专业:

年级:

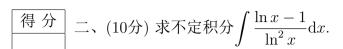
学号:

姓名:

成绩:

得分 一、(每问10分,共30分)设 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2y^2}{\sqrt{x^2 + 2y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$ (1) 函数f(x,y)在(0,0)点是否连续?证明你的结论. (2) 函数f(x,y)在(0,0)点是否可微?证明你的结论.

- (3) 设 \vec{l} =(1,2), 求方向导数 $\frac{\partial f}{\partial \vec{l}}$ (0,0).



得分 三、(12分) 设x为由方程 $x^2y+e^{2x}+z=0$ 在(0,1,-1)的一个邻域内确定的y,z的隐函数,求 $\frac{\partial^2 x}{\partial z^2}$ 在(x,y,z)=(0,1,-1)处的值.

得分

四、(12分) 求函数 f(x,y,z)=x-2y+2z在有界闭区域 $D=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\middle|x^2+y^2+z^2\leqslant 9\right\}$ 上的最大值与最小值.

一得分 六、(10分) 设函数f(x)在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续,对任意实数x,都有 $\int_0^x f(t) dt = x f(x)$. 证明: f(x)是常数函数.

得分 七、(10分) 证明: $\lim_{n\to\infty}\int_0^1 x\sin(\sin(2\pi nx))\mathrm{d}x = 0.$

得分 八、(6分) 设f(x)是[0,1]上的上凸函数, f(0)=1. 证明:

$$\frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx - \frac{1}{2} \int_0^1 x f(x) dx \geqslant \frac{1}{12}.$$