

数学文化

见面课（三）



联系方式

李军 数学科学学院416办公室

邮箱: lijun@nankai.edu.cn

鼓励师生课下的联系和交流。上周已经建立了课程的飞书群，教学通知会发到飞书群。大家在学习中遇到问题，就及时通过飞书联系我。



本课程的教材请自己去买，有用！



- 说明：做平台上“测验题”和参与“讨论题”讨论的情况，均会被平台记录，作为慕课成绩的组成部分。
- 千万不要错过平台上做题的截止时间！
即：每周日的晚上**23点30分**。
前**3**讲的测验题的截止时间都是**10月16日（周日）**的晚上**23点30分**。



说说你在数学文化的学习中感到困惑的问题或很有兴趣的问题。

问题请提得具体、明确；问题小一点，集中一点，较便于讨论。

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

平台上慕课内容的拓展



数学的特点

抽象性

精确性

应用的广泛性



抽象性

第一，数学的研究对象本身就是抽象的；

第二，在数学的抽象中只保留量的关系和空间形式而舍弃了其他一切；

第三，数学的抽象是一级一级逐步提高的，它们所达到的抽象程度大大超过了其它学科中的抽象；

第四，核心数学主要处理抽象概念和它们的相互关系。

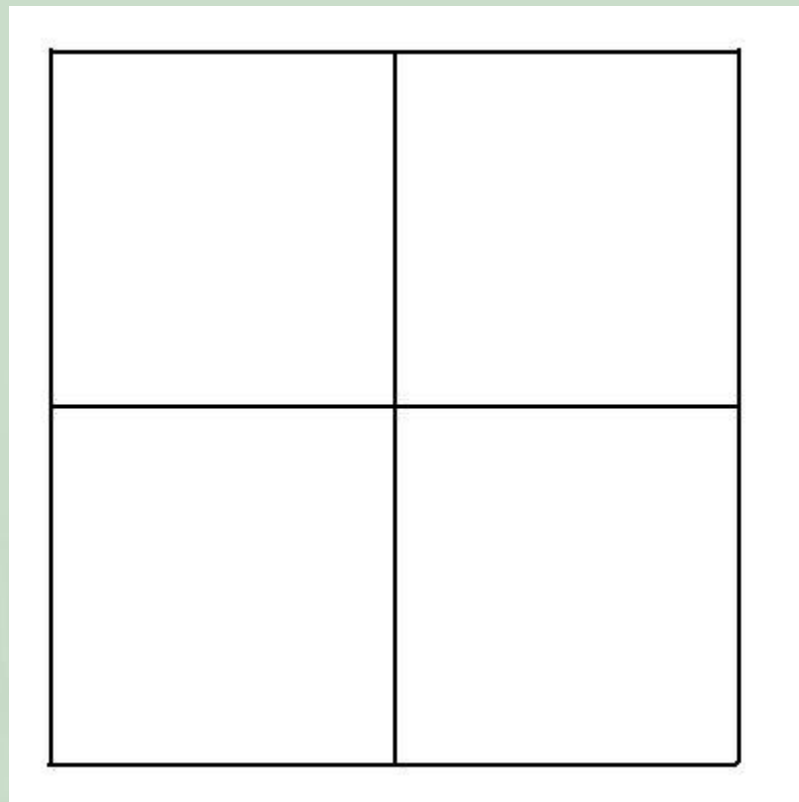
- 有的同学因数学的抽象性而感觉数学枯燥、难学；
- 其实，“抽象”是数学的武器，是数学的优势。
- 我们应该喜爱“抽象”，学会“抽象”的手段。



