UNIVERSIDAD GABRIELA MISTRAL
Ing. Civil Industrial
Prof: Marco Rosales Vera

CÁLCULO III
Tarea II

1) Determinar el volumen encerrado por el plano $z \geq 0$, el paraboloide de ecuación $z = \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q}$ y el cilindro $x^2 + y^2 = a^2$.

2) Determinar el volumen encerrado por el plano $z \geq 0$, la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ y la superficie $r(\theta) = a\sin(2\theta)$.

3) Determine la posición del centro de masa del sólido homogéneo encerrado por $az = a^2 - (x^2 + y^2)$ con $z \geq 0$. (use coordenadas cilíndricas).

4) Determine el área de la superficie del cono $x^2 + y^2 = 9z^2$ encerrada por el cilindro $x^2 + y^2 = 6ay$. Considere solo la región $z \geq 0$.

5) Determine el volumen del cilindro $x^2 + y^2 = a^2$ limitado inferiormente por z = 0, superiormente por $x + z = a$ (considere solo el primer octante).

6) Asumiendo que en el problema anterior el sólido es homogéneo, determine las coordenadas del centro de masa.

7) Determinar el área encerrada por las curvas $\rho = a(2 + \cos 4\theta)$ y $\rho = a(4 - \cos 4\theta)$.

8) Demuestre que el centro de masa de la octava parte de la superficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ situada en el primer octante es:
$$x_{CM} = y_{CM} = z_{CM} = \frac{R}{2}$$

9) Determine la posición del centro de masa de la <u>superficie</u> homogénea $az = a^2 - (x^2 + y^2)$ con $z \geq 0$. (use coordenadas cilíndricas).

$$\int x^3 \sqrt{(a + bx^2)}\, dx = \frac{1}{15b^2} \sqrt{(a + bx^2)}(3b^2x^4 + abx^2 - 2a^2)$$

Datos que pueden serle útil:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m} u\, du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2m} u\, du = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots \cdot (2m-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots \cdot 2m} \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m+1} u\, du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2m+1} u\, du = \frac{2 \cdot 4 \cdot 2 \ldots \cdot 2m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots \cdot (2m+1)}$$