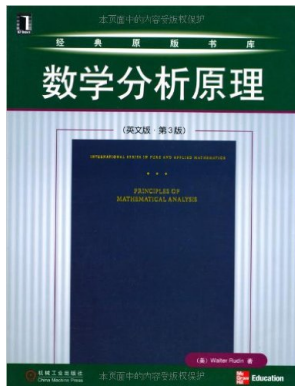
数学分析的经典著作, 共三卷, 内容极其丰富. 该书不是教材, 有许多教学大纲之外的材料. 此外, 该书有大量的例题, 对学习数学分析很有帮助. 2006年高等教育出版社再版了此书.

- 李成章, 黄玉民, 数学分析(第二版), 科学出版社, 2004.

这是以前南开大学数学试点班的教材.

国内其它院校, 如北京大学、复旦大学、中国科技大学等使用的教材都可以作为参考. 还可以参考国外的一些教材, 如W. Rudin的《Principles of Mathematical Analysis》, B. A. 卓里奇的《数学分析》, 陶哲轩的《Analysis》等.





- 吉米多维奇，数学分析习题集，人民教育出版社，1979.
- 林源渠，方企勤，李子元，数学分析习题集，高等教育出版社，1986

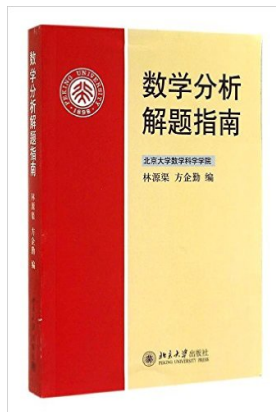
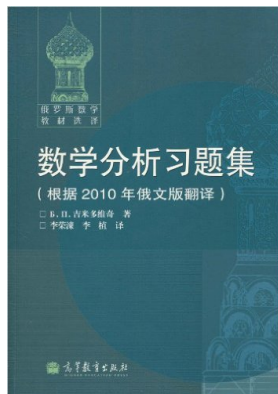
这是数学分析最主要的两本习题集. 吉米多维奇《数学分析习题集》提供了很好的基础训练材料，而它的计算题偏多、证明题偏少的弱点可以由北京大学林源渠等编的《数学分析习题集》来弥补. 其实，我们正在使用的《数学分析》教材的习题量比一般的教材都要大，可以满足绝大多数学生的训练需要. 建议在学有余力的情况下才去做更多教材之外的问题. 平时解题不要看任何习题解答，如吉米多维奇《数学分析习题集》的习题解答，独立思考解决问题.

- 吉米多维奇, 数学分析习题集, 人民教育出版社, 1979.
- 林源渠, 方企勤, 李子元, 数学分析习题集, 高等教育出版社, 1986

这是数学分析最主要的两本习题集. 吉米多维奇《数学分析习题集》提供了很好的基础训练材料, 而它的计算题偏多、证明题偏少的弱点可以由北京大学林源渠等编的《数学分析习题集》来弥补. 其实, 我们正在使用的《数学分析》教材的习题量比一般的教材都要大, 可以满足绝大多数学生的训练需要. 建议在学有余力的情况下才去做更多教材之外的问题. 平时解题不要看任何习题解答, 如吉米多维奇《数学分析习题集》的习题解答, 独立思考解决问题.

- 方企勤, 林源渠, 数学分析习题课教材, 北京大学出版社, 1990.
- 林源渠, 方企勤, 数学分析解题指南, 北京大学出版社, 2003.

后者是前者的延续, 进行了修订. 侧重于基础知识和基本方法的训练.



- 谢惠民等编，数学分析习题课讲义（上、下册），高等教育出版社，2003.

苏州大学数学系的数学分析习题课教材. 材料很多，习题的数量和难度也较大，应根据个人学习情况选择使用.

- 谢惠民等编，数学分析习题课讲义（上、下册），高等教育出版社，2003.

苏州大学数学系的数学分析习题课教材. 材料很多，习题的数量和难度也较大，应根据个人学习情况选择使用.