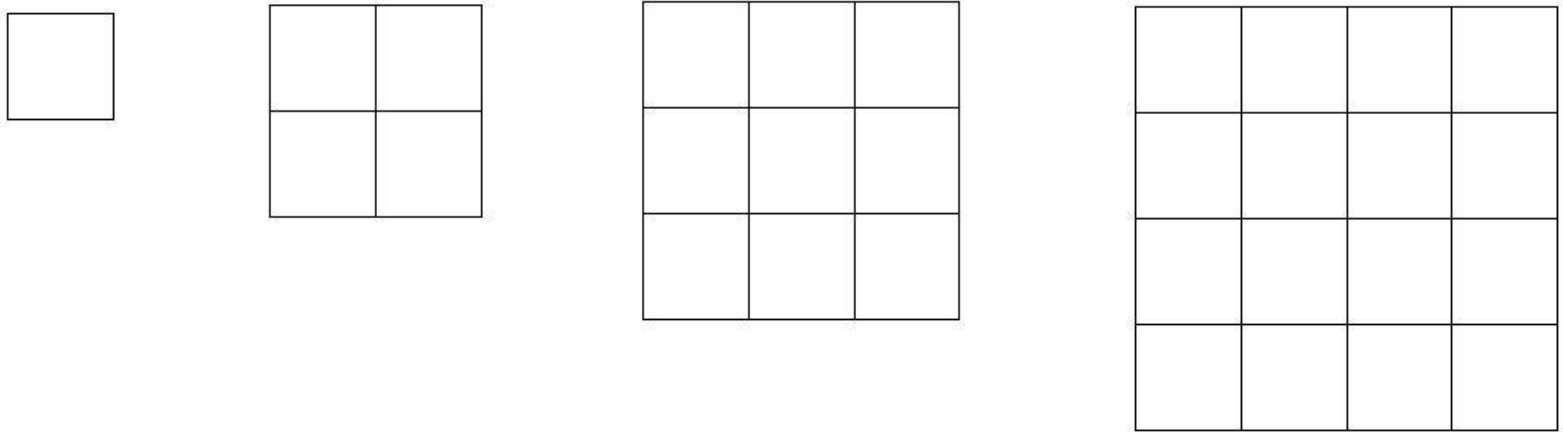
分正方形的问题

将正方形分成 N 个
互不重叠的正方形
(不要求大小一样),
哪些 N 是可以的?

例如右图说明
 $N=4$ 是可以的。

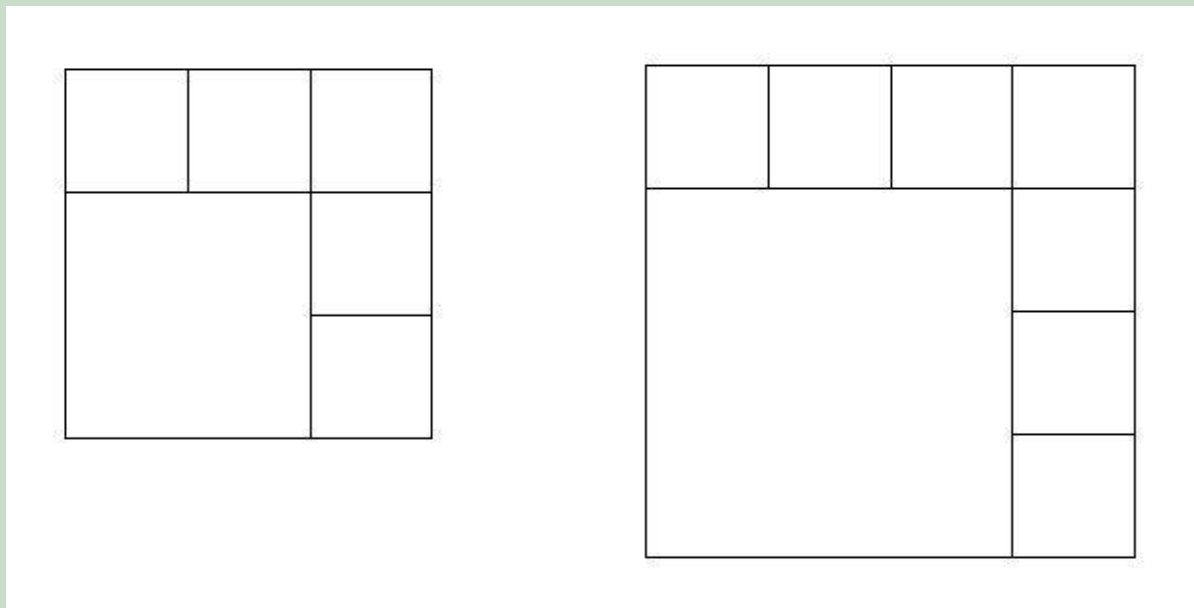


由特殊到一般 (1)



