

# Ejercicios resueltos de cálculo

March 16, 2016

## 1 Integral doble sobre un rectángulo

Calcular  $I = \int_0^1 \int_1^2 \int_2^3 x \cos z + 3yz dx dy dz$   
Integral de Riemman en 3 variables  
Coordenadas cilíndricas

## 2 Integral múltiple sobre dominios más generales

**Problem 1.** Evalúe  $\iint_D (x + 2y) dA$  donde  $D$  es la región acotada por las parábolas  $y = 2x^2$  e  $y = 1 + x^2$

La integral queda definida como

$$\int_{-1}^1 \int_{2x}^{1+x^2} (x + 2y) dy dx$$

**Problem 2.** Encuentre el volumen de sólido que yace debajo del paraboloide  $z = x^2 + y^2$  y sobre la región  $D$  en el plano  $xy$  acotada por la recta  $y = 2x$  y la parábola  $y = x^2$

La integral queda definida como

$$V = \int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (x^2 + y^2) dy dx$$

o alternativamente

$$V = \int_0^4 \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{y}} (x^2 + y^2) dx dy$$

**Problem 3.** Evalúe  $\iint_D xy dA$ , donde  $D$  es la región acotada por la recta  $y = x - 1$  y la parábola  $y^2 = 2x + 6$

$$\int_{-2}^4 \int_{\frac{1}{2}y^2 - 3}^{y+1} xy dx dy$$

**Problem 4.** Encuentre el volumen del tetraedro acotado por los planos  $x + 2y + z = 2$ ,  $x = 2y$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$

La integral es

$$V = \int_0^1 \int_{x/2}^{1-x/2} (2 - 2x - 2y) dy dx$$

**Problem 5.** Evalúe la integral

$$\int_0^1 \int_x^1 \sin(y^2) dy dx$$

Respuesta

$$\int_0^1 \int_0^y \sin(y^2) dx dy$$

### 3 Integrales en coordenadas polares

**Problem 6.** Evalúe  $\int \int_R (3x + 4y^2) dA$ , donde  $R$  es la región en el semiplano superior acotado por las circunferencias  $x^2 + y^2 = 1$  y  $x^2 + y^2 = 4$

$$\int_0^\pi \int_1^2 (3r \cos(\theta) + 4r^2 \sin^2 \theta) r dr d\theta$$

**Problem 7.** Encuentre el volumen del sólido acotado por el plano  $z = 0$  y el paraboloide  $z = 1 - x^2 - y^2$  en coordenadas rectangulares y polares