- 裴礼文，数学分析中的典型问题与方法，高等教育出版社，1993.

该书是一本考研辅导的参考书，很多题目是研究生试题或大学数学竞赛题，有一定难度，也不按教学进度安排.

- 谢惠民等编，数学分析习题课讲义（上、下册），高等教育出版社，2003.

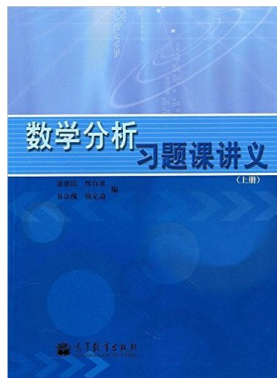
苏州大学数学系的数学分析习题课教材. 材料很多，习题的数量和难度也较大，应根据个人学习情况选择使用.

- 裴礼文，数学分析中的典型问题与方法，高等教育出版社，1993.

该书是一本考研辅导的参考书，很多题目是研究生试题或大学数学竞赛题，有一定难度，也不按教学进度安排.

- 汪林，实分析中的反例，高等教育出版社，2013.

该书收集了许多数学分析和实变函数中的反例，内容比较丰富.



- 周民强，数学分析习题演练（第二版），科学出版社，2010.

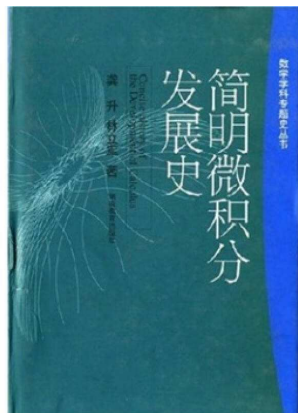
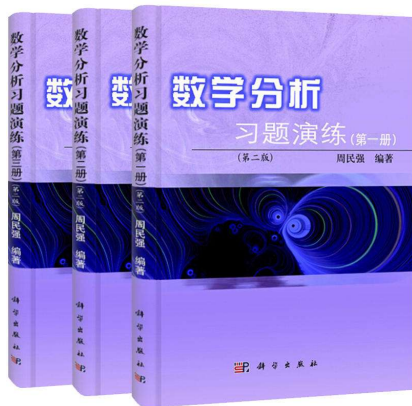
数学分析题解的书，共三册. 可以将该书当作带答案的习题集，使用时应先不看答案，自己思考解决问题.

- 周民强，数学分析习题演练（第二版），科学出版社，2010.

数学分析题解的书，共三册. 可以将该书当作带答案的习题集，使用时应先不看答案，自己思考解决问题.

- 龚升，林立军，简明微积分发展史，湖南教育出版社，2005.

讲述微积分发展各个阶段的历史的书.



数学分析的研究对象究竟是什么？对这个问题有各种各样的回答. 下面是苏联《数学百科全书》的数学分析词条的开头部分，简要介绍了数学分析的内容和方法. （《数学百科全书》，第三卷，科学出版社，1997）

用极限的方法研究函数及其推广的一个数学分支. 极限的概念与无穷小量概念有着密切的联系，因此也可以说，数学分析是用无穷小量方法研究函数及其推广.

数学分析的研究对象究竟是什么？对这个问题有各种各样的回答. 下面是苏联《数学百科全书》的数学分析词条的开头部分，简要介绍了数学分析的内容和方法. （《数学百科全书》，第三卷，科学出版社，1997）

用极限的方法研究函数及其推广的一个数学分支. 极限的概念与无穷小量概念有着密切的联系，因此也可以说，数学分析是用无穷小量方法研究函数及其推广.

“数学分析”一词是这个数学分支的旧名——“无穷小量分析”的简称；后一名称能更充分地描述其内容，虽然它也是一个简称（“通过无穷小量的分析”这个名称才能更确切地表征本学科）. 在古典数学分析中，研究（分析）的对象首先和最主要的是函数. 之所以说“首先和最主要的”，是因为数学分析的发展导致用这种方法研究比函数更复杂的形式：泛函、算子等等的可能性.