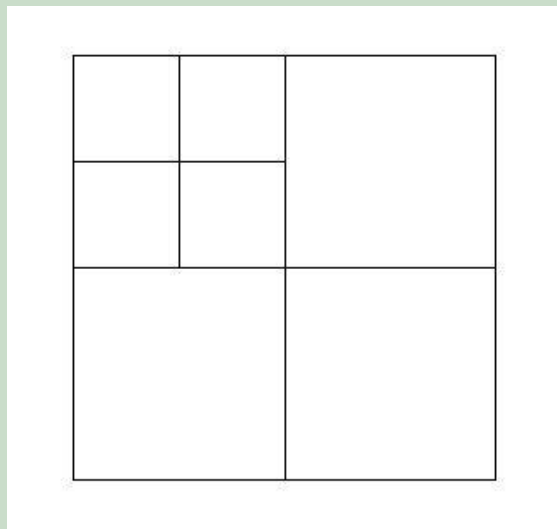
由上图可以看出一个一般的规律：
对于分正方形的问题， **N** 是完全平方
数都可以。

由特殊到一般（2）



由上图可以看出一个一般的规律：
对于分正方形的问题， **N** 是大于等于
6的偶数都可以。

由特殊到一般 (3)



由上图可以看出一个一般的规律：
对于分正方形的问题， **N** 等于完全平方数加**3**都可以。

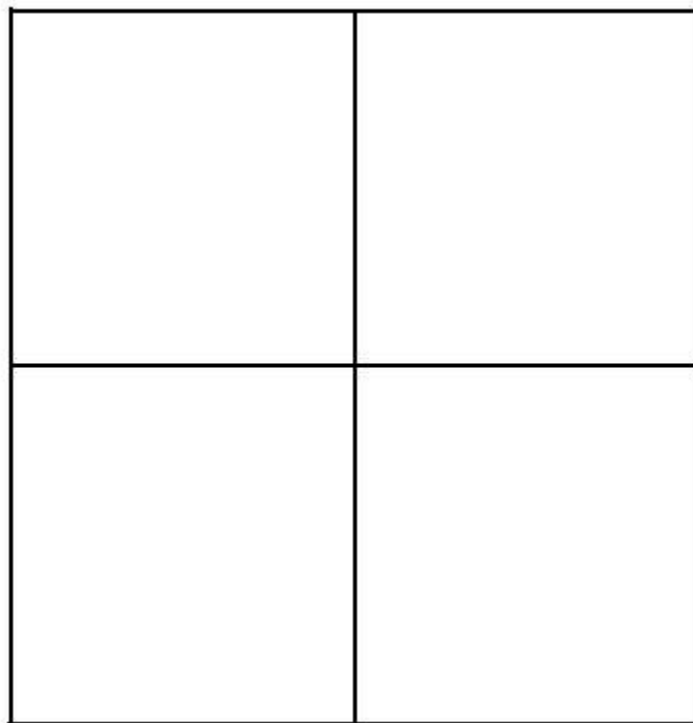
能不能做一个更高的抽象？



分正方形问题的结论

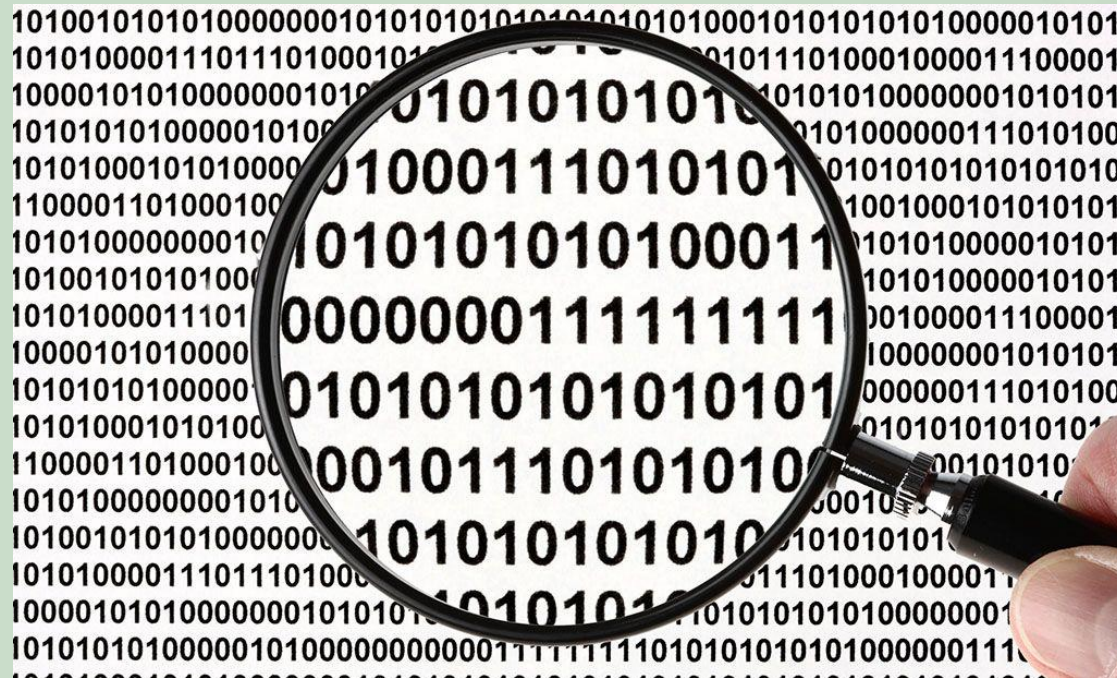
将正方形分成 N 个
互不重叠的正方形
(不要求大小一样),
哪些 N 是可以的?

结论: $N=2, 3, 5$
不行, N 取其他的数
都可以。



二进制与抓三堆

对于二进制大家并不陌生。但是，你能想到，借助二进制，可以漂亮地解决抓三堆问题吗？



利用二进制设计的卡片游戏

<p>CARD 0</p> <p>01 03 05 07 09 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63</p>	<p>CARD 1</p> <p>02 03 06 07 10 11 14 15 18 19 22 23 26 27 30 31 34 35 38 39 42 43 45 47 50 51 54 55 58 59 62 63</p>	<p>CARD 2</p> <p>04 05 06 07 12 13 14 15 20 21 22 23 28 29 30 31 36 37 38 39 44 45 46 47 52 53 54 55 60 61 62 63</p>
<p>CARD 3</p> <p>08 09 10 11 12 13 14 15 24 25 26 27 28 29 30 31 40 41 42 43 44 45 46 47 56 57 58 59 60 61 62 63</p>	<p>CARD 4</p> <p>16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63</p>	<p>CARD 5</p> <p>32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63</p>

利用二进制设计的卡片游戏

上一页展示了**6**张卡片，你选择**1**到**63**中的一个整数，然后告诉我该数在哪几张卡片上，那么我不用查看卡片，很快就能说出这个数。

这是因为，这**6**张卡片是按二进制编排的。例如，该数在第**1**，**2**，**5**张卡片上，则该数为 $2^1+2^2+2^5=38$ 。



打乱次序的卡片

CARD 1

04 55 07 47 36 63
53 39 13 21 37 23
15 12 52 31 06 20
45 05 22 28 29 30
60 14 61 44 62 38
54 46

CARD 2

02 58 55 10 11 27
22 30 18 14 46 26
35 51 34 59 07 42
54 39 31 50 47 62
19 38 15 03 43 23
63 06

CARD 3

01 17 05 07 47 45
27 57 61 39 03 13
53 21 19 31 29 49
63 55 33 43 41 11
35 59 37 23 25 09
15 51

CARD 4

32 58 56 51 57 59
54 52 36 61 45 42
63 60 34 35 53 33
37 38 44 48 50 49
41 40 43 39 55 47
62 46

CARD 5

16 30 31 26 62 21
22 48 58 56 27 19
54 28 59 18 20 52
53 25 60 51 49 57
50 55 61 17 29 63
23 24

CARD 6

08 56 42 44 24 28
15 13 45 43 46 09
14 61 31 63 41 47
11 60 59 40 27 26
30 10 29 25 62 57
12 58