在自然界和技术中处处都会遇到用函数来刻画的运动和过程；自然现象的规律通常也用函数来描述. 因此，数学分析的实质的重要性在于它是研究函数的一种工具.

广义地说，数学分析包括数学的很大一部分内容. 它包括：微分学、积分学、实变函数论、复变函数论、逼近论、常微分方程、偏微分方程、积分方程、微分几何学、变分学、泛函分析、调和分析以及其他某些数学分支. 现代的数论和概率论应用并发展了数学分析的方法.

在自然界和技术中处处都会遇到用函数来刻画的运动和过程；自然现象的规律通常也用函数来描述. 因此，数学分析的实质的重要性在于它是研究函数的一种工具.

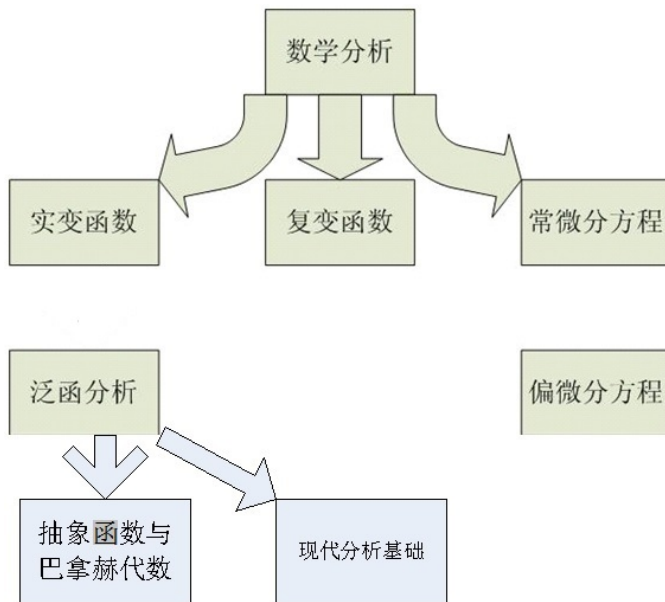
广义地说，数学分析包括数学的很大一部分内容. 它包括：微分学、积分学、实变函数论、复变函数论、逼近论、常微分方程、偏微分方程、积分方程、微分几何学、变分学、泛函分析、调和分析以及其他某些数学分支. 现代的数论和概率论应用并发展了数学分析的方法.

然而，“数学分析”一词通常用作数学分析基础的名称，它包括：实数理论、极限理论、级数理论、微分学和积分学以及它们的直接应用，例如极大值和极小值理论、隐函数理论、Fourier级数和Fourier积分.

数学分析课程内容丰富，题材浩瀚，所涉及的有实数理论、极限理论（包括级数理论）、微分理论、积分理论，以函数作为其中心内容. 数学分析课程是数学学科整个本科阶段最重要的基础性课程，它涉及的知识和思想方法深刻地影响后续课程，例如实变函数、复变函数、拓扑学、常微分方程、偏微分方程、泛函分析和微分几何等课程的学习.

数学分析课程内容丰富，题材浩瀚，所涉及的有实数理论、极限理论（包括级数理论）、微分理论、积分理论，以函数作为其中心内容. 数学分析课程是数学学科整个本科阶段最重要的基础性课程，它涉及的知识和思想方法深刻地影响后续课程，例如实变函数、复变函数、拓扑学、常微分方程、偏微分方程、泛函分析和微分几何等课程的学习.

数学分析课程为培养学生的数学能力提供必要的训练：培养学生用严格的数学语言来描述问题、分析问题和解决问题的能力，锻炼和提高学生逻辑推理和抽象思维的能力，提高学生的数学修养，使学生掌握分析问题和解决问题的思想方法，等等.