不用二进制设计的卡片

A			B			C		
1	10	19	2	11	20	3	12	21
4	13	22	5	14	23	4	13	22
7	16	25	8	17	26	5	14	23

D			E			F		
6	15	24	9	12	15	18	21	24
7	16	25	10	13	16	19	22	25
8	17	26	11	14	17	20	23	26

一道智力题

我取定**0**到**15**中的一个整数，请你用回答为“是”或“否”的四个问题提问来确定这个数。怎么做呢？

从二进制的角度来看，将这个数用**4**位二进制数表示，每次提问可以确定一位数字，从而用四个问题就可以确定这个数。

使用二分法来设计提问本质上也是在用二进制。



一个难题

我取定0到15中的一个整数，
请你用回答为“是”或“否”的问题
提问来确定这个数。我允许说一
次谎（但也可以不说谎），你能用
七个问题来确定这个数吗？

有兴趣的同学可以在课后思考
和讨论一下这个问题。



“抓三堆”的二进制解法

用二进制表示这三堆谷粒数，写成三行，并上下对齐，各列相加，列的加法定义为

$$0+0=0 ; 0+1=1 ; 1+0=1 ; 1+1=0$$

这就是模2加法。（只要是2的倍数，就记为0）注意模2加法不做进位，例如

$$11+101+1010+1100=0000;$$

$$110+1011+1100+1110=1111.$$



我们断言：把三堆谷粒数均表为二进制，写成三行，将位数对齐，**各列模2相加**，若和全为0，则后抓者有必胜策略；若和中出现1，则先抓者有必胜策略。

和中出现1时，先抓者的具体策略是：先抓者从最左边的1所在的**列**，寻找某堆的谷粒数中相应的列也有1，就从该堆中抓走适当个数，使得抓完后各列的和（**模2**）为0。



例1： 设原始状态（2， 3， 4）， 则先抓者胜。

例2： 设原始状态（5， 8， 13）， 则后抓者胜。

例3： 原始状态（5， 12， 13）， 则先抓者胜。

2.	0	1	0
3.	0	1	1
4. +)	1	0	0
<hr/>			
	1	0	1

5.	0	1	0	1
8.	1	0	0	0
13. +)	1	1	0	1
<hr/>				
	0	0	0	0

5.	0	1	0	1
12.	1	1	0	0
13. +)	1	1	0	1
<hr/>				
	0	1	0	0

问题： 例1与例3中， 甲第一次怎么抓才能赢？



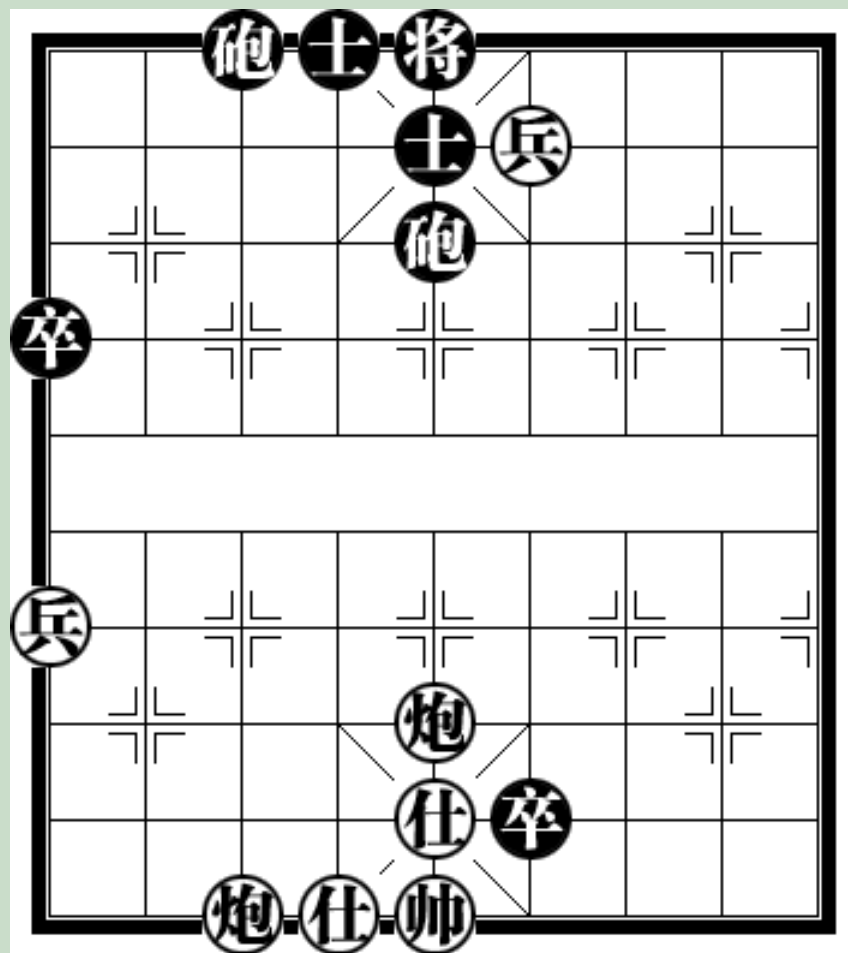
“抓三堆”问题的二进制解法对更一般的“抓 n 堆”问题(n 是一个确定的正整数)也适用。设有四堆谷粒, 分别为3粒、5粒、10粒、21粒, 甲乙两人轮流抓, 每次在一堆中抓, 至少抓1粒, 全部抓完为止, 抓到最后一把者为赢。对于上面的情况, 甲先抓可以取胜, 甲第一次应从 [填空1] 粒那堆抓, 抓 [填空2] 粒。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

25

象棋残局中的数学文化





吴文俊 (1919-2017)

中国科学院院士
第三世界科学院院士

首届国家最高科技奖
第一届国家自然科学奖
最高奖一等奖
自动推理的最高奖
Herbrand奖
2006邵逸夫数学奖



吴文俊获授“人民科学家”国家 荣誉称号

2019年9月17日，国家主席习近平签署主席令，授予叶培建、吴文俊、南仁东（满族）、顾方舟、程开甲“人民科学家”国家荣誉称号。



数学家的精神

请结合你了解的数学家的事迹，
就你的理解，用弹幕发一下数学家
有哪些精神。



中央电视台《大家》栏目： 《吴文俊·我的不等式》片断



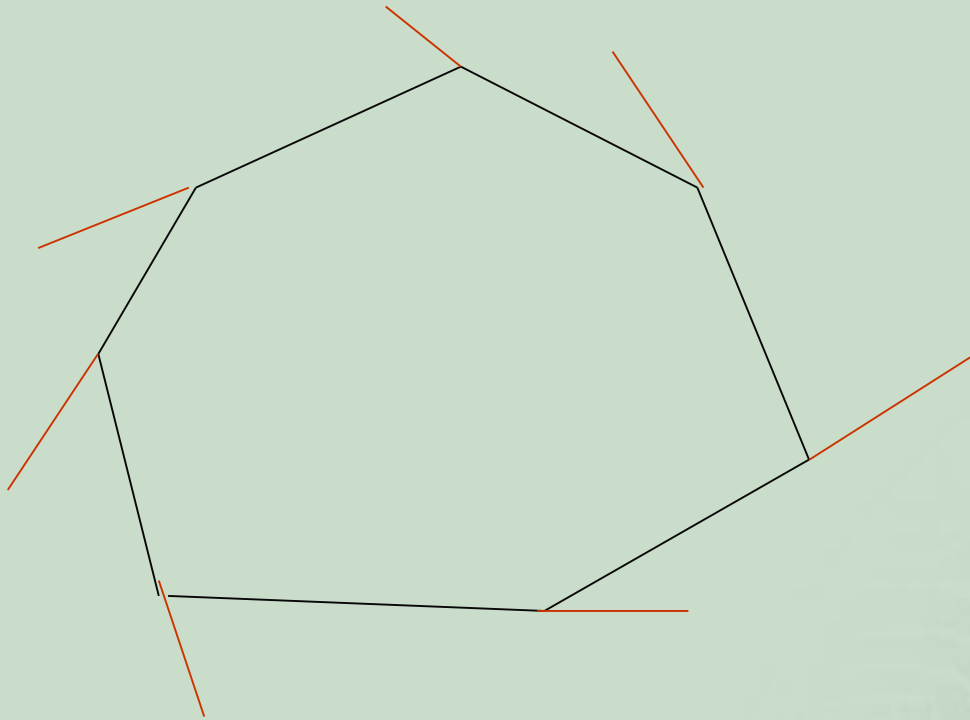
“变中有不变”的思想

客观事物都是运动和变化的。在这种运动和变化中，事物的大多数性质也会随之改变；但有些性质却相对稳定，并不改变，这就是“变中有不变”。

这种“变中有不变”的性质，在事物变化时具有相对的稳定性，说明它反映了事物的某种本质，值得我们更加专注地研究。



凸 n 边形 n 外角之和 = 360 度



这是一个不变量，当 n 变化时凸 n 边形 n 外角之和始终不变。



在凸 n 边形的 n 个内角中，最多能有几个是锐角？

- ☒ A 3个
- ☐ B 4个
- ☐ C 5个
- ☐ D 6个



提交

在凸 n 边形的 n 个内角中，最多能有几个是锐角？

利用凸 n 边形 n 外角之和= 360 度的结果，就不难知道在凸 n 边形的 n 个内角中，最多只能有**3**个是锐角，否则，有**4**个内角是锐角，外角之和就大于**360**度了。



再如：欧拉公式

无论你用什么绳索织一片网，它的结点数(V)，网眼数(F)，边数(E)都必须适合公式：

$$V + F - E = 1$$

(这是二维情况, 三维情况是

$V + F - E = 2$, 可以考虑一个正方体为例)



下次“见面课”

2022年10月13日

（周四）



本次“见面课”结束

谢谢！