数学分析是数学学科各专业最重要的课程，它内容丰富，题材浩瀚，所涉及的内容通常有极限理论、一元函数和多元函数的微分学和积分学、级数理论、广义积分等等. 现阶段各大学数学系通常开设三个学期的数学分析课程，相对上世纪七、八十年代，课时都有压缩. 随着时代的进步和科学技术的发展，传统数学分析教材的某些内容显得比较陈旧. 因此教材改革的必要性和迫切性就显露出来了. 我们写这套教材的初衷就是想在这个方面做一点尝试.

数学分析是数学学科各专业最重要的课程，它内容丰富，题材浩瀚，所涉及的内容通常有极限理论、一元函数和多元函数的微分学和积分学、级数理论、广义积分等等. 现阶段各大学数学系通常开设三个学期的数学分析课程，相对上世纪七、八十年代，课时都有压缩. 随着时代的进步和科学技术的发展，传统数学分析教材的某些内容显得比较陈旧. 因此教材改革的必要性和迫切性就显露出来了. 我们写这套教材的初衷就是想在这个方面做一点尝试.

我们数学分析课程组的几位教师，结合长期的课程教学经验，写就了这套数学分析教材. 这套教材的系统充分尊重学生的认知规律，教材内容遵循分散难点，先易后难，螺旋式上升的原则. 从大块内容的安排上，我们采取先讨论一元函数，再讨论多元函数，最后再回到一元函数的螺旋式铺排. 把级数、广义积分、含参变量积分这些相对较难的教学内容，放在重积分与曲面积分之后，学生在受到较多训练之后，学习这部分内容，难度会相对小些. 这样安排，也有利于介绍进一步的广义重积分以及二重级数等内容.

在讨论一元函数时, 我们把实数的完备性理论、上下极限理论这部分比较抽象的内容后移到微分理论之后、积分理论之前, 主要是考虑学生在掌握了一定的基础知识并且经过一定的逻辑思维训练之后, 接受起来相对容易些, 也有利于他们理解这些基础理论的意义和作用. 这套教材在具体内容的选择上, 难易程度跨度较大, 既有传统的基本内容, 又有一些选学内容(教材中用星号标注), 跳过这些选学内容不影响其它内容的学习. 之所以这样处理, 在于我们力争满足各个层次学生的学习所用.

在讨论一元函数时，我们把实数的完备性理论、上下极限理论这部分比较抽象的内容后移到微分理论之后、积分理论之前，主要是考虑学生在掌握了一定的基础知识并且经过一定的逻辑思维训练之后，接受起来相对容易些，也有利于他们理解这些基础理论的意义和作用. 这套教材在具体内容的选择上，难易程度跨度较大，既有传统的基本内容，又有一些选学内容(教材中用星号标注)，跳过这些选学内容不影响其它内容的学习. 之所以这样处理，在于我们力争满足各个层次学生的学习所用.

本套教材的习题分为三个层次，每节之后的练习题为基本题目，有些相对来说比较容易，有些是结论比较重要，是供学生进一步加深理解本节知识、掌握基本方法的一类题目. 每章之后的习题分为**A**、**B**两组，其中**A**组题目主要以本章知识为背景，中等难度题目居多，旨在帮助学生综合掌握本章的知识和方法. **B**组题目有一部分是配给本章选学内容的题目，还有一部分是用来提高能力的题目，有较强的技巧性和比较大的难度.

《数学分析》是数学学科各专业最重要的课程是不争的事实. 它内容丰富, 题材浩瀚, 所涉及的有极限理论 (包括级数理论), 微分理论, 积分理论, 以函数作为其中心内容. 《数学分析》是整个大学阶段最重要的基础性课程, 它涉及的知识和思想方法深刻地影响后续课程, 例如实变函数, 复变函数, 拓扑学, 常微分方程, 偏微分方程, 泛函分析和微分几何等课程的学习.

《数学分析》是数学学科各专业最重要的课程是不争的事实. 它内容丰富, 题材浩瀚, 所涉及的有极限理论 (包括级数理论), 微分理论, 积分理论, 以函数作为其中心内容. 《数学分析》是整个大学阶段最重要的基础性课程, 它涉及的知识和思想方法深刻地影响后续课程, 例如实变函数, 复变函数, 拓扑学, 常微分方程, 偏微分方程, 泛函分析和微分几何等课程的学习.

何谓数学分析? 所谓“分析”, 分而析之. 析为分, 分也为析, 分之又分, 析之又析之意是也. 把研究对象进行剖分而至极, 从事物的微小的局部特征来认识事物的整体. 从无限度的细分之中, 把握事物的规律和变化趋势就是数学分析的思想. “物极必反”是告诫做人做事不要去追求极致和极端, 因为“至长反短, 至强反弱, 至盈反亏”. 但是, 对于人类的思想产品数学而言, 可以去求极, 这里的极, 就是分之又分以至无限度地分, 也就是去剖析一种极限状态. 因此在数学分析中“求极则明”. 《数学分析》就是从“求极”始, 并以“求极”终, 以“求极”贯穿始终的一门学问.

“求极”是一种思想方法，在这个课程里，它就是极限思想. 人们常用函数来刻画事物的变化规律，《数学分析》的主要内容是介绍各种各样的知识方法从而去把握函数的变化规律和趋势，作为近代数学光辉顶点和现代科学的重要基础，微积分理论以她无与伦比的广泛应用性和思想深度，是任何一个数学系的学生，任何一个理工科、经济管理类学生乃至文史类学生必备的基础知识.

“求极”是一种思想方法，在这个课程里，它就是极限思想. 人们常用函数来刻画事物的变化规律，《数学分析》的主要内容是介绍各种各样的知识方法从而去把握函数的变化规律和趋势，作为近代数学光辉顶点和现代科学的重要基础，微积分理论以她无与伦比的广泛应用性和思想深度，是任何一个数学系的学生，任何一个理工科、经济管理类学生乃至文史类学生必备的基础知识.

数学分析题材浩瀚内容十分丰富，综合大学和师范类大学的数学类专业都至少得开三个学期共近二十学分的课程. 我们在此希望大家在学习这门课程时要理清知识线索，重视思想方法的积累. 我们在编写这套教材时，在铺排各章内容时，除了注意各部分内容的前后逻辑联系之外，注意理顺知识结构，分散难点，先易后难，螺旋式上升，介绍知识的同时注重思想方法的提炼.

由于最近几十年科技发展相当迅猛，大学有必要向学生介绍一些新的科技和社会人文知识，因此传统的教学内容需要压缩. 《数学分析》的教学时数也在压缩之列，教学内容也随之需要压缩. 在这个大的形势下，近几年一些“简明”的数学分析教材应运而生，并有形成潮流之势. 这些简明教材以期向学生介绍一些基本的知识和方法. 南开大学面向基地班由黄玉民、李成章教授执笔编写了一套《数学分析》教材，并且使用了十余年，为国家培养数学专门人才起到了重要作用. 但是，近几年由于教学时数的压缩，使用起来时间方面的压力比较大. 我们编的这套《数学分析》教材，在前人的基础上，以期达到删繁就简，继续坚持数学素质和数学能力的培养这个目标. 因此在教学内容的编排上，“简明”了部分内容，但对某些意犹未尽的内容，我们也有适当增加，使得从整体上看仍略有“简明”. 作为最重要的基础课的教材，我们在选材上仍然注意打通与后续课程的联系.

在培养学生分析问题解决问题的能力方面，我们坚持认为例题与习题将起着重要作用. 从而在例题的选择上，我们还坚持选择一定量的有些难度的问题，以启迪学生的思维. 在习题的编排上，我们为了照顾不同层次的教学需要，把习题分为A, B两组，A组以基本题居多，帮助学生掌握基础知识与基本方法；B组有较多的提高题，我们以期通过这些题目的训练，让学生的数学素质与能力有一个比较大的提高. 对于学生而言，学习其实是一种挑战，面对某些具有挑战意义的习题，态度是决定成功与否的关键.

在培养学生分析问题解决问题的能力方面，我们坚持认为例题与习题将起着重要作用. 从而在例题的选择上，我们还坚持选择一定量的有些难度的问题，以启迪学生的思维. 在习题的编排上，我们为了照顾不同层次的教学需要，把习题分为A, B两组，A组以基本题居多，帮助学生掌握基础知识与基本方法；B组有较多的提高题，我们以期通过这些题目的训练，让学生的数学素质与能力有一个比较大的提高. 对于学生而言，学习其实是一种挑战，面对某些具有挑战意义的习题，态度是决定成功与否的关键.

对于初学此门课程的学生，我们再说几句勉励话. 《数学分析》的思想方法，与中学数学有很大的不同，初学者会有些不适应，好在这一过程不会太长. 古人说得好“求木之长者，必固其根本，求流之远者，必浚其泉源.” 《数学分析》是数学之“根本”，是以后做学问的“思想源泉”所在，希望大家认真学好这门课程. 只要“精而熟之”，则“神将相之，鬼将告之，人将启之，物将发之”，无事而不成.

从中学数学到大学数学，研究对象从有限到无限，从具体到抽象，数学知识的广度和深度大大增加了. 数学分析一上来就要学习极限的思想方法，这是全新的数学思维，相当一部分同学会有些不适应. 开始学习数学分析时，除了掌握数学知识外，也要在数学思维、学习方法和学习习惯方面进行调整，以适应大学数学的学习.

从中学数学到大学数学，研究对象从有限到无限，从具体到抽象，数学知识的广度和深度大大增加了. 数学分析一上来就要学习极限的思想方法，这是全新的数学思维，相当一部分同学会有些不适应. 开始学习数学分析时，除了掌握数学知识外，也要在数学思维、学习方法和学习习惯方面进行调整，以适应大学数学的学习.

大家在中学阶段好的学习习惯和学习方法，如做好课前预习、课堂学习和课后复习，持之以恒、勤学苦练，重视反馈、总结错误原因，等等，都应该继续保持. 进入大学阶段的学习，大家要根据自身情况和大学课程学习的特点制定学习计划，调整学习方法，加强师生交流和同学间的交流，尽快适应大学课程的学习.

- 数学有用
- 数学美
- 数学好玩
- ...

学会自己做好学习安排，教师布置的学习任务只是大学学习的一部分，课外自己要主动学习，充分利用时间.

学会自己做好学习安排，教师布置的学习任务只是大学学习的一部分，课外自己要主动学习，充分利用时间.

数学分析要做一定量的习题，至少要完成教材中的所有练习题和(A)组题. 不过，仅仅多花时间读书和做题还不够，要深入思考，把数学的思想方法理解透彻，如果能进一步发现问题、提出问题就更好了.

学会自己做好学习安排，教师布置的学习任务只是大学学习的一部分，课外自己要主动学习，充分利用时间.

数学分析要做一定量的习题，至少要完成教材中的所有练习题和(A)组题. 不过，仅仅多花时间读书和做题还不够，要深入思考，把数学的思想方法理解透彻，如果能进一步发现问题、提出问题就更好了.

2012年全国高中数学联赛加试第4题

设 $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$, n 是正整数. 证明: 对满足 $0 \leq a < b \leq 1$ 的任意实数 a, b , 数列 $\{S_n - [S_n]\}$ 中有无穷多项属于 (a, b) . 这里, $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数.

对上面的问题有兴趣。学习了问题的解法，是不是就算完全解决问题了呢？

上面的问题是一个具体数列的结果，理解透彻了该问题解法的思想，通过数学抽象就可以得到更一般的结果，这就是下面的数学分析问题.

设数列 $\{x_n\}$ 满足以下两个条件：

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} - x_n) = 0$;

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$,

则对满足 $0 \leq a < b \leq 1$ 的任意实数 a, b , 数列 $\{x_n - [x_n]\}$ 中有无穷多项属于 (a, b) .

上面的问题是一个具体数列的结果，理解透彻了该问题解法的思想，通过数学抽象就可以得到更一般的结果，这就是下面的数学分析问题.

设数列 $\{x_n\}$ 满足以下两个条件:

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} - x_n) = 0$;

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$,

则对满足 $0 \leq a < b \leq 1$ 的任意实数 a, b , 数列 $\{x_n - [x_n]\}$ 中有无穷多项属于 (a, b) .

这个问题可以说告一段落了，不过有同学继续思考这个主题，提出了新的问题：设 $x > 1$ 且 x 不是整数，对满足 $0 \leq a < b \leq 1$ 的任意实数 a, b , 是否数列 $\{x^n - [x^n]\}$ 中有无穷多项属于 (a, b) ？这样的思考又会引发一系列新的讨论.

了解基本概念的背景，领会基本概念背后的数学思想，通过正面、反面的各种例子去深入理解基本概念.

了解基本概念的背景，领会基本概念背后的数学思想，通过正面、反面的各种例子去深入理解基本概念.

下面以一个具体例子来说明.

定义1

对于函数 $f(x)$ ，如果能找到非零实数 T ，满足：当函数在点 x 有定义时，一定在 $x \pm T$ 也有定义，并且 $f(x + T) = f(x)$ ，则称 $f(x)$ 是一个周期函数，并称 T 是 $f(x)$ 的一个周期.

这是教材中周期函数的定义. 周期函数的概念与对称的思想有联系，周期函数的图象具有平移对称性. 在这个定义中，红字部分是需要注意的，容易被忽略.

定义2

对于函数 $f(x)$, 如果存在一个非零实数 T , 使得当 x 取定义域内的每一个值时, 都有 $f(x + T) = f(x)$, 那么 $f(x)$ 就叫做周期函数, 非零常数 T 叫做这个函数的周期.

定义1比定义2多了一个条件: “当函数在点 x 有定义时, 一定在 $x \pm T$ 也有定义”, 满足定义1的函数一定满足定义2. 但反过来, 满足定义2的函数是否一定满足定义1呢?

定义2

对于函数 $f(x)$, 如果存在一个非零实数 T , 使得当 x 取定义域内的每一个值时, 都有 $f(x + T) = f(x)$, 那么 $f(x)$ 就叫做周期函数, 非零常数 T 叫做这个函数的周期.

定义1比定义2多了一个条件: “当函数在点 x 有定义时, 一定在 $x \pm T$ 也有定义”, 满足定义1的函数一定满足定义2. 但反过来, 满足定义2的函数是否一定满足定义1呢?

回答是否定的. 一个容易想到的例子是

$$f(x) = \sin x, x \in [0, +\infty),$$

这个函数满足定义2但不满足定义1.

定义2

对于函数 $f(x)$, 如果存在一个非零实数 T , 使得当 x 取定义域内的每一个值时, 都有 $f(x + T) = f(x)$, 那么 $f(x)$ 就叫做周期函数, 非零常数 T 叫做这个函数的周期.

定义1比定义2多了一个条件: “当函数在点 x 有定义时, 一定在 $x \pm T$ 也有定义”, 满足定义1的函数一定满足定义2. 但反过来, 满足定义2的函数是否一定满足定义1呢?

回答是否定的. 一个容易想到的例子是

$$f(x) = \sin x, x \in [0, +\infty),$$

这个函数满足定义2但不满足定义1.

上面的例子抓住了定义1和定义2的本质区别. 还可以给出更多的例子.

微积分是一个严密的数学理论，大家要注意从整体上把握数学分析的知识体系，理解数学分析的思想方法. 数学分析课程的学习中每过一个阶段就进行总结，这个总结不是知识点的罗列，而是要将知识体系梳理清楚，将数学思想方法整理出来，发现自己学习中的不足.

在课外，大家可以看看数学史，了解一下微积分思想发展的历史，这有助于对微积分理论体系的理解，也有助于在学习开启新的思维